МАТЕРИАЛЫ К ЗАДАНИЮ №36 – RSA

Постановка задачи

Пусть $M = (m_0, m_1, \ldots, m_{t-1})$ – сообщение длины $t \in \mathbb{N}$, причём для каждого $i \in \overline{0, t-1}$ символ m_i имеет шестнадцатеричный ASCII-код, который будем обозначать $\mathrm{Ord}(m_i)$. В итоге сообщению M ставится в соответствие число

$$\mathrm{Ord}(m_{t-1}) \parallel \ldots \parallel \mathrm{Ord}(m_1) \parallel \mathrm{Ord}(m_0),$$

где $\parallel$ – символ конкатенации, то есть склеивания битовых последовательностей. К примеру, в предложении «abcd» символ «a» имеет ASCII-код 97 (или `0x61`), символ «b» – 98 (или `0x62`), символ «c» – 99 (или `0x63`), символ «d» – 100 (или `0x64`). Значит, этому предложению будет соответствовать шестнадцатеричное число `0x64636261`, которое в десятичной системе счисления записывается в виде 1684234849.

Каждое сообщение, зашифрованное с помощью криптосистемы RSA, в числовом представлении не должно превосходить значение ключевого параметра n. В противном случае сообщение разбивается на блоки подходящего размера, каждый из которых зашифровывается отдельно.

В распоряжении криптоаналитика имеются:

- пара чисел (e, n), соответствующих открытому ключу криптосистемы RSA;
- перехваченные блоки закрытого текста y.

$$n = 42174435979385525080106 83, \qquad e = 5150506196752941.$$

y: `0x1aaf6d83fa200192b6306` `0x19bd2b4a3dfa69aa02540` `0xde4fe5209aff6d94530c`
`0x30d877e22904c05abf43a` `0x3500e8b70ba5300cd5f89` `0x2bb2da685d504cd1bfc1c`
`0x2460f0fb88775d7899e7` `0x19bf11615696e55835cad` `0x33290de2cb1d204b522c7`
`0x3298925f1bbf4421c5f4` `0x8f430dc2e6b151089405` `0xd6bc34555b76716df2da`
`0x1a8f110272fe53792d22e` `0xba9ea8f4455da7ce0d15` `0x3624c434df2750470e9da`
`0x18c415041976d5117e5b2` `0x218fa368bf836d202f052` `0x19a67c87afe1cab087bc7`

Необходимо выполнить следующее:

- изучить и описать схему работы криптосистемы RSA;
- написать программную реализацию RSA на языке программирования C или Python, способную работать с числами произвольной разрядности;
- изучить и описать метод Ферма факторизации целых чисел;
- написать программную реализацию метода Ферма на языке программирования C или Python, способную работать с числами произвольной разрядности;
- по известному открытому ключу (e, n) криптосистемы RSA определить закрытый ключ (d, n) и с его помощью восстановить открытый текст x, из которого был получен закрытый текст y.

Полезные источники

1. *Глухов М.М., Круглов И.А., Пичкур А.Б., Черемушкин А.В.* Введение в теоретико-числовые методы криптографии: Учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2011.
   Здесь, помимо очевидно необходимого описания метода Ферма, излагается алгоритм извлечения квадратного корня, который понадобится реализовать на определённом этапе работы.
2. *Лось А.Б, Нестеренко А.Ю., Рожков М.И.* Криптографические методы защиты информации: учебник для академического бакалавриата. – 2-е изд., испр. – М.: Издательство Юрайт, 2019.
3. *Черемушкин А.В.* Лекции по арифметическим алгоритмам в криптографии. – М.: МЦНМО, 2002.