

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени  
первого Президента России Б. Н. Ельцина»

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

**Методические указания к выполнению  
лабораторной работы № 4**

Екатеринбург

2020

## Содержание

Введение.....	3
1. Задание на лабораторную работу .....	3
2. Требования к оформлению отчета.....	9

## Введение

Целью данной лабораторной работы является изучение студентами методов прогнозирования временных рядов на основе минимизации среднеквадратичной ошибки. В ходе выполнения работы студентами приобретаются навыки и умения по применению методик экстраполяции трендов и прогнозирования на основе простых моделей.

### 1. Задание на лабораторную работу

Результатом выполнения лабораторной работы является оформленный отчет в виде *Jupyter*-тетради, в котором должны быть представлены и отражены все нижеперечисленные пункты:

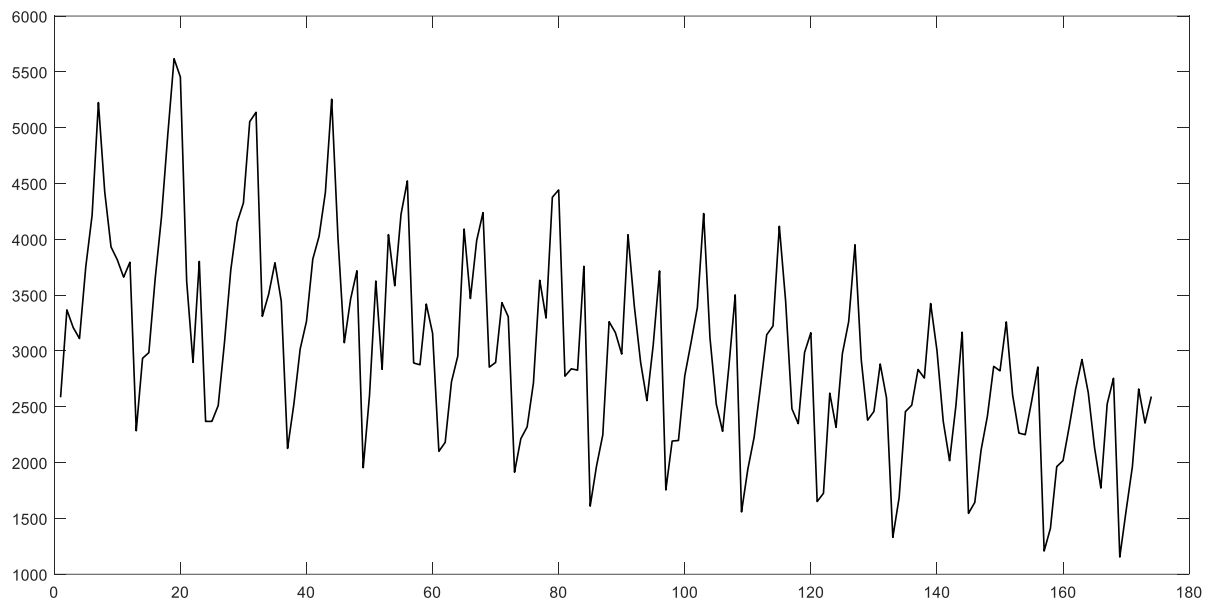
- 1) Сначала импортируйте в свой код нужные библиотеки, функции и т.д.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import h5py
import scipy.stats as stats
from statsmodels.tsa import api as tsa
from statsmodels.tsa.arima_model import ARIMA
%matplotlib inline
```

- 2) Загрузите из mat-файла **Fort.mat** ряд, содержащий отсчеты некоторого реального ВР, всего 174 отсчета в вектор-строке.

```
file = h5py.File('Fort.mat', 'r')
data = file.get('Fort')
Fort = np.array(data)
plt.figure(figsize = (10, 5))
plt.plot(Fort, 'k')
plt.show()
```

- 3) Вид ВР представлен на рисунке ниже. На глаз, в ряде видна явная сезонность, присутствует некоторый убывающий тренд. Был выбран короткий ряд, чтобы повысить скорость расчетов.



- 4) Мы будем производить **ретроспективный прогноз**, то есть у нас всегда будут точки, по которым можно будет сравнить, правильным получился прогноз, или нет. Для этого отрежем от данного ряда последние 24 точки (которые мы и будем прогнозировать):

```
Z = Fort[:len(Fort)-24+1] # отрезаем последние 24 точки
t=np.arange(0, len(Z), 1) # временная шкала для регрессии
t=t.reshape(-1,1)
plt.figure(figsize = (10, 5))
plt.plot(Fort, 'k') # исходный ВР
plt.plot(t, Z, 'b') # урезанный ряд
plt.show()
```

- 5) Начнем с простейших методов прогноза. Построим регрессионную модель тренда первого, второго и третьего порядка на основе методики, которая изучалась в лабораторной работе №3, а затем используем полученные регрессионные кривые для прогноза тренда.

- 6) Сначала для прогноза по методу регрессии используем готовые библиотеки. Например, с помощью **sklearn**:

```
t=np.arange(0, len(Z), 1) # диапазон урезанного ряда
t=t.reshape(-1,1)
t0=np.arange(0, len(Fort), 1) # диапазон полного ряда
t0=t0.reshape(-1,1)
from sklearn.linear_model import LinearRegression
reg = LinearRegression().fit(t, Z) # модель регрессии
plt.figure(figsize = (10, 5))
plt.plot(t, Z, 'k')
plt.plot(t0, reg.predict(t0), 'r') # прогноз на весь диапазон
plt.plot(t0[-24:], Fort[-24:], 'b') # реальные прогнозные значения
plt.show()
```

- 7) Напрямую через МНК библиотеки **statsmodels**:

```
import statsmodels.api as sm
x_ = sm.add_constant(t)
smm = sm.OLS(Z, x_)
res = smm.fit() # строим модель регрессии
print(res.params)
plt.figure(figsize = (10, 5))
plt.plot(t, Z, 'k')
plt.plot(t0, res.predict(sm.add_constant(t0)), 'r') # строим прогноз
plt.plot(t0[-24:], Fort[-24:], 'b') # реальные прогнозные значения
plt.show()
```

8) Через полиномиальные кривые **polyfit**:

```
bb = np.polyfit(t.reshape(1,-1)[0], Z.reshape(1,-1)[0], 1)
p = np.poly1d(bb) # создаем экземпляр полинома
plt.figure(figsize = (10, 5))
plt.plot(t, Z, 'k')
plt.plot(t0, p(t0), 'r') # полином на прогнозной временной сетке
plt.plot(t0[-24:], Fort[-24:], 'b')
plt.show()
```

9) Через подгонку функций библиотеки **scipy.optimize**:

```
def func(t, b0, b1):
    return b0 + b1 * t

from scipy.optimize import curve_fit
popt, pcov = curve_fit(func, t.reshape(1,-1)[0], Z.reshape(1,-1)[0])
plt.figure(figsize = (10, 5))
plt.plot(t, Z, 'k')
plt.plot(t0, t0*popt[1]+popt[0], 'r')
plt.plot(t0[-24:], Fort[-24:], 'b')
plt.show()
```

10) Теперь аналогичным образом постройте прогнозы трендов данного ряда для регрессионной кривой **второго и третьего** порядка, строя регрессионные модели тренда подобно тому, как это происходило в лабораторной работе №3.

- 11) Оцените точность каждого из получившихся прогнозов с помощью следующих оценок (где  $M$  – число прогнозируемых точек):

Средняя ошибка прогноза:  $\bar{\Delta}^* = \frac{\sum_{i=1}^M \Delta_i^*}{M} = \frac{\sum_{i=1}^M |y(t_i) - y_i|}{M}$

СКВО прогноза:  $\sigma_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (y(t_i) - y_i)^2}{M}}$

Средняя ошибка аппроксимации:  $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{|y(t_i) - y_i|}{y(t_i)} \cdot 100\%$

Коэффициент несоответствия 1:  $KH_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (y_i - y(t_i))^2}{\sum_{i=1}^M y(t_i)^2}}$

Коэффициент несоответствия 2:  $KH_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (y_i - y(t_i))^2}{\sum_{i=1}^M (\bar{y} - y(t_i))^2}}$

- 12) Постройте доверительные интервалы для тренда **первого** порядка на рисунке вместе с прогнозом и самим рядом по следующей методике:

$$\begin{aligned}\tau_B(t) &= \tau(t) + \delta(t), \\ \tau_H(t) &= \tau(t) - \delta(t),\end{aligned}$$

Нам требуется оценить величину  $\delta(t)$ . Для **тренда первого порядка** эта величина равняется:

$$\delta_{p=1}(t_l) = 1.96 \cdot S \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{N} + \frac{(\tau(t_l) - \bar{\tau})^2}{\sum_{i=1}^N (\tau_i - \bar{\tau})^2}}$$

где  $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N e_i^2}{N-2}}$ ,  $e_i$  – остаточный ряд или ряд ошибок, то есть разница между исходным ВР и его прогнозом.

- 13) Постройте доверительные интервалы для тренда **второго и третьего** порядка на рисунке вместе с прогнозом и самим рядом, используя более простые эмпирические оценки:

$$\delta(t) = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (y(t_i) - y_i)^2}{M}}$$

- 14) Метод построения регрессионной кривой через подгонку функций библиотеки **scipy.optimize** позволяет по МНК задавать любую форму кривой. Попробуйте самостоятельно задать некоторую параметрическую кривую, которая давала бы более высокую точность, нежели простые линейные регрессионные кривые. Оцените ее точность аналогично и постройте эмпирические оценки доверительных интервалов.



- 15) Сформируйте итоговый отчет и продемонстрируйте его преподавателю.

## **2. Требования к оформлению отчета**

Отчет в Jupyter-тетради должен обязательно содержать: номер лабораторной работы, ФИО студента, номер варианта (либо студенческий номер), номер группы, результаты выполнения работы с комментариями студента (комментарии пишутся после #) и изображениями.