1. Problema

Determinar el anti-thickness geométrico de las gráficas completas de hasta 10 vértices.

Definición 1.1 *Anti-thickness geométrico. El anti-thickness geométrico de una gráfica G es la mínima k tal que existe un encaje geométrico de G que tiene una descomposición en k thrackles.*

2. Hipótesis

1. El anti-thickness geométrico para gráficas completas de hasta 10 vértices, coincide con el valor del anti-thickness del encaje en el que los vértices están en posición convexa.
2. El número de aristas de una descomposición en k thrackles es a lo más $n - \binom{k}{2}$.
3. El anti-thickness geométrico para gráficas completas de n vértices en posición general, coincide con el valor del anti-thickness para gráficas completas en posición convexa.

3. Preguntas de investigación

1. ¿Cuál es el anti-thickness geométrico para las gráficas completas de hasta 10 vértices?
2. ¿Cuál es el anti-thickness geométrico para cada tipo de orden de tamaño a lo sumo 10?
3. ¿Cuál es el α-anti-thickness geométrico para cada gráfica completa de hasta 10 vértices?
4. ¿Existe siempre una descomposición en thrackles máximos para cada tipo de orden?
5. ¿Cuál es el mínimo número de aristas que comparten cuales quiera 2 thrackles máximos?

6. ¿Cuál es el mínimo número de aristas que comparten cuales quiera k thrackles máximos?

7. ¿Cuál es el anti-thickness para los tipos de orden que no tienen una cubierta por thrackles máximos?

8. ¿Existe un conjunto de k thrackles de m aristas cuya intersección sea vacía? Donde $m = [1, n]$.

9. ¿Cuál es la configuración de vértices que maximiza el número de thrackles máximos?

4. Evidencias

4.1. Hipótesis 1

- Para analizar todos los encajes geométricos de alguna gráfica completa de n vértices, se usan los tipos de orden para conjuntos de tamaño n.

- Se realizó una búsqueda exhaustiva para cada tipo de orden de cada n para buscar una descomposición cuyo tamaño sea menor a la dada para encajes en posición convexa; se encontró que el anti-thickness mínimo coincide con el anti-thickness de posición convexa.

4.2. Hipótesis 2

- Es necesario determinar el mínimo número de aristas que comparten 2 thrackles máximos en posición general de manera geométrica y combinatoria.

4.3. Hipótesis 3

- Si se determina que el mínimo número de aristas que comparten k thrackles maximales se puede probar para los conjuntos en los que existe una cubierta por thrackles máximos. Para los otros conjuntos necesitamos probar que los conjuntos que minimizan el número de thrackles en la descomposición necesariamente están en posición convexa o quasiconvexa, ya que esta configuración maximiza el número de thrackles máximos.