Parcial tiempo de ejecucion

• Resolver la siguiente recurrencia

demian Bonzi

$$t(n) = \begin{cases} 1 & , n = 1 \\ 8t(n/2) + n^3 & , n > 1 \end{cases}$$

• paso 1: $t(n) = 8t(n/2) + n^3$, si $n > 1$

• paso 2: $t(n) = 8\left[\frac{8t(n/2) + n^3}{2}\right] + n^3$

$$= 8\left[\frac{8t(n/2)}{2} + \left(\frac{n}{2}\right)^3\right] + n^3 = 8^2 t(n/4) + 8\frac{n^3}{8} + n^3$$

$$= 8^2 t(n/4) + n^3 + n^3 = 8^2 t(n/4) + 2n^3$$

• paso 3: $t(n) = 8^2\left[\frac{8t(n/2)}{4} + \left|\frac{n}{4}\right|^3\right]$

$$= 8^3 t(n/8) + 64\frac{n^3}{64} = 8^3 t(n/8) + 3n^3$$

• paso i: $t(n) = 8^i t(n/2^i) + i\,n^3$

* encontre la formula general ahora busco para el valor donde termina la recursion, osea (1)

$$t(n) = 1 \longrightarrow \text{cuando } n/2^i = 1 \rightarrow n = 2^i \rightarrow \log_2(n) = \log_2(2^i)$$

$$\text{prop log: } \log_b(b^x) = x \leftarrow \boxed{\log_2(n) = i}$$

reemplazo i:

$$t(n) = 8^{\log_2(n)} + (n/2^{\log_2(n)}) + \log_2(n).n^3$$

$$t(n) = 8^{\log_2(n)} + (n/n) + \log_2(n).n^3$$

$$t(n) = n^{\log_2(8)}.t(1) + \log_2(n).n^3$$

$$1 = c$$

$$t(n) = n^3 + \log_2(n).n^3 \quad \boxed{\therefore\ O(\log_2(n).n^3)}$$

damian Bonzi

• Expresar en funcion de n el tiempo de ejecucion del siguiente segmento de codigo

```
for (int i = 1 ; i ≤ n * n ; i++){
    for (int j = n ; j ≥ 1 ; j = j/3 ){
        suma ++
    }
}
```

• Calcular el O(n) y justificar usando la definicion de Big-oh

• relacion entre el indice y la iteracion , FOR EXTERNO

iteracion K	indice (i)
1	1
2	2
3	3
4	4

→ la relacion seria en la iteracion K, el indice es igual a $K \Leftrightarrow i$

$i \leq n \cdot n$

$\boxed{K \leq n^2}$ → entonces itero n^2 veces

• relacion indice-iteracion , FOR INTERNO

iteracion K	indice (j)
1	n
2	n/3
3	n/9
4	n/27

→ la relación seria en la iteracion K, el indice es igual a $n/3^{K-1} \Leftrightarrow j = n/3^{K-1}$

• Ahora quiero saber cuando dejo de iterar osea

$$j \geq 1$$

$$n/3^{K-1} \geq 1$$

$$n \geq 3^{K-1}$$

Aplico la prop de logaritmos para bajar el exponente: $\log_b(b^x) = x$

$$\log_3(n) \geq \log_3(3^{K-1})$$

$$\log_3(n) \geq K-1$$

$$K \geq \log_3(n)+1$$

• entonces el FOR INTERNO itera $\log_3(n)+1$ veces

$$t(n) = cte_1 + \sum_{i=1}^{n^2} t(2) = cte_1 + \sum_{i=1}^{n^2} cte_2 + \sum_{j=n}^{\log_3(n)+1} cte_3$$

démian Bongi

Por lo tanto: $T(2) = cte_2 + \sum_{j=n}^{\log_3(n)+1} cte_3$

$$T(n) = cte_1 + n^2 . \left(cte_2 + \sum_{j=n}^{\log_3(n)+1} cte_3\right)$$

$$t(n) = cte_1 + n^2 (cte_2 + (\log_3(n)+1) . cte_3)$$

$$t(n) = cte_1 + n^2 (cte_2 + cte_3 (\log_3(n)+1))$$

$\therefore O(n^2 \log_3(n)) \rightarrow$ se ignoran las constantes

- Justificación usando Big-oh

1er termino

$cte_1 \leq cte_1 . (n^2 \log_3(n))$

$cte_1 / cte_1 \leq n^2 \log_3(n)$

$1 \leq n^2 \log_3(n)$

- $c_1 = 1$ $n_1 = 2$

2do termino

$n^2 (cte_2 + cte_3 (\log_3(n)+1)) \leq cte \, n^2 \log_3(n)$

$\dfrac{cte_2 + cte_3 . \log_3(n)+1}{cte} \leq \dfrac{n^2 . \log_3(n)}{n^2}$

$\dfrac{cte_2 + cte_3 . \log_3(n)+1}{cte} \leq \log_3(n)$

$cte_2 + cte_3 \log_3(n)+1 \leq cte_3 \log_3(n)$

- $c_1 = 1$ • $n_2 = 10$

- $cte_1 + n^2 (cte_2 + cte_3 (\log_3(n)+1)) \leq (c_1 + c_2) . n^2 \log_3(n)$

$$t(n) \leq (1+1) . n^2 . \log_3(n)$$

$$t(n) \leq cte . n^2 \log_3(n)$$

* $T(n) \leq O(n^2 . \log_3(n))$ con $c = 2$ para todo $n \geq n_0$ con $n_0 = 10 \Rightarrow O(n^2 \log_3(n))$