ejercicio 8

deimian Bongi

1) ```
int c=1;
while (c<n){
    algo_de_O(1);
    c = 2*c;
}
```

relacion entre el indice y la iteracion

| iteracion k | indice |
|---|---|
| 1 | $1 \iff 2^0$ |
| 2 | $2 \quad 2^1$ |
| 3 | $4 \quad 2^2$ |
| 4 | $8 \quad 2^3$ |
| 5 | $16 \quad 2^4$ |

la relacion seria en la iteracion k el indice es igual a $2^{k-1} \iff i = 2^{k-1}$

* ahora quiero saber cuando dejo de iterar osea

$i < n$ , y dijimos que $i = 2^{k-1}$

$2^{k-1} < n$

* Aplico $\log_2$ para bajar el exponente $\rightarrow \log_b(b^x) = x$

$\log_2(2^{k-1}) < \log_2(n)$

$k-1 < \log_2(n)$

$k < \log_2(n)+1$

entonces ya sabemos donde termina el while y la sumatoria para calcular el $t(n)$

• $t(n) = cte_1 + \sum_{i=1}^{\log_2(n)} cte_2 = cte_1 + \log_2(n) \cdot cte_2 \quad \therefore O(\log_2(n))$

1º termino

$cte_1 \leq \log_2(n) \cdot cte_1$

$cte_1/cte_1 \leq \log_2(n)$

$1 \leq \log_2(n)$

$n_1 = 2$

$c_1 = 1$

2do termino

$\log_2(n) \cdot cte_2 \leq \log_2(n)\, cte_2$

$n_2 = 2 \quad , c_2 = 1$

$cte_1 + \log_2(n) \cdot cte_2 \leq (cte_1 + cte_2) \cdot \log_2(n)$

$t(n) \leq (1+1)\log_2(n)$

$t(n) \leq c \log_2(n)$

$\boxed{* \ t(n) \leq O(\log_2(n)) \text{ con } c=2 \text{ para todo } n > n_0 \text{ con } n_0 = 2}$
```

demian Banji

2- int c = n
while (c > 1) {
algo_de_O(1);
c = c/2;
}

relacion entre el indice y la iteracion

indice k	iteracion
1	n
2	n/2
3	n/4
4	n/8
5	n/16

la relacion seria en la iteracion k el indice es igual a $n/2^{k-1} \iff c = n/2^{k-1}$

* ahora quiero saber cuando deja de iterar osea

$c > 1$ y dijimos que $c = n/2^{k-1}$

$n/2^{k-1} > 1$

$2^{k-1} > n$

* Aplico $\log_2$ para bajar exponente $\to \log_b(b^x) = x$

$\log_2(2^{k-1}) > \log_2(n)$

$k-1 > \log_2(n)$

$k > \log_2(n)+1$

entonces ya sabemos donde termina el while y la sumatoria para calcular el T(n)

- $T(n) = cte_1 + \sum_{i=1}^{\log_2(n)+1} cte_2 = cte_1 + (\log_2(n)+1)\, cte_2 \quad \therefore O(\log_2(n))$

- Justifico con notacion Big-Oh.

- 1er termino

$cte_1 \leq (\log_2(n)+1).cte_1$

$\frac{cte_1}{cte_1} \leq \log_2(n)+1$

$1 \leq \log_2(n)+1$

esto con: $n_0 = 1$, $c_1 = 1$

- 2do termino

$\log_2(n)+1\ cte_2 \leq \log_2(n)+1\, cte_2$

esto con $n_2 = 1$, $c_1 = 1$

$cte_1 + (\log_2(n)+1).cte_2 \leq (cte_1 + cte_2)\log_2(n)+1$

$t(n) \leq (1+1).\log_2(n)+1$

$t(n) \leq cte.\log_2(n)+1$

$\boxed{\begin{array}{l} * \ t(n) \leq O(\log_2(n)+1) \text{ con } c = 2 \\ \text{para todo } n > n_0 \text{ con } n_0 = 1 \end{array}}$

3- public static void calcular (int n){
int i, j, r = 0
for (i = 1 ; i < n; i = i + 2)
for (j = 1; j ≤ i ; j++)
r = r + 1;
return r
}

Damian Bongi

• relacion entre el indice y la iteracion : FOR EXTERNO

iteracion k	indice
1	1
2	3
3	5
4	7
5	9
6	11

la relacion seria en la iteracion k, el indice es igual a 2.K-1 $\iff$ $i = 2K-1$

• Ahora quiero saber cuando dejo de iterar, osea:

$i < n$

$2K-1 < n$

$K < \frac{n}{2} + 1 \iff K < \frac{n}{2}$, entonces itero n/2 veces

• el FOR INTERNO, se ejecuta i veces

$$T(n) = cte_1 + \sum_{i=1}^{n/2} \sum_{j=1}^{i} cte_2 = cte_1 + \sum_{i=1}^{n/2} i\, cte_2 = cte_1 + cte_2 . \sum_{i=1}^{n/2} i$$

$$T(n) = cte_1 + cte_2 . \left(\frac{n/2 (n/2 + 1)}{2} \right) = cte_1 + cte_2 . \left(\frac{n^2/4 + n/2}{2} \right)$$

esto viene de $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

$\therefore O(n^2)$

• justifico con notacion Big-oh

- 1er termino

$cte_1 \leq cte_1 . n^2$

$1 \leq n^2$

$n_1 = 1 \quad c_1 = 1$

- 2do termino

$cte_2 . \left(\frac{n^2/4 + n/2}{2} \right) \leq cte_2 . n^2$

$\frac{n^2/4 + n/2}{2} \leq n^2$

$c_2 = 1 \quad n_2 = 1$

$cte_1 + cte_2 \left(\frac{n^2/4 + n/2}{2} \right) \leq (cte_1 + cte_2) . n^2$

$T(n) \leq (1+1) . n^2$

$T(n) \leq cte . n^2$

$\boxed{* \; T(n) \leq O(n^2) \text{ con } c = 2 \text{ para todo } n \geq n_0 \text{ con } n_0 = 1 \Rightarrow O(n^2)}$