Отчет по лабораторной работе №3

“Интерполяция и среднеквадратичное приближение”

Демидовец Д.В. Вариант 10

Задание 1. Создать таблицу значений функции f (x) , разбив отрезок [0, 6] на n равных частей точками Xi = (i = [0,n]). Для полученной таблично заданной в равноотстоящих узлах функции f (x) , выполнить следующие действия при n = 6 и n =10 :

n = 6

a) построить интерполяционный многочлен Лагранжа Ln(x), проиллюстрировать графически (изобразить точки (Xi , f (Xi)) и графики функций f(x) и Ln(x) на одном чертеже);

```
:= (*Задание 1*)
f[x_] = (Sinh[Sqrt[x^2 + x + 5]] + π) / Sqrt[3 x^8 + 11 x^4 + 33];
(*n = 6*)
```

```
:= a = 0;
b = 6;
n = 6;
h = b/n;
data = N[Table[{i h, f[i h]}, {i, 0, n}]];
        таблица значений
TableForm[data]
табличная форма
```

```
0.`   1.3519546529343889`
1.`   1.4809864681917224`
2.`   0.5409037903056615`
3.`   0.2369106741317934`
4.`   0.17318349411376696`
5.`   0.17372615113949244`
6.`   0.21253339066407853`
```

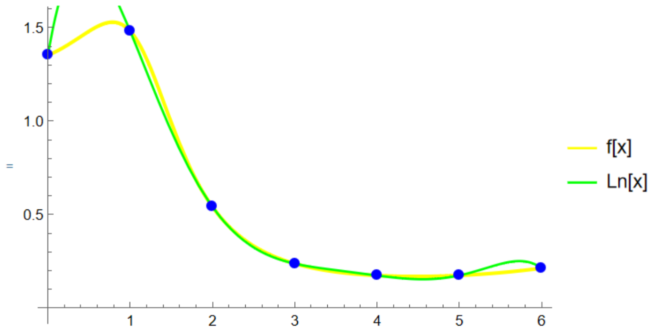
```
:= dataX = Table[data[[i, 1]], {i, n + 1}];
           таблица значений
dataY = Table[data[[i, 2]], {i, n + 1}];
        таблица значений
```

```
:= (*пункт a*)
LagrangeInterpolation[dataX_, dataY_, n_] :=
  Sum[dataY[[i]] *
    Product[If[i ≠ j, (x - dataX[[j]]) / (dataX[[i]] - dataX[[j]]), 1], {j, 1, n}], {i, 1, n}];
         условный оператор
```

```
:= Ln = LagrangeInterpolation[dataX, dataY, n + 1] // Simplify
                                                     упростить
```

$$1.35195 + 2.61987\,x - 4.22694\,x^2 + 2.23346\,x^3 - 0.563182\,x^4 + 0.0691465\,x^5 - 0.00332041\,x^6$$

```
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           график функции
    PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
    стиль графика  жёлтый  толщина
graphic2 = Plot[Ln, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции       стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб···  стиль графика  размер точки   синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Ln[x]"}]]
 легенда с кр···  жёлтый  зелёный
```



б) создать таблицу разделенных разностей функции f (x) по точкам (Xi, f(Xi)), i= [0, n]

```
(*пункт б*)
Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
массив
For[k = 1, k ≤ n, k++,
цикл ДЛЯ
      For[i = n, i ≥ n - k, i--, diff[i, k] = 0]];
      цикл ДЛЯ
For[i = 0, i ≤ n, i++, diff[i, 0] = data[[i + 1, 2]]];
цикл ДЛЯ
For[k = 1, k ≤ n, k++,
цикл ДЛЯ
  For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
  цикл ДЛЯ
   diff[i, k] = diff[i + 1, k - 1] - diff[i, k - 1]]];
tableData = Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
            массив
TableForm[tableData]
табличная форма
```

//TableForm=

1.35195	0.129032	-1.06911	1.7052	-2.10103	2.32086	-2.39069
1.48099	-0.940083	0.63609	-0.395824	0.219828	-0.0698367	0
0.540904	-0.303993	0.240266	-0.175996	0.149991	0	0
0.236911	-0.0637272	0.0642698	-0.0260053	0	0	0
0.173183	0.000542657	0.0382646	0	0	0	0
0.173726	0.0388072	0	0	0	0	0
0.212533	0	0	0	0	0	0

в)построить первый или второй интерполяционный многочлен Ньютона Pn (x), проиллюстрировать графически;

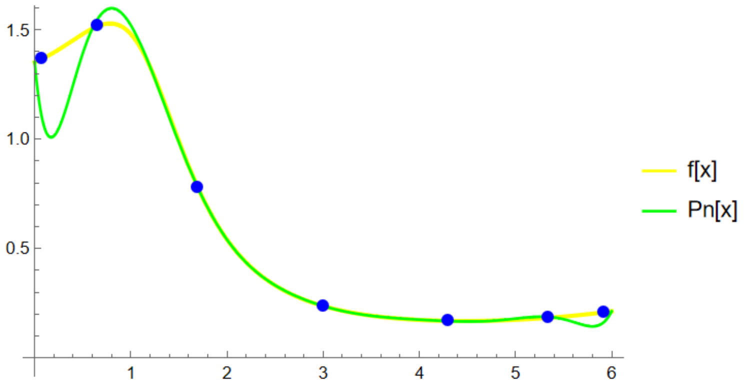
```
(*пункт в*)
NewtonInterpolation[dataX_, dataY_, deltaTable_, h_, n_] :=
```

$$dataY[[n]] + \sum_{i=1}^{n-1}\left(\frac{\prod_{k=1}^{i}\left(\frac{x - dataX[[n]]}{h} + k - 1\right)}{\text{Factorial}[i]} * deltaTable[[n - i, i + 1]]\right);$$

```
Pn = NewtonInterpolation[dataX, dataY, tableData, h, n + 1] // Simplify
                                                              упростить
```

$1.35195 + 2.61987\,x - 4.22694\,x^2 + 2.23346\,x^3 - 0.563182\,x^4 + 0.0691465\,x^5 - 0.00332041\,x^6$

```
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
           график функции        стиль графика  жёлтый  толщина
graphic2 = Plot[Pn, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции       стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб···  стиль графика  размер точки   синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Pn[x]"}]]
 легенда с кр···  жёлтый  зелёный
```

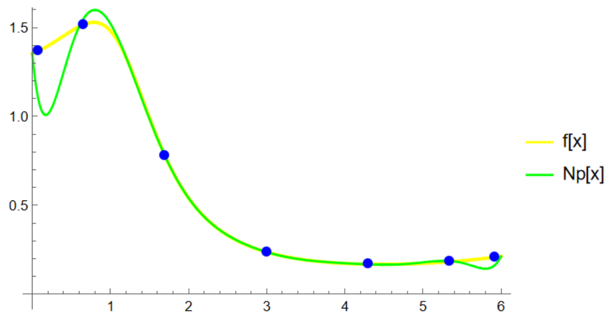


г) построить интерполяционный многочлен Ньютона Npn(x) с помощью функции InterpolatingPolynomial пакета Mathematica, проиллюстрировать графически;

```
(*пункт г*)
Np = InterpolatingPolynomial[data, x];
     интерполяционный многочлен
Np = Simplify[Np]
     упростить
```

$1.35195 + 2.61987\,x - 4.22694\,x^2 + 2.23346\,x^3 - 0.563182\,x^4 + 0.0691465\,x^5 - 0.00332041\,x^6$

```
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
           график функции         стиль графика  жёлтый  толщина
graphic2 = Plot[Np, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции      стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб···  стиль графика  размер точки   синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots], LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Np[x]"}]]
с легендой показать                      легенда с кр···  жёлтый  зелёный
```



д) вычислить значения функции f (x) и всех построенных интерполяционных многочленов Ln(x) , Pn(x) и Npn(x) в точке x = 2,4316 ;

```
(*пункт д*)
f[2.4316]
Ln /. x → 2.4316
Pn /. x → 2.4316
Np /. x → 2.4316
```

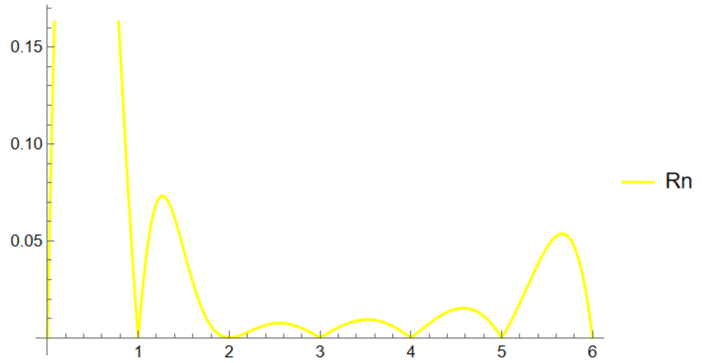
```
]= 0.350875

]= 0.343952

]= 0.343952

]= 0.343952
```

е) построить график погрешности интерполирования многочленом Ньютона Rn(x)= |f(x) - Npn(x)| на отрезке [0, 6], найти максимум погрешности Rn(x) на отрезке [0, 6] с помощью функции FindMaximum пакета Mathematica;

```
(*пункт е*)
Rn = Abs[f[x] - Np];
```
абсолютное значение

```
graphic1 = Plot[Rn, {x, 0, 6}, PlotStyle → Yellow];
```
график функции · стиль графика · жёлтый

```
Legended[Show[graphic1], LineLegend[{Yellow}, {"Rn"}]]
```
с легендой · показать · легенда с кр··· · жёлтый




```
FindMaximum[{Rn, a ≤ x ≤ b}, x]
```
найти максимум

```
{0.402046, {x → 0.372543}}
```

n = 10

```
(*n = 10*)
n = 10;
h = b/n;
data = N[Table[{i h, f[i h]}, {i, 0, n}]];
```
таблица значений

```
TableForm[data]
```
табличная форма

TableForm=

0.	1.35195
0.6	1.50591
1.2	1.33212
1.8	0.685663
2.4	0.360695
3.	0.236911
3.6	0.187258
4.2	0.169776
4.8	0.170404
5.4	0.184714
6.	0.212533

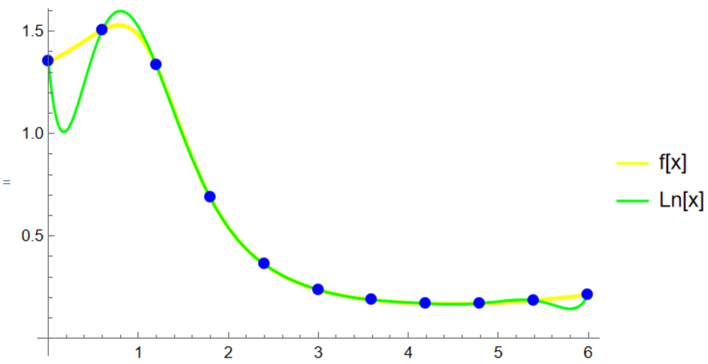
```
dataX = Table[data[[i, 1]], {i, n + 1}];
```
таблица значений

```
dataY = Table[data[[i, 2]], {i, n + 1}];
```
таблица значений

```
(*пункт а*)
Ln = LagrangeInterpolation[dataX, dataY, n + 1] // Simplify
                                                      упростить
```

$$1.35195 - 4.76894\,x + 21.1867\,x^2 - 34.0133\,x^3 + 27.9651\,x^4 - 13.7075\,x^5 + 4.2577\,x^6 - 0.84853\,x^7 + 0.105364\,x^8 - 0.00742946\,x^9 + 0.000227331\,x^{10}$$

```
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           график функции
   PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
   стиль графика жёлтый  толщина
graphic2 = Plot[Ln, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции       стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб⋯  стиль графика  размер точки      синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Ln[x]"}]]
 легенда с кр⋯  жёлтый  зелёный
```




```
(*пункт б*)
Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
массив
For[k = 1, k ≤ n, k++,
цикл ДЛЯ
    For[i = n, i ≥ n - k, i--, diff[i, k] = 0]];
    цикл ДЛЯ
For[i = 0, i ≤ n, i++, diff[i, 0] = data[[i + 1, 2]]];
цикл ДЛЯ
For[k = 1, k ≤ n, k++,
цикл ДЛЯ
  For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
  цикл ДЛЯ
   diff[i, k] = diff[i + 1, k - 1] - diff[i, k - 1]]];
tableData = Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
                 массив
TableForm[tableData]
табличная форма
```

/TableForm=

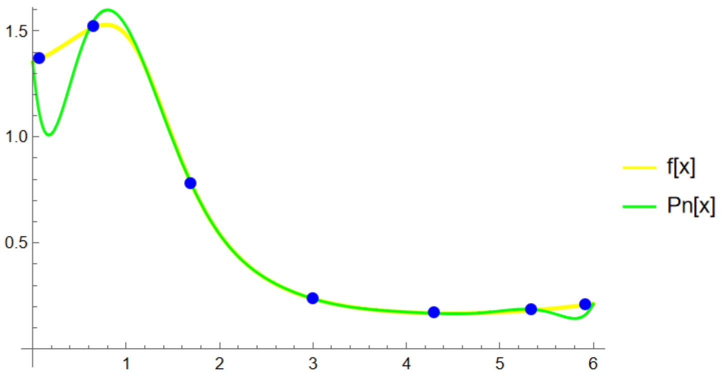
1.35195	0.153951	-0.327734	-0.144945	0.939116	-1.8536	2.76133	-3.57724	4.24413	-4.72309	4.98809
1.50591	-0.173782	-0.472678	0.794171	-0.91448	0.907738	-0.815906	0.666889	-0.478957	0.265007	0
1.33212	-0.646461	0.321493	-0.120309	-0.00674231	0.0918314	-0.149017	0.187932	-0.21395	0	0
0.685663	-0.324968	0.201184	-0.127051	0.0850891	-0.057186	0.0389142	-0.0260184	0	0	0
0.360695	-0.123784	0.0741321	-0.0419624	0.027903	-0.0182718	0.0128958	0	0	0	0
0.236911	-0.0496523	0.0321697	-0.0140594	0.00963124	-0.00537599	0	0	0	0	0
0.187258	-0.0174825	0.0181104	-0.00442811	0.00425525	0	0	0	0	0	0
0.169776	0.000627854	0.0136823	-0.000172862	0	0	0	0	0	0	0
0.170404	0.0143101	0.0135094	0	0	0	0	0	0	0	0
0.184714	0.0278195	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.212533	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

```
Pn = NewtonInterpolation[dataX, dataY, tableData, h, n + 1] //
   Simplify
   упростить
```

$$1.35195 - 4.76894\, x + 21.1867\, x^2 - 34.0133\, x^3 + 27.9651\, x^4 - 13.7075\, x^5 + 4.2577\, x^6 - 0.84853\, x^7 + 0.105364\, x^8 - 0.00742946\, x^9 + 0.000227331\, x^{10}$$

```
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           график функции
    PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
    стиль графика   жёлтый   толщина
graphic2 = Plot[Pn, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции      стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб⋯   стиль графика  размер точки   синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой  показать
  LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Pn[x]"}]]
  легенда с кр⋯  жёлтый  зелёный
```

21]=

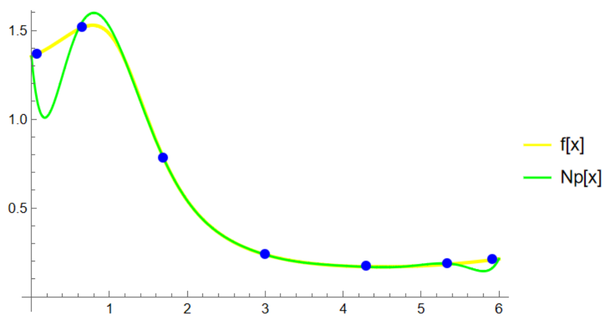


'2]:= (*пункт г*)

```
Np = InterpolatingPolynomial[data, x];
     интерполяционный многочлен
Np = Simplify[Np]
     упростить
```

73]= $$1.35195 - 4.76894\, x + 21.1867\, x^2 - 34.0133\, x^3 + 27.9651\, x^4 - 13.7075\, x^5 + 4.2577\, x^6 - 0.84853\, x^7 + 0.105364\, x^8 - 0.00742946\, x^9 + 0.000227331\, x^{10}$$

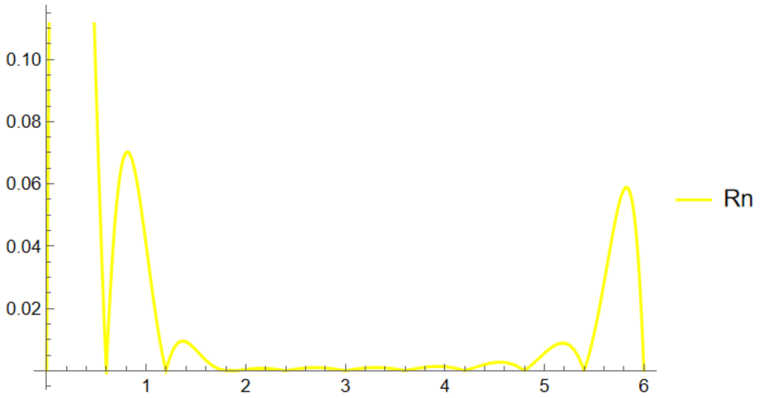
```
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           график функции
    PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
    стиль графика   жёлтый   толщина
graphic2 = Plot[Np, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции      стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб⋯   стиль графика  размер точки   синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой  показать
  LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Np[x]"}]]
  легенда с кр⋯  жёлтый  зелёный
```



```
(*пункт д*)
f[2.4316]
Ln /. x → 2.4316
Pn /. x → 2.4316
Np /. x → 2.4316
```

```
0.350875

0.351038

0.351038

0.351038
```

```
(*пункт е*)
Rn = Abs[f[x] - Np];
     абсолютное значение
graphic1 = Plot[Rn, {x, 0, 6}, PlotStyle → Yellow];
           график функции       стиль графика  жёлтый
Legended[Show[graphic1], LineLegend[{Yellow}, {"Rn"}]]
с легендой показать     легенда с кр⋯ жёлтый
```




```
FindMaximum[{Rn, a ≤ x ≤ b}, {x, 0}]
найти максимум
```

```
{0.383245, {x → 0.187989}}
```

Задание 2. Создать таблицу значений функции f(x), разбив отрезок [0, 6] на n частей неравноотстоящими точками Xi вида Xi = (a+b)/2 + ((b-a)*Ti)/2, где Ti – корни многочлена Чебышёва T(t) (i =[0, n]). Для полученной таблично заданной функции f(x) , выполнить следующие действия при n = 6 и n =10 :

n = 6

```
(*Задание 2*)
(*n = 6*)
n = 6;

For[i = 0, i ≤ n, i++,
цикл ДЛЯ

  t_i = Cos[(Pi * (2 * i + 1)) / (2 * n + 2)];
        косинус

  x_i = (a + b)/2 + (b - a)/2 * t_i;]
```

```
data = N[Table[{x_i, f[x_i]}, {i, 0, n}]];
         таблица значений
dataX = Table[data[[i, 1]], {i, n + 1}];
        таблица значений
dataY = Table[data[[i, 2]], {i, n + 1}];
        таблица значений
TableForm[data]
табличная форма
```

ableForm=

5.92478	0.208242
5.34549	0.182875
4.30165	0.168805
3.	0.236911
1.69835	0.777439
0.654506	1.5168
0.0752163	1.36691

а) создать таблицу разделенных разностей функции f (x) по точкам (Xi , f(Xi), i = [0,n] ;

```
(*пункт а*)
DividedDifferenceFunction[dataX_, dataY_, first_, last_] :=
 If[first + 1 == last, (dataY[[last]] - dataY[[first]])/(dataX[[last]] - dataX[[first]]),
 условный оператор

  (DividedDifferenceFunction[dataX, dataY, first + 1, last] -
     DividedDifferenceFunction[dataX, dataY, first, last - 1]) /
   (dataX[[last]] - dataX[[first]])]

Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
массив
For[k = 1, k ≤ n, k++,
цикл ДЛЯ
  For[i = n, i ≥ n - k, i--, diff[i, k] = "0"]];
  цикл ДЛЯ
For[i = 0, i ≤ n, i++, diff[i, 0] = data[[i + 1, 2]]];
цикл ДЛЯ
For[k = 1, k ≤ n, k++, For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
цикл ДЛЯ                цикл ДЛЯ
   diff[i, k] = DividedDifferenceFunction[dataX, dataY,
     i + 1, k + i + 1]]];
tableData = Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
            массив
TableForm[tableData]
табличная форма
```

]//TableForm=

0.208242	0.0437901	0.0186745	-0.00320707	0.00646566	0.00262241	-0.00117389
0.182875	0.0134789	0.0280544	-0.0305338	-0.00735518	0.00948917	0
0.168805	-0.0523226	0.139416	0.0039693	-0.0573657	0	0
0.236911	-0.415264	0.124939	0.246422	0	0	0
0.777439	-0.708307	-0.595792	0	0	0	0
1.5168	0.258742	0	0	0	0	0
1.36691	0	0	0	0	0	0

```
]:= differenceResult = Table[diff[i, k], {i, 0, n}, {k, 1, n}];
                       таблица значений
```

б) построить интерполяционный многочлен Ньютона Pnr(x) для неравноотстоящих узлов, проиллюстрировать графически (изобразить точки (Xi , f(Xi) и графики функций f(x) и Pnr(x) на одном чертеже);

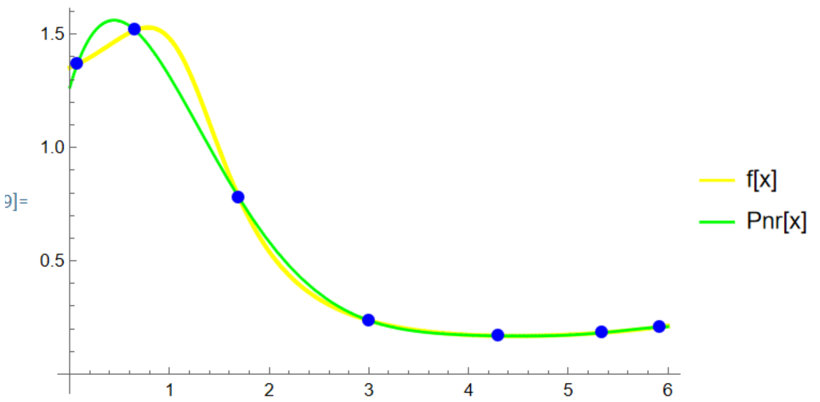
```
(*пункт б*)
NewtonDividedDifference[dataX_, dataY_, n_, dif_] :=
 dataY[[1]] + Sum[dif[[1, i]] * Product[(x - dataX[[k]]), {k, 1, i}], {i, 1, n}]
```

$$dataY[[1]] + \sum_{i=1}^{n} dif[[1, i]] * \prod_{k=1}^{i} (x - dataX[[k]])$$

```
Pnr = NewtonDividedDifference[dataX, dataY, n, differenceResult] // Simplify
                                                                   упростить
```

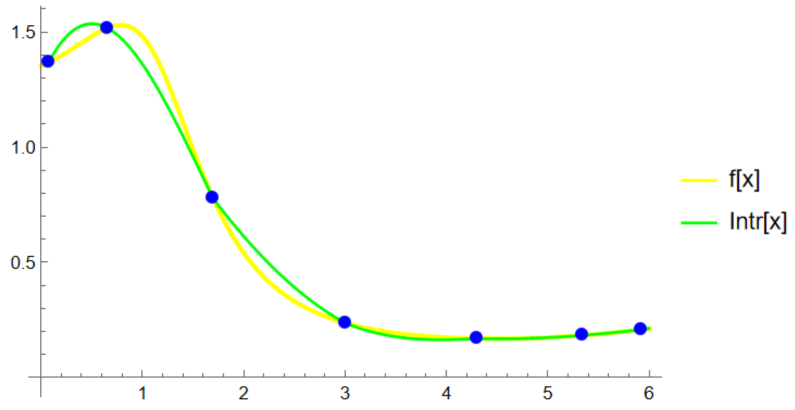
$1.26612 + 1.51061\, x - 2.34974\, x^2 + 1.10896\, x^3 - 0.24822\, x^4 + 0.0271858\, x^5 - 0.00117389\, x^6$

```
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
           график функции        стиль графика  жёлтый  толщина
graphic2 = Plot[Pnr, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции       стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб···  стиль графика  размер точки  синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Pnr[x]"}]]
 легенда с кр···  жёлтый  зелёный
```



в) построить интерполирующую функцию Intf (x) с помощью функции Interpolation пакета Mathematica, проиллюстрировать графически;

```
(*пункт в*)
Intr = Interpolation[data];
       интерполировать
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           график функции
   PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
   стиль графика  жёлтый  толщина
graphic2 = Plot[Intr[x], {x, dataX[[n + 1]], b}, PlotStyle → Green];
           график функции                          стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб···  стиль графика  размер точки  синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Intr[x]"}]]
 легенда с кр···  жёлтый  зелёный
```



г) вычислить значения функции f (x) и построенных интерполяционных многочленов Pnr (x) и Intf (x) в точке x = 2,4316 ;

```
(*пункт г*)
f[2.4316]
Pnr /. x → 2.4316
Intr[2.4316]
0.350875

0.380613

0.417935
```

д) найти максимумы абсолютных погрешностей интерполирования функции f (x) многочленом Ньютона Pnr (x) и функцией Intf (x) на отрезке [0, 6] с помощью функции FindMaximum пакета Mathematica

```
(*пункт д*)
AbsPnr[x_] := Abs[f[x] - Pnr];
               абсолютное значение
FindMaximum[{AbsPnr[x], a ≤ x ≤ b}, x]
найти максимум

{0.113657, {x → 0.330325}}

AbsIntr[x_] := Abs[f[x] - Intr[x]];
                абсолютное значение
FindMaximum[{AbsIntr[x], a ≤ x ≤ b}, x]
найти максимум
{0.0779474, {x → 0.338156}}
```

n = 10

```
(*n = 10*)
n = 10;

For[i = 0, i ≤ n, i++,
цикл ДЛЯ
```

$$t_i = \mathrm{Cos}\left[\frac{(\mathrm{Pi} * (2 * i + 1))}{2 * n + 2}\right];$$

косинус

$$x_i = \frac{(a + b)}{2} + \frac{(b - a)}{2} * t_i;]$$

```
data = N[Table[{x_i, f[x_i]}, {i, 0, n}]];
          таблица значений
dataX = Table[data[[i, 1]], {i, n + 1}];
         таблица значений
dataY = Table[data[[i, 2]], {i, n + 1}];
         таблица значений
TableForm[data]
табличная форма
```

//TableForm=

5.96946	0.210762
5.7289	0.198185
5.26725	0.180425
4.62192	0.168696
3.8452	0.177356
3.	0.236911
2.1548	0.456838
1.37808	1.13487
0.732751	1.5271
0.271104	1.41546
0.0305357	1.35776

```
:= (*пункт а*)
 Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
 массив
 For[k = 1, k ≤ n, k++,      For[i = n, i ≥ n - k, i--, diff[i, k] = "0"]];
 цикл ДЛЯ                    цикл ДЛЯ
 For[i = 0, i ≤ n, i++, diff[i, 0] = data[[i + 1, 2]]];
 цикл ДЛЯ
 For[k = 1, k ≤ n, k++, For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
 цикл ДЛЯ               цикл ДЛЯ
    diff[i, k] = DividedDifferenceFunction[dataX, dataY, i + 1,
      k + i + 1]]];

 tableData = Array[diff, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
                  массив
 TableForm[tableData]
 табличная форма
```

//TableForm=

0.210762	0.0522787	0.0196623	0.000984804	0.00103476	-0.000369922	0.000303657	-0.0000649449	-0.000370011	-0.000272437
0.198185	0.0384715	0.0183353	-0.0012133	0.00213323	-0.00152827	0.000601844	0.0018727	0.00118243	0.000232745
0.180425	0.0181748	0.0206208	-0.00703466	0.00759542	-0.00414679	-0.00875442	-0.00458079	-0.000143828	0
0.168696	-0.011149	0.0365701	-0.030675	0.023723	0.0355501	0.0141319	-0.0038276	0	0
0.177356	-0.0704628	0.112249	-0.107629	-0.114537	-0.025935	0.0317059	0	0	0
0.236911	-0.260208	0.377782	0.248863	-0.0218431	-0.146882	0	0	0	0
0.456838	-0.872941	-0.186452	0.308471	0.414318	0	0	0	0	0
1.13487	-0.607797	-0.767518	-0.571652	0	0	0	0	0	0
1.5271	0.241825	0.00280749	0	0	0	0	0	0	0
1.41546	0.239853	0	0	0	0	0	0	0	0
1.35776	0	0	0	0	0	0	0	0	0

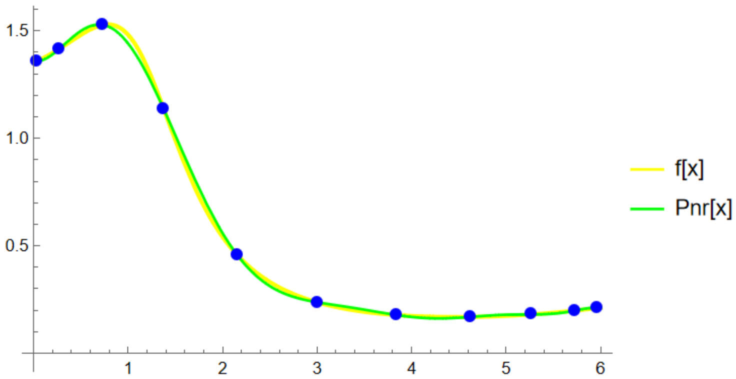
```
:= differenceResult = Table[diff[i, k], {i, 0, n}, {k, 1, n}];
                      таблица значений
```

```
(*пункт б*)
Pnr =
 NewtonDividedDifference[dataX, dataY, n, differenceResult] //
  Simplify
  упростить
```

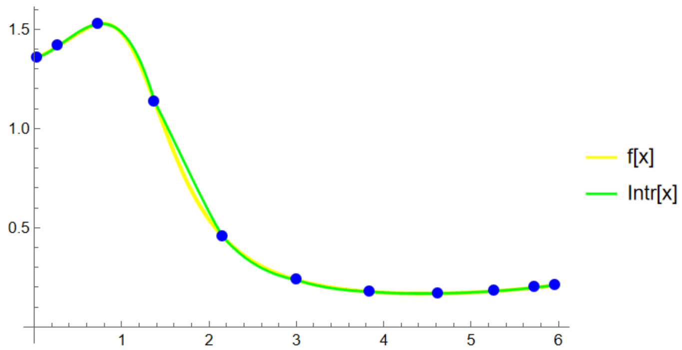
$$1.35877 - 0.0759415\,x + 1.45207\,x^2 - 1.34812\,x^3 - 0.82115\,x^4 + 1.46293\,x^5 - 0.766402\,x^6 + 0.207231\,x^7 - 0.0313769\,x^8 + 0.00253204\,x^9 - 0.0000850628\,x^{10}$$

```
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           |график функции
   PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
  |стиль графика |жёлтый |толщина
graphic2 = Plot[Pnr, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           |график функции       |стиль графика |зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
      |диаграмма разб⋯ |стиль графика |размер точки    |синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
|с легендой |показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Pnr[x]"}]]
 |легенда с кр⋯ |жёлтый |зелёный
```

64]=




```
(*пункт в*)
Intr = Interpolation[data];
       |интерполировать
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           |график функции
   PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
  |стиль графика |жёлтый |толщина
graphic2 = Plot[Intr[x], {x, dataX[[n + 1]], b}, PlotStyle → Green];
           |график функции                      |стиль графика |зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
      |диаграмма разб⋯ |стиль графика |размер точки   |синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
|с легендой |показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Intr[x]"}]]
 |легенда с кр⋯ |жёлтый |зелёный
```




```
(*пункт г*)
f[2.4316]
Pnr /. x → 2.4316
Intr[2.4316]
```

0.350875

0.332651

0.343216

```
(*пункт д*)
AbsPnr[x_] := Abs[f[x] - Pnr];
                абсолютное значение
FindMaximum[{AbsPnr[x], a ≤ x ≤ b}, x]
найти максимум

{0.0185505, {x → 0.518536}}

AbsIntr[x_] := Abs[f[x] - Intr[x]];
                абсолютное значение
FindMaximum[{AbsIntr[x], dataX[[n + 1]] ≤ x ≤ dataX[[1]]}, x]
найти максимум

{0.00415353, {x → 0.499402}}
```

Задание 3. Вывод: Увеличение количества точек уменьшает погрешность интерполирования.

Задание 4. Используя таблицу значений функции f(x) в равноотстоящих точках отрезка [0, 6] , полученной в задании 1 при n =10 , выполнить следующие действия:

б) выполнить интерполяцию сплайном Sf(x) с помощью функции Interpolation[data,Method- >“Spline”], проиллюстрировать графически;

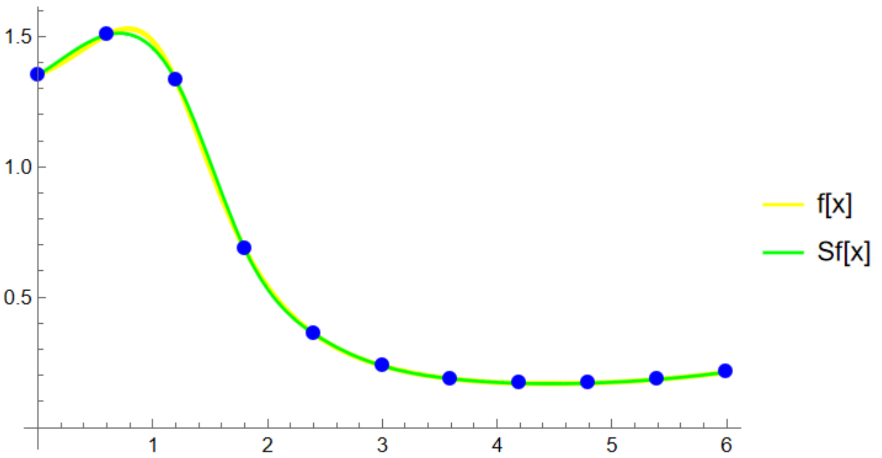
```
(*Задание 4*)
n = 10;
h = b/n;
data = N[Table[{i h, f[i h]}, {i, 0, n}]];
          таблица значений
TableForm[data]
табличная форма
```

//TableForm=

0.	1.35195
0.6	1.50591
1.2	1.33212
1.8	0.685663
2.4	0.360695
3.	0.236911
3.6	0.187258
4.2	0.169776
4.8	0.170404
5.4	0.184714
6.	0.212533

```
(*пункт б*)
Sf = Interpolation[data, Method → "Spline"];
     интерполировать          метод
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           график функции
   PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
   стиль графика  жёлтый  толщина
graphic2 = Plot[Sf[x], {x, dataX[[n + 1]], b}, PlotStyle → Green];
           график функции                     стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб···  стиль графика  размер точки   синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Sf[x]"}]]
 легенда с кр···  жёлтый  зелёный
```

6]=



г) вычислить значения функции f(x) и построенных интерполяционных сплайнов S3(x), Sf(x) и Spl в точке x = 2,4316.

```
(*пункт г*)
f[2.4316]
Sf[2.4316]
```

= 0.350875

= 0.351566

Задание 5. Используя таблицу значений функции f(x) в равноотстоящих точках отрезка [0, 6] , полученной в задании 1 при n =10 , выполнить следующие действия:

```
(*Задание 5*)
n = 10;
b = 6;
h = b/n;
data = N[Table[{i h, f[i h]}, {i, 0, n}]];
         таблица значений
dataX = Table[data[[i, 1]], {i, n + 1}];
        таблица значений
dataY = Table[data[[i, 2]], {i, n + 1}];
        таблица значений
TableForm[data]
табличная форма
```

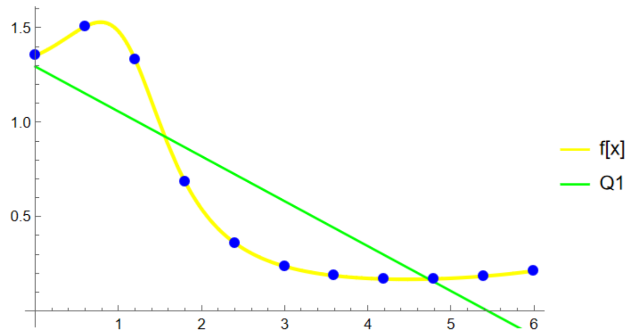
TableForm=

0.	1.35195
0.6	1.50591
1.2	1.33212
1.8	0.685663
2.4	0.360695
3.	0.236911
3.6	0.187258
4.2	0.169776
4.8	0.170404
5.4	0.184714
6.	0.212533

а) аппроксимировать с помощью метода наименьших квадратов функцию f(x) многочленом первой степени Q1(x) , проиллюстрировать графически (изобразить точки (Xi, f(Xi)) и график функции Q1(x) на одном чертеже);

```
(*пункт а*)
result =
  LinearSolve[
  решить линейные уравнения
   Table[Table[If[i + k == 0, ∑_{j=1}^{n+1} 1, ∑_{j=1}^{n+1} dataX[[j]]^(i+k)], {i, 0, 1}],
   табл⋯   табл⋯  условный оператор
    {k, 0, 1}],
   Table[If[i == 0, ∑_{j=1}^{n+1} dataY[[j]], ∑_{j=1}^{n+1} (dataY[[j]] * dataX[[j]]^i)],
   табл⋯  условный оператор
    {i, 0, 1}]];
polinomialResult = 0;
m = 1;
For[i = 0, i ≤ m, i++,
цикл ДЛЯ
  polinomialResult = polinomialResult + result[[i + 1]] * x^i];
Q1 = polinomialResult
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           график функции
   PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
   стиль графика  жёлтый  толщина

graphic2 = Plot[Q1, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции       стиль графика  зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб⋯  стиль графика  размер точки    синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой  показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Q1"}]]
 легенда с кр⋯  жёлтый  зелёный
```

```
1.29401 - 0.237458 x
```

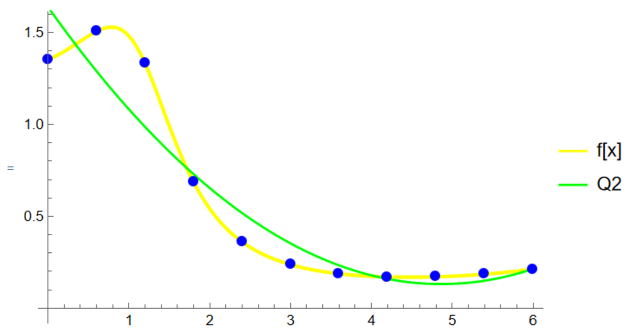


б) аппроксимировать с помощью метода наименьших квадратов функцию f(x) многочленом второй степени Q2(x) , проиллюстрировать графически;

```
(*пункт б*)
result =
  LinearSolve[
  решить линейные уравнения
   Table[Table[If[i + k == 0, ∑_{j=1}^{n+1} 1, ∑_{j=1}^{n+1} dataX[[j]]^(i+k)], {i, 0, 2}],
   табл⋯   табл⋯  условный оператор
    {k, 0, 2}],
   Table[If[i == 0, ∑_{j=1}^{n+1} dataY[[j]], ∑_{j=1}^{n+1} (dataY[[j]] * dataX[[j]]^i)],
   табл⋯  условный оператор
    {i, 0, 2}]];
```

```
polinomialResult = 0;
m = 2;
For[i = 0, i ≤ m, i++,
цикл ДЛЯ
  polinomialResult = polinomialResult + result[[i + 1]] * x^i];
Q2 = polinomialResult

graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           график функции
   PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
   стиль графика жёлтый толщина
graphic2 = Plot[Q2, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции       стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб···  стиль графика размер точки  синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Q2"}]]
 легенда с кр···  жёлтый  зелёный
```

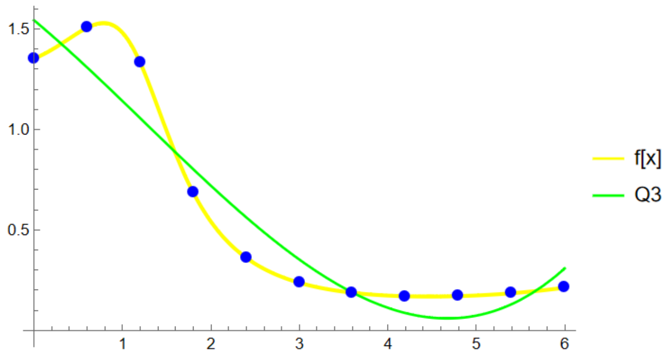
= $1.63798 - 0.619649\,x + 0.0636985\,x^2$



в) найти многочлены наилучшего среднеквадратичного приближения третьей и четвертой степеней (Q3(x) и Q4(x)) с помощью функции Fit пакета Mathematica, проиллюстрировать графически;

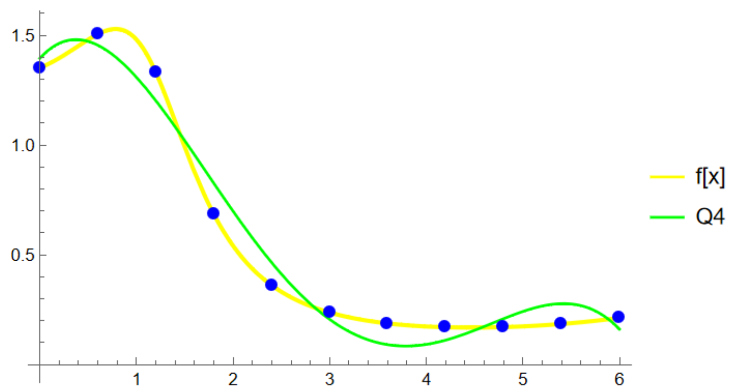
```
(*пункт в*)
Q3 = Fit[data, {1, x, x^2, x^3}, x]
     согласовать
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           график функции
   PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
   стиль графика жёлтый толщина
graphic2 = Plot[Q3, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции       стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб···  стиль графика размер точки  синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Q3"}]]
 легенда с кр···  жёлтый  зелёный
```

$1.5429 - 0.367874\,x - 0.0463432\,x^2 + 0.0122269\,x^3$



```
Q4 = Fit[data, {1, x, x^2, x^3, x^4}, x]
     согласовать
graphic1 = Plot[f[x], {x, a, b},
           график функции
   PlotStyle → {Yellow, Thickness[0.007]}];
   стиль графика  жёлтый  толщина
graphic2 = Plot[Q4, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции        стиль графика зелёный
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Blue}];
       диаграмма разб⋯ стиль графика  размер точки      синий
Legended[Show[graphic1, graphic2, dots],
с легендой показать
 LineLegend[{Yellow, Green}, {"f[x]", "Q4"}]]
 легенда с кр⋯ жёлтый зелёный
```

$1.39575 + 0.483684\,x - 0.755975\,x^2 + 0.201462\,x^3 - 0.0157696\,x^4$



д) сравнить результаты, полученные в пунктах а, б и в, изобразив на одном чертеже точки (Xi, f(Xi)) и графики функций Q1(x), Q2(x), Q3(x), Q4(x)

```
(*пункт г*)
graphic1 = Plot[Q1, {x, a, b}, PlotStyle → Yellow];
           график функции       стиль графика жёлтый
graphic2 = Plot[Q2, {x, a, b}, PlotStyle → Green];
           график функции       стиль графика зелёный
graphic3 = Plot[Q3, {x, a, b},
           график функции
   PlotStyle → {Blue, Thickness[0.007]}];
   стиль графика  синий  толщина
graphic4 = Plot[Q4, {x, a, b}, PlotStyle → Pink];
           график функции       стиль графика розовый
dots = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.02], Black}];
       диаграмма разб⋯ стиль графика  размер точки      чёрный
Legended[Show[dots, graphic1, graphic2, graphic3, graphic4],
с легендой показать
 LineLegend[{Yellow, Green, Blue, Pink}, {"Q1", "Q2", "Q3", "Q4"}]]
 легенда с кр⋯ жёлтый  зелё⋯  синий розовый
```

]=