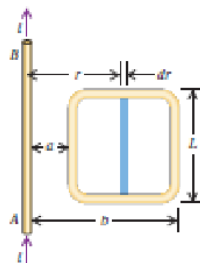


## 2.

El alambre y la espira rectangular están sobre el mismo plano. La corriente en el alambre largo y recto AB que se muestra en la figura, va hacia arriba. En el instante en que la corriente es  $I$ .

Figure 1: Figura del ejercicio



1. ¿cuáles son la magnitud y la dirección del campo a una distancia  $r$  a la derecha del alambre?

**Solución:** Como vemos el cable AB es un cable largo y por tanto todos los vectores se van a cancelar hasta hacer que la dirección del campo sea perpendicular al cable y podemos construir una superficie gaussiana con forma de cilindro al rededor del cable y con radio en la base  $r$ . Por lo tanto se crean 3 superficies de las cuales solo 1 (la que rodea) tienen campo pues en la vertical se cancelan como dijimos previamente. con esto podemos aplicar la ley de Gauss que es

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

como es paralelo nos queda

$$\oint E d\vec{A} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0} = E \oint d\vec{A}$$

y por ende podemos desarrollar de la siguiente forma:

$$E \oint d\vec{A} = E(2\pi r l)$$

$$E(2\pi r l) = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$\lambda = \frac{Q}{l}$$

$$\lambda l = Q$$

$$E(2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{(2\pi \epsilon_0) r}$$

2. ¿Cuál es el flujo total a través de la espira?

**Solución:** Como el campo magnetico esta entrando al plano. Entonces debemos encontrar la integral de superficie. En nuestro caso, dado que el cable es largo entonces lo unico que importa es r (la distancia al cable). Razon por la cual nos quedara su diferencial de superficie como  $d\vec{s} = l dr \vec{i}$ . Por lo tanto nos queda.

$$\phi_m = \int \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \vec{i} \cdot b dr \vec{i}$$

Como la espira inicia con  $r = a$  y termina con  $r = b$  esos son nuestros limites de integración

$$\phi_m = -\frac{l\lambda}{2\pi \epsilon_0} \int \frac{dr}{r}$$

$$\phi_m = -\frac{l\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln \left( \frac{b}{a} \right)$$

3. Si la corriente disminuye a una razón constante  $\frac{dI}{dt}$  ¿Cuál es la fem inducida en la espira?

**Solución:** Segun la ley de Faraday y lo visto en clase  $f.e.m = \frac{dI}{dt} \phi_m$  y como  $\phi_m$  lo calculamos justo en el punto anterior entonces el resultado es

$$-\frac{l\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln \left( \frac{b}{a} \right) \frac{dI}{dt}$$

4. Cual es la dirección de la corriente inducida.

**Solución:** Dada la ley de Lenz sabemos que el sentido de la corriente inducida es tal que tiende a contrarrestar el flujo magnetico. Como lo calculamos en el item (2) sabemos que el campo magnetico va entrando y por tanto se debe generar una corriente saliente y por ley de la mano derecha sabemos que la corriente va a seguir unsentido antihorario.

5. Ahora cual es la fuerza magnética sobre la espira de corriente

**Solución:** Como estamos en un rectángulo entonces podemos saber que la fuerza sobre la espira es

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{34} + \vec{F}_{41}$$

En este caso utilizando el campo calculado en la sección (2) entonces sabemos que

$$F_{41} = I \int_{41} dl \times B_1(x)$$

y por la ubicación de este segmento nos queda

$$F_{41} = I \int_a^b dx \vec{i} \times \frac{\lambda}{(2\pi\epsilon_0)x}$$

$$F_{41} = \frac{\lambda I_2 I_1}{(2\pi\epsilon_0)} (j) \int_a^b \frac{dx}{x} = \frac{\lambda I_1 I_2}{(2\pi\epsilon_0)} (\vec{j}) \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Si repetimos el proceso con  $F_{23}$  nos queda

$$F_{41} = I \int_{41} dl \times B_1(x)$$

$$F_{41} = I \int_a^b dx -\vec{i} \times \frac{\lambda}{(2\pi\epsilon_0)x}$$

$$F_{41} = \frac{\lambda I_1 I_2}{(2\pi\epsilon_0)} (j) \int_a^b \frac{dx}{x} = \frac{\lambda I_1 I_2}{(2\pi\epsilon_0)} (-\vec{j}) \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Ahora bien, calculando la fuerza sobre el tramo  $F_{12}$  y  $F_{34}$  nos quedara

$$F_{12} = I \int_0^L dy (-j) \times \frac{\lambda}{(2\pi\epsilon_0)r}$$

$$F_{12} = \frac{\lambda I_1 I_2}{(2\pi\epsilon_0)r} \int dy = \frac{\lambda I_1 I_2}{(2\pi\epsilon_0)a} (i)$$

Y para  $F_{34}$

$$F_{34} = I \int_0^L dy (j) \times \frac{\lambda}{(2\pi\epsilon_0)r}$$

$$F_{34} = -\frac{\lambda I_1 I_2}{(2\pi\epsilon_0)r} \int dy = -\frac{\lambda I_1 I_2}{(2\pi\epsilon_0)b} (i)$$

Como las corrientes solo dependen de la distancia a el hilo y esta es igual y ademas las fuerzas  $F_{41}$  y  $F_{23}$  se cancelan entonces al sumar nos queda

$$F = \frac{\lambda I_1 I_2}{(2\pi\epsilon_0)a} (i) - \frac{\lambda I_1 I_2}{(2\pi\epsilon_0)b} (i)$$

o lo que es lo mismo

$$F = \frac{\lambda I_1 I_2}{(2\pi\epsilon_0)} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) (i)$$