

**Ejercicio 1.6.** Sea  $b > 1$

1. Si  $m, n, p, q$  son enteros con  $n > 0$ ,  $p > 0$ , y  $r = \frac{m}{n} = \frac{p}{q}$  pruebe que

$$(b^m)^{\frac{1}{n}} = (b^p)^{\frac{1}{q}}$$

Quizas tenga sentido definir  $b^r = (b^m)^{\frac{1}{n}}$

2. Pruebe que  $b^{r+s} = b^r b^s$  si  $r$  y  $s$  son racionales
3. Si  $x$  es real, defina  $B(x)$  el conjunto de todos los numeros  $b^t$ , donde  $t$  es racional y  $y = t \leq x$ . Demuestre que

$$b^r = \sup B(r)$$

cuando  $r$  es racional. Por lo tanto hace sentido definir

$$b^x = \sup B(x)$$

para cada real  $x$ .

4. Pruebe que  $b^{x+y} = b^x b^y$  para todos los reales  $x$  y  $y$

**Solución:** 1. Para comenzar vamos a aprovechar el hecho de que  $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$  **Hola Mundo**