

Primera Pregunta

Suponga por contradicción que G es desconexo. Dado que $d_x, d_y > 0$ entonces estas componentes deben estar repartidas entre X y Y . Ahora bien, sabemos por la clase que el numero de arcos de una componente conexa de m elementos es al menos $m - 1$. Sin embargo, en este caso dado que tenemos que el mínimo valor que puede tomar la suma del grado de dos vértices es $\frac{n}{2}$ estas componentes superarían lo que esperábamos y en consecuencia debería ser conexo.

Segunda Pregunta

General

Dado que $L(G) = K_n$ sabemos que G tiene n arcos.

Primera Parte

Dado que $n \neq 3$ entonces estos vértices tienen asociados mas de dos arcos. Ahora bien, con esto podemos organizar los arcos de cada vértice en $L(G)$ de tal forma que todo salga de un mismo punto por lo que es isomorfo a S_n

Segunda Parte

En el caso de $n = 3$ existen 2 posibilidades.

1. Cada vértice tiene exactamente dos arcos conectados directamente a un vértice. En donde este seria isomorfo a S_3
2. Uno de los vértices tiene 3 arcos y los otros dos tienen 2. En cuyo caso esto equivale a K_3

Tercera Pregunta

El árbol recubridor mínimo seria:

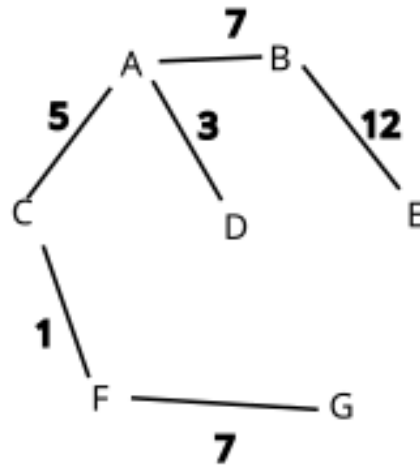


Figura 1: Árbol recubridor mínimo del grafo puesto en el punto 3 de la tercera tarea

Y el orden en el que entraron los vértices fue:

1. $\{C, F\}$
2. $\{A, D\}$
3. $\{A, C\}$
4. $\{A, B\}$
5. $\{F, G\}$
6. $\{B, E\}$

Cuarta Pregunta

Primera Parte

Asuma por contradicción que existe un árbol recubridor tal que este no comparta ningún vértice con E . Por lo tanto todos sus vértices se encuentran en $G - S$. Sin embargo, dado que E es un *Edge-cut* sabemos que $G - S$ es desconexo y por lo tanto contradictorio.

Segunda Parte

En este caso aprovecharemos la segunda característica. En particular tomo como contraejemplo:

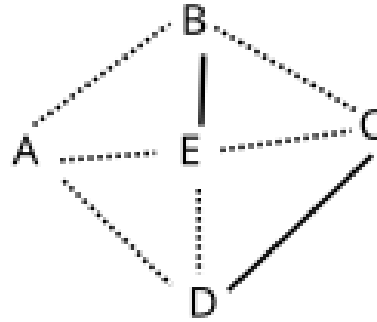


Figura 2: Grafo contra ejemplo

En este caso si bien es cierto que el conjunto $G - E$ es disco nexa también se da que no puede existir un S tal que $E = [S, \overline{S}]$

Nota

Para la realización de este taller se converso con 3 compañeros en la solución de Dudas:

1. Ángel
2. Germán López
3. Gabriela