

1

Dada la relación de Euler $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$, Hallar:

1. $e^{-i\theta}$

$$e^{-i\theta} = \cos(\theta) - i \sin(\theta)$$

2. $\cos(\theta)$

$$\begin{aligned} e^{i\theta} + e^{-i\theta} &= \cos(\theta) + i \sin(\theta) + \cos(\theta) - i \sin(\theta) \\ &= 2 \cos(\theta) \\ \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} &= \cos(\theta) \end{aligned}$$

3. $\sin(\theta)$

$$\begin{aligned} e^{i\theta} - e^{-i\theta} &= \cos(\theta) + i \sin(\theta) - (\cos(\theta) - i \sin(\theta)) \\ &= \cos(\theta) + i \sin(\theta) - \cos(\theta) + i \sin(\theta) \\ &= 2i \sin(\theta) \\ \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} &= \sin(\theta) \end{aligned}$$

4. Analisis Dimensional: En este caso no contamos con dimensiones en ninguno de los casos, al menos no de manera directa. Todo lo que debia estar en este aspecto esta en la propia demostración.
5. Relación con la situación presentada: En todos los casos se llego a la demostración de la equivalencia entre las funciones que se solicitaron.
6. Conclusión: Gracias a la relación de Euler podemos ver que hay una equivalencia intrínseca entre los complejos y las funciones trigonométricas. Esta relación es una de las muchas razones por las cuales el analisis complejo fue una gran revolución en las matematicas y consecuentemente en la física.