

2.1

Consideremos un vector z definido por la ecuación $z = z_1 z_2$ siendo $z_1 = a + ib$ y $z_2 = c + id$.

1. Demostrar que la longitud de z es igual al producto de las longitudes de z_1 y z_2

$$\begin{aligned} z &= (a + ib)(c + id) = (ac + iad + ibc - bd) = (ac - bd + i(ad + bc)) \\ |z| &= \sqrt{(ac - bd)^2 + (ad + bc)^2} = \sqrt{a^2c^2 - 2acbd + b^2d^2 + a^2d^2 + 2acbd + b^2c^2} \\ |z| &= \sqrt{a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2)} \\ |z| &= \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} = \sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{c^2 + d^2} = |z_1| |z_2| \end{aligned}$$

2. Demostrar que el angulo comprendido entre los ejes z y x es la suma de los angulos que forman por separado z_1 y z_2 . Sabemos que para todo $z \in \mathbb{C}$ puede expresarse como $z = re^{i\theta}$ donde r es la magnitud del vector en el plano complejo y θ es el angulo que forma z con el eje x . Ahora bien, por esto mismo sabemos que $z_1 = r_1 e^{i\theta_1}$ y $z_2 = r_2 e^{i\theta_2}$ y como $z = z_1 z_2$ entonces nos queda que $z = r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$
3. Analisis Dimensional: Esto aun no esta atado a una realidad física y por tanto no tiene en si dimensiones que nos permita comprobar su veracidad.
4. Interpretación: Dado que aun no tiene una realidad física atada a esta. Los puntos aqui expuestos son realmente lo que nos sirvan para modelar en un futuro otros sistemas físicos pero aqui solo responden a equivalencias por definición.
5. Conclusión: Los números complejos son herramientas con propiedades no evidentes que resultan utiles a la hora de realizar pruebas y modelos.