Electro 1
Tarea 4

Sergio Montoya Ramirez

Contents

Chapter 1

Punto 2

Definition 1.0.1: Fuerza de Lorentz

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

1.1

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= 0\hat{x} + \dot{y}\hat{y} + z\hat{z} \\
\vec{B} &= B_0\hat{x} + 0\hat{y} + 0\hat{z} \\
\vec{v} \times \vec{B} &= \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & \dot{y} & \dot{z} \\ B_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= 0\hat{x} + \dot{z}B_0\hat{y} - \dot{y}B_0\hat{z} \\
&= \dot{z}B_0\hat{y} - \dot{y}B_0\hat{z} \\
\vec{F} &= Q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) \\
\vec{F} &= Q\left(E_0\hat{z} + \dot{z}B_0\hat{y} - \dot{y}B_0\hat{z}\right) \\
\vec{F_x} &= 0 \\
\vec{F_y} &= Q\dot{z}B_0\hat{y} \\
\vec{F_z} &= Q\left(E_0 - \dot{y}B_0\right)\hat{z} \\
m\ddot{x} &= 0 \\
m\ddot{y} &= Q\dot{z}B_0\hat{y} \\
m\ddot{z} &= Q\left(E_0 - \dot{y}B_0\right)\hat{z}
\end{aligned}$$

Con esto entonces tenemos:

$$\begin{aligned}
\ddot{z} + \frac{QB_0}{m}\dot{y} - \frac{QE_0}{m} &= 0 \\
\omega &= \frac{QB_0}{m} \\
\ddot{z} + \omega\dot{y} - \omega\frac{E_0}{B_0} &= 0 \\
\ddot{z} + \omega\left(\dot{y} - \frac{E_0}{B_0}\right) &= 0
\end{aligned}$$

Y tambien:

$$\begin{aligned}
\ddot{y} - \frac{QB_0}{m}\dot{z} &= 0 \\
\omega &= \frac{QB_0}{m} \\
\ddot{y} - \omega\dot{z} &= 0 \\
\ddot{y} &= \omega\dot{z}
\end{aligned}$$

Juntando todo:

$$\begin{aligned}
\dddot{y} &= \omega\ddot{z} \\
\iff \ddot{z} &= \frac{\dddot{y}}{\omega} \\
\ddot{z} &= \frac{\dddot{y}}{\omega} \\
&= \omega\left(\frac{E_0}{B_0} - \dot{y}\right) \\
\dddot{y} &= \omega^2\left(\frac{E_0}{B_0} - \dot{y}\right)
\end{aligned}$$

Con esto entonces:

$$\begin{aligned}
y(t) &= C_1\cos(\omega t) + C_2\sin(\omega t) + \frac{E_0}{B_0}t + C_3 \\
z(t) &= C_2\cos(\omega t) - C_1\sin(\omega t) + \frac{E_0}{B_0} + C_3
\end{aligned}$$

Ahora lo que nos hace falta es encontrar los valores dadas las condiciones iniciales.

$$\begin{aligned}
\dot{y}(0) = \dot{z}(0) = 0 \\
y(0) = z(0) = 0
\end{aligned}$$

Con esto entonces:

$$\begin{aligned}
y(0) &= C_1\cos(\omega 0) + C_2\sin(\omega 0) + \frac{E_0}{B_0}0 + C_3 \\
y(0) &= C_1 + C_3 \\
z(0) &= C_2\cos(\omega 0) - C_1\sin(\omega 0) + C_4 \\
z(0) &= C_2 + C_4 \\
C_1 + C_3 &= C_2 + C_4 \\
\dot{y}(t) &= -C_1\omega\sin(\omega t) + C_2\omega\cos(\omega t) + \frac{E_0}{B_0} \\
\dot{z}(t) &= -C_2\omega\sin(\omega t) - C_1\omega\cos(\omega t) \\
C_2\omega + \frac{E_0}{B_0} &= -C_1\omega \\
\leftrightarrow C_2 &= \frac{1}{\omega}\left(-\frac{E_0}{B_0} - C_1\omega\right) \\
&= -\frac{E_0}{B_0\omega} - C_1
\end{aligned}$$

Con esto entonces:

$$C_1 + C_3 = 0 \iff C_1 = -C_3$$
$$C_2\omega + \frac{E_0}{B_0} = 0 \iff C_2 = -\frac{E_0}{\omega B_0}$$
$$C_2 + C_4 = 0$$
$$C_2 = -C_4$$
$$C_4 = \frac{E_0}{\omega B_0}$$

Con lo cual finalmente queda:

$$\begin{aligned} y(t) &= -\frac{E_0}{\omega B_0}\sin(\omega t) + \frac{E_0}{B_0}t \\ &= \frac{E_0}{B_0\omega}(\omega t - \sin(\omega t)) \\ z(t) &= -\frac{E_0}{\omega B_0}\cos(\omega t) + \frac{E_0}{\omega B_0} \\ z(t) &= \frac{E_0}{\omega B_0}(1 - \cos(\omega t)) \end{aligned}$$

1.2

Ahora con esto para encontrar el Radio tomemos

$$\begin{aligned} R &= \frac{E_0}{\omega B_0} \\ y(t) &= \frac{E_0}{B_0\omega}(\omega t - \sin(\omega t)) \\ -\sin(\omega t) &= \frac{B_0\omega}{E_0}\left(y(t) - \frac{E_0 t}{B_0}\right) \\ Z(t) &= \frac{E_0}{\omega B_0}(1 - \cos(\omega t)) \\ -\cos(\omega t) &= \frac{\omega B_0}{E_0}\left(z(t) - \frac{E_0}{\omega B_0}\right) \\ -\cos(\omega t) &= \frac{1}{R}(z(t) - R) \\ \cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t) &= 1 \\ a^2 &= -a^2 \\ \sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t) &= (-\sin(\omega t))^2 + (-\cos(\omega t))^2 \\ \left(\frac{1}{R^2}\left(y(t) - R\omega t\right)^2\right) + \left(\frac{1}{R^2}(z(t) - R)^2\right) &= 1 \\ \left(y(t) - R\omega t\right)^2 + (z(t) - R)^2 &= R^2 \end{aligned}$$

Con esto encontramos un circulo con radio R

1.3

Este problema es en esencia el ejemplo 5.2 de la cuarta edición del Griffiths. Por lo tanto reutilizare su dibujo para no complicarme con ello.

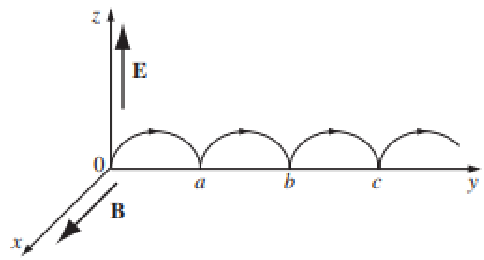


Figure 1.1: Dibujo del movimiento.

Chapter 2

Punto 3

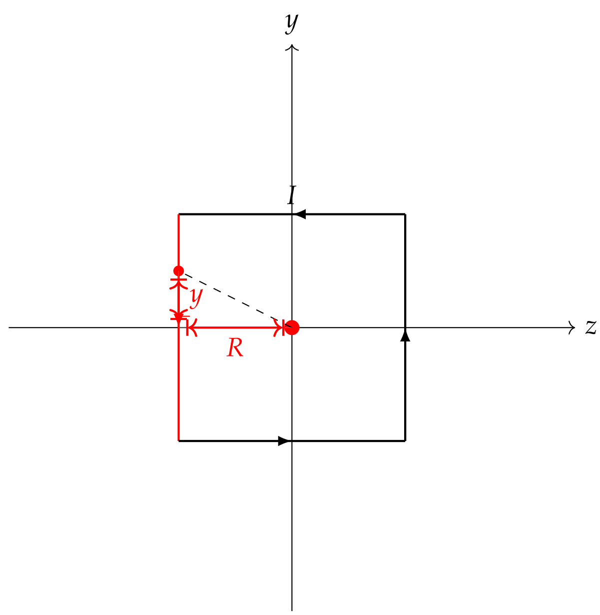
2.1

El campo de una corriente es:

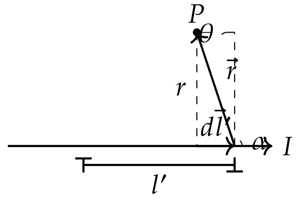
Definition 2.1.1: Biot-Savart

$$\vec{B}\left(\vec{r}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{I}\times\hat{r}}{r^2}dl' = \frac{\mu_0}{4\pi}I\int\frac{d\ell'\times\hat{r}}{r^2}$$

Vamos a tomar entonces este ejercicio como el de una espira cuadrada con lado $2R$



Visto desde arriba y si lo miramos por un lado seria



En estos diagramas se ve que $d\ell'\times\hat{r}$ apunta hacia afuera y tiene magnitud

$$|dl'|\,|\hat{r}|\sin\alpha = d\ell'\cos\theta$$

Ademas, podemos notar que:

$$
\begin{aligned}
\tan\theta &= \frac{\ell'}{R} \iff \ell' = \tan\theta R \\
\frac{d\ell'}{d\theta} &= R\frac{1}{\cos^2\theta} \\
d\ell' &= \frac{R}{\cos^2\theta}d\theta \\
\cos\theta &= \frac{R}{\left|\vec{r}\right|} \iff R = \left|\vec{r}\right|\cos\theta \\
R &= r\cos\theta \\
r &= \frac{R}{\cos\theta} \\
\frac{1}{r^2} &= \frac{\cos^2\theta}{R^2}
\end{aligned}
$$

Con esto

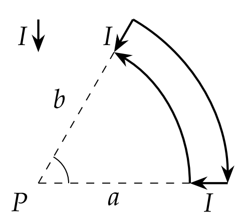
$$
\begin{aligned}
\left|\vec{B}\left(\vec{r}\right)\right| &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{I}\times\hat{r}}{r^2}dl' = \frac{\mu_0}{4\pi}I\int\frac{d\ell'\times\hat{r}}{r^2} \\
&= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{d\ell'\cos\theta}{r^2} \\
&= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{\cos^2\theta}{R^2}\cos\theta\frac{R}{\cos^2\theta}d\theta \\
&= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{\cos\theta}{R}d\theta \\
&= \frac{\mu_0 I}{4R\pi}\int\cos\theta d\theta \\
&= \frac{\mu_0 I}{4R\pi}\left(\sin\theta_2 - \sin\theta_1\right)
\end{aligned}
$$

Ahora partimos la espira en cuatro segmentos y nos da:

$$
\begin{aligned}
&= \frac{\mu_0 I}{4R\pi}\left(\sin\theta_2 - \sin\theta_1\right) \\
&= \frac{\mu_0 I}{4R\pi}\left(\sin\frac{\pi}{4} - \sin -\frac{\pi}{4}\right) \\
&= \frac{\mu_0 I}{4R\pi}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\
&= \frac{\mu_0 I\sqrt{2}}{4R\pi}
\end{aligned}
$$

Y en total tenemos 4 de estas secciones

2.2



Con esto entonces:

$$
\begin{aligned}
|d\ell' \times \hat{r}| &= |d\ell'|\,|\hat{r}|\sin(90^\circ) \\
\left|\vec{r}\right| &= r = R \\
\left|\vec{B}\right| &= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}\frac{\left|\vec{d\ell}' \times \hat{r}\right|}{R^2} \\
\left|\vec{B}\right| &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta
\end{aligned}
$$

Con lo que

$$
\begin{aligned}
\left|\vec{B}\right| &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \\
\left|\vec{B}\right| &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\frac{\pi}{2} \\
\left|\vec{B}\right| &= \frac{\mu_0 I}{8R}
\end{aligned}
$$

2.3

Este punto es basicamente una combinación de los anteriores.

Tenemos para las secciones rectas:

$$
\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)
$$

Con la regla de la mano derecha vemos que entra el vector

$$
\begin{aligned}
\left|\vec{B}\right| &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\sin\pi - \sin 0) \\
&= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}
\end{aligned}
$$

En el caso del semicirculo

$$
\begin{aligned}
\left|\vec{B}\right| &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \\
&= \frac{\mu_0 I}{4R}\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right) \\
&= \frac{\mu I}{4R}
\end{aligned}
$$

Ahora sumamos todo y nos queda:

$$
\begin{aligned}
B &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R} + \frac{\mu I}{4R} \\
&= \frac{\mu_0 I}{4R}\left(\frac{2}{\pi} + 1\right)
\end{aligned}
$$

Chapter 3

Punto 7

Chapter 4

Punto 8

Chapter 5

Punto 9

Chapter 6

Punto 11

Para este fonografo dado que rota a una velocidad angular ω tenemos

$$\begin{aligned} I &= \sigma v dr \\ &= \sigma \omega r dr \end{aligned}$$

Y podemos ver esto como la suma infinitesimal de pequeños arcos como:

$$\mu = \int_0^R \pi r^2 \sigma \omega r dr$$

$$\mu = \pi \sigma \omega \int_0^R r^3 dr$$

$$\mu = \pi \sigma \omega \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^R$$

$$\mu = \pi \sigma \omega \frac{R^4}{4} \square$$

Chapter 7

Punto 12

7.1

Lo primero que debemos hacer para este punto es encontrar el campo magnético para una espira. Para ello, vamos a usar Biot-Savart.

Definition 7.1.1: Biot-Savart

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I\vec{ds} \times \hat{r}}{r^2}$$

Ademas, este es el ejemplo 5.6 de la sexta edición del Griffiths. Tomemos entonces su grafica para ubicarnos mejor:

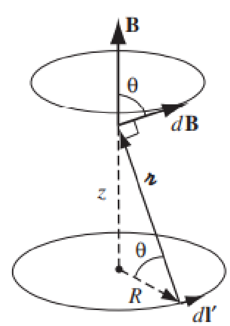


Figure 7.1: Figura de Representación para el problema de una espira.

Con esto entonces puede notar que los componentes de dI' y de dB se cancelan en todos los ejes excepto en el vertical en donde se suman. Por lo tanto:

$$
\begin{aligned}
B &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\vec{ds}\times\hat{r}}{r^2}\\
B &\propto \int dB_y = \int dB\cos\theta\\
B &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\vec{ds}\sin(90^\circ)}{r^2}\cos\theta\\
B &= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{\vec{ds}}{r^2}\cos\theta\\
\cos\theta &= \frac{R}{\sqrt{z^2+R^2}}\\
r &= \sqrt{z^2+R^2}\\
B &= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{\vec{ds}}{(z^2+R^2)}\frac{R}{\sqrt{z^2+R^2}}\\
B &= \frac{\mu_0 IR}{4\pi\left[z^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}\int \vec{ds}\\
B &= \frac{\mu_0 IR}{4\pi\left[z^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}(2\pi R)\\
B &= \frac{\mu_0 IR^2}{2\left[z^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}
\end{aligned}
$$

Ahora bien dado que tenemos dos espiras por superposición podemos poner:

1. $$z = \frac{d}{2} + z$$

$$
\begin{aligned}
B_+ &= \frac{\mu_0 IR^2}{2\left[z^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}\\
B_+ &= \frac{\mu_0 IR^2}{2\left[\left(\frac{d}{2}+z\right)^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}
\end{aligned}
$$

2. $$z = \frac{d}{2} - z$$

$$
\begin{aligned}
B_- &= \frac{\mu_0 IR^2}{2\left[z^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}\\
B_- &= \frac{\mu_0 IR^2}{2\left[\left(\frac{d}{2}-z\right)^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}
\end{aligned}
$$

Con lo cual el resultado total es:

$$
\begin{aligned}
B &= B_+ + B_- \\
&= \frac{\mu_0 I R^2}{2\left[\left(\frac{d}{2}+z\right)^2 + R^2\right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{\mu_0 I R^2}{2\left[\left(\frac{d}{2}-z\right)^2 + R^2\right]^{\frac{3}{2}}} \\
&= \frac{\mu_0 I R^2}{2}\left[\frac{1}{\left[\left(\frac{d}{2}+z\right)^2 + R^2\right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left[\left(\frac{d}{2}-z\right)^2 + R^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right]
\end{aligned}
$$

7.2

Podemos simplemente poner este resultado con python como:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

mu0 = 4 * np.pi * 1e-7

I = 1.0
R = 1.0
d = R


def Bz(z, I, R):
    term1 = mu0 * I * R**2 / (2.0 * (R**2 + (z - d/2.0)**2)**(3.0/2.0))
    term2 = mu0 * I * R**2 / (2.0 * (R**2 + (z + d/2.0)**2)**(3.0/2.0))
    return term1 + term2


z_vals = np.linspace(-2*R, 2*R, 300)

B_vals = [Bz(z, I, R) for z in z_vals]

plt.figure(figsize=(8, 5))
plt.plot(z_vals, B_vals)
plt.xlabel('z [m]')
plt.ylabel('B [T]')
plt.title('Campo magnetico a lo largo del eje de dos bobinas de Helmholtz (d = R)')
plt.grid(True)
plt.savefig("../img/punto_12_b.png")
```

Con lo cual recibimos la siguiente grafica:

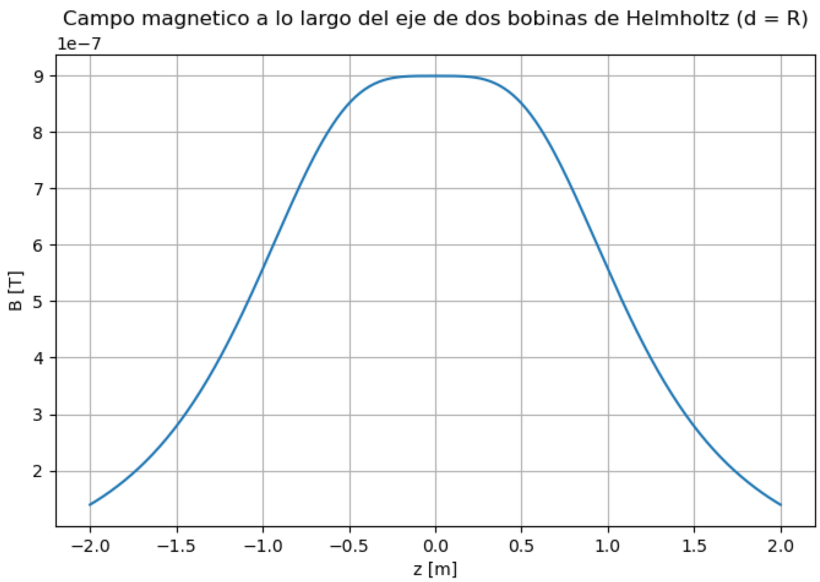


Figure 7.2: Campo magnetico a lo largo del eje de dos bobinas de Helmholtz (d = R)

7.3

Este punto lo podemos mirar basicamente como si esta corriente no varie mucho. Para hacer esto en esencia lo que nos interesa es encontrar que $\frac{d^2B}{dz^2}(0) = \frac{dB}{dz}(0) = 0$ para algun d. Por simetria ya sabemos que $\frac{dB}{dz}(0) = 0$. Por lo tanto solo nos queda encontrar una d en la que se cumpla lo primero.

Para esto vamos a ponerlo en Sympy:

```
import sympy as sp

z, R, d, I, mu0 = sp.symbols('z R d I mu0', real=True, positive=True)

B = (mu0*I*R**2/sp.Integer(2)) * (
    1 / ((R**2 + (z - d/sp.Integer(2))**2)**(sp.Rational(3, 2))) +
    1 / ((R**2 + (z + d/sp.Integer(2))**2)**(sp.Rational(3, 2)))
)

dBdz = sp.diff(B, z)

d2Bdz2 = sp.diff(dBdz, z)

print("B(z) =")
sp.print_latex(sp.simplify(B))
print("\n")
print("dB/dz =")
sp.print_latex(sp.simplify(dBdz))
print("\n")
print("d^2B/dz^2 =")
sp.print_latex(sp.simplify(d2Bdz2))
print("\n")

eq = sp.Eq(d2Bdz2.subs(z, 0), 0)

print("d^2B/dz^2(0) =")
```

```
sp.print_latex(sp.simplify(eq))
print("\n")

solution_for_d = sp.solve(eq, d, dict=True)
print("Solucion para d de modo que d^2B/dz^2(0) = 0:")
sp.print_latex(solution_for_d)
print("\n")
```

Con esto entonces podemos saber que para B tenemos:

$$\frac{dB}{dz} = -\frac{24IR^2\mu_0\left(\left(4R^2+(d-2z)^2\right)^{\frac{5}{2}}(d+2z)-\left(4R^2+(d+2z)^2\right)^{\frac{5}{2}}(d-2z)\right)}{\left(4R^2+(d-2z)^2\right)^{\frac{5}{2}}\left(4R^2+(d+2z)^2\right)^{\frac{5}{2}}}$$

$$\frac{d^2B}{dz^2} = -\frac{48IR^2\mu_0}{\left(4R^2+(d+2z)^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{240IR^2\mu_0(d+2z)^2}{\left(4R^2+(d+2z)^2\right)^{\frac{7}{2}}}-\frac{48IR^2\mu_0}{\left(4R^2+(d-2z)^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{240IR^2\mu_0(d-2z)^2}{\left(4R^2+(d-2z)^2\right)^{\frac{7}{2}}}$$

Ahora para solucionar podemos simplemente reemplazar $z = 0$ que nos queda como:

$$\frac{d^2B}{dz^2}(0) = \frac{384IR^2\mu_0\left(-R^2+d^2\right)}{(4R^2+d^2)^{\frac{7}{2}}}$$

Y por ultimo bucamos un valor de d para el cual

$$\frac{d^2B}{dz^2}(0) = 0$$

Y nos da como resultado:

$$[\{d : R\}]$$

Y con esto queda solucionado. Ahora veamos esta, esta bobina de Helmholtz se hace mucho mas estable cuando $d = R$ cosa que explica el por que trabajamos con ello en el punto anterior.

7.4

Este punto es esencialmente equivalente al A por lo tanto no volveremos a mirar como solucionar el campo para una espira y simplemente partiremos de antes:

$$\begin{aligned}
B &= B_+ + B_- \\
&= \frac{\mu_0 IR^2}{2\left[\left(\frac{d}{2}+z\right)^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}+\frac{\mu_0 - IR^2}{2\left[\left(\frac{d}{2}-z\right)^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}} \\
&= \frac{\mu_0 IR^2}{2}\left[\frac{1}{\left[\left(\frac{d}{2}+z\right)^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}-\frac{1}{\left[\left(\frac{d}{2}-z\right)^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right]
\end{aligned}$$

En esencia es evidente lo que estoy poniendo pues es simplemente decir que cuando las corrientes son inversas no se contribuyen si no que se restan.

7.5

Para graficar esto vamos a reutilizar el codigo de antes simplemente cambiando un signo:

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

mu0 = 4 * np.pi * 1e-7

I = 1.0
R = 1.0
d = R


def Bz(z, I, R):
    term1 = mu0 * I * R**2 / (2.0 * (R**2 + (z - d/2.0)**2)**(3.0/2.0))
    term2 = mu0 * I * R**2 / (2.0 * (R**2 + (z + d/2.0)**2)**(3.0/2.0))
    return term1 - term2  # ESTE TERMINO CAMBIO


z_vals = np.linspace(-2*R, 2*R, 300)

B_vals = [Bz(z, I, R) for z in z_vals]

plt.figure(figsize=(8, 5))
plt.plot(z_vals, B_vals)
plt.xlabel('z [m]')
plt.ylabel('B [T]')
plt.title('Campo magnetico a lo largo del eje de Anti-Helmholtz (d = R)')
plt.grid(True)
plt.savefig("../img/punto_12_e.png")
```

Con lo que nos queda el siguiente resultado:

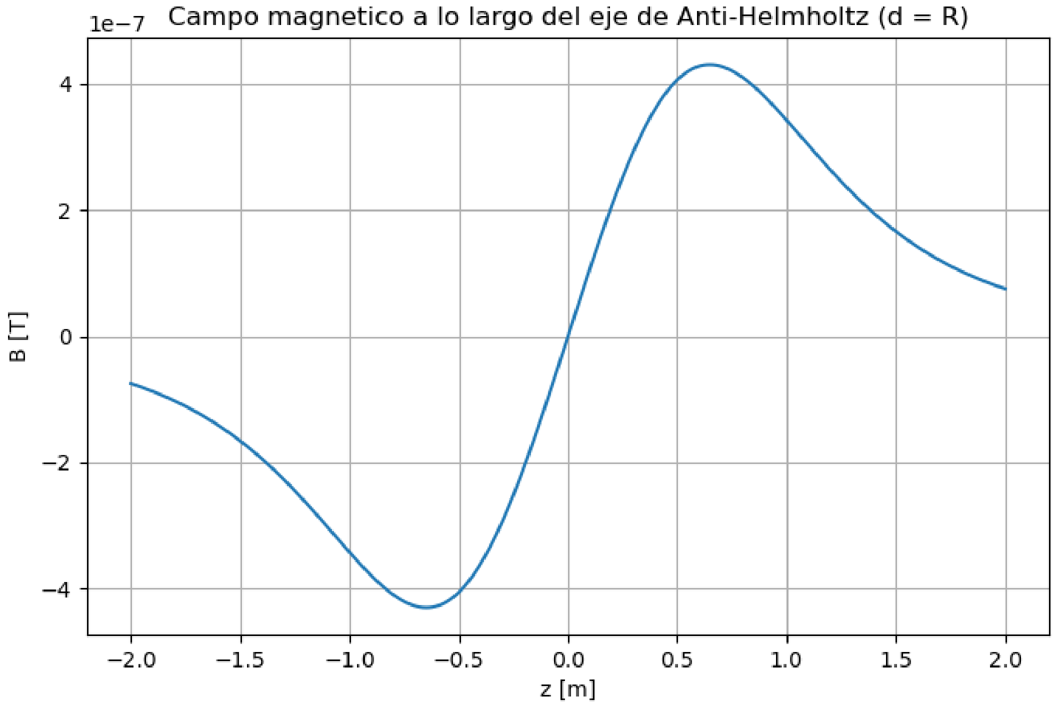


Figure 7.3: Campo magnetico a lo largo del eje de Anti-Helmholtz (d = R)

7.6

Ahora vamos a buscar que en el centro $B = -B_T$ que recordemos es aproximadamente $B_T = 50\mu T$. Lo primero es notar que este va a ser una bobina de Helmholtz y no una antibobina pues nos interesa que en el centro sea el mayor valor y no 0. Por lo tanto tomaremos los ejemplos anteriores.

Lo que haremos en esencia sera coger el termino anterior y reemplazarle $z = 0$ y $d = R$. Esto nos dara el resultado para $B(0)$ de una bobina de Helmholtz que queda como:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2}\left[\frac{1}{\left[\left(\frac{d}{2}+z\right)^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}+\frac{1}{\left[\left(\frac{d}{2}-z\right)^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2}\left[\frac{1}{\left[\left(\frac{R}{2}+0\right)^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}+\frac{1}{\left[\left(\frac{R}{2}-0\right)^2+R^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$B(0) = \frac{8\sqrt{5}I\mu_0}{25R}$$

Ahora con esto lo que nos interesa es ver cuando $B(0) = B_{tierra}$ lo cual nos permitiria despejar para la corriente y simplemente con eso ya tendriamos dado R cual deberia ser la corriente que pase para que en el centro el campo terrestre se anule:

$$B(0) = \frac{8\sqrt{5}I\mu_0}{25R} = B_{tierra}$$

$$B(0) = \frac{5\sqrt{5}B_{tierra}R}{8\mu_0}$$

Ahora ya apartir de esto podemos hacerlo tan arbitrario como querramos.

Para mostrar esto tambien lo hice con sympy y obtuve los mismos resultados:

```python
import sympy as sp

z, R, d, I, mu0, B_tierra = sp.symbols(
    'z R d I mu0 B_tierra', real=True, positive=True)

B = (mu0*I*R**2/sp.Integer(2)) * (
    1 / ((R**2 + (z - d/sp.Integer(2))**2)**(sp.Rational(3, 2))) +
    1 / ((R**2 + (z + d/sp.Integer(2))**2)**(sp.Rational(3, 2)))
)

B_center = B.subs({z: 0, d: R})
B_center_simp = sp.simplify(B_center)
print("B(0) =")
sp.print_latex(B_center_simp)

eq = sp.Eq(B_center_simp, B_tierra)
sp.print_latex(eq)

I_sol = sp.simplify(sp.solve(eq, I)[0])
print("I = ")
sp.print_latex(I_sol)
```