Punto 2.4

N	a	a-EE	a+EE	EE
2	0,987654321	0,2892772532	0,2892772532	0,7071067812
3	0,987654321	0,4938271605	0,4938271605	0,5
5	0,987654321	0,6384657871	0,6384657871	0,3535533906
10	0,987654321	0,7548619651	0,7548619651	0,2357022604
20	0,987654321	0,8274356335	0,8274356335	0,1622214211
30	0,987654321	0,8579689552	0,8579689552	0,1313064329
50	0,987654321	0,8878861685	0,8878861685	0,1010152545
80	0,987654321	0,9090807621	0,9090807621	0,07955572842
100	0,987654321	0,9174647848	0,9174647848	0,07106690545
1000	0,987654321	0,9655586484	0,9655586484	0,02237186851
3000	0,987654321	0,9749016329	0,9749016329	0,01291209668
5000	0,987654321	0,97777679	0,97777679	0,01000100015
10000	0,987654321	0,9806702011	0,9806702011	0,007071421392
50000	0,987654321	0,9845310526	0,9845310526	0,003162309283
70000	0,987654321	0,9850146849	0,9850146849	0,002672631509

N	a	a-EE	a+EE	EE
2	0,123456789	0,03615965631	0,03615965631	0,7071067812
3	0,123456789	0,0617283945	0,0617283945	0,5
5	0,123456789	0,07980822266	0,07980822266	0,3535533906
10	0,123456789	0,09435774477	0,09435774477	0,2357022604
20	0,123456789	0,1034294532	0,1034294532	0,1622214211
30	0,123456789	0,1072461184	0,1072461184	0,1313064329
50	0,123456789	0,11098577	0,11098577	0,1010152545
80	0,123456789	0,1136350942	0,1136350942	0,07955572842
100	0,123456789	0,114683097	0,114683097	0,07106690545
1000	0,123456789	0,12069483	0,12069483	0,02237186851
3000	0,123456789	0,121862703	0,121862703	0,01291209668
5000	0,123456789	0,1222220976	0,1222220976	0,01000100015
10000	0,123456789	0,122583774	0,122583774	0,00707142139
50000	0,123456789	0,1230663805	0,1230663805	0,00316230928
70000	0,123456789	0,1231268345	0,1231268345	0,00267263150

Para el primer caso se requiere un N del orden de 10000 para tener la segunda cifra significativa. Para el segundo caso se requiere un N del orden de 50000 para obtener las tres cifras significativas.

Punto 3.2

(i) $\int_{-\infty}^{\infty} P_U\,(x, \bar{x}, a)dx = \int_{\bar{x}-\frac{a}{2}}^{\bar{x}+\frac{a}{2}} \frac{1}{a} dx = \frac{1}{a}\left(\bar{x} + \frac{a}{2} - \bar{x} + \frac{a}{2}\right) = 1$

(ii) $\mu = \frac{1}{a}\int_{\bar{x}-a/2}^{\bar{x}+a/2} x dx = \frac{1}{2a}\left(\left(\bar{x} + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(\bar{x} - \frac{a}{2}\right)^2\right) = \frac{1}{2a}\left(\bar{x}^2 + \bar{x}a + \frac{a^2}{4} - \bar{x}^2 + \bar{x}a - \frac{a^2}{4}\right) = \frac{1}{2a}(2\bar{x}a) = \bar{x}$

(iii) $\sigma^2 = (\overline{x^2} - \bar{x}^2)$

Pero sabemos que $(\overline{x^2} - \bar{x}^2) = \overline{x^2} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2 = \overline{x^2} - \overline{2x\bar{x}} + \bar{x}^2 = \overline{(x-\bar{x})^2}$

Luego, usando un cambio de variable $u = x - \bar{x}$ y hallamos el valor esperado de σ^2

$$\sigma^2 = \frac{1}{a}\int_{-a/2}^{a/2} u^2 du = \frac{1}{3a}\left(\left(\frac{a}{2}\right)^3 - -\left(\frac{a}{2}\right)^3\right) = \frac{1}{3a}\frac{2a^3}{8} = \frac{a^2}{12}$$

Por lo tanto $\sigma = \sqrt{\frac{a^2}{12}}$

Punto 3.7

N	Occurrence	NxO	
1	1	1	0,00534358699
2	2	4	0,01925533934
3	3	9	0,04625707957
5	6	30	0,1201281506
6	9	54	0,144291859
7	11	77	0,148556643
8	8	64	0,1338290448
9	8	72	0,1071657868
10	6	60	0,07723327396
11	2	22	0,05060111052
12	1	12	0,03038974741
13	1	13	0,0168473666
TOTAL			
	58	418	
Mean count			
7,206896552			
Probabilidad para el número esperado de occurrencuas de 5 cuentas o menos:			
0,1909841565			
Número de ocurrencias esperadas para 5 cuentas o menos:			
11,07708108			
Probabilidad para el número esperado de occurrencuas de 19 cuentas o menos:			
0,8998989886			
Probabilidad para el número esperado de occurrencuas de 20 cuentas o más:			
0,1001010114			
Número de ocurrencias esperadas para 20 cuentas o más:			
5,805858659			

Punto 4.2

$$A = 12.3 \pm 0.4$$

$$B = 5.6 \pm 0.8$$

$$C = 89.0 \pm 0.2$$

En general se tiene que

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial A}\sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial B}\sigma_B\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial C}\sigma_C\right)^2}$$

Luego, para la suma y la resta

$$\sigma = \sqrt{(1 * 0.4)^2 + (1 * 0.8)^2} = 0.89$$

Para la división entre la resta y la suma

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{[(17.9) - (6.7)]}{(17.9)^2} * 0.4\right)^2 + \left(\frac{[-(17.9) - (6.7)]}{(17.9)^2} * 0.8\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4.48}{320.41}\right)^2 + \left(\frac{19.68}{320.41}\right)^2}$$
$$= 0.0629$$

Para la división entre la multiplicación y C

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{B}{C} * 0.4\right)^2 + \left(\frac{A}{C} * 0.8\right)^2 + \left(\frac{AB}{C^2} * 0.2\right)^2} = 0.1134$$

Para el arcsin

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{1}{C\sqrt{1-(B/C)^2}} * 0.8\right)^2 + \left(\frac{1}{C^2\sqrt{1-(B/C)^2}} * 0.2\right)^2} = 0.00901$$

Para la multiplicación con potencias

$$\sigma = \sqrt{(B^2C^3 * 0.4)^2 + (2ABC^3 * 0.8)^2 + (3AB^2C^2 * 0.2)^2} = 0.7822 * 10^8$$

Para el logaritmo natural

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{BC}{ABC} * 0.4\right)^2 + \left(\frac{AC}{ABC} * 0.8\right)^2 + \left(\frac{AB}{ABC} * 0.2\right)^2} = 0.147$$

Para el exponencial

$$\sigma = \sqrt{(BC\exp(ABC) * 0.4)^2 + (AC\exp(ABC) * 0.8)^2 + (AB\exp(ABC) * 0.2)^2}$$

Dado que los productos y las exponenciales en este caso son muy grandes, se usa el ln(Z) para poder obtener una expresión, de este modo

$$\sigma = \sqrt{(BC * 0.4)^2 + (AC * 0.8)^2 + (AB * 0.2)^2} = 898.27$$

Para el numeral ix

$$\sigma = \sqrt{(1 * 0.4)^2 + \left(\frac{sec^2(B/C)}{C} * 0.8\right)^2 + \left(\frac{-Bsec^2(B/C)}{C^2} * 0.2\right)^2} = 0.4001$$

Para el último numeral ocurre algo similar al caso del exponencial, de modo que usamos un logaritmo en base 10 usando que

$$log_{10}Z = \frac{lnZ}{ln10}$$

De tal modo que

$$log_{10}\sigma = \frac{ln898.27}{ln10} = 390.11$$

(i) $Z = A + B = 17.9 \pm 0.9$

(ii) $Z = A - B = 6.7 \pm 0.9$

(iii) $Z = \frac{A-B}{A+B} = 0.37 \ \pm 0.06$

(iv) $Z = \frac{AB}{C} = 0.77 \ \pm 0.11$

(v) $Z = arcsin\left(\frac{B}{C}\right) = 0.063 \pm 0.009$

(vi) $Z = AB^2C^3 = (2.7 \pm 0.8) \times 10^8$

(vii) $Z = \ln(ABC) = 8.7 \pm 0.1$

(viii) $Z = \exp(ABC) => \ln(Z) = ABC = 6130.32 \pm 898.27$

(ix) $Z = A + \tan\left(\frac{B}{C}\right) = 12.4 \pm 0.4$

(x) $Z = 10^{ABC} => log_{10}Z = ABC = 6130.32 \pm 390.11$

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

Punto 6.2

```
Hz = np.array([10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110])
mV = np.array([16,45,64,75,70,115,142,167,183,160,221])
E = np.array([5,5,5,5,30,5,5,5,5,30,5])
N = len(Hz)
ws = 1/(E**2)

S_wx2 = np.sum(ws*Hz**2)
S_wx = np.sum(ws*Hz)
S_wy = np.sum(ws*mV)
S_wxy = np.sum(ws*Hz*mV)
S_w = np.sum(ws)

delta = S_w*S_wx2 - (S_wx**2)
m = (S_w*S_wxy - S_wx*S_wy)/delta
c = (S_wx2*S_wy - S_wx*S_wxy)/delta
a_c = np.sqrt(S_wx2/delta)
a_m = np.sqrt(S_w/delta)
print(m,c,a_m,a_c)
```

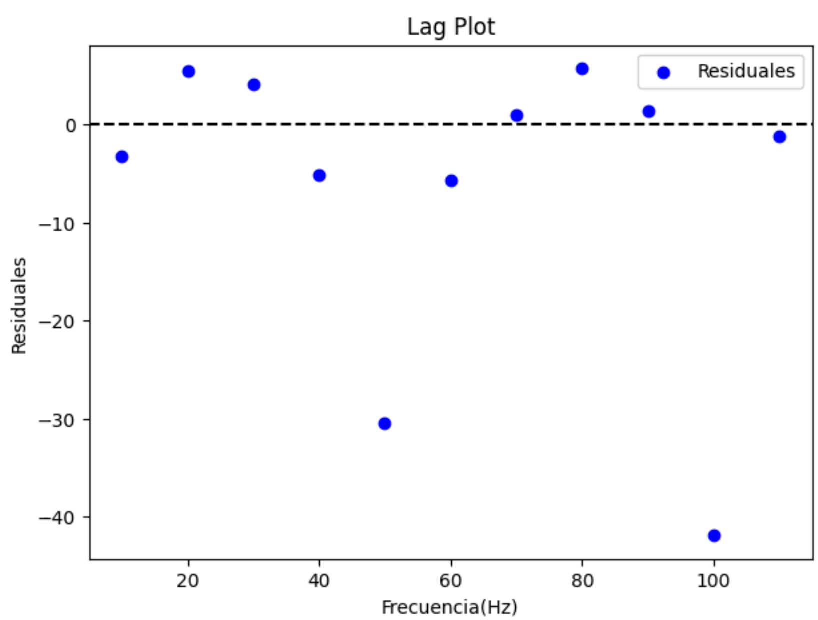
```
2.0284648216102745 -0.9474964662767381 0.05197830827721802 3.386858673521736
```

El ajuste resultante sería $$ F = (2.03x\pm 0.05) -(1\pm 3)$$

Comparando el resultado con los valores de la tabla 6.1 b, podemos observar que coinciden.

```
F_fit = m * Hz + c
res = mV - F_fit

plt.figure(figsize=(7,5))
plt.axhline(0, color='black', linestyle='--')
plt.scatter(Hz, res, color='blue', label="Residuales")
plt.xlabel("Frecuencia(Hz)")
plt.ylabel("Residuales")
plt.title("Lag Plot")
plt.legend()
plt.grid(False)
plt.show()
```




```
D_num = np.sum((res[1:] - res[:-1])**2)
D_den = np.sum(res**2)
```

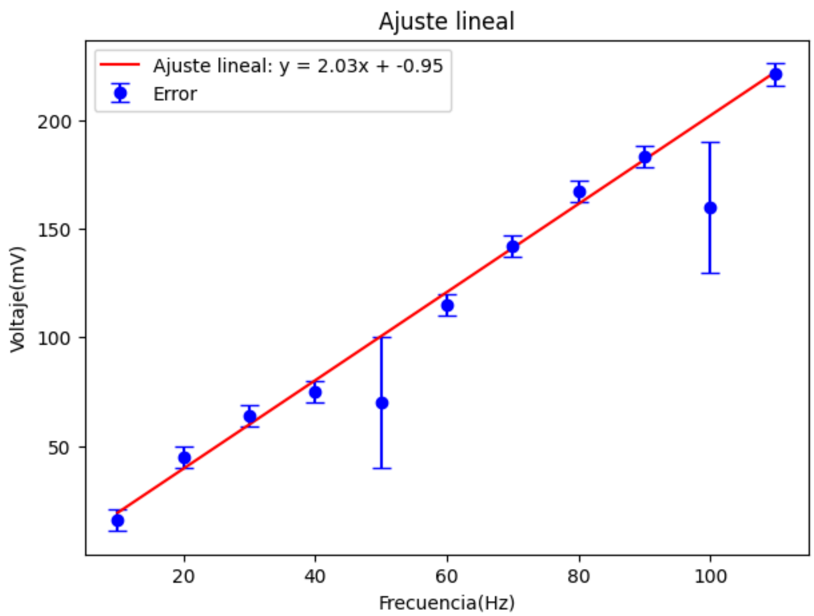
```
D = (D_num/D_den)
print(D)
```

```
1.772945759877919
```

Punto 6.3

```
Hz_fit = np.linspace(min(Hz), max(Hz), 200)
mV_fit = m * Hz_fit + c

plt.figure(figsize=(7,5))
plt.errorbar(Hz, mV, yerr=E, fmt='o', capsize=5, label="Error", color="blue")
plt.plot(Hz_fit, mV_fit, 'r-', label=f"Ajuste lineal: y = {m:.2f}x + {c:.2f}")
plt.xlabel("Frecuencia(Hz)")
plt.ylabel("Voltaje(mV)")
plt.title("Ajuste lineal")
plt.legend()
plt.grid(False)
plt.show()
```




```
res_norm = (mV - F_fit)/E

plt.figure(figsize=(7,5))
plt.axhline(0, color='black', linestyle='--')
plt.scatter(Hz, res_norm, color='red')
plt.xlabel("Frecuencia(Hz)")
plt.ylabel("Residuales normalizados")
plt.title("Gráfico de residuales normalizados")
plt.legend()
plt.grid(False)
plt.show()
```

```
/tmp/ipython-input-2149316552.py:9: UserWarning: No artists with labels found to put in legend.  Note that artists whose label start wit
  plt.legend()
```