Moderna - Complementaria **Name:** *David Pachon Ballen*
Clase 4 *Sergio Montoya Ramírez*
17/02/2023

---

1. **Punto 1** : Cual es la distancia que viaja el pión antes de desintegrarse, si su tiempo de vida medio es $\tau = 8,4 \times 10^{-17} s$? Asuma que los protones están inicialmente en reposo.

   Para resolver esto tenemos que primero encontrar la velocidad, lo cual haremos aprovechandonos de los siguientes conocimientos.

   $$E_{p^+} = E_{e^+} + E_\pi \qquad \text{(La energía se conserva)} \tag{1}$$
   $$P_{e^+} = P_\pi \qquad \text{(El momentum se conserva)} \tag{2}$$
   $$\gamma_\pi = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_\pi^2}{c^2}}} \qquad \text{(Definición de } \gamma_\pi\text{)} \tag{3}$$
   $$d = \gamma v t' \qquad \text{Distancia recorrida} \tag{4}$$

   Con esto en mente vamos a darle tratamiento a cada una de las ecuaciónes arriba siguiendo estos pasos:

   (a) Primero: acomodamos 1 para que nos resulte mas comodo.

   $$\begin{aligned} & E_{p^+} = E_{e^+} + E_\pi \\ & \Rightarrow m_{p^+}\cancel{c^2} = \gamma_{e^+} m_{e^+}\cancel{c^2} + \gamma_\pi m_\pi \cancel{c^2} \\ & \Rightarrow m_{p^+} - \gamma_\pi m_\pi = \gamma_{e^+} m_{e^+} \\ & \Rightarrow (m_{p^+} - \gamma_\pi m_\pi)^2 = \gamma_{e^+}^2 m_{e^+}^2 \\ & \Rightarrow m_{p^+}^2 - 2m_{p^+}\gamma_\pi m_\pi + \gamma_{pi}^2 m_\pi^2 = \gamma_{e^+}^2 m_{e^+}^2 \end{aligned}$$

   (b) Segundo: Conseguimos una expresión de $\gamma_{e^+}^2$ con 2 de la siguiente manera:

   $$\begin{aligned} & P_{e^+} = P_\pi \\ & \Rightarrow \gamma_{e^+}\beta_{e^+} m_{e^+}\cancel{c} = \gamma_\pi \beta_\pi m_\pi \cancel{c} \\ & \Rightarrow \gamma_{e^+}^2 \beta_{e^+}^2 m_{e^+}^2 = \gamma_\pi^2 \beta_\pi^2 m_\pi^2 \\ & \gamma^2\beta^2 = \gamma^2 - 1 \\ & \Rightarrow (\gamma_{e^+}^2 - 1) m_{e^+}^2 = (\gamma_\pi^2 - 1) m_\pi^2 \\ & \Rightarrow \gamma_{e^+}^2 = \frac{(\gamma_\pi^2 - 1) m_\pi^2}{m_{e^+}^2} + 1 \end{aligned}$$

   (c) Tercero: Para la ecuación que encontramos en el primer paso, reemplazamos con el

$\gamma_{e^+}^2$ que encontramos en el segundo paso.

$$
\begin{aligned}
&m_{p^+}^2 - 2\gamma_\pi m_\pi m_{p^+} + \gamma_\pi^2 m_\pi^2 = \left(\frac{(\gamma_\pi^2 - 1)m_\pi^2}{m_{e^+}^2} + 1\right) m_{e^+}^2 \\
&m_{p^+}^2 - 2\gamma_\pi m_\pi m_{p^+} + \gamma_\pi^2 m_\pi^2 = \frac{(\gamma_\pi^2 m_\pi^2 - m_\pi^2)\cancel{m_{e^+}^2}}{\cancel{m_{e^+}^2}} + m_{e^+}^2 \\
&m_{p^+}^2 - 2\gamma_\pi m_\pi m_{p^+} + \cancel{\gamma_\pi^2 m_\pi^2} = \cancel{\gamma_\pi^2 m_\pi^2} - m_\pi^2 + m_{e^+}^2 \\
&-2\gamma_\pi m_\pi m_{p^+} = -m_{p^+}^2 - m_\pi^2 + m_{e^+}^2 \\
&2\gamma_\pi m_\pi m_{p^+} = m_{p^+}^2 + m_\pi^2 - m_{e^+}^2 \\
&\gamma_\pi = \frac{m_{p^+}^2 + m_\pi^2 - m_{e^+}^2}{2m_\pi m_{p^+}}
\end{aligned}
$$

Podemos ademas encontrar el valor numerico de esto con la expresión hallada:

$$
\gamma_\pi = \frac{m_{p^+}^2 + m_\pi^2 - m_{e^+}^2}{2m_\pi m_{e^+}} = \frac{923^2 + 134.98^2 - 0,511^2}{2 \cdot 134.98 \cdot 938} = 3.43
$$

(d) Teniendo ya el γ_π nos podemos aprovechar de 3 para encontrar la velocidad

$$
\begin{aligned}
&\gamma_\pi = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\
&\gamma_\pi^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\
&\frac{1}{3.43^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \\
&1 - \frac{1}{3.43^2} = \frac{v^2}{c^2} \\
&0,70c^2 = v^2 \\
&0,836c = v
\end{aligned}
$$

(e) Por ultimo, solamente hace falta utilizar 4 para calcular la distancia

$$
\begin{aligned}
&d = \gamma_\pi v_\pi t_\pi \\
&d = 3.43 \cdot 0,836c \cdot 8,4 \times 10^{-17} s \\
&d = 2,408 \times^{-1-166}
\end{aligned}
$$

2. Para comenzar vamos a aprovechar la Ayuda dada y plantearemos las ecuaciones que conocemos, estas son.

$$
\begin{aligned}
&E = 4m_p c^2 \\
&E_t = E + m_p c^2
\end{aligned}
$$

Ahora, por las condiciones dadas sabemos que para que esto sea minimo se cumple la siguiente inecuación

$$
\begin{aligned}
&16m_p^2c^4 < E_t^2 - P_T^2c^2 \\
&E_t = E + m_pc^2 \\
&P_t = P \\
&16m_p^2c^4 < (E + m_pc^2)^2 - p^2c^2 \\
&16m_p^2c^4 < E^2 + 2Em_pc^2 + m_p^2c^4 - p^2c^2 \\
&16m_p^2c^4 < m_p^2c^4 + 2Em_pc^2 + m_p^2c^4 \\
&16m_p^2c^4 < 2m_p^2c^4 + 2Em_pc^2 \\
&14m_p^2c^4 < 2Em_pc^2 \\
&\frac{14m_p^2c^4}{2m_pc^2} < E \\
&7m_pc^2 < E
\end{aligned}
$$