Ondas y Fluidos - Complementaria **Name:** *Monica Cano*
Taller 1 - Punto 2.2 *Yeferson Camacho*
01/02/2023 *Sergio Montoya*

2.2

Consideremos un vector z definido por la ecuación $z = \frac{z_1}{z_2}$ con $z_2 \neq 0$, siendo $z_1 = a + ib$ y $z_2 = c + jd$

1. Demuestre que la longitud de z es el cociente de las longitudes de z_1 y z_2

$$
\begin{aligned}
z &= \frac{a+ib}{c+id} = \frac{a+ib}{c+id} \cdot \frac{c-id}{c-id} = \frac{ac+ibc-iad+bd}{c^2+d^2} \\
z &= \frac{ac+bd+i(bc-ad)}{c^2+d^2} \\
|z| &= \sqrt{\left(\frac{ac+bd}{c^2+d^2}\right)^2 + \left(\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\right)} \\
|z| &= \sqrt{\frac{(ac)^2+2abcd+(bd)^2+(bc)^2-2abcd+(ad)^2}{(c^2+d^2)^2}} \\
|z| &= \sqrt{\frac{a^2(c^2+d^2)+b^2(c^2+d^2)}{(c^2+d^2)^2}} \\
|z| &= \sqrt{\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{(c^2+d^2)^2}} \\
|z| &= \sqrt{\frac{(a^2+b^2)}{c^2+d^2}}
\end{aligned}
$$

2. Demostrar que el ángulo comprendido entre los ejes z y x es la diferencia de los ángulos que forman separadamente z_1 y z_2 Anteriormente se obtuvo que

$$z = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + i\frac{bc-ad}{c^2+d^2}$$

Poe lo tanto, si θ es el ángulo entre z y x

$$\tan(\theta) = \frac{\frac{bc-ad}{c^2+d^2}}{\frac{ac+bd}{c^2+d^2}} = \frac{bc-ad}{ac+bd}$$

Sea θ_1 el ángulo entre z_1 y x y θ_2 el ángulo entre z_2 y x

$$\tan(\theta_1) = \frac{b}{a}; \tan(\theta_2) = \frac{d}{c}$$

Por trigonometría:

$$
\begin{aligned}
\tan(\theta_1 + \theta_2) &= \frac{\tan(\theta_1) - \tan(\theta_2)}{1 + \tan(\theta_1)\tan(\theta_2)} \\
&= \frac{\frac{b}{a} - \frac{d}{c}}{1 + \frac{bd}{ac}} \\
&= \frac{bc - ad}{ac + bd} \\
\tan(\theta) &= \tan(\theta_1 + \theta_2) \Rightarrow \theta = \theta_1 - \theta_2
\end{aligned}
$$

3. Analisis Dimencional: Aun no hay realidades físicas que den dimenciones a lo aqui expuesto por tanto este paso no puede ser realizado.

4. Interpretación: Dado que aun no contamos con una realidad física lo aqui expuesto son identidades que nos serviran posteriormente para realizar física.

5. Conclusión: Los números complejos son un grupo con propiedades internas interesantes que nos sirven como herramienta para modelar el mundo.