

# Relación carga masa del electrón

Jose Mejía\* and Luisa Lopez\*\*  
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.  
(Dated: 31 de octubre de 2025)

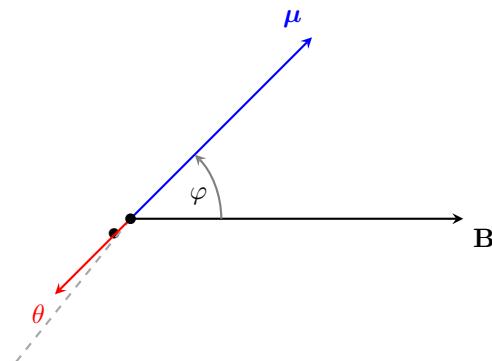
En este se describen brevemente los objetivos y los resultados del trabajo, por lo tanto se debe dar información completa pero corta del contenido del trabajo. Se debe indicar qué fue lo que se hizo, cómo se hizo y cuáles fueron los resultados obtenidos de forma EXPLÍCITA. Por ejemplo: se obtuvo un valor para la constante de Planck de  $h = (5,9 \pm 0,5) \times 10^{-34} \text{ J s}$ <sup>a</sup>. A lo largo de todo el informe por favor utilizar el diccionario de overleaf. Tener ideas claras y concisas de lo que se hizo y de los resultados obtenidos. Que genere interés en leer el resto del artículo. El informe, que está en formato de artículo científico debe ser auto-contenido. Un lector que no haya ido al laboratorio, o que no sepa del experimento debe ser capaz de leerlo y entender todo lo que allí se plantea.

## I. PUNTO 5

para encontrar una condición de equilibrio partimos desde la eq 7 de la guia y la igualamos a 0 para que entonces nos de

$$\begin{aligned} -k\theta + \mu B \sin(\phi) &= 0 \\ k\theta &= \mu B \sin(\phi) \\ \sin(\phi) &= \frac{k\theta}{\mu B} \\ \phi &= \sin^{-1}\left(\frac{k\theta}{\mu B}\right) \end{aligned}$$

con lo cual:



## II. EJERCICIO 6

Partiendo desde la ecuación de movimiento (que es diferencial) y haciendo sustitución con la solución particular propuesta

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} + \kappa\theta = \mu k i_0 \sin(\omega t)$$

con lo cual podemos proponer una solución de:

$$\omega_p(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

Ahora bien, para encontrar  $A$  y  $\phi$ . probablemente lo mejor es hacerlo con código. En este caso, podemos usar sympy para desarrollar esto

```
1 import sympy as sp
2
3 I, b, kappa, mu, k, i0, omega = sp.symbols('I b
   kappa mu k i_0 omega', real=True, positive
   =True)
4 A, phi = sp.symbols('A phi', real=True)
5
6 Z = -I*omega**2 + sp.I*b*omega + kappa
7
8 A_complex = mu * k * i0 / Z
9 A_magnitude = sp.simplify(sp.Abs(A_complex))
10 phi_angle = sp.simplify(sp.arg(A_complex))
11
12 sp.print_latex(f"A = {A_magnitude}")
13 sp.print_latex(f"phi = {phi_angle}")
```

lo que nos permite encontrar:

$$\begin{aligned} A &= \frac{i_0 k \mu}{\sqrt{I^2 \omega^4 - 2 I \kappa \omega^2 + b^2 \omega^2 + \kappa^2}} \\ \phi &= \frac{1}{-I \omega^2 + I b \omega + \kappa} \end{aligned}$$

con lo cual podemos graficar con el siguiente código:

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 omega0 = 1
5 gamma_values = [0.1, 1, 2]
6 Omega = np.linspace(0, 2, 1000)
7
8 plt.figure(figsize=(10, 6))
9 for gamma in gamma_values:
```

\* Correo institucional: n.berrioh@uniandes.edu.co

\*\* Correo institucional: usuario@uniandes.edu.co

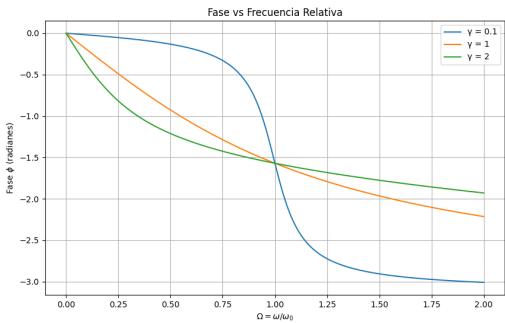
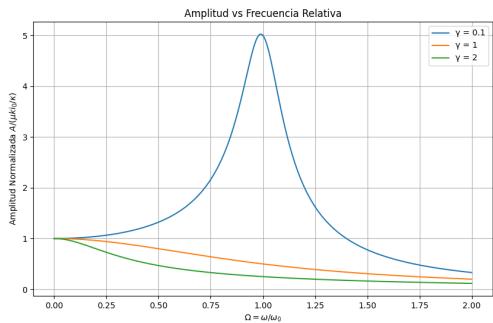
<sup>a</sup> Utilizar esta forma para reportar los datos, note que las unidades están en un cuadro de texto. TODO debe llevar unidades e incertidumbre, siempre.

```

10 A_norm = 1 / np.sqrt((1 - Omega**2)**2 + (2
11     * gamma * Omega)**2)
12 plt.plot(Omega, A_norm, label=r'\gamma = {'
13     + str(gamma) + '}')
14 plt.xlabel('$\Omega = \omega / \omega_0$')
15 plt.ylabel('Amplitud Normalizada $A / (\mu k_i_0 / \kappa)$')
16 plt.title('Amplitud vs Frecuencia Relativa')
17 plt.legend()
18 plt.grid(True)
19 plt.savefig("punto_6_1.png")
20
21 plt.figure(figsize=(10, 6))
22 for gamma in gamma_values:
23     phi = -np.arctan2(2 * gamma * Omega, 1 -
24         Omega**2)
25     plt.plot(Omega, phi, label=r'\gamma = {'
26     + str(gamma) + '}')
27 plt.xlabel('$\Omega = \omega / \omega_0$')
28 plt.ylabel('Fase $\phi$ (radianes)')
29 plt.title('Fase vs Frecuencia Relativa')
30 plt.legend()
31 plt.grid(True)
32 plt.savefig("punto_6_2.png")

```

y con eso obtenemos



### III. EJERCICIO 7

El fenómeno de batido en un oscilador torcional se puede explicar justamente por la suma de efectos de cada una de las soluciones (Homogénea y particular).

En este caso recuerde que dadas las condiciones previamente puestas (es decir, ya encontramos las soluciones particulares y homogéneas en el punto anterior).

$$\theta(t) = Ae^{-\gamma\omega_0 t} \cos(\omega_d t + \phi) + \Theta \sin(\omega t - \phi)$$

Note que en el caso donde las frecuencias son similares esto en esencia generaría dos ondas de magnitud similar al principio (pues el tiempo no es lo suficientemente grande como para hacer que el término de la solución homogénea desaparezca) con lo cual estos términos interactúan entre sí. El tiempo en el que esto se ve tome en cuenta que básicamente depende del término

$$e^{-\gamma\omega_0 t}$$

pues este es el que marca como decrece el término homogéneo. Es decir, que hasta un tiempo  $\frac{1}{\gamma\omega_0}$  el término homogéneo toma un valor relevante y luego decrece rápidamente.

Por otro lado, para la frecuencia tenemos:

$$\begin{aligned} \theta(t) &= Ae^{-\gamma\omega_0 t} \cos(\omega_d t + \phi) + \Theta \sin(\omega t - \phi) \\ &= A \cos(\omega_d t) + \Theta \sin\left(\omega t - \phi - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= A \cos(\omega_d t) + \Theta \cos(\omega t - \phi) \\ &= A \cos(\omega_d t) + \Theta \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Dado que lo que nos interesa es la frecuencia en este caso, se puede usar (igualando  $A = \Theta$ )

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

con lo cual podemos entonces encontrar la frecuencia como

$$\theta(t) = A \cos\left(\frac{\omega_d + \omega}{2}t - \frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_d - \omega}{2}t - \frac{\phi}{2}\right)$$

lo que por tanto nos da la frecuencia promedio que en este caso sería

$$\frac{|\omega_d - \omega|}{2}$$

### IV. INTRODUCCIÓN

Se da la información básica para ubicar el problema (marco teórico) resaltando la importancia y los métodos utilizados para resolverlo. Se hace un estado del arte del problema experimental abordado: cuándo se realizó

este experimento por primera vez(en la historia), bajo qué condiciones, cómo han evolucionado los métodos hasta el montaje con el que va a trabajar y qué alternativas hay actualmente para hacer el experimento. Todo el estado del arte debe tener las referencias claras de los artículos CIENTÍFICOS<sup>1</sup> que evidencien una revisión bibliográfica extensa. Se hace énfasis en que esta debe ser básicamente un texto corto que resuma claramente el fenómeno físico y el experimento para estudiarlo. En esta sección se deben explicar las ecuaciones (No hacer pasos intermedios de álgebra en la parte de marco teórico /estado del arte) que se van a utilizar.

En su mayoría, las referencias deben estar en esta sección. Se deben mencionar como: según el autor Lipari [4] en su artículo *Proton and neutrino extragalactic astrophysics* se puede deducir que ... como dice Serway en [5].

También puede haber referencias las cuales se usaron pero no se parafrasearon ni se quiere hacer mención específica de la persona. La segunda referencia de la bibliografía es un ejemplo de este caso.

Esta sección debe tener cohesión. Los temas de los que se hablan deben estar conectados, el hilo conductor a lo largo de todo el artículo es muy importante.

## V. MONTAJE EXPERIMENTAL

Descripción BREVE del método, procedimiento y montaje experimental. Debe contener figuras, diagramas explicativos, esquema de circuitos eléctricos si aplica y las condiciones experimentales para la toma de los datos (por ejemplo entre qué valores se va a variar el voltaje en una medición). Este es el nuevo artículo [3]. Se recomienda tomar foto del montaje experimental y luego editarla para que sean claras las partes y procedimientos. NO hacer una lista con los materiales usados, tampoco colocar pasos triviales del procedimiento como por ejemplo *conectar todo de forma adecuada*.

## VI. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Resultados: tablas, figuras, regresiones, valores experimentales.

Análisis: Texto argumentando y discutiendo los resultados. Análisis de error.

- Tablas de datos: Deben estar numeradas, tituladas y rotuladas (encabezados con variables y unidades coherentes). Adicionalmente deben estar comentadas o referenciadas en el texto. Ver tabla I como ejemplo.

- Gráficas: Todas las gráficas deben estar numeradas, tituladas; ejes claros y de tamaño legible, escalas, variables y unidades coherentes. La mayoría de las gráficas tienen ajustes a diferentes tipos de curvas, de ser así, debe presentar en la gráfica la ecuación del ajuste realizado con las variables correspondientes a la gráfica. Todas las gráficas deben estar comentadas o referenciadas en el texto; es decir, en alguna parte del texto debe haber un *cómo se ven en la figura 3 o los resultados se encuentran en la tabla 2*. No usar, *en la siguiente figura, en la siguiente tabla, en la figura de arriba*. Si tienen varias gráficas y ven que se pueden agrupar en 1 sola, ¡háganlo! No hacer 1 gráfica por cada toma de datos. Ver figura 1.

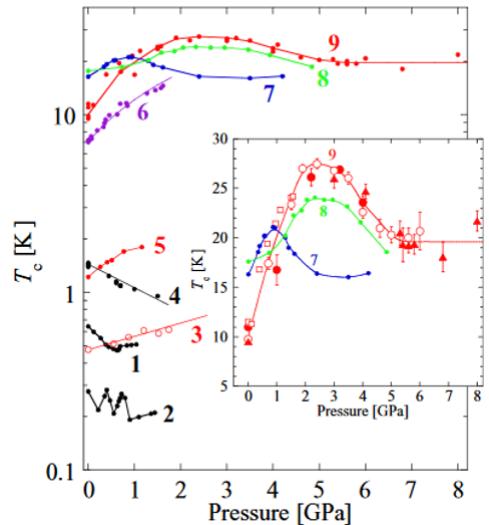


Figura 1. El *caption* de esta figura debe tener una descripción detallada de lo que se está mostrando como resultado. Un *caption* que diga “Gráfica de  $T$  vs  $P$ ” no dice absolutamente nada de cómo fueron obtenidos los datos y los resultados que se pueden concluir a partir de estos. Siempre los datos deben llevar las respectivas barras de error o indicar que el tamaño de estas es muy pequeño para ser visualizadas. Usar colores como los que se ve en la figura para diferenciar fácilmente los datos. Nunca unir los puntos experimentales, las líneas sólidas están reservadas para los ajustes. No usar notación científica de Excel.

- Analizar los resultados expuestos en las tablas y gráficas. Comparar estos resultados con la teoría, objetivos e hipótesis propuestas en la introducción. Se debe reportar si sus resultados y lo que

<sup>1</sup> Puede utilizar notas al pie de página para hacer aclaraciones que considere necesarias en cualquier parte del artículo. Por ejemplo en esta: Se colocó el científico todo en mayúscula para hacer énfasis en que deben ser artículos de revistas científicas y no notas periodísticas o un blog de internet.

Cuadro I. Esta es una tabla amplia que ocupa toda la página con un ancho diseño de dos columnas. Se da formato con el entorno `table*`. También demuestra el uso de `\multicolumn` en filas con entradas que abarcan más de una columna. Las tablas deben ser de resultados obtenidos, no de datos crudos. El *caption* debe tener información detallada suficiente para entender lo que se obtuvo sin tener que entrar a leer todo el documento. La tabla debe estar referenciada dentro del texto. En ocasiones se usan notas al pie adicional al *caption* para resaltar detalles de datos distintos. NO COLOCAR TABLAS COMO FIGURAS. No usar notación científica de EXCEL.

Ion	$D_{4h}^1$		$D_{4h}^5$	
	1st alternative	2nd alternative	1st alternative	2nd alternative
K	$(2e) + (2f)$	$(4i)$	$(2c) + (2d)$	$(4f)$
Mn	$(2g)^a$	$(a) + (b) + (c) + (d)$	$(4e)$	$(2a) + (2b)$
Cl	$(a) + (b) + (c) + (d)$	$(2g)^a$	$(4e)^a$	
He	$(8r)^a$	$(4j)^a$	$(4g)^a$	
Ag		$(4k)^a$		$(4h)^a$

<sup>a</sup> The  $z$  parameter of these positions is  $z \sim \frac{1}{4}$ .

aprendió en la práctica lo lleva a cumplir los objetivos propuestos, si son valores deseables o no; escriba oraciones completas que expresen sus ideas. Si se realizó ajuste, este debe estar referenciado en la gráfica y en el texto (con su respectiva incertidumbre). El cálculo de la incertidumbre del resultado obtenido debe estar situado junto al resultado obtenido, no debe aparecer el resultado al inicio y la incertidumbre al final.

- Cuando consultan un valor experimental que se mide con mucha precisión, por ejemplo una constante física, se denomina: *el valor reportado en la literatura* y colocan la referencia (aconsejo la NIST). No usar más *el valor teórico*.
- No vuelvan nunca a calcular un error porcentual. Con la incertidumbre y el valor reportado en la literatura pueden hacer un mejor análisis.
- Recuerden que todas las incertidumbres llevan 1 cifra significativa (máximo 2 en casos especiales).

## VII. CONCLUSIONES

Se deben contestar las preguntas planteadas inicialmente o dar las razones por las cuales no es posible hacerlo. Las conclusiones deben ser necesariamente una consecuencia del experimento realizado, es decir que no se deben tocar aspectos que no se hayan expuesto en la sección de resultados y análisis. Si escribe algo que no se encuentra en la sección de resultados y análisis, esto quiere decir que hace falta incluir material en resultados y análisis. Concluir únicamente aspectos pertinentes al trabajo obtenido en el laboratorio; se deben evitar las generalizaciones que no hablan concretamente de lo que lograron o midieron en la práctica experimental. NO USAR ITEMIZE. No reportar resultados nuevos en esta sección, pueden comparar los resultados con los obtenidos por otros autores (por ejemplo sus compañeros o los que encontraron en su revisión bibliográfica).

- 
- [Eje] Se deben referenciar todos los artículos y textos utilizados. si se usó una gráfica o una imagen que no ha sido realizada por ustedes debe ser citada. la omisión de una apropiada referencia se considerará como una falta grave, ya que técnicamente se considera plagio. las referencias deben incluir los títulos de los artículos. mirar el archivo .bib para ver ejemplos de cómo citar correctamente. no wikipedia. no hyperphysics. consultar artículos científicos recomendaciÓN: American journal of physics. [2] Bahcall, J. N. and Frautschi, S. C. (1964). Neutrino astronomy and intermediate bosons. *Phys. Rev.*, 135:B788–B791. [3] Fletcher, R. S., Gaisser, T. K., Lipari, P., and Stanev, T. (1994). sibyll: An event generator for simulation of high

- energy cosmic ray cascades. *Phys. Rev. D*, 50:5710–5731. [4] Lipari, P. (2008). Proton and neutrino extragalactic astronomy. *Phys. Rev. D*, 78:083011. [5] Serway, R., Moses, C., Moyer, C., and Villagómez, H. (2006). *Física moderna*. International Thomson.

## APÉNDICE DE CÁLCULO DE ERRORES

Se deben indicar explícitamente los pasos de análisis de error que se hicieron para llegar a al(los) resultado(s). Ejemplo: la propagación de error, incertidumbre en un ajuste de mínimos cuadrados, análisis estadístico,

redondeo de cifras significativas, entre otros.

Las fórmulas de cómo se obtuvieron cada uno de los

valores reportados debe ser incluido como si el análisis estadístico se hiciera manualmente.