

1. para esto vamos a partir de $u = \frac{u'+v}{1+\frac{u'v}{c^2}}$ y llegaremos al punto que nos interesa.

$$\begin{aligned}u &= \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \\&= (u' + v)\left(1 + \frac{u'v}{c^2}\right)^{-1}; \text{ Aqui utilizaremos la pista que se nos dio} \\&= (u' + v)\left(1 - \frac{u'v}{c^2}\right) \\&= u' - \frac{u'^2v}{c^2} + v - \frac{u'v^2}{c^2}; \text{ Aqui vamos a utilizar que } u' = \frac{c}{n} \\&= u' - \frac{\frac{c^2}{n^2}v}{c^2} + v - \frac{\frac{c}{n}v^2}{c^2} \\&= u' - \frac{v}{n^2} + v - \frac{v}{cn};\end{aligned}$$

Este ultimo termino es 0 pues fisicamente un fluido no puede ir a velocidades cercanas a la luz

$$= u' + v - \frac{v}{n^2} = u' + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v, \text{ QED}$$

2. Lo primero que vamos a hacer es transformar las unidades que nos dieron a unas mas utiles.

$$\begin{aligned}x_{lab} &= 9.5cm = 0.095m \\t_{propio} &= 2.2\mu s = 2.2 \times 10^{-6}S\end{aligned}$$

Luego de esto, planteemos las ecuaciones con las que vamos a trabajar.

$$\begin{aligned}x_{lab} &= V \cdot t_{lab} \\t_{lab} &= \gamma \cdot t_{propio}\end{aligned}$$

Una vez tenemos esto vamos a desarrollar como sigue:

$$\begin{aligned}
x_{lab} &= V\gamma t_{propio} \\
&= v \frac{t_{propio}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\
\frac{x_{lab}}{v} &= \frac{t_{propio}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\
\frac{v^2}{x_{lab}^2} &= \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{t_{propio}^2} \\
v^2 t_{propio}^2 &= x_{lab}^2 - \frac{x_{lab}^2 v^2}{c^2} \\
v^2 t_{propio}^2 + \frac{x_{lab}^2 v^2}{c^2} &= x_{lab}^2 \\
v^2 (t_{propio}^2 + \frac{x_{lab}^2}{c^2}) &= x_{lab}^2 \\
v &= \sqrt{\frac{x_{lab}^2}{t_{propio}^2 + \frac{x_{lab}^2}{c^2}}} \\
v &= \sqrt{\frac{(0.095)^2}{(2.2 \times 10^{-6})^2 + \frac{0.095^2}{3 \times 10^8^2}}} \\
v &= 43181.8 \frac{m}{s} \\
v &= \frac{43181.8}{3 \times 10^8} \\
v &= 1.44 \times 10^{-4} C
\end{aligned}$$

3.

