Some Class
Random Examples

Your Name

Contents

Chapter 1

Punto 1

1.0.1

Tenemos que:

$$F = 2\pi IRB\cos\theta$$

Pero ademas

$$\begin{aligned}
B &= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[3(m_1\cdot\hat{r})\hat{r} - m_1]}{r^3}\\
B\cos\theta &= B\cdot\hat{y}\\
B\cos\theta &= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r^3}\left[3(m_1\cdot\hat{r})(\hat{r}\cdot\hat{y}) - (m_1\cdot\hat{y})\right]\\
m_1\cdot\hat{y} &= 0\\
\hat{r}\cdot\hat{y} &= \sin\phi\\
m_1\cdot\hat{r} &= m_1\cos\theta\\
B\cos\theta &= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r^3}\left[3m_1\sin\phi\cos\phi\right]
\end{aligned}$$

Ahora bien, si reemplazamos en la ecuación previa:

$$\begin{aligned}
F &= 2\pi IR\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r^3}\left[3m_1\sin\phi\cos\phi\right]\\
\sin\phi &= \frac{R}{r}\\
\cos\phi &= \frac{\sqrt{r^2 - R^2}}{r}\\
F &= 3\frac{\mu_0}{2}m_1 IR^2\frac{\sqrt{r^2-R^2}}{r^5}\\
IR^2\pi &= m_2\\
F &= 3\frac{\mu_0}{2\pi}m_1 m_2\frac{\sqrt{r^2-R^2}}{r^5}
\end{aligned}$$

Ahora bien, en el caso de que $R \ll r$

$$\begin{aligned}
F &= 3\frac{\mu_0}{2\pi}m_1 m_2\frac{\sqrt{r^2}}{r^5}\\
F &= 3\frac{\mu_0}{2\pi}m_1 m_2\frac{r}{r^5}\\
F &= 3\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_1 m_2}{r^4}
\end{aligned}$$

1.0.2

Tenemos que

$$
\begin{aligned}
F &= \nabla(m_2 \cdot B) \\
&= (m_2 \cdot \nabla)B \\
&= \left(m_2 \frac{d}{dz}\right)\left[\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{z^3}(3(m_1 \cdot \hat{z})\hat{z} - m_1)\right] \\
2m_1 &= (3(m_1 \cdot \hat{z})\hat{z} - m_1) \\
&= \left(m_2 \frac{d}{dz}\right)\left[\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{z^3}2m_1\right] \\
&= \left(m_2 \frac{d}{dz}\right)\left[\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{1}{z^3}m_1\right] \\
&= \frac{\mu_0}{2\pi}m_1 m_2 \frac{d}{dz}\left[\frac{1}{z^3}\right] \\
\frac{d}{dz}\left[\frac{1}{z^3}\right] &= -3\frac{1}{z^4} \\
F &= \frac{\mu_0}{2\pi}m_1 m_2\left(-3\frac{1}{z^4}\right) \\
F &= 3\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_1 m_2}{r^4}
\end{aligned}
$$

Chapter 2

Punto 3

2.0.1 Esfera Magnetizada

Tenemos $K_M = M \times \hat{n}$ que teniendo un vector normal $\hat{n} = \hat{r}$ nos quedamos con:

$$K_M = M \times \hat{r}$$

2.1 Cascaron

Ahora, teniendo un cascaron con carga superficial tenemos

$$\begin{aligned} K_\sigma &= \sigma v \\ &= \sigma(\omega \times r) & &= \sigma(\omega \times R\hat{r}) = R\sigma(\omega \times \hat{r}) \end{aligned}$$

2.2 Igualdad

Tenemos que mostrar:

$$\begin{aligned} K_M &= K_\sigma \\ M \times \hat{r} &= \sigma R(\omega \times \hat{r}) \\ M &= \sigma R \omega \end{aligned}$$

Con esto entonces mostramos que si se cumple esta condición estos tendran una densidad de corriente igual.

Chapter 3

Punto 5

Tenemos

$$\begin{aligned}\nabla \times M &= J_b \\ &= \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}(sks^2)\hat{z} \\ &= \frac{1}{s}(3ks^2)\hat{z} \\ &= 3ks\hat{z}\end{aligned}$$

Ademas, tenemos

$$\begin{aligned}K_b &= M \times \hat{n} \\ &= ks^2(\hat{\phi} \times \hat{s}) \\ &= -kR^2\hat{z}\end{aligned}$$

Por lo tanto, la corriente fluye encima del cilindro y luego vuelve a bajar a la superficie. Ahora, dado que las corrientes son simetricas en la simetria podemos conseguir el campo con la ley de Ampere.

$$\begin{aligned}B \cdot 2\pi s &= \mu_0 I_{enc} \\ &= \mu_0 \int_0^s J_b da \\ &= 2\pi k \mu_0 s^3 \\ B &= \mu_0 ks^2\hat{\phi} \\ &= \mu_0 M\end{aligned}$$

Fuera del cilindro $I_{enc} = 0 \implies B = 0$

Chapter 4

Punto 8

Iniciamos con

$$
\begin{aligned}
\oint H \cdot dl &= I_{f_{enc}} \\
&= I \\
\implies H &= \frac{I}{2\pi s}\hat{\phi} \\
B &= \mu_0(1+\chi_m)H \\
&= \mu_0(1+\chi_m)\frac{I}{2\pi s}\hat{\phi} \\
M &= \chi_m H \\
&= \frac{\chi_m I}{2\pi s}\hat{\phi} \\
J_b &= \nabla \times M \\
&= \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}\left(s\frac{\chi_m I}{2\pi s}\right)\hat{z} \\
&= 0 \\
K_b &= M \times \hat{n} \\
&= \begin{cases} \frac{\chi_m I}{2\pi a}\hat{z} & s = a \\ -\frac{\chi_m I}{2\pi b}\hat{z} & r = b \end{cases}
\end{aligned}
$$

La corriente total de un loop entre los cilindros:

$$
\begin{aligned}
I + \frac{\chi_m I}{2\pi a}2\pi a &= (1+\chi_m)I \\
\oint B \cdot dl &= \mu_0 I_{enc} \\
&= \mu_0(1+\chi_m)I \\
B &= \frac{\mu_0(1+\chi_m)I}{2\pi s}\hat{\phi}
\end{aligned}
$$

Chapter 5

Punto 9

Tenemos

$$\begin{aligned}
\oint H \cdot dl &= H(2\pi s) \\
&= I_{f_{enc}} \\
&= \begin{cases} I\left(\frac{s^2}{a^2}\right), & (s < a) \\ I, & (s > a) \end{cases} \\
H &= \begin{cases} \frac{Is}{2\pi a^2}, & (s < a) \\ \frac{I}{2\pi s}, & (s > a) \end{cases}
\end{aligned}$$

Ahora por lo tanto

$$\begin{aligned}
B &= \mu H \\
&= \begin{cases} \frac{\mu_0(1+\chi_m)Is}{2\pi a^2}, & (s < a) \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi s}, & (s > a) \end{cases}
\end{aligned}$$

Para el J_b, K_b y I_b

$$\begin{aligned}
J_b &= \chi_m J_f \\
J_f &= \frac{I}{\pi a^2} \\
J_b &= \frac{\chi_m I}{\pi a^2} \\
K_b &= M \times \hat{n} = \chi_m H \times \hat{n} \\
&= \frac{\chi_m I}{2\pi a} \\
I_b &= J_b(\pi a^2) + K_b(2\pi a) \\
&= \chi_m I - \chi_m I \\
&= 0
\end{aligned}$$

Chapter 6

Punto 11

6.1

$$\begin{aligned}
B_1 &= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m}{z^3}\hat{z} \\
m_2 \cdot B_1 &= -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m^2}{z^3} \\
F &= \nabla(m \cdot B) \\
&= \frac{\partial}{\partial z}\left[-\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m^2}{z^3}\right]\hat{z} \\
&= \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi z^4}\hat{z}
\end{aligned}$$

Esta fuerza tiene que ser igual a la fuerza gravitacional para cancelarce por lo tanto

$$\begin{aligned}
\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi z^4} - m_d g &= 0 \\
\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi z^4} &= m_d g \\
\frac{1}{2\pi z^4} &= \frac{m_d g}{3\mu_0 m^2} \\
\frac{1}{z^4} &= \frac{2\pi m_d g}{3\mu_0 m^2} \\
z^4 &= \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi m_d g} \\
z &= \left(\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi m_d g}\right)^{\frac{1}{4}}
\end{aligned}$$

6.2

Agregando un iman entonces el iman en el medio siente dos fuerzas, una hacia arriba y una hacia abajo quedando

$$\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi x^4} - \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi y^4} - m_d g = 0$$

Ahora bien, el iman de arriba es repelido por el iman del medio y atraido por el de abajo lo que queda:

$$\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi y^4} - \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi(x+y)^4} - m_d g = 0$$

Ahora si sustraemos todo tenemos

$$\begin{aligned}
\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi x^4} - \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi y^4} - m_d g - \left(\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi y^4} - \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi(x+y)^4} - m_d g\right) &= 0 \\
\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi x^4} - \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi y^4} - m_d g - \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi y^4} + \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi(x+y)^4} + m_d g &= 0 \\
\left(\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi x^4} - \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi y^4} - \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi y^4} + \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi(x+y)^4}\right) + m_d g - m_d g &= 0 \\
\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi}\left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{y^4} - \frac{1}{y^4} + \frac{1}{(x+y)^4}\right) &= 0 \\
\frac{1}{x^4} - \frac{2}{y^4} + \frac{1}{(x+y)^4} &= 0 \\
\left(\frac{1}{x^4} - \frac{2}{y^4} + \frac{1}{(x+y)^4}\right) y^4 &= 0 \\
\frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)^4} - 2 + \frac{1}{\left(\frac{x}{y}+1\right)^4} &= 0 \\
\frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)^4} + \frac{1}{\left(\frac{x}{y}+1\right)^4} &= 2 \\
a &= \frac{x}{y} \\
\frac{1}{a^4} + \frac{1}{(a+1)^4} &= 2
\end{aligned}$$

Ahora podemos meter esto en sympy de la siguiente manera

```python
from sympy import symbols, Eq, Poly, print_latex

a = symbols('a')

ecuacion = Eq(1/a**4 + 1/(a + 1)**4, 2)

numerador = (ecuacion.lhs - ecuacion.rhs).together().as_numer_denom()[0]

polinomio = Poly(numerador, a)

raices = polinomio.nroots()

for raiz in raices:
    print_latex(raiz)
```

Esto nos da como resultado:

$$
\begin{aligned}
&a = \\
&-1.85011497953762 \\
&0.850114979537622 \\
&-1.01324463844346 - 0.809817345066314i \\
&-1.01324463844346 + 0.809817345066314i \\
&-0.5 - 0.195044382162859i \\
&-0.5 + 0.195044382162859i \\
&0.0132446384434638 - 0.809817345066314i \\
&0.0132446384434638 + 0.809817345066314i
\end{aligned}
$$

En donde el unico que nos sirve es

$$\frac{x}{y} = 0.850114979537622$$