

# Maquinas de Turing

SergiOS

18-04-2023

# Contents

<b>Chapter 1</b>	<b>Introducción</b>	<b>Page 2</b>
<b>Chapter 2</b>	<b>Definición</b>	<b>Page 3</b>
2.1	Presentación: Un relato a grandes rasgos de lo que es una maquina de Turing	3
2.2	Intuición: Una muestra de que es una maquina de Turing en términos que un humano pueda entender	3
2.3	Definición Formal: Definición en términos que los matemáticos entiendan	4
	Configuraciones —	4
2.4	Definiciones Adicionales	5
<b>Chapter 3</b>	<b>Variantes de la Maquina de Turing</b>	<b>Page 6</b>

# Chapter 1

## Introducción

Este texto fue escrito para el semillero de Computación Cuántica de la universidad de los Andes. Tiene como objetivo ser un texto auxiliar a la presentación realizada por los estudiantes Sergio David López y Sergio Montoya. Fue realizado siguiendo las secciones 3.1 y 3.2 del libro *Introduction to the Theory of Computation* de *Michael Sipser*.

## Chapter 2

# Definición

### 2.1 Presentación: Un relato a grandes rasgos de lo que es una maquina de Turing

Una maquina de Turing es un modelo mas potente pero similar a un autómatas. Su diferencia principal es que este cuenta con una memoria ilimitada y no restringida. Este modelo es mas util a la hora de aproximar una computadora convencional y soluciona muchos de los problemas que tienen los autómatas vistos previamente. Sin embargo, aun existen problemas que salen de las capacidades de una maquina de Turing.

### 2.2 Intuición: Una muestra de que es una maquina de Turing en términos que un humano pueda entender

Una maquina de Turing se compone de dos cosas

1. Cinta: Esta cumple el trabajo de la memoria. Es ilimitada y no esta restringida. Inicialmente solo contiene el string de entrada y esta vacía en todos los otros lugares. Si la maquina necesitara guardar información puede escribirla en la cinta.
2. Head: es esencialmente el elemento encargado de leer y modificar la cinta. Puede moverse arbitrariamente sobre esta.

Las maquinas de Turing Tienen un estado inicial y se les determina arbitrariamente un estado final de aceptación o rechazo. En el caso de que estos estados no existan la maquina quedara computando para siempre.

#### Example 2.2.1

Sea  $M_1$  una maquina de Turing que recibirá el lenguaje  $B = \{w\#w | w \in \{0,1\}^*\}$ . Queremos que  $M_1$  acepte si su input hace pertenece a B y lo rechace en caso contrario. Para que esto sea mas fácil pongámonos en el lugar de  $M_1$ . Nos encontramos encima de una lista inmensa de numero y te piden comprobar que esta lista consiste de dos numeros iguales separados por un  $\#$ . La estrategia mas obvia es ir en zig-zag a ambos lados del  $\#$  buscando que sean iguales o no.

Si diseñamos a  $M_1$  para que trabaje de esa manera el algoritmo nos quedaria algo asi

---

---

**Input:** ..  $\sqcup$   $w$   $\#$   $w$   $\sqcup$  ..

**Output:** ..  $\sqcup$   $x$   $\#$   $x$   $\sqcup$  ..

*/\* Algoritmo que permite que  $M_1$  acepte strings que pertenezcan a  $B$*

*\*/*

- 1 Inicie en la primera celda;
  - 2 Lea la celda;
  - 3 Marque la celda como  $x$ ;
  - 4 avance hasta encontrar un  $\#$  ;
  - 5 avance hasta que encuentre una celda diferente de  $x$ ;
  - 6 Compruebe la celda;
  - 7 Si la celda es diferente rechace, de lo contrario marque como  $x$ ;
  - 8 Recorra de regreso hasta encontrar un  $\#$ ;
  - 9 Avance hasta encontrar una  $x$ ;
  - 10 Avance 1;
  - 11 Si encuentra  $\#$  lea la primera entrada que no sea  $x$ ;
  - 12 Si esta entrada es vacío acepte de lo contrario rechace;
  - 13 En caso contrario repita desde el paso 2;
- 

## 2.3 Definición Formal: Definición en términos que los matemáticos entiendan

### Definition 2.3.1: Maquina de Turing

Una maquina de Turing es una 7-tupla  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r)$  donde  $Q, \Sigma, \Gamma$  son conjuntos finitos y

1.  $Q$  es el conjunto de estados
2.  $\Sigma$  es el alfabeto del input no incluyendo  $\sqcup$
3.  $\Gamma$  es el alfabeto de la cinta donde  $\sqcup \in \Gamma$  y  $\Sigma \subseteq \Gamma$
4.  $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$  es la función de transición
5.  $q_0 \in Q$  es el estado inicial
6.  $q_{accept} \in Q$  es el estado de aceptación
7.  $q_{reject} \in Q$  es el estado de rechazo donde  $q_a \neq q_r$

El corazón de la definición de una maquina de Turing es  $\delta$  o función de transformación. Esta es una función  $Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$  que nos indica para cada estado que debemos hacer.

### Question 1

Se deja al lector encontrar la representación en definición formal de la maquina de Turing mostrada en el ejemplo 1.

### 2.3.1 Configuraciones

Una configuración de una maquina de Turing se define como una 3-tupla  $(w, q, i)$  donde:

- $w$  es la cadena que se encuentra en la cinta en un momento dado.
- $q$  es el estado actual de la maquina de Turing.
- $i$  es la posición actual de la cabeza de lectura/escritura en la cinta.

Se dice que  $C_1$  produce  $C_2$  si la maquina puede ir de  $C_1$  a  $C_2$  en un solo paso.

### Ejemplo

$1011q_701111$ .

- la cinta es 101101111
- el estado actual es  $q_7$
- la cabeza se encuentra en el segundo 0

## 2.4 Definiciones Adicionales

### Definition 2.4.1: Turing-Reconocible

Se llama a un lenguaje Turing-Reconocible si una maquina de Turing lo reconoce.

### Definition 2.4.2: Turing-Decidible

Se le llama a un lenguaje Turing-Decidible o simplemente decidible si una maquina de Turing decide. Es decir que nunca se queda corriendo infinitamente y por tanto siempre llega a un estado final o inicial.

## Chapter 3

# Variantes de la Maquina de Turing