Ondas y Fluidos - Complementaria **Name:** *Sergio Montoya Ramírez*
Taller 1 - Punto 1.3 *Yeferson Camacho*
03/02/2023 *Monica Cano*

3

Comporbar que la ecuación diferencial $\frac{d^2y}{dx^2} = -ky$ tiene por solución $y = A\cos(kx) + B\sin(kx)$. Siendo A y B constantes arbitrarias. Demostrar también que esta solución puede escribirse en la forma.

$$y = C\cos(kx+\alpha) = CRe(e^{i(kx+\alpha)}) = Re(Ce^{i\alpha}e^{ikx})$$

1. Para comprobar esta ecuación diferencial derivemos y dos veces.

$$\begin{aligned}
&y = A\cos(kx) + B\sin(kx)\\
&\frac{dy}{dx} = -Ak\sin(kx) + Bk\cos(kx)\\
&\frac{d^2y}{dx^2} = -Ak^2\cos(kx) - Bk^2\sin(kx)\\
&-ky = -k(A\cos(kx) + B\sin(xk)) = -Ak\cos(kx) - Bk\sin(kx)
\end{aligned}$$

   Nota: Como se puede ver el resultado propuesto difiere con lo esperado a excepción de cuando $k^2 = k$. Para solucionar esto lo que podemos hacer es cambiar la ecuación original y hacer que esta sea $\frac{d^2y}{dx^2} = -k^2y$ y en ese caso todo estaria solucionado.

2. Mostrar equivalencias

$$\begin{aligned}
&C\cos(kx+\alpha) = C(\cos(kx)\cos(\alpha) - \sin(kx)\sin(\alpha))\\
&= C\cos(\alpha)\cos(kx) - C\sin(\alpha)\sin(kx)\\
&A = C\cos(\alpha)\\
&B = -C\sin(\alpha)\\
&= A\cos(kx) + B\sin(kx)
\end{aligned}$$

   Ahora bien, todos los otros se pueden pasar a este, de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
&CRe(e^{i(kx+\alpha)}) = CRe(cos(kx+\alpha) + i\sin(kx+\alpha))\\
&= C\cos(kx+\alpha); QED
\end{aligned}$$

   Y por ultimo

$$\begin{aligned}
&Re(Ce^{i\alpha}e^{ikx}) = Re(Ce^{i(kx+\alpha)})\\
&= Re(C(\cos(kx+\alpha) + i\sin(kx+\alpha)))\\
&= Re(C\cos(kx+\alpha) + iC\sin(kx+\alpha))\\
&= C\cos(kx+\alpha); QED
\end{aligned}$$

3. Analisis Dimencional: No es necesario pues estos eran ejercicios puramente matematicos y de equivalencias y por tanto no hay realidades físicas aun involucradas.
4. Interpretación y Relación: Estas eran identidades trigonometricas y ecuaciones diferenciales en si no tienen una realidad atada a ellas pero nos serviran para modelar mas adelante.
5. Conclusión: Los números complejos nos permiten despejar y relacionar formulas y variables que en principio no parecen obviamente atados.