Apuntes Provicionales
Universidad de los Andes

Sergio Montoya Ramirez

Contents

Chapter 1

Martes: 15/08/2023

1.1 Curvas y Superficies

Demostrar que:

$$\vec{a} \times \left(\vec{b} \times \vec{c}\right) = \left(\vec{a} \cdot \vec{c}\right) \vec{b} - \left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right) \vec{c}.$$

La verdad es que no le preste mucha atención. Deberia comenzar a estudiar desde el libro...

Chapter 2

Miercoles: 16/08/23

2.1 Grafos

Definition 2.1.1: Listas Graficas

Sea $G = (V, E)$ un grafo simple de orden n, entonces la lista de grados de G es

$$DEG\left(G\right) = \left(d_1, \ldots, d_2\right).$$

dond $d_i = DEG\left(v_i\right)$ y $v_1, \ldots, v_n$ es un ordenamiento de V tal que $d_1 \geq d_2 \geq \ldots d_n$

Definition 2.1.2

Sea $D = (d_1, \ldots, d_n)$ una lista decrecientes de numeros naturales. Se dice que D es grafica si existe G, un grafo simple de orden n tal que

$$D = DEG\left(G\right).$$

Definition 2.1.3

Sea $G = (V, E)$ un grafo simple y $S\ subsetV$ Diremos que $G \upharpoonright S$ es el grafo

$$G \upharpoonright S = \left(S, E_s\right).$$

donde $E_s = E \cap \binom{S}{2}$

Theorem 2.1.1 Erdös - Gallai

Sea $D = (d_1, \ldots, d_n)$ una lista decreciente de numeros naturales. Entonces D es grafica $\leftrightarrow$ se cumple

$$\sum_{i=1}^{n} d_i \text{ Es par}$$

$$\text{Para cada } k = 1, \ldots, n$$

$$\sum_{i=1}^{k} d_i \leq k\left(k-1\right) + \sum_{i=k+1}^{n} Min(di, k).$$

Proof: Suponga que D es grafica. Entonces exite un grafo simple $G = (V, E)$ de orde n tal que $D = DEG\left(G\right)$. Entonces los elementos de V se pueden ordenar

$$V_1, V_2, \ldots, V_k, V_{k+1}, \ldots, V_n.$$

de manera que $d_i = DEG(V_i)$ para $i = 1, \ldots, n$

como

$$\sum_{v \in V} DEG(V) = 2\epsilon(G).$$

por lo tanto (i) vale

Sea $S = \{v_1, \ldots, v_k\}$ entonces

$$\epsilon(G \restriction S) = \binom{k}{2} = \frac{k(k-1)}{2} \leq k(k-1).$$

Ademas,, para cada $i \in \{k+1, \ldots, n\}$

$$|\{v \in S | v_i \rightarrow v\}| \leq min(k, d_i).$$

Entonces

$$\sum_{i=1}^{k} d_i \leq k(k-1) + \sum_{i=k+1}^{n} min(k, di).$$

☺

El algoritmo para crear estos grafos es:

Algorithm 1: Algoritmo para crear Grafos desde una lista decreciente

Input: Una Lista Decreciente de naturales D

Output: Un Grafo con $DEG(G) = D$ o que no es una lista grafica

$n \leftarrow longitud(D)$;
Crear nodos $u_1, \ldots, u_n$;
$i \leftarrow 1$;
while $D(i) > 0$ **do**
    $k \leftarrow D(i)$;
    if $i + k \leq n$ *and* $D(i+k) > 0$ **then**
        Conectar u_i con cada uno de los nodos asociados con las primearas k posiciones (según el orden por bloques) de la sublista $(D(i+1), \ldots, D(n))$;
        Restar 1 al contenido de cada una de las primeras k posciones (según el orden por boques) de la sublista $(D(i+1), \ldots, D(n))$;
        $D(i) \leftarrow 0$
    else
        $grafica \leftarrow false$;
        exit
    end
    $i \leftarrow i + 1$;
end
$grafica \leftarrow true$;
return El grafo dibujado

Definition 2.1.4: Matriz de Adyacencia

Sea $G = (V, E)$ un grafo (simple o dirigido) con vértices $u_1, \ldots, u_n$. La matriz de adyacencias de G es la matriz Adj de dimención $n \times n$ tal que:

$$Adj[i,j] = Adj[i][j] = \begin{cases} 1 & \text{si } u_i \rightarrow u_j \\ 0 & \text{si } u_i \not\rightarrow u_j \end{cases}.$$

Definition 2.1.5: Lista de Adyacencia

Un grafo con nodos $u_1, \ldots, u_n$ también se puede representar por medio de un arreglo $AdjList$ de n casillas tal que en la posición i esta la lista de arcos que tiene ese nodo

Chapter 3

Viernes: 18/08/2023

3.1 Grafos

Theorem 3.1.1 Teorema Havel-Hakimi

Sea $D = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$ una lista decreciente de naturales tal que $n > d_1$. Sea D' la lista de longitud $n-1$ obtenida al restar 1 de las posiciones 2 a $d_1 + 1$ en D, reordenar decrecientemente y eliminar el primer elemento. Entonces
D es grafica su y solo si D' es grafica

Proof: H Sea $D = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$ Como en el enunciado.

1. Suponga que D' es grafica y $G' = (V', E')$ es un grafo testigo. Para ver que D es grafica construya $G = (V, E)$ tal que $V = V' \cup \{v\}$ donde $v \notin V'$ y $E = E' \cup \{\{v_1, v_i\} : 2 \leq i \leq d_i + 1\}$

2. Suponga que D es grafica y sea $G = (V, E)$ un grafo testigo on $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$ tal que $DEG(V_i) = d_i$ para $i = 1, \ldots, n$

   (a) Si $v_1 \to \{v_2, v_3, \ldots, v_{d_1+1}\}$ entonces el grafo $G \restriction \{v_2, \ldots, v_n\}$ es testigo de que D' es grafica.

   (b) Existe un minimo $1 < i \leq d_1 + 1$ tal que en G, $v_i \not\to v_i$

      i. $d_i = d_j$ En este caso podemos cambiar el orden de d_i y d_j y entonces caeriamos en el caso (a)

      ii. $d_i > d_j$ Entonces existe $v \in V$ tal que $v_i \to v_j \wedge v_j \to v_i$ entonces $\hat{G} = \left(V, \hat{E}\right)$ donde $\hat{E} = E \cup \left\{\{v_1, v_i\}, \{v_j, v\}\right\} \setminus \left\{\{v_i, v\}, \{v_1, v_j\}\right\}$

      Si repetimos ambos casos tantas veces como sea necesario quedamos en el caso 1 y por lo tanto concluimos que D' es grafica

😃

Theorem 3.1.2

Para todo $n \in N^+$, se tiene $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Chapter 4

Martes: 22/08/2023

4.1 Electronica para Ciencias

Definition 4.1.1: Ley de Mallas

La suma de incrementos de voltaje en una malla es igual a la suma de caidas de voltaje.

Definition 4.1.2: Ley de nodos

En un nodo, la suma de corrientes que ingresan es igual a la suma de corrientes que salen.

4.1.1 Receta ley de nodos

1. Bautizar los nodos
2. Asignar una tierra (si no lo hay)
3. Dibujar las corrientes a travez de cada elemento
4. Plantear ecuaciones
   (a) Ley de nodos
   (b) Ley de Ohm
   (c) Fuente de voltaje
5. Resolver

   Seria prudente revisar el ejemplo que esta en la diapositiva.

4.1.2 Receta ley de Mallas

1. Bautilzar los nodos
2. Asignar una tierra
3. Escoger mallas. Reglas:
   (a) Todo elemento (inclusive los cables) debe pertenecer a al menos una malla
   (b) Minimizar el numero de mallas escogidas. Esto se logra escogiendo el mismo número de mallas internas que tenga el circuito.
   (c) Las fuentes de corriente solo pueden pertenecer a una malla
4. Plantear ecuaciones

(a) Ley de mallas (una por malla)
(b) Ley de Ohm
(c) Fuentes de Corriente

5. Resolver

4.1.3 Divisor de Voltaje

Se tiene una fuente de voltaje V_s en serie con dos resistencias R_1 y R_2. ¿Cual es el voltaje que cae en cada una de las resistencias?

El desarrollo esta en las diapositivas entonces queda:

$$V_{R_1} = V_s \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$
$$V_{R_2} = V_s \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

4.2 Divisor de Corriente

Se tiene una fuente de corriente I_s en paralelo con dos resistencias R_1 y R_2. ¿Cual es la corriente que fluye por cada resistencia?

Chapter 5

Miercoles: 23/08/2023

5.1 Biofisica

Dadas la diferencia de tamaño y los distintos retos que enfrentan los eucariotas con las bacterias las primeras tienen que ser mas organizada y tener estructuras mas organizadas que permitan hacer difusión activa y solución de los recursos. La complejidad de las proteinas aumenta en los eucariotas y esto es la glicolidacion y lipidación.

5.2 Grafos

Importante: Esta noche pone la tarea y es para la otra semana.

5.2.1 Notación $O(f(n))$

Eh aqui un par de algoritmos:

Algorithm 2: Contar Arcos en Matriz de Adyacencia

```
Edges ← 0 ;
for u ← 1 to n − 1 do
    for v ← u + 1 to n do
        if Adj[u, v] = 1 then
            Edges ← Edges + 1 ;
return Edges
```

Algorithm 3: Contar Arcos en Lista de Adyacencia

```
Edges ← 0;
for i ← 1 to n do
    foreach j in AdjList[i] do
        if i < j then
            Edges ← Edges + 1;
```

5.2.2 Recursividad

La idea de que para todo $n > 0$ el valor de la función factorial es:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n.$$

Se formaliza tambien en la siguiente definición recursiva:

$$n! = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ (n-1)! & n \neq 1 \end{cases}.$$

Chapter 6

Jueves: 24/08/2023

6.1 Mecanica

Tema: Fuerzas de Marea (Capitulo 9 Taylor)

Intuición: Movimiento de fluidos, aumenta o disminuye el nivel del mar.

Ecuación Relevante:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F} - \vec{A} \tag{6.1}$$

Algunos datos:

1. Distancia entre el centro de la luna y el centro de la tierra: d_0
2. Suposición: La tierra es una esfera y su superficie es completamente oceano.
3. Una masa m de agua tiene una ditancia con la luna de : d
4. La aceleración de la masa (en caso de que en el universo no haya nada mas) seria: $\vec{A} = -Gm_l \frac{\hat{d}_0}{d_0^2}$

En este caso tendriamo:

$$\begin{aligned} m\ddot{\vec{r}} &= \left(m\vec{g} - GM_l m \frac{\hat{d}}{d^2} + F \right) + GM_l m \frac{\hat{d}_0}{d_0^2} \\ m\ddot{\vec{r}} &= m\vec{g} + \vec{F}_{MD} + \vec{F} \\ &. \end{aligned}$$

En este caso tenemos que:

$$\vec{F}_{MD} = -GM_l m \left(\frac{\hat{d}}{d^2} - \frac{\hat{d}_0}{d_0^2} \right).$$

En tal caso si nos encontramos en el mismo eje tenemos dos condiciones:

1. $d < d_0$ en cuyo caso el primer termino es negativo y el segundo positivo por lo que queda orientado en $-\hat{\imath}$
2. $d > d_0$ en cuyo caso el primer termino es negativo y el segundo tambien por lo que queda orientado en $\hat{\imath}$

Ahora bien, si estamos en los polos de este planeta imaginario respecto al eje con la luna tendriamos que el angulo que se formaria es:

$$\delta = 0°37'13''8.$$

Diferencia entre el punto A y el punto B (Oh fuck Vectorial UnU)

Partimos de:

$$\begin{aligned}
m\vec{g} &= -\nabla u \\
\vec{F}_{TID} &= -\nabla u_{TID} = -GM_l m\left(\frac{\hat{d}}{d^2} - \frac{\hat{d}_0}{d_0^2}\right) \\
&= -\left[\frac{d}{d_d}U_{TID}\right]\hat{d}
\end{aligned}$$

.

Lleguemos a que:

$$U_{TID} = GM_l m \int \left(\frac{\hat{d}}{d^2} - \frac{\hat{d}_0}{d_0^2}\right) d\hat{d}$$

.

6.2 Metodos Matematicos

En esta clase vamos a trabajar ejemplos con teorema del residuo:

$$f(x) = \frac{P_1(x)}{P_2(x)} = 2\pi i \sum_{i=1}^{N} a_{-1}^{(z_i)}.$$

Tenemos

$$\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{ax^2 + bx + c}; b^2 < 4ac \\
&\frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}} \\
x &= -\frac{b}{a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}} \\
x_\pm &= -\frac{b}{2a} \pm i\sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}} \\
a_{-1}^{z_0} &= \frac{1}{a}\frac{(z - z_+)}{(z - z_+)(z - z_-)}\bigg|_{z=z_+} = \frac{2\pi i}{a}\frac{1}{z_+ - z_-} = \frac{\pi}{a}\frac{1}{\sqrt{\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}}}
\end{aligned}$$

.

Segunda Integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} g(x)\, dx; g(x)_{x\to\pm\infty} = 0$$

.

Chapter 7

Viernes: 25/08/2023

7.1 Biofisica

Tenemos una escala de distintas magnitudes donde lo minimo es la vibración de los enlaces covalentes del agua con $10^{-12}s$. Luego el tiempo de vida media de un puente de hidrogeno 10^{-9} o $10ps$. Luego la rotación de un aminoacido en una proteina $500ps$. El ratio de creación de *carbonic anhydrase* con $600.000s^{-1}$ y esta limitada por difusión. ratio de creación de $lysozyme$ con aproximadamente $0.5s^{-1}$. Una proteina se demora mas o menos un segundo en plegarse. Luego de esto ya estamos en terreno macroscopico en donde tomamos la vida de los animales, de las plantas. Luego de esto ya nos queda ver escalas biologicas: Edad de la vida en la tierra etc. En general mas o menos sigue la logica de que mientras mas grande un sistema mas lento sera.

Otro ejemplo interesante es el desarrollo de la *Drosophila* que dura aproximadamente 9 dias. Por ejemplo la pupa de esta mosca se comienza a diferenciar incluso a los dos dias. En media hora ya el huevo se comienza a diferenciar y crea el intestino grueso. Otro proceso es la división de *E. Coli* y recorre 10 veces su tamaño en mas o menos 20 segundos.

La transcripción dura aproximadamente 1 segundo en sintetizar una proteina de 20 aminoacidos y tarda 0.5 segundos en sintetizar RNA.

La apertura de un canal se demora aproximadamente $2ms$ y su tasa de flujo es mas o menos 10^8K^+ por segundo en dos milisegundos

7.2 Grafos

El problema de Königsberg. ¿Se pueden pasar los 7 puentes de Königsberg sin repetir? Eh aqui el inicio de los grafos.

Definition 7.2.1: Camino y Vertices Conectados

Sea G un grafo simple y sean u, v vertices de G.

1. Un camino de u a v es una sucesión de vértices $u_0, u_1, \dots, u_ok$ tal que
   (a) $u = u_0 \wedge u_k = v$
   (b) $u_i \to u_{i+1}$ para $i < k$, y ademas todos los ui son diferentes

Definition 7.2.2: Ciclo

Un ciclo es una sucesión de vertices C tal que

1. C es un camino de u_0 a u_k y ademas
2. u_k es adyacente a u_0 es decir $u_k \to u_0$

La longitud del ciclo es C es $\ell(C) = K + 1$

Definition 7.2.3: Caminata

Una caminata es una sucesión de vertices tal que $u_i \longrightarrow u_{i+1}$ la longitud es $\ell(W) = k$

Definition 7.2.4: Componente Conexa

Sea G un grafo simple u sean v un vertice. La componente conexa de v en G es el subgrafo de G inducido por el conjunto de vértices que están conectados con v en G

Definition 7.2.5: Grafo Conexo

G es un grafo conexo si tiene unicamente una componente conexa. En caso contrario se dice disconexo

7.2.1 Recorridos por profundidad y anchura

En general hay dos maneras de verificar por que vertices puede pasarse.

Recorrido por anchura

Primero revisa los nodos a distancia 1 luego nodos a distancia 2 y asi recursivamente

Recorrido por profundidad

Revisa cada uno de los nodos hasta que ya no le queden caminos posibles.

Algorithm 4: ComponentesIter

for $i \leftarrow 1$ *to* $|G|$ **do**
  $componente[i] \leftarrow 0$;
for $i \leftarrow 1$ *to* $|G|$ **do**
  if $componente[i] = 0$ **then**
    BFSCcomponente

Algorithm 5: BFSCcomponente

$componente[v] \leftarrow v$;
inicie la cola $ScanQ$ con solo el elemento v ;
while $ScanQ$ *no vacia* **do**
  $u \leftarrow$ primer elemento de $ScanQ$;
  elimine el primer elemento de $ScanQ$;
  foreach w *adyacente a* u **do**
    if $componente[w] = 0$ **then**
      Añada w al final de $ScanQ$;
      $componente[w] \leftarrow v$

Definition 7.2.6: Distancia

Sea G ung grafo simple y u, v vertices de G. Entonces la distancia entre u y v es

$$DIST(u, v) = min\{\ell(P) : P \text{ es un camino entre } u \text{ y } v\}.$$

Algorithm 6: DistanciasIter

```
for i ← 1 to |G| do
    dist[i] ← ∞ ;
BFSCcomponente
```

Algorithm 7: BFSDistancias

```
dist[v] ← 0 ;
inicie la cola ScanQ con solo el elemento v ;
while ScanQ no vacia do
    u ← primer elemento de ScanQ ;
    elimine el primer elemento de ScanQ ;
    foreach w adyacente a u do
        if dist[w] = ∞ then
            Añada w al final de ScanQ ;
            dist[w] ← dist[u] + 1
```

Chapter 8

Martes: 29/08/2023

8.1 Electronica para Ciencias

Siempre se debe utilizar el numero de mallas internas que haya.

8.1.1 Equivalencia de Fuentes

Si yo tengo una fuente de voltaje V_f en serie con una resistencia R equivale a una fuente de corriente I_f en paralelo con la misma resistencia R. La relación entre V_f e I_f se da por la ley de Ohm:

$$V_f = I_f R.$$

8.1.2 Teoremas

Definition 8.1.1: Voltaje de Circuito Abierto

Es el voltaje que se encuentra entre las terminales de un circuito de un puerto, cuando estas terminales estan desconectadas (en circuito abierto).

Definition 8.1.2: Corriente de Corto Circuito

Es aquella que fluye a traves de un corto circuito (cable) conectado entre las terminales de un circuito de un puerto.

Definition 8.1.3: Resistencia Equivalente

Es aquella que se encuentra entre las terminales de un circuito de un puerto cuando todas las fuentes independientes internas se han apagado.

1. Medirlo con las fuentes apagadas.
2. $R_{eq} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}}$
3. Con una fuente de prueba: $R_{eq} = \frac{V_P}{I_P}$

Theorem 8.1.1 Teorema de Thévenin

Todo circuito de un puerto, lineal y resistivo puede simplificarse a una sola fuente de voltaje V_{Th} en serie con una sola resistencia. Donde

$$V_{Th} = V_{OC}$$
$$R_{Th} = R_{eq}.$$

Theorem 8.1.2 Teorema de Norton

Todo circuito de un puerto lineal resistivo se puede simplificar a una fuente de corriente en paralelo con una resistencia. Donde:

$$\begin{aligned} I_{Nt} &= I_{SC} \\ R_{Nt} &= R_{eq}. \end{aligned}$$

8.1.3 Linealidad y Superposición

Una función es lineal si cumple las siguientes propiedades:

1. Homogeneidad
$$f(\alpha x) = \alpha f(x) \forall \alpha \in \mathbb{R}.$$

2. Aditividad
$$f(x + y) = f(x) + f(y).$$

En circuitos, las variables x, y son los componentes de los circuitos.

Theorem 8.1.3 Principio de Superposición

El voltaje (o corriente) que pasan a través de un elemento se puede encontrar como la suma de aportes de cada fuente presente en el circuito a la variable de interes

Chapter 9

Miercoles: 30/08/2023

9.1 Grafos

9.1.1 Ejercicios Capitulo 2

1. Para un grafo completo de n nodos K_n
   (a) ¿Cuantos Subgrafos inducidos tiene K_n?: $2^n - 1$
   (b) ¿Cuantos Subgrafos tiene K_n?: $\sum_{m=1}^{n} 2^{\binom{m}{2}} \binom{n}{m}$

   Partiendo de la definición de distancias

Chapter 10

Jueves: 31/08/2023

10.1 Mecanica

Note:-

En astronomia se mide con parse que son 3.6 años luz

Chapter 11

Viernes: 01/09/2023

11.1 Grafos

En esta clase vamos a mirar los recorridos por profundidad. En este caso tendriamos el algoritmo:

Algorithm 8: ComponentesRec(G)

```
for i ← 1 to |G| do
    componentes[i] ← 0;
end
for i ← 1 to |G| do
    if componente[i] = 0 then
        representante = i ;
        Visitar(i)
    end
end
```

Algorithm 9: Visitar(v)

```
componente[v] ← representante ;
foreach u adyacente a v do
    if componente[u] = 0 then
        Visitar(u) ;
    end
end
```

Chapter 12

Martes: 12/09/2023

12.1 Metodos Matematicos

12.2 Electronica para Ciencias

Es importante asumir que ω es el mismo para ambos.

Chapter 13

Miercoles: 13/09/2023

13.1 Biofisica

Debo estudiar el capitulo 5 y 6.

La energia libre de Gibbs:

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S.$$

tenemos que recordar que el potencial quimico es el como cambia la entropia en relación al numero de moleculas. Recordemos tambien que la energia libre de Gibbs molar es el potencial quimico $\frac{\mu}{T}$

13.1.1 Flujo

Un flujo es un proceso para tratar de llegar a equilibrio. Hay una diferencia

13.2 Grafos

Comenzamos describiendo el problema de los puentes de Königsberg.

Definition 13.2.1: Caminata Euleriana

Sea G un grafo simple. Una caminata Euleriana es una caminata $u_0, u_1, u_2, \ldots, u_k$ donde todos los arcos aparecen exactamente una vez como pares consecutivos de la lista.

Definition 13.2.2: Circuito Euleriano

Es una caminata euleriana tal que inicia y termina en el mismo lugar es decir $u_0 = u_k$

Theorem 13.2.1

Sea G un grafo simple conexo. Entonces

1. G tiene una caminata euclidiana si y solo si solo 0 o 2 nodos tienen grado impar.

2. G tiene un circuito euleriano si y solo si todos los nodos tienen grado par.

Chapter 14

Jueves: 14/09/2023

14.1 Mecanica

Menu del dia:

1. Excentricidad y Orbitas (Fe de Erratas)
2. Lagrange

14.1.1 Mecanica de Orbitas

En este caso definimos la excentricidad como:

$$\epsilon = \frac{P_f}{P_d}.$$

Con lo cual podemos encontrar:

1. $\epsilon = 1$ Parabola con $E = 0$
2. $\epsilon > 1$ Hiperbola $E > 0$
3. $0 < \epsilon < 1$ elipse $E < 0$

14.1.2 Principio de los trabajos Virtuales

Vinculos, Grados de Libertad y Coordenadas Generalizadas

Definition 14.1.1: Vinculos o Ligaduras

Cuando una particula esta obligada a moverse sobre una superficie o hay algo que restringe su movimiento esto se le llama un vinculo

Example 14.1.1

Un pendulo simple es un ejemplo de un vinculo. En este caso tiene dos condiciones: 1 esta restringido por la cuerda pero ademas esta restringido a un plano :0

Example 14.1.2

En un sistema de muchas particulas restringidas a un volumen entonces este volumen seria el vinculo

Example 14.1.3

Una bola sobre una semiesfera tiene un vinculo durante un momento hasta que se separa de la semiesfera

La clasificación de los vinculos es:

1. Si el vinculo depende del tiempo se le llama Reonomo
2. Si el tiempo no aparece explicitamente se llama Escleronomo
3. Si las condiciones de la ligadura se puede expresar como una función en donde aparece explicitamente el tiempo es holonomo
4. Si las condiciones de la ligadura no se puede escribir como una ecuación que no tiene explicitamente el tiempo es anholonomo

Definition 14.1.2: Grados de Libertad

Imagine que tiene un sistema de N particulas con n vinculos. El sistema tiene $3N - n$ grados de libertad

Example 14.1.4 (Grados de Libertad)
Tengo una particula y un sistema de coordenadas orientada positivamente. En este caso se necesitan 3 coordenadas para definir la posición de la particula. Ahora obliguemos a que esta particula viva en un plano paralelo al plano xy por lo tanto ahora solo necesitamos dos coordenadas. Ahora sigamos restringiendo el movimiento de la particula obligando a que viva en un segundo plano

Definition 14.1.3: Coordenadas Generalizadas

Debemos poder buscar coordenadas que sean iguales al numero de grados de libertad y que se puedan convertir a x y y

Definition 14.1.4: Desplazamiento Virtual

Es un desplazamiento geometrico pero que no tiene que coincidir con la realidad

En este caso podemos entonces definir un trabajo con este desplazamiento δx tal que $\delta w = \vec{F} \cdot \delta x$

Theorem 14.1.1 Principio de los trabajos virtuales
El trabajo virtual de las fuerzas activas aplicadas sobre una particula vinculada en equilibrio es igual a 0 para desplazamientos virtuales compatibles con los vinculos

Para preguntar por fractales y cosas raras: Viviana Gomez y Gabriel Tellez

14.2 Metodos Matematicos

La ecuación de Difusión es una función del tiempo y la distancia que nos dice como evoluciona cierta medida despues de unas condiciones iniciales. Un ejemplo es

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{D}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{14.1}$$

Aun asi se puede plantear un sistema estacionario y quedaria

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0.$$

Se describe un sistema. Un vaso infinito con temperatura externa 0 e interna 1
Para solucionar trabajaremos con Separación de Variables.

1. **Asumimos:** $T = T_x(x)T_y(y)$
2. **Reemplazamos:** $T_y\frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2} + T_x\frac{\partial^2 T_y}{\partial y^2}$
3. **Dividomos por** $TxTy$ $\frac{1}{T(x)}\frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2} + \frac{1}{T(y)}\frac{\partial^2 T_y}{\partial y^2}$

Chapter 15

Martes: 19/09/2023

15.1 Mecanica

Definition 15.1.1: Principio de D'Alenvert

El trabajo virtual de las fuerzas activas es igual a las fuerzas inerciales. Esto se representa como:

$$dW = [F_i + \varphi_i]\, d\vec{x}_i = 0.$$

15.1.1 Ecuaciones de Lagrange de Segunda Especie

Tengo un sistema de N particulas con n vinculos y por tanto tiene $3N - n$ grados de libertad. En este caso, podemos hacer un sistema de referencia con coordenadas generalizadas con f de estas. En este caso usemos el principio de D'Alenvert:

$$\sum_{i=1}^{N} [F_i - m\ddot{x}_i]\, dx_i = 0.$$

Ahora calculemos cada uno de estos.

$$\begin{aligned} \delta x_i &= \delta x_i\,(q_k, t) \\ \delta x_i &= \frac{\partial x_i}{\partial q_k}\delta q_k \\ \dot{x}_i &= \frac{\partial x_i}{\partial q_k}\dot{q}_k + \frac{\partial x_i}{\partial t} \\ &. \end{aligned}$$

Ahora sigue:

$$\begin{aligned} F_i \delta x_i &= F_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k}\delta q_k \\ Q_k &= F_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \\ &= Q_k \delta q_k. \end{aligned}$$

dado que las unidades de q_k pueden variar las unidades de Q_k tambien lo hacen para que si se multiplican de Energia.

Ahora si tomamos esto para las fuerzas inerciales nos queda:

$$\begin{aligned}
m^s \ddot{x}_i^s \delta x_i^s &= m^s \ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \delta q_k \\
\ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} &= \frac{d\dot{x}}{dt} \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \\
&= \frac{d}{dt}\left(\dot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k}\right) - \dot{x}_i \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial x_i}{\partial q_k}\right).
\end{aligned}$$

y ahora

$$\frac{\partial \dot{x}_i}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial x_i}{\partial q_k}$$

.

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} &= \frac{d}{dt}\left(\dot{x}_i \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial q_k}\right) - \dot{x}_i \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial x_i}{\partial q_k}\right) \\
\psi\left(q_k, t\right) &= \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \\
\frac{\partial \psi}{\partial t} &= \frac{\partial \psi}{\partial q_k} \dot{q}_k + \frac{\partial \psi}{\partial t} \\
&= \frac{\partial^2 x_i}{\partial q_k \partial q_j} \dot{q}_k + \frac{\partial^2 x_i}{\partial t \partial q_j}.
\end{aligned}$$

Con esto entonces:

$$\ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_j} = \frac{d}{dt}\left(\dot{x}_i \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial q_j}\right) - \dot{x}_i \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial q_j}.$$

Por lo tanto:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j}\left(\dot{x}_i \dot{x}_i\right) = \dot{x}_i \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial \dot{q}_j}.$$

Ahora

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_j} &= \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j}\left(\dot{x}_i^2\right)\right] - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_j}\left(\dot{x}_i^2\right) \\
m\ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_j} &= \frac{d}{dt}\left[\frac{m}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j}\left(\dot{x}_i^2\right)\right] - \frac{m}{2} \frac{\partial}{\partial q_j}\left(\dot{x}_i^2\right) \\
T &= \frac{1}{2} m \dot{x}_i^2 \\
m\ddot{x}_i \frac{\partial x_i}{\partial q_j} &= \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial q_j} T - \frac{\partial T}{\partial q_j}\right) dq_j.
\end{aligned}$$

15.2 Electronica para Ciencias

Definition 15.2.1: Rectificadores de Onda

Es un circuito que para señales AC permite el paso de señales electricas en una sola dirección. Para hacerlos se hara uso de Diodos y transformadores

Definition 15.2.2: Transformador

Par de embobinados de cable con núcleo de hierro compartido que permiten la conversión de amplitud de señales eléctricas AC dada la relación de vueltas entre los embobinados

Chapter 16

Jueves: 21/09/2023

16.1 Semillero QC

Chapter 17

Jueves: 28/09/2023

17.1 Mecanica

Bibliografia: Feynman Lectures

Definition 17.1.1: Acción

La acción se define como:

$$\int_{t_1}^{t_2} (T - V)\, dt = S.$$

Theorem 17.1.1 Principio de Minima Acción

Los Movimientos Físicos son los que minimizan la acción

Tarea No Calificable: Como el principio de minima acción conduce a la Inercia

17.2 Grafos

Si G es un grafo el grafo de linea de G $L(G)$ esta dado por:

1. $V(L(G)) = E(G)$
2. $E(L(G)) = \{\{\{a,b\}, \{c,d\} \mid \{a,b\}, \{c,d\} \in G \wedge |\{a,b\} \cap \{c,d\}| = 1\}\}$

Theorem 17.2.1

Si S_m es el grafo estrella de m rayos, entonces

$$L(S_m) \cong K_m.$$

Proof: Sea $V_S = \{u_0, u_1, \ldots, u_m\}$ el conjunto de vertices de S_m tal que $E(S_m) = \{\{u_0, u_i\} : i = 1, \ldots, m\}$ entonces $V(L(S_m)) = E(S_m)$ Note $|V(L(S_m))| = m$.

Ademas, si $i \neq j$,

$$\{u_0, u_i\} \cap \{u_0, u_j\} = u_0.$$

luego $\{u_0, u_i\} \to \{u_0, u_j\}$ en $L(G)$ es decir,

$$L(G) \cong K_m.$$

😄

Definition 17.2.1

Sean $G, H_1, \ldots, H_l$ grafos, decimos que $\{H_1, \ldots, H_l\}$ es una descomposición de G si vale todo lo siguiente:

1. $V = \bigcup_{i=1}^{l} V(H_1)$
2. $E = \bigcup_{i=1}^{l} E(H_i)$
3. $E(H_i) \cap E(H_j) = \emptyset$ si $i \neq j$

Theorem 17.2.2

Sea $G = \langle V, E \rangle$ un grafo para cada $a \in V$ sea G_a el subgrafo de $L(G)$ inducido por los vertices de la forma $\{a, b\}$ entonce:

- para todo $a \in V$, $G_a \cong K_{deg(a)}$
- $\{G_a | a \in V\}$ es una descomposición de $L(H)$.