Ondas y Fluidos - Complementaria **Name:** *Monica Cano*
Taller 11 - Punto 1 *Yeferson Camacho*
April 28, 2023 *Sergio Montoya*

1 Enunciado

Considere las ondas

$$\tilde{\mathrm{E}}_1\,(r,t) = \tilde{\mathrm{E}}_1(r)e^{-i\omega t}$$
$$\tilde{\mathrm{E}}_2(r,t) = \tilde{\mathrm{E}}_2(r)e^{-i\omega t}.$$

para los cuales la forma de los frentes de onda no se especifican explícitamente y $\tilde{\mathrm{E}}_1$ y $\tilde{\mathrm{E}}_2$ son vectores complejos dependientes del espacio y del angulo de fase inicial. Demuestre que el termino de interferencia es de la forma:

$$I_{12} = \frac{1}{2}(\tilde{\mathrm{E}}_{\dot{1}}\tilde{\mathrm{E}}_2^* + \tilde{\mathrm{E}}_1^* \cdot \tilde{\mathrm{E}}_2) \tag{1}$$

Para lograrlo, tendrá que evaluar términos de la siguiente forma:

$$\left\langle \tilde{\mathrm{E}}_1 \cdot \tilde{\mathrm{E}}_2 e^{-2i\omega t} \right\rangle_T = \frac{\tilde{\mathrm{E}} \cdot \tilde{\mathrm{E}}_2}{T} \int_t^{t+T} e^{-2i\omega t'} dt'.$$

para $T \gg \tau$. Demuestre que el resultado en la ecuación 1 conduce al resultado conocido para las ondas planas.

2 Solución

Para este punto debemos partir de que

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\vec{E}_1 e^{-i\omega t} + \vec{E}_1^* e^{i\omega t}\right) \cdot \left(\vec{E}_2 e^{-i\omega t} + \vec{E}_2^* e^{i\omega t}\right).$$

Donde su parte Real es

$$Re(z) = \left(\frac{1}{2}\right)(z + z^*).$$

por lo que nos queda

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = \left(\frac{1}{4}\right)\left[\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 e^{-2i\omega t} + \vec{E}_1^* \cdot \vec{E}_2^* e^{-2i\omega t} + \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^* + \vec{E}_1^* \cdot \vec{E}_2\right].$$

Es importante notar que esto corresponde con lo que se nos pidió puesto que $\left\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 e^{/2i\omega t} \right\rangle$ tiende a 0 con un T muy grande puesto que su primer termino esta sobre un T. Ahora bien

$$I_{12} = 2\left\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \right\rangle = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^* + \vec{E}_1^* \cdot \vec{E}_2\right).$$