**Metodos Matematicos** **Nombre:** *Sergio Montoya*
**PreParcial 1**
**29 de febrero de 2024**

# Primera Punto

## Parte A

**Definición:** Una función es armonica si satisface la ecuación de Laplace. Esta ecuación dice basicamente $\nabla^2 u = 0$ donde esto es equivalente a $u_{xx} + u_{yy} = 0$.

Por la definición anterior sabemos que lo que no interesa es saber las derivadas de esta función. Lo que nos da:

$$\begin{aligned}
U(x,y) &= xy + 2x + 2y \\
U_x(x,y) &= y + 2 \\
U_{xx}(x,y) &= 0 \\
U_y(x,y) &= x + 2 \\
U_{yy}(x,y) &= 0 \\
U_{xx} + U_{yy} &= 0 \\
0 + 0 &= 0.
\end{aligned}$$

## Parte B

**Definición:** Para encontrar la armonica conjugada debemos encontrar un $V$ tal que cumpla las ecuaciones de Cauchy - Riemman junto con $U$.

$$\begin{aligned}
U_x &= V_y \\
U_y &= -V_x \\
V_y &= x + 2 \\
V_x &= -(y+2) \\
v &= \int x + 2dy \\
v &= yx + 2y + g(x) \\
v_x &= y + g'(x) \\
-y - 2 &= y + g'(x) \\
-2y - 2 &= g'(x) \\
g(x) &= \int -2y - 2dx \\
g(x) &= -2yx - 2x + c
\end{aligned}$$

Por otro lado

$$
\begin{aligned}
v &= yx + 2y - 2yx - 2x + c \\
v &= -yx + 2(y - x) + c \\
v &= \int -y - 2dx \\
v &= -yx - 2x + g(y) \\
v_y &= -x + g'(y) \\
x + 2 &= -x + g'(y) \\
2x + 2 &= g'(y) \\
2xy + 2y + c &= g(y) \\
v &= -yx - 2x + 2xy + 2y + c \\
v &= xy - 2x + 2y + c
\end{aligned}
$$