Moderna - Complementaria **Name:** *Sergio Montoya Ramírez*
Taller 2
04/02/2023

1. Recordemos la ecuación de onda para los campos électricos y magnéticos en 1D

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{F}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \vec{F}}{\partial x^2} = 0;$$

En clase vimos que las transformaciones de Galileo no son una simetría del electromagnetismo, pues no dejan la ecuación de onda invariante. Considere una transformación de la forma.

$$t \to t' = t + Axt\beta + B\beta^2 t^6 + C\cos\theta\beta^8 x^4 t^3$$

Donde $\beta = \frac{v}{c}$ con v la velocidad relativa entre dos MRI de acuerdo a Galileo

(a) Cuales son las unidades de A, B y C? Para encontrar las unidades de A, B y C debemos ser conscientes de que dado que es una suma entonces cada termino debe coincidir con sus unidades y por tanto todos deben en terminos de tiempo. Por lo tanto podemos:

i.

$$\begin{aligned} t &= t \\ [t] &= [t] \end{aligned}$$

ii.

$$\begin{aligned} t &= Axt\beta \\ [t] &= A[l][t]\frac{[v]}{[v]} \\ [t] &= A[l][t] \\ \frac{[t]}{[l][t]} &= A \\ \frac{1}{[l]} \end{aligned}$$

iii.

$$\begin{aligned} t &= B\beta^2 t^6 \\ [t] &= B\frac{[v]^2}{[v]^2}[t]^6 \\ [t] &= B[t]^6 \\ \frac{[t]}{[t]^6} &= B \\ \frac{1}{[t]^5} &= B \end{aligned}$$

iv.

$$
\begin{aligned}
t &= C\cos\theta\beta^8 x^4 t^3 \\
[t] &= C\frac{[v]^8}{[v]^8}[l]^4[t]^3 \\
[t] &= C[l]^4[t]^3 \\
\frac{[t]}{[l]^4[t]^3} &= C \\
\frac{1}{[l]^4[t]^2} &= C
\end{aligned}
$$

(b) Muestre que la ecuación de onda **NO** es invariante bajo estas transformaciones. Para esto, lo que vamos a hacer es derivar parcialmente 2 veces para demostrar que estas dos derivadas no son iguales.

$$
\begin{aligned}
&t' = t + Axt\beta + B\beta^2 t^6 + C\cos\theta\beta^8 x^4 t^3 \\
&\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t} + Ax\frac{\partial}{\partial t}\beta + 5B\beta^2 t^5\frac{\partial}{\partial t} + 3C\cos(\theta)\beta^8 x^4 t^2\frac{\partial}{\partial t} \\
&\frac{\partial^2}{\partial t'^2} = Ax\frac{\partial^2}{\partial t^2}\beta + 30B\beta^2 t^4\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 6C\cos(\theta)\beta^8 x^4 t\frac{\partial^2}{\partial t^2}
\end{aligned}
$$

2. En el LHC se colisionan protones en un choque tipo *head to head* a una energia de 14 TeV. En una de estas colisiones. descubren que se produce un bóson de Higgs, el cual posee una masa de $125.25\frac{GeV}{c^2}$ y un tiempo de vida media de $1.56 \times 10^{-22}s$

(a) Encuentre la velocidad con la cuál se produce el Higgs. Para esto vamos a usar la siguiente ecuación $E = \gamma m_0 c^2$ dado que ya tenemos los datos nos queda que:

$$
\begin{aligned}
&E = \gamma m_0 c^2 \\
&14TeV = \gamma 125.25\frac{GeV}{c^2}c^2 \\
&14TeV = \gamma 125.25GeV \\
&125.25GeV = 12.525TeV \\
&\frac{14TeV}{12.525TeV} = \gamma
\end{aligned}
$$

Ahora bien, con la definición de $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$
$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma}$$
$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\frac{14}{12.525}}$$
$$1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{156.875625}{196}$$
$$\frac{v^2}{c^2} = 1-\frac{156.875625}{196}$$
$$\frac{v}{c} = \sqrt{1-\frac{156.875625}{196}}$$
$$v = c\sqrt{1-\frac{156.875625}{196}}$$
$$v = c\sqrt{\left(1-\frac{12.525}{14}\right)\left(1+\frac{12.525}{14}\right)}$$

(b) Que distancia viaja dentro del detector donde se produce

$$L = Vt$$
$$L = c\sqrt{\left(1-\frac{12.525}{14}\right)\left(1+\frac{12.525}{14}\right)}1.56\times 10^{-22}s$$
$$L = c(0.1996)\cdot(1.56\times 10^{-22}s)$$

(c) Usted quiere medir las propiedades del Higgs desde su marco de laboratorio, encuentre el tiempo de vida en este marco y la distancia de viaje. Para esto vamos a ser conscientes de que lo unico que debemos hacer es multiplicar los resultados anteriores por el gamma encontrado. Es decir:

$$L' = \gamma L$$
$$L' = \frac{14}{12.525}\cdot c(0.1996)\cdot(1.56\times 10^{-22}s)$$
$$t' = \gamma t$$
$$t' = \frac{14}{12.525}\cdot(1.56\times 10^{-22}s)$$