Lineal II **Name:** *Sergio Montoya Ramírez*
Examen Final
01/12/2022

---

1. Para la función dada nos queda que su matriz representacíon en la base canonica es:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & -3 \\ -3 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

   Para la cual si le hacemos su polinomio caracteriztico y lo factorizamos nos queda.

$$(t^2 - 4t + 8)(t^2 - 4 * t + 20)$$

   Sin embargo, esto hace que sus valores propios caigan en el campo complejo. Por tanto, podemos saber que esta es una rotación y en consecuencia no tiene subespacios propios que serian los que definirian los bloques en la matriz diagonal por bloques.

2. Información general: La matriz representacíon en la base canonica es:

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 7 & -5 & -1 \\ 6 & -2 & 6 & -6 & -2 \\ 2 & 6 & 2 & -6 & -2 \\ 1 & 1 & 5 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 4 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

   Y por lo tanto su polinomio caracteriztico es:

$$(t-4)^2 * (t+4)^3$$

   (a) Para encontrar $P_N(t)$ y $P_D(t)$ lo primero que debemos hacer es encontrar el polinomio caracteriztico de la transformación y su lista de R_i Luego para cada uno de estos factores le buscamos los Q_i que cumplen la relación de Bezout (Es decir aquellos que cumplen que $Q_1P_1 + Q_2 + P_2 + ... + Q_nP_n = (P_1, ..., P_n)$) y con esto llegamos a los resultados de Q_1 y Q_2 que son respectivamente:

$$Q1 = -3/4096 * t + 5/1024$$

$$Q2 = 3/4096 * t^2 + 5/512 * t + 11/256$$

   Nota: Si suma $Q_1R_1 + Q_2R_2$ el resultado sera 1. Lo cual indica que los calculos son correctos.
   Luego de eso hayamos los polinomios Pi que son simplemente Q_iR_i lo cual en este caso nos da:

$$Pi1 = -3/4096 * t^4 - 1/256 * t^3 + 3/128 * t^2 + 3/16 * t + 5/16$$

$$Pi2 = 3/4096 * t^4 + 1/256 * t^3 - 3/128 * t^2 - 3/16 * t + 11/16$$

Y por ultimo sabiendo que:

$$P_D = P_1$$

$$P_N = t - PD$$

su calculo se nos facilita bastente con lo que nos da:

$$P_D = -3/4096 * t^4 - 1/256 * t^3 + 3/128 * t^2 + 3/16 * t + 5/16$$

$$P_N = 3/4096 * t^4 + 1/256 * t^3 - 3/128 * t^2 + 13/16 * t - 5/16$$

Y al valorar ambos con t la matriz representacíon y sumarlos nos da la matriz 0 y por tanto el resultado es correcto.

(b) Para hacer esto simplemente consideramos $t = Id_5$ resultado que nos da:

$$[P_D]_\beta = \begin{pmatrix} \frac{2125}{4096} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2125}{4096} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2125}{4096} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2125}{4096} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2125}{4096} \end{pmatrix}$$

$$[P_N]_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1971}{4096} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1971}{4096} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1971}{4096} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1971}{4096} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1971}{4096} \end{pmatrix}$$

(c) Como se puede ver en el polinomio representativo este solo tiene dos valores propios, en particular estos son 4 y -4 y si sacamos la dimencion del kernel para cada uno de estos casos nos queda con:

$$dim((repMatrix + 4Id_5)^2) = 2 \quad (1)$$

$$dim((repMatrix - 4Id_4)^3) = 3 \quad (2)$$

$$(3)$$

Lo cual nos lleva a saber que solo va a haber dos bloque en la diagonal uno de 2×2 y otro de 3×3 y por tanto la matriz queda de la forma

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$