

## 霸王行動

## Operation Overlord

- 1944年，盟軍策劃了一次解放歐洲的行動，而德軍則計劃對此進行防禦。
- 兩個可能的登陸點是諾曼第海灘 (Normandy beaches) 和加萊海峽省 (Pas de Calais)

18

盟軍成功的概率  
Probabilities of Allied Success

		German Defense 德軍防禦	
		Normandy 諾曼第	Calais 加萊
Allied Landing 盟軍登陸	Normandy 諾曼第	75%	100%
	Calais 加萊	100%	20%

21

霸王行動一個簡單的模型  
A Simple Model for Operation Overload

		German Defense 德軍防禦	
		Normandy 諾曼第	Calais 加萊
Allied Landing 盟軍登陸	Normandy 諾曼第	(Lose, Win)	(Win, Lose)
	Calais 加萊	(Win, Lose)	(Lose, Win)

19

盟軍的成功登陸價值  
Successful Landing Values for Allies

- 在加萊 (Calais) 成功登陸的價值為100。
- 成功登陸諾曼第 (Normandy) 的價值是80。

22

盟軍成功的先驗概率  
A Priori probabilities of success for the Allies

- 兩位玩家都選擇諾曼第 (Normandy) 則為75%
- 如果兩個玩家都選擇加萊 (Calais)，則為20%
- 如果盟軍選擇諾曼第，而德軍選擇加萊，則為100%
- 如果盟軍選擇加萊 (Calais) 而德軍選擇諾曼第 (Normandy)，則為100%

20

收益計算  
Calculation of Payoff

- 如果兩個玩家都選擇 (諾曼第, 諾曼第)，則盟軍獲得  $75\% \times 80 = 60$  分，而德軍獲得  $80 - 60 = 20$  分
- 如果兩個玩家都選擇 (加萊, 加萊)，則盟軍獲得  $20\% \times 100 = 20$  點，而德軍獲得  $100 - 20 = 80$  點

23

## 收益計算

## Calculation of Payoff

- 如果兩個玩家選擇（諾曼第，加萊），盟軍獲得 $100\% \times 80 = 80$ 分，而德軍獲得 $80 - 80 = 0$ 分
- 如果兩個玩家選擇（加萊，諾曼第），則盟軍獲得 $100\% \times 100 = 100$ 分，而德軍獲得 $100 - 100 = 0$ 分

24

Germans attach probability  $q$  to strategy "Normandy"

- $60q + 80(1-q) = 100q + 20(1-q)$
- $60q + 80 - 80q = 100q + 20 - 20q$
- $100q = 60$
- $q^* = 0.6$

27

## 霸王行動

## Overload Game

		德軍防禦	
		諾曼第 $q(0.6)$	加萊 $1-q(0.4)$
盟軍登陸	諾曼第 $p(0.2)$	$(60, 20^*)$	$(80^*, 0)$
	加萊 $1-p(0.8)$	$(100^*, 0)$	$(20, 80^*)$

25

Allies attach probability  $p$  to strategy "Normandy"

- $80p = 20(1-p)$
- $80p = 20 - 20p$
- $100p = 20$
- $p^* = 0.2$

28

## 霸王行動

## The Overload Game

- 雙方都沒有主導優勢策略 (Dominant Strategy )
- 不存在納許均衡。

26

## 混合策略的納許均衡

- 盟軍登陸諾曼第概率 0.2
- 盟軍登陸加萊概率 0.8
- 德軍強大的防禦諾曼第概率 0.6
- 德軍強大的防禦加萊概率 0.4

29

霸王行動  
Overload Game

		German Defense	
		Normandy (0.6)	Calais (1-q) (0.4)
Allied Landing	Normandy (0.2)	(60,20*)	(80*,0)
	Calais (1-p) (0.8)	(100*,0)	(20,80*)

30

## 如何增加盟軍的收益

- 混合策略的期望收益:  
盟軍的期望收益 68
- 德軍的期望收益 28
- 盟軍執行保鏢行動，盟軍登陸諾曼第期望收益 68 提升至 80，德軍的期望收益 28 降至 0

33

混合策略的期望收益  
expected Payoff for Mixed Strategy

- 盟軍的期望收益
- (Expected payoff for Allies)  

$$= 0.2 \times 0.6 \times 60 + 0.2 \times 0.4 \times 80 + 0.8 \times 0.6 \times 100 + 0.8 \times 0.4 \times 20$$
- $= 7.2 + 6.4 + 48 + 6.4 = 68$

31

混合策略的期望收益  
expected Payoff for Mixed Strategy

- 德軍的期望收益
- (Expected payoff for Germans )
- $= 0.2 \times 0.6 \times 20 + 0.2 \times 0.4 \times 0 + 0.8 \times 0.6 \times 0 + 0.8 \times 0.4 \times 80 = 2.4 + 25.6 = 28$

32