

## Правила оформления домашних заданий

1. Домашние задания выполняются либо в отдельных (тонких, не более 18-ти листов) тетрадках, либо на отдельных листах (например, формата А4), которые обязательно должны быть либо упакованы в файл, либо скреплены степлером или канцелярской скрепкой. Разрозненные листы, а также листы, скрепленные путем загибания уголка, не принимаются;
2. каждая работа должна иметь титульный лист, на котором указаны фамилия автора, индекс его группы и номер выполненного варианта.

### ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 1

#### Линейное программирование

1. Составить двойственную задачу<sup>1</sup> и решить ее графически;
2. решить исходную задачу с использованием симплекс-таблиц;
3. решить двойственную задачу с использованием симплекс-таблиц;
4. сравнить найденные решения.

№ задания	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	$\min$
Баллы	9	9	9	3	30	18

$$1. \begin{cases} 4x_1 - 10x_2 - 12.5x_3 - 6.5x_4 \rightarrow \max, \\ x_2 + 0.5x_3 - 1.5x_4 \geq 2, \\ -x_1 - 3x_3 + 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \max, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 \geq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 8x_4 \rightarrow \min, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ -x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 \geq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 6x_1 - 8x_2 - 9x_3 - 6x_4 \rightarrow \max, \\ 1.5x_1 - 2x_2 - x_3 + 1.5x_4 \leq -1, \\ -3x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 \geq 5, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 6x_1 + 9x_2 + 8x_3 \rightarrow \min, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 \leq -4, \\ 5x_1 + x_2 - 3x_3 \geq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 18x_4 \rightarrow \max, \\ -x_1 + 1.5x_3 + x_4 \geq 1, \\ x_2 - 5x_3 + 4x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 16x_3 - 6x_4 \rightarrow \min, \\ -x_1 + 4x_3 - 1.5x_4 \geq 1, \\ x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -0.5x_1 - x_2 - 0.5x_3 - 4x_4 \rightarrow \max, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 4x_4 \leq -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 - 16x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max, \\ x_1 - 4x_2 + 1.5x_4 \leq -1, \\ 2x_1 + x_3 - 3x_4 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 3x_1 + 7x_2 + 2.5x_3 + 1.5x_4 \rightarrow \min, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 3, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 \geq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 25x_1 - 20x_2 - 8x_3 + 13x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_4 \geq 4, \\ 3x_2 + x_3 - 2x_4 \leq -3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + 4.5x_3 + 3x_4 \rightarrow \min, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - 5x_4 \leq -5, \\ 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 \leq -1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 - 15x_2 - 10x_3 + 6x_4 \rightarrow \max, \\ 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq -6, \\ -x_1 - x_2 - 3x_3 + 5x_4 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 18x_1 + 4x_2 - 6x_3 - x_4 \rightarrow \min, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_4 \geq 2, \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} -6x_1 + 4x_2 + 16x_3 - 4x_4 \rightarrow \min, \\ 3x_1 - 8x_3 + 2x_4 \leq -2, \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 8x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 4x_4 \leq -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 6x_1 + 14x_2 + 5x_3 + 3x_4 \rightarrow \min, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq -2, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min, \\ -x_1 + x_2 - x_3 \leq -2, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 3x_1 + 14x_2 + 5x_3 + 6x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \leq -2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 - 16x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max, \\ x_1 - 4x_2 + 1.5x_4 \leq -1, \\ 2x_2 + x_3 - 3x_4 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 3x_1 + 2.5x_2 + 7x_3 + 1.5x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 \geq 2, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 \leq -3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 16x_3 \rightarrow \min, \\ x_1 - 4x_3 \leq -2, \\ -x_2 - 2x_3 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 8x_1 + 9x_2 + 6x_3 \rightarrow \min, \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 \geq 4, \\ -3x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 3x_1 + 4.5x_2 + 4x_3 - 3x_4 \rightarrow \min, \\ -5x_1 - x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq -5, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 3x_4 \leq -1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 8x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \rightarrow \min, \\ -4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 \leq -1, \\ -2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 6x_1 + x_2 - 16x_3 - 4x_4 \rightarrow \max, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_4 \leq 4, \\ 1.5x_1 + x_2 - 4x_3 \leq -1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 7x_1 + 1.5x_2 + 3x_3 + 2.5x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 \geq 2, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 \leq -3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 13x_1 + 25x_2 - 20x_3 - 8x_4 \rightarrow \min, \\ 2x_1 - 3x_3 - x_4 \geq 3, \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 18x_4 \rightarrow \max, \\ -x_1 + 1.5x_3 + x_4 \geq 1, \\ x_2 - 5x_3 + 4x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + 4.5x_3 + 3x_4 \rightarrow \min, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - 5x_4 \leq -5, \\ 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 \leq -1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

<sup>1</sup>В случае, когда исходная задача является задачей минимизации, ее следует привести к стандартной форме двойственной задачи, а двойственную задачу записать в стандартной форме прямой.

## Правила оформления и защиты лабораторных работ

1. Все алгоритмы должны быть реализованы с использованием системы MatLAB;
2. Реализованные алгоритмы должны работать для любого набора допустимых входных данных, в том числе и для матриц различного порядка;
3. приступая к защите лабораторной работы, студент должен иметь при себе готовый отчет, содержание которого определяется заданием на конкретную лабораторную работу.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

## Венгерский метод решения задачи о назначениях

**Цель работы:** изучение венгерского метода решения задачи о назначениях.

#### Содержание работы

1. реализовать венгерский метод решения задачи о назначениях в виде программы на ЭВМ<sup>2</sup>;
2. провести решение задачи с матрицей стоимостей, заданной в индивидуальном варианте, рассмотрев два случая:
  - а) задача о назначениях является задачей минимизации,
  - б) задача о назначениях является задачей максимизации.

#### Содержание отчета

1. содержательная и математическая постановки задачи о назначениях, а также исходные данные конкретного варианта;
2. краткое описание венгерского метода (можно в "псевдокодах");
3. текст программы;
4. результаты расчетов для задач из индивидуального варианта.

#### Индивидуальные варианты матрицы стоимостей

$$\begin{array}{llll}
 \text{1.} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 4 & 6 & 3 \\ 5 & 4 & 8 & 7 & 2 \\ 9 & 9 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 7 & 8 & 2 \end{bmatrix} & \text{2.} \begin{bmatrix} 4 & 10 & 10 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 7 & 4 \\ 9 & 5 & 6 & 8 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 8 \\ 8 & 5 & 4 & 9 & 3 \end{bmatrix} & \text{3.} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 9 & 4 \\ 9 & 3 & 8 & 7 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & 8 & 2 \\ 8 & 2 & 4 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 9 & 8 & 5 \end{bmatrix} & \text{4.} \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 & 4 & 8 \\ 10 & 10 & 4 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 9 & 8 & 3 \\ 6 & 2 & 5 & 8 & 4 \\ 5 & 4 & 8 & 9 & 3 \end{bmatrix} \\
 \text{5.} \begin{bmatrix} 9 & 11 & 3 & 6 & 6 \\ 10 & 9 & 11 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 5 & 6 & 4 \\ 6 & 8 & 10 & 4 & 9 \\ 11 & 10 & 9 & 8 & 7 \end{bmatrix} & \text{6.} \begin{bmatrix} 10 & 8 & 6 & 4 & 9 \\ 11 & 9 & 10 & 5 & 6 \\ 5 & 10 & 8 & 6 & 4 \\ 3 & 11 & 9 & 6 & 6 \\ 8 & 10 & 11 & 8 & 7 \end{bmatrix} & \text{7.} \begin{bmatrix} 11 & 4 & 11 & 6 & 11 \\ 7 & 5 & 6 & 7 & 12 \\ 9 & 7 & 8 & 10 & 10 \\ 9 & 11 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 10 & 4 & 8 & 8 \end{bmatrix} & \text{8.} \begin{bmatrix} 7 & 4 & 3 & 8 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 3 \\ 8 & 4 & 5 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 9 & 2 & 5 \end{bmatrix} \\
 \text{9.} \begin{bmatrix} 4 & 7 & 1 & 5 & 5 \\ 6 & 8 & 3 & 7 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 7 & 7 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 9 \\ 8 & 1 & 8 & 3 & 8 \end{bmatrix} & \text{10.} \begin{bmatrix} 7 & 7 & 4 & 6 & 5 \\ 3 & 8 & 1 & 8 & 8 \\ 5 & 5 & 7 & 4 & 1 \\ 7 & 6 & 8 & 6 & 3 \\ 4 & 9 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} & \text{11.} \begin{bmatrix} 5 & 6 & 8 & 2 & 7 \\ 7 & 9 & 1 & 4 & 4 \\ 6 & 8 & 3 & 4 & 2 \\ 8 & 7 & 9 & 3 & 4 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 \end{bmatrix} & \text{12.} \begin{bmatrix} 6 & 10 & 4 & 5 & 8 \\ 8 & 10 & 7 & 9 & 11 \\ 4 & 8 & 9 & 10 & 6 \\ 5 & 9 & 6 & 11 & 10 \\ 6 & 11 & 6 & 3 & 9 \end{bmatrix} \\
 \text{13.} \begin{bmatrix} 10 & 4 & 9 & 8 & 5 \\ 9 & 3 & 5 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 8 & 10 & 5 \\ 4 & 5 & 7 & 9 & 3 \\ 8 & 7 & 10 & 9 & 6 \end{bmatrix} & \text{14.} \begin{bmatrix} 8 & 4 & 5 & 7 & 2 \\ 7 & 4 & 3 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 9 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 3 \end{bmatrix} & \text{15.} \begin{bmatrix} 10 & 12 & 7 & 11 & 10 \\ 12 & 5 & 12 & 7 & 12 \\ 8 & 6 & 7 & 8 & 13 \\ 8 & 11 & 5 & 9 & 9 \\ 10 & 8 & 9 & 11 & 11 \end{bmatrix} & \text{16.} \begin{bmatrix} 7 & 7 & 9 & 6 & 3 \\ 9 & 9 & 6 & 8 & 7 \\ 6 & 11 & 4 & 6 & 5 \\ 5 & 10 & 3 & 10 & 10 \\ 9 & 8 & 10 & 8 & 5 \end{bmatrix} \\
 \text{17.} \begin{bmatrix} 8 & 10 & 5 & 6 & 4 \\ 11 & 10 & 9 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 4 & 9 \\ 10 & 9 & 11 & 5 & 6 \\ 9 & 11 & 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} & \text{18.} \begin{bmatrix} 6 & 7 & 3 & 9 & 9 \\ 8 & 9 & 7 & 6 & 9 \\ 6 & 11 & 5 & 4 & 6 \\ 10 & 10 & 10 & 3 & 5 \\ 8 & 8 & 5 & 10 & 9 \end{bmatrix} & \text{19.} \begin{bmatrix} 9 & 5 & 10 & 4 & 8 \\ 5 & 8 & 9 & 3 & 7 \\ 8 & 5 & 2 & 5 & 10 \\ 7 & 3 & 4 & 5 & 9 \\ 10 & 6 & 8 & 7 & 9 \end{bmatrix} & \text{20.} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 & 7 & 5 \\ 4 & 5 & 7 & 8 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 7 & 4 \\ 9 & 5 & 3 & 2 & 9 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 1 \end{bmatrix} \\
 \text{21.} \begin{bmatrix} 11 & 10 & 10 & 7 & 12 \\ 7 & 12 & 12 & 12 & 5 \\ 8 & 8 & 13 & 7 & 6 \\ 9 & 8 & 9 & 5 & 11 \\ 11 & 10 & 11 & 9 & 8 \end{bmatrix} & \text{22.} \begin{bmatrix} 4 & 10 & 10 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 7 & 4 \\ 9 & 5 & 6 & 8 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 8 \\ 8 & 5 & 4 & 9 & 3 \end{bmatrix} & \text{23.} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 9 & 4 \\ 9 & 3 & 8 & 7 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & 8 & 2 \\ 8 & 2 & 4 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 9 & 8 & 5 \end{bmatrix} & \text{24.} \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 & 4 & 8 \\ 10 & 10 & 4 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 9 & 8 & 3 \\ 6 & 2 & 5 & 8 & 4 \\ 5 & 4 & 8 & 9 & 3 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

<sup>2</sup>В программе необходимо предусмотреть два режима работы: "итоговый", когда программа печатает только матрицу назначений, и "отладочный", когда на каждой итерации на экран выводится текущая матрица эквивалентной задачи с отмеченной (например, цветом или шрифтом) системой независимых нулей.

$$\begin{array}{llll}
 \text{25.} \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 & 3 & 7 \\ 4 & 6 & 4 & 6 & 3 \\ 10 & 7 & 10 & 9 & 4 \\ 12 & 10 & 3 & 2 & 5 \\ 6 & 5 & 7 & 8 & 2 \end{bmatrix} & \text{26.} \begin{bmatrix} 4 & 8 & 10 & 2 & 6 \\ 7 & 6 & 4 & 8 & 6 \\ 9 & 3 & 6 & 7 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 3 & 8 \\ 8 & 3 & 4 & 8 & 3 \end{bmatrix} & \text{27.} \begin{bmatrix} 3 & 7 & 9 & 11 & 6 \\ 9 & 4 & 8 & 7 & 4 \\ 4 & 6 & 7 & 9 & 3 \\ 8 & 3 & 4 & 6 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 8 & 5 \end{bmatrix} & \text{28.} \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 & 4 & 9 \\ 9 & 9 & 3 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 9 & 8 & 4 \\ 7 & 3 & 6 & 10 & 7 \\ 5 & 4 & 8 & 9 & 4 \end{bmatrix} \\
 \text{29.} \begin{bmatrix} 9 & 11 & 3 & 6 & 6 \\ 10 & 9 & 11 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 5 & 6 & 4 \\ 6 & 8 & 10 & 4 & 9 \\ 11 & 10 & 9 & 8 & 7 \end{bmatrix} & \text{30.} \begin{bmatrix} 10 & 8 & 6 & 4 & 9 \\ 11 & 9 & 10 & 5 & 6 \\ 5 & 10 & 8 & 6 & 4 \\ 3 & 11 & 9 & 6 & 6 \\ 8 & 10 & 11 & 8 & 7 \end{bmatrix} & & 
 \end{array}$$