1 Введение

Порой уравнение, лежащие в основе физических задач, очень сложны для того, чтобы получить ответ в явном виде. На помощь приходит компьютеры. Большинство уравнений сложных уравнений решаются только с помощью численного решения.

2 Задача

Пусть на материальную точку в одномерном пространстве действует некая сила $\vec{F}$. Из курса физики мы знаем, что по второму закону Ньютона

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{1}$$

значит есть точная взаимосвязь между ускорением и силой. В жизни не все бывает идеально, силы бывают непостоянными, что приводит к сложной зависимости ускорения от времени. А ведь зная ускорение, начальную координату и начальную скорость, можно однозначно знать, в какой точке пространства будет находиться наш объект.
Как вы помните с занятий, зная график ускорения от времени можно точно найти изменение скорости тела. Тогда функция скорости от времени при равноускоренном движении будет иметь вид:

$$V(t) = at + V_0 \tag{2}$$

, где a - ускорение, V_0 - начальная скорость.
функция координаты от времени:

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0 \tag{3}$$

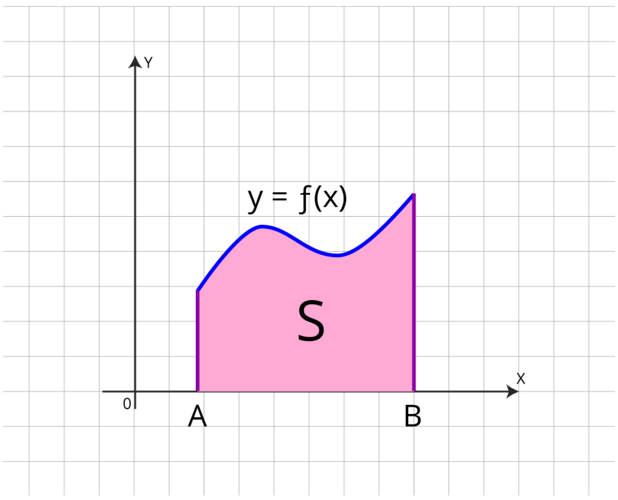


График ускорения от времени 1

Площадь под графиком $a = const$ найти достаточно просто... Но, что делать, если график $a(t)$ не похож ни на одну геометрическую фигуру?

3 Численное интегрирование

Интегрирование это тоже самое, что находить площадь под графиком. Такую задачу можно решить приближенно, используя методы численного интегрирования(по правым прямоугольникам).

Разобьем время t на N частей, и будем считать изменение скорости за время $dt = \frac{t}{N}$(то есть найдем площадь под графиком с помощью прямоугольников), тогда:

$$V(dt) = a(dt)dt + V_0 \tag{4}$$

$$V(2dt) = a(dt)dt + a(2dt)dt + V_0 \tag{5}$$

$$V(3dt) = a(dt)dt + a(2dt)dt + a(3dt)dt + V_0 \tag{6}$$

$$\ldots \tag{7}$$

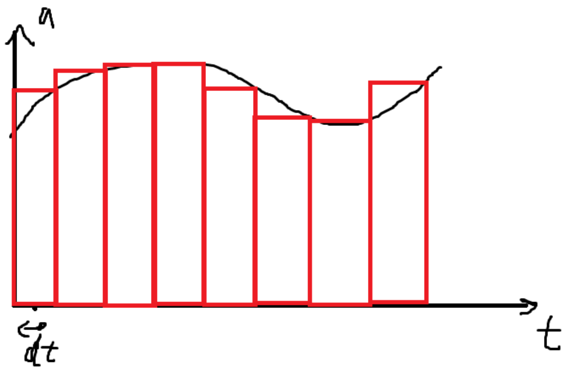


График ускорения от времени

Тогда в каждый момент времени ndt скорость точки будет найти:

$$V(ndt) = V_0 + \sum_{i=1}^{n} a(idt)dt \tag{8}$$

Значок $\sum$ означает:

$$\sum_{0}^{n} a(i) = a(1) + a(2) + a(3) + ... + a(n) \tag{9}$$

Отсюда получаем зависимость скорости от времени $V(t)$. Зная начальную скорость и график скорости(который мы получили ранее), получим зависимость координаты от времени.

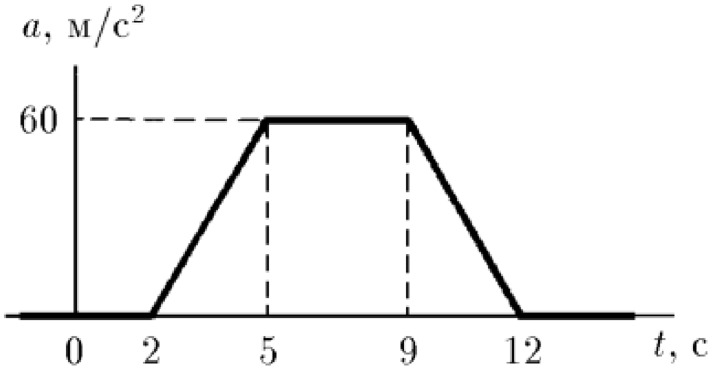
$$x(ndt) = x_0 + \sum_{i=1}^{n} V(idt)dt \tag{10}$$

Общий вид для нахождения координаты произвольной функции ускорения от времени.

$$x(ndt) = x_0 + \sum_{i=1}^{n}(V_0 + \sum_{j=1}^{i} a(jdt)dt))dt = x_0 + V_0 t + dt^2 \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i} a(jdt) \tag{11}$$

4 Постановка задачи

Построить графики зависимости координаты и скорости тела от времени, если дан график ускорения, начальная координата и начальная скорость тела(пусть $x_0 = 0$ и $v_0 = 0$).
Чтобы проверить правильность вашей программы, сравните график скорости и координаты от времени при равномерном движении и равноускоренном движении.
Функции:
1) $a(t) = 6t + 2$
2) $a(t) = t^2$
3) Из классной работы:



4) $a(t) = \sin t$
5) $a(t) = e^t$, $a(t) = e^{-t} - 2e^{-2t}$
6) $a(t) = 10e^{-t}\cos 8t$ (при $v_0 = -0.2$)
Для выполнения данного задания рекомендую ознакомится с библиотекой numpy(для массивов), matplotlib для отображения графиков