

ÚLOHA 2.2

MERANIE MODULU PRUŽNOSTI V ŤAHU
(z priehybu)

Abstrakt

The aim of this paper is to determine elastic modulus of three rectangular cross-section poles made from different materials. To find out these values we measured the dependence of the convex deformation of tested material on applied forces. Unfortunately, there are some discrepancies between our results and the reference results.

1 Teoretická analýza

Zmene vzájomnej polohy a rozloženia častíc v tuhom telese hovoríme deformácia. V tejto práci sa budeme zaoberať len jedným konkrétnym druhom deformácie a to deformáciou v ťahu. Naším konkrétnym cieľom bude určiť Youngov modul pružnosti v ťahu E pre rôzne materiály. Ten určíme z dĺžky priehybu tyče obdĺžnikového prierezu, ktorú podoprieme dvoma hranami vo vzdialenosti l a zo sily pôsobiacej na jej stred. Pri pôsobení sily F sa stred tyče prehne o dĺžku:

$$y = \frac{Fl^3}{48EJ}, \quad (1)$$

kde J je kvadratický moment prierezu tyče vzhľadom na neutrálnu os, ktorého hodnota pre tyč obdĺžnikového prierezu (a, b) , ktorá je namahaná v smere b je $J = ab^3/12$. Po dosadení do vzťahu (1) zistíme, že pre modul pružnosti E platí vzťah

$$E = \frac{Fl^3}{4ab^3y}. \quad (2)$$

2 Meranie

Úlohy:

1. Určte modul pružnosti E z priehybu vzoriek (tyče obdĺžnikového prierezu zo železa, ocele a mosadze).
2. Vyneste do grafu závislosť priehybu tyče od pôsobiacej sily $y = f(F)$. Presvedčte sa, či nebola prekročená hranica úmernosti σ_u , pružnosti σ_E .
3. Meranie spracujte pomocou metódy najmenších štvorcov.¹ Určte presnosť merania a výsledky porovnajte s hodnotami vo fyzikálnych tabuľkách.

Pomôcky: Lavica s príslušenstvom, kovové tyče (Fe, oceľ, mosadz), mikrometer, pravítko a sada závaží.

¹Pri spracovaní merania využite vybavenie osobného počítača.

Postup:

- Mikrometrom odmeriame rozmery (a, b) vzoriek na viacerých miestach. Určíme ich priemernú hodnotu.
- Pravítkom odmeriame vzdialenosť oporných hrán l .
- Odčítame pôvodnú hodnotu indikátora y_0 .
- Pridaním závažia na nosič vytvoríme silu F ($F = m_{\text{závažia}}g$) prehýbajúcu tyč.
- Pridávaním závaží silu postupne zvyšujeme.²
- Pre každú silu odčítame hodnotu priehybu y z indikátora.
- Počas merania kontrolujeme nulovú hodnotu (snažíme sa zistiť, či sa neprekročila medza pružnosti σ_E).
- Hodnoty y_i a im odpovedajúce hodnoty F_i spracujeme metódou najmenších štvorcov.
- Zo vzťahu

$$E = \frac{l^3 \sum_{i=1}^n F_i^2}{4ab^3 \sum_{i=1}^n y_i F_i} \quad (3)$$

vypočítame najpravdepodobnejšiu hodnotu modulu pružnosti E .

- Vykreslíme graf závislosti priehybu tyče od pôsobiacej sily.

3 Výsledky

Smerodajné odchýlky ľubovoľnej vypočítanej veličiny $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ skladáme podľa vzorca

$$s_{(f)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} s_{(x_i)} \right)^2}, \quad (4)$$

za predpokladu, že veličiny x_1, x_2, \dots, x_n sú navzájom nezávislé.

Pomocou mikrometra sme zistili potrebné rozmery tyčí:

²Robíme to tak, aby hodnoty síl tvorili aritmetickú postupnosť.

| železo | | |
|--------|---------------------|----------------------|
| č. | $b/[mm]$ | $a/[mm]$ |
| 1. | 5,36 | 14,508 |
| 2. | 5,42 | 13,936 |
| 3. | 5,364 | 14,324 |
| 4. | 5,28 | 14,26 |
| 5. | 5,44 | 14,36 |
| priem. | $5,3728 \pm 0,0624$ | $14,2776 \pm 0,2116$ |

Tabuľka 1: Rozmery železnej tyče

| mosadz | | |
|--------|--------------------|----------------------|
| č. | $b/[mm]$ | $a/[mm]$ |
| 1. | 5,92 | 20,356 |
| 2. | 5,82 | 20,5 |
| 3. | 5,92 | 20,2 |
| 4. | 5,96 | 20,18 |
| 5. | 5,9 | 20,58 |
| priem. | $5,904 \pm 0,0518$ | $20,3632 \pm 0,1775$ |

Tabuľka 2: Rozmery mosadznej tyče

| oceľ | | |
|--------|---------------------|----------------------|
| č. | $b/[mm]$ | $a/[mm]$ |
| 1. | 4,57 | 18,63 |
| 2. | 4,612 | 18,734 |
| 3. | 4,6 | 19,42 |
| 4. | 4,97 | 19 |
| 5. | 4,586 | 19,3 |
| priem. | $4,6676 \pm 0,1698$ | $19,0168 \pm 0,3437$ |

Tabuľka 3: Rozmery oceľovej tyče

K určení vzdialenosti bodov podopretia $l = 0.882 \pm 0.0005$ m nám poslúžilo pravítko. Kvôli snahe o kontrolu, či sme neprekročili medzu pružnosti σ_E sme pred aj po každej záťaži skontrolovali hodnotu priehybu v „pokojojom stave“ (stav, kedy na tyč tlačí iba prázdna miska slúžiaca na podkladanie závaží) a porovnávali sme ju s počiatočnou hodnotou priehybu (t.j. hodnotou v „pokojojom stave“ pred tým, ako sme začali s našim prvým pokladnaním závažia). Do tabuľky sme si zaznačili pre jednotlivé pôsobiace sily výchylku, ktorú spôsobili:

| | železo | mosadz | ocel' |
|---------|----------|----------|----------|
| $F/[N]$ | $y/[mm]$ | $y/[mm]$ | $y/[mm]$ |
| 0,981 | 0,485 | 0,443 | 0,370 |
| 1,962 | 1,095 | 0,873 | 0,610 |
| 2,943 | 1,624 | 1,306 | 0,919 |
| 3,924 | 2,170 | 1,733 | 1,224 |
| 4,905 | 2,655 | 2,173 | 1,531 |

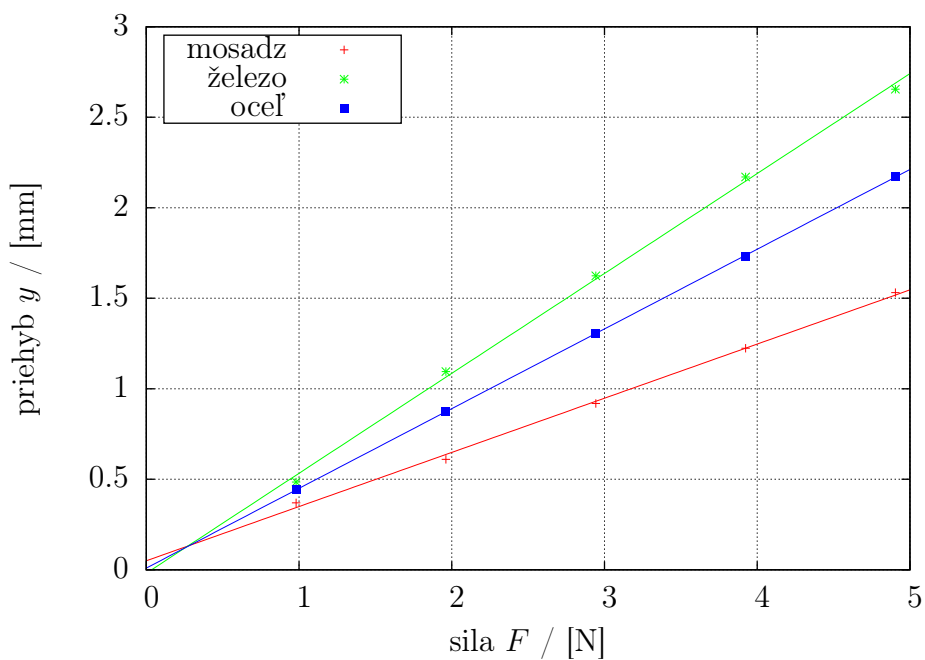
Tabuľka 4: Hodnoty priehybov pre pôsobiace sily

Následne sme podľa vzťahu (3) vypočítali modul pružnosti skúmaných tyčí:

| $E_{\text{železo}}/[*10^{11} \text{ Pa}]$ | $E_{\text{mosadz}}/[*10^{11} \text{ Pa}]$ | $E_{\text{ocel'}}/[*10^{11} \text{ Pa}]$ |
|---|---|--|
| $1,415 \pm 0,054$ | $0,924 \pm 0,026$ | $2,832 \pm 0,309$ |

Tabuľka 5: Moduly pružnosti

Nakoniec sme graficky znázornili závislosť priehybu od pôsobiacej sily:



Graf 1: Grafické znázornenie závislosti priehybu od pôsobiacej sily pre rôzne materiály

4 Diskusia a záver

Nepresnosť našich výsledkov mohlo spôsobiť viacero chýb pri meraní. Jednou z nich je, napríklad, nepresné polozenie podkladacej misky na stred tyče, prípadne jej posúvanie (snaha

o nápravu) počas merania. Ďalšou možnou chybou bolo chybné odčítanie čísla z meracieho prístroja počas merania. Dôvodom je jeho o 180° natočená poloha.

K našim nie úplne presným výsledkom sa mohlo do vysokej miery pričiniť aj možné opotrebovanie tyčí. Naše hodnoty modulov pružnosti sa podstatne líšia od tých tabuľkových (jedna dokonca o 34 %).

Literatúra

- [1] Zrubáková, N., Brežná, E., Pisoňová, B.: Praktikum z mechaniky a molekulovej fyziky. Bratislava, UK 2003.