

ÚLOHA 12

PÁD GULE V OHRANIČNOM PLYNNOM PROSTREDÍ

DENISA LAMPÁŠOVÁ
1FYZ2

12. marca 2015

Abstrakt

The aim of this paper is to describe the process and results of determining the Reynolds number of the air. The velocity of falling ball in an air-filled glass tube was measured, so that the air flow around the ball was either turbulent or laminar. By further analysis of the experimental data the Reynolds number of air was determined.

1 Teoretická analýza

Rýchlosť loptičky (gule) padajúcej voľným pádom v plyne narastá, respektíve sa mení, dokým výslednica na ňu pôsobiacich síl nezačne byť nulová. Konkrétne na ňu pôsobí odporová sila prostredia F_o , tiažová sila $F_g = 4/3 \cdot \pi r^3 \rho_g g$ a vztlaková sila $F_v = 4/3 \cdot \pi r^3 \rho g$, kde r je polomer gule, ρ_g je hustota gule, ρ hustota plynu a g tiažové zrýchlenie. Takže v momente, kedy nastane prípad

$$F_g = F_o + F_v, \quad (1)$$

sa pohybový stav gule prestane meniť a guľa pokračuje vo svojom páde konštantnou rýchlosťou v_k .

Aby sme zistili veľkosť sily odporu prostredia F_o , uvažujme, že loptička je v pokoji a plyn ju obteká rýchlosťou v_k . Na určenie typu prúdenia použijeme bezrozmerný parameter – *Reynoldsovo číslo* Re , ktoré je pre valcovú trubicu dané výrazom

$$Re = \frac{D v_k \rho}{\mu} \quad (2)$$

kde D je priemer trubice a μ dynamická viskozita.

Ak $Re > 2200$, plyn obtekajúci guľôčku bude za ňou vytvárať víry a v trubici bude celkovo prevládať chaotické – *turbulentné* – prúdenie. Ak $Re < 1200$, prúdenie bude hladké – *laminárne*. Oblasť medzi danými hodnotami je prechodová.

V prípade laminárneho prúdenia a guľôčky s polomerom r oveľa väčším, než je stredná voľná dráha molekúl plynu, môžeme odporovú silu F_o vyjadriť pomocou *Stokesovho vzťahu*

$$F_o = 6\pi\mu r v_k. \quad (3)$$

Ak je prúdenie turbulentné, podľa tzv. *Newtonovho vzťahu* bude odporová sila pôsobiaca na guľové teleso rovná

$$F_o = C\rho r^2 v_k. \quad (4)$$

Nakoľko tiažová a vztlaková sila sú konštantné, musí platiť závislosť

$$v_k \propto \frac{1}{\rho}. \quad (5)$$

Rýchlosť v_k a hustotu plynu ρ nevieme odmerať priamo, môžeme ich však vyjadriť z priamo merateľných veličín: doby zatienenia senzora t a tlaku plynu v aparátúre p , ako:

$$\rho = \frac{pm_1}{kT}, \quad (6)$$

$$v_k = \frac{d}{t}, \quad (7)$$

kde m_1 je hmotnosť jednej molekuly plynu, k Boltzmanova konštanta, T termodynamická teplota a d priemer guľôčky.

2 Meranie

Úlohy:

1. Určiť Reynoldsovo číslo a zostrojiť graf jeho závislosti od tlaku plynu v trubici.

Pomôcky: Dlhá, vákuovo tesná trubica upevnená na otáčavej osi, loptička, výveva, manometer, vákuometer, optický senzor CMA pripojený k počítaču s nainštalovanou aplikáciou *IP-Coach*.

Postup:

- Zistíme hodnoty tlaku p a teploty T v laboratóriu.
- Trubicu vyčerpáme na nízky tlak.
- Z pripojeného vákuometra odčítame hodnotu tlaku vnútri trubice.
- Loptičku presunieme do vrchnej časti trubice, zaistíme západku a trubicu otočíme do zvislej polohy.
- Uvoľníme západku a optickým senzorom odmeriame čas, počas ktorého guľa preruší svetelný lúč v senzore.
- Podľa vzorca (7) vypočítame ustálenú rýchlosť pádu gule v_k .
- Meranie opakujeme pre rôzne hodnoty tlaku.¹ Pre každú hodnotu vykonáme meranie aspoň trikrát.
- Získané hodnoty spriemerujeme a určíme ich štandardné odchýlky.
- Podľa vzorca (6) určíme hustotu vzduchu ρ pri danom tlaku. Na zistenie Reynoldsovho čísla použijeme rovnicu (2).
- Zostrojíme graf znázorňujúci závislosť Reynoldsovho čísla od tlaku.

3 Výsledky

Smerodajné odchýlky ľubovoľnej vypočítanej veličiny $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ skladáme podľa vzorca

$$s_{(f)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} s_{(x_i)} \right)^2}, \quad (8)$$

za predpokladu, že veličiny x_1, x_2, \dots, x_n sú navzájom nezávislé.

K nášmu meraniu sme mali k dispozícii trubicu s priemerom $D_{\text{trubica}} = 40$ mm a loptičku s priemerom $d_{\text{lopticka}} = 37,14$ mm. Tlaku a teplotu v miestnosti sme priradili hodnoty $p_a =$

¹Nevynecháme atmosférický tlak p_a , ktorým meranie ukončíme.

100 kPa a $T = 295,1$ K. Pre rôzne tlaky sme namerali čas, kedy loptička prerušila svetelný lúč senzora t_1 a čas, kedy ho prerušovať prestala t_2 . Namerané hodnoty sme si zapísali do tabuľky:

	$p = 20$ kPa		$p = 41$ kPa		$p = 60$ kPa		$p = 80$ kPa		$p = 100$ kPa	
	t_1 /[s]	t_2 /[s]	t_1 /[s]	t_2 /[s]	t_1 /[s]	t_2 /[s]	t_1 /[s]	t_2 /[s]	t_1 /[s]	t_2 /[s]
1.	6,897	6,922	7,150	7,181	8,425	8,463	7,917	7,959	7,038	7,084
2.	6,361	6,386	11,176	11,209	8,228	8,265	6,269	6,309	7,057	7,103
3.	7,460	7,485	10,432	10,463	6,693	6,729	7,193	7,233	7,145	7,193

Tabuľka 1: Nami namerané údaje

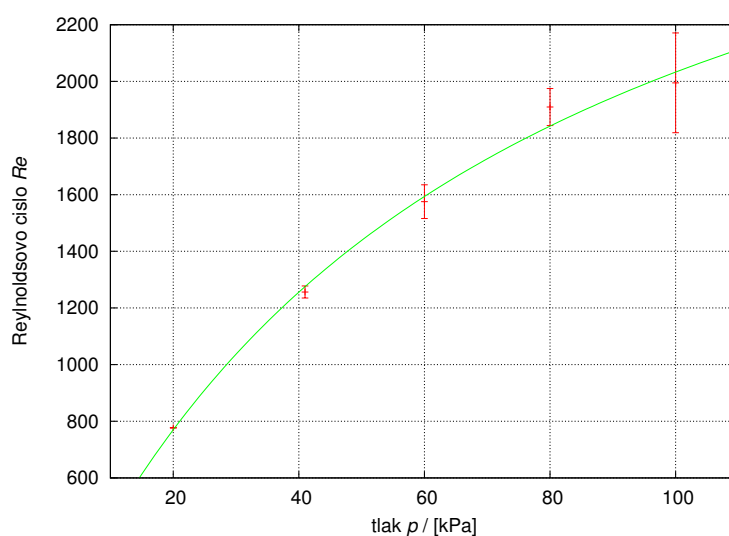
Mólová hmotnosť vzduchu je približne $M_{\text{vzduch}} = 29$ g/mol. Hmotnosť jednej molekuly m_1 bude teda $m_1 = M_{\text{vzduch}}/N_A = 4,82 \cdot 10^{-26}$ kg (N_A je *Avogadrova konštanta*). Viskozita vzduchu pri 20°C $\mu(20^\circ\text{C}) = 1,811 \cdot 10^{-5}$ Pa \cdot s.

Pre každý tlak sme vypočítali $\Delta\bar{t}$ – čas, ktorý loptičke v priemere trvalo prerušenie. V tomto momente nám už nič nebránilo určiť aj ostatné hľadané hodnoty:

p /[kPa]	$\Delta\bar{t}$ /[s]	v_k /[m/s]	ρ /[kg/m ³]	Re
20	0,025	1,4856	0,237	777,163
41	$0,0317 \pm 0,0005$	$1,1716 \pm 0,012$	0,485	$1256,454 \pm 21,403$
60	$0,0370 \pm 0,0014$	$1,0038 \pm 0,038$	0,710	$1575,330 \pm 59,607$
80	$0,0407 \pm 0,0005$	$0,9125 \pm 0,012$	0,947	$1909,491 \pm 25,335$
100	$0,0487 \pm 0,0043$	$0,7626 \pm 0,067$	1,184	$1994,771 \pm 176,130$

Tabuľka 2: Nami namerané údaje

Nakoniec sme namerané hodnoty vyniesli do grafu:



4 Diskusia a záver

Na nepresnosti našich výsledkov sa mohlo podieľať niekoľko faktorov. Jedným z nich sú napríklad drobné výkyvy tlaku počas merania, ktoré sa vyskytli aj napriek tomu, že sme sa ho snažili udržiavať na konštantnej hodnote. Ďalším problémom mohlo byť nedosiahnutie terminálnej rýchlosti. Z dôvodov časovej tiesne sme meranie pri každej hodnote tlaku v aparátúre opakovali iba trikrát, čo sa prejavilo vo vysokej hodnote štandardnej odchýlky.

Z našich výsledkov usudzujeme, že prúdenie vo väčšine prípadov zasahovalo do prechodnej oblasti, avšak pri nízkych tlakoch (v našom prípade iba 20 kPa) bolo laminárne.

Literatúra

- [1] Zrubáková, N., Brežná, E., Pisoňová, B.: Praktikum z mechaniky a molekulovej fyziky. Bratislava, UK 2003.