Полный анализ функции

12 декабря 2023 г.

Введение

Данный документ содержит полный анализ функции с разложением в ряд Тейлора, построением графика и взятием полной производной.

Исходная функция.

$$f(x, z, y) = \ln(x + z) \cdot (3 + y)$$

1 Взятие 1-ой производной по х.

$$f(x) = \ln(x+z) \cdot (3+y)$$

Кто бы мог подумать что:

$$(\ln(x+z)\cdot(3+y))' = (\ln(x+z))'\cdot 3 + y + \ln(x+z)\cdot(3+y)'$$

Можно убедиться, что:

$$(3+y)^{'} = (3)^{'} + (y)^{'}$$

Заметим, что:

$$(y)' = 0$$

Не требует дальнейших комментариев:

$$(3)^{'} = 0$$

Заметим, что:

$$\left(\ln\left(x+z\right)\right)' = \frac{\left(x+z\right)'}{x+z}$$

Кто бы мог подумать что:

$$(x+z)' = (x)' + (z)'$$

Нетрудно заметить:

$$(z)' = 0$$

Увидим, что:

$$(x)^{'} = 1$$

Получаем:

$$f^{(1)}(x) = \frac{(1+0)}{(x+z)} \cdot (3+y) + \ln(x+z) \cdot (0+0)$$

2 Упрощение.

$$\frac{(1+0)}{(x+z)} \cdot (3+y) + \ln(x+z) \cdot (0+0) = \frac{1}{(x+z)} \cdot (3+y)$$

3 Вычисление значения функции в точке.

$$f(100) = 32.5777$$

4 Вычисление производной функции в точке.

$$f'(5) = 0.7$$

5 Разложение данной функции в ряд Тейлора.

$$\ln\left(x+z\right)\cdot\left(3+y\right) = 11.2661 + \tfrac{1.4}{1}\cdot x^1 - \tfrac{0.28}{2}\cdot x^2 + \tfrac{0.112}{6}\cdot x^3 - \tfrac{0.0672}{24}\cdot x^4 + \tfrac{0.05376}{120}\cdot x^5 - \tfrac{0.05376}{720}\cdot x^6 + \tfrac{0.064512}{5040}\cdot x^7 + o(x^7)$$

6 Взятие полной производной

$$F(x,z,y) = \sqrt{(\frac{1}{(x+z)}\cdot(3+y)\cdot\Delta x)^2 + (\frac{1}{(x+z)}\cdot(3+y)\cdot\Delta z)^2 + (\ln{(x+z)}\cdot\Delta y)^2}$$

7 Уравнение касательной функции в точке ${
m x}=2$.

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 1 \cdot x + 11.6214$$

8 График функции и касательной к ней.

