Полный анализ функции

12 декабря 2023 г.

Введение

Данный документ содержит полный анализ функции с разложением в ряд Тейлора, построением графика и взятием полной производной.

Исходная функция

$$f(x, z, y) = \ln(x + z) \cdot (3 + y)$$

1. Взятие 1-ой производной по х

$$f(x) = \ln(x+z) \cdot (3+y)$$

Кто бы мог подумать что:

$$(\ln(x+z)\cdot(3+y))^{'} = (\ln(x+z))^{'}\cdot 3 + y + \ln(x+z)\cdot(3+y)^{'}$$

Можно убедиться, что:

$$(3+y)^{'} = (3)^{'} + (y)^{'}$$

Заметим, что:

$$(y)' = 0$$

Не требует дальнейших комментариев:

$$(3)' = 0$$

Заметим, что:

$$\left(\ln\left(x+z\right)\right)' = \frac{(x+z)'}{x+z}$$

Кто бы мог подумать что:

$$(x+z)' = (x)' + (z)'$$

Нетрудно заметить:

$$(z)' = 0$$

Увидим, что:

$$(x)' = 1$$

Получаем:

$$f^{(1)}(x) = \frac{(1+0)}{(x+z)} \cdot (3+y) + \ln(x+z) \cdot (0+0)$$

2. Упрощение

$$\frac{(1+0)}{(x+z)} \cdot (3+y) + \ln(x+z) \cdot (0+0) = \frac{1}{(x+z)} \cdot (3+y)$$

3. Вычисление значения функции в точке

$$f(100) = 32.5777$$

4. Вычисление производной функции в точке

$$f'(5) = 0.7$$

5. Разложение данной функции в ряд Тейлора

$$\ln\left(x+z\right)\cdot\left(3+y\right) = 11.2661 + \tfrac{1.4}{1}\cdot x^1 - \tfrac{0.28}{2}\cdot x^2 + \tfrac{0.112}{6}\cdot x^3 - \tfrac{0.0672}{24}\cdot x^4 + \tfrac{0.05376}{120}\cdot x^5 - \tfrac{0.05376}{720}\cdot x^6 + \tfrac{0.064512}{5040}\cdot x^7 + o(x^7)$$

6. Взятие полной производной

$$F(x, z, y) = \sqrt{(\frac{1}{(x+z)} \cdot (3+y) \cdot \Delta x)^2 + (0 \cdot \Delta)^2 + (\frac{1}{(x+z)} \cdot (3+y) \cdot \Delta z)^2 + (\ln(x+z) \cdot \Delta y)^2}$$

7. Уравнение касательной функции в точке ${ m x}=2$

$$g(x) = 1 \cdot x + 11.6214$$

8. График функции и касательной к ней

