

$$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow H_3(\mathbb{Z}) \qquad f: (a, b) \mapsto \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (1a)$$

$$H_3(\mathbb{Z}) \rightarrow \mathbb{Z} \qquad g: \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mapsto c \qquad (1b)$$