

NOI2024 模拟赛

时间：2024 年 5 月 9 日 07:30 ~ 12:30

题目名称	苦痛之路	丝之歌	圣巢万神殿
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	pain	silksong	pantheon
可执行文件名	pain	silksong	pantheon
输入文件名	pain.in	silksong.in	pantheon.in
输出文件名	pain.out	silksong.out	pantheon.out
每个测试点时限	3.0 秒	1.0 秒	1.0 秒
内存限制	512 MB	512 MB	512 MB
测试点数目	N/A	N/A	N/A
测试点是否等分	否	否	否
提交源程序文件名	pain.cpp	silksong.cpp	pantheon.cpp

编译选项

对于 C++ 语言	-std=c++17 -O2 -lm
-----------	--------------------

注意事项与提醒（请选手务必仔细阅读）

- 1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
- 2. C/C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是 0。
- 3. 因违反以上两点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
- 4. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
- 5. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
- 6. 程序可使用的栈内存空间限制与题目的内存限制一致。
- 7. 可能需要酌情根据评测机速度调整时间限制。

苦痛之路 (pain)

【题目背景】

要想见证尘封的秘密，就要承受最严厉的惩罚。

【题目描述】

给定正整数 n 和质数 p 。对于 $\{1, 2, \dots, n\}$ 的一个非空子集 S ，称 S 是好的，当且仅当 S 中元素的最大公约数为 1，且最小公倍数为 n 。

求好的集合的个数，答案对 p 取模。

【输入格式】

从文件 `pain.in` 中读入数据。

本题的一个测试点中包含多组测试数据，它们的 p 相同。

第一行两个正整数 T, p ，表示测试数据组数和模数。

接下来 T 行，每行一个正整数 n ，表示一组测试数据。

【输出格式】

输出到文件 `pain.out` 中。

输出 T 行，每行一个正整数，表示该组测试数据的答案。

【样例 1 输入】

```
1 4 998244353
2 6
3 60
4 25200
5 698377680
```

【样例 1 输出】

```
1 7
2 3464
3 343008195
4 181431013
```

【样例 1 解释】

对于第一组数据，好的集合为 $\{1, 2, 3, 6\}, \{2, 3, 6\}, \{2, 3\}, \{1, 3, 6\}, \{1, 6\}, \{1, 2, 6\}$ 和 $\{1, 2, 3\}$ ，共 7 个。

【样例 2】

见选手目录下的 *pain/pain2.in* 与 *pain/pain2.ans*。

【数据范围】

对于所有测试点： $1 \leq T \leq 3 \times 10^5, n \leq 10^{18}, p \in [10^8, 10^9 + 7]$ ，保证 n 的最大质因子不超过 100。

Subtask 编号	$T \leq$	$n \leq$	特殊性质	分值
1	1	200	无	6
2		10^7		8
3		10^9		8
4		10^{18}	n 为完全平方数	14
5			无	21
6	30			7
7	5000			15
8	3×10^4			7
9	3×10^5			14

【提示】

你可以使用 barrett 取模优化加速取模运算，下发文件中提供了一份示例代码。

丝之歌 (silksong)

【题目背景】

(本题的题面与题目名称没有任何联系, 恰如现在的我们与丝之歌没有任何联系。)

I love you it's ruining my life

Another fortnight lost in America

【题目描述】

度过了梦幻的两周, 生活支离破碎, 烟草的香味, 一望无际的薰衣草, 绿水或者青山, 诗人卡芙米已无法分别梦与现实。似是若非的飘渺感一直在她身边, 现在她正漫步在 California 寻找新的灵感。

California 可以被抽象为 n 个点 m 条边的无向图, 其中可能包含重边与自环。现在她希望知道有多少种方案选出一些边, 使得这些边可以覆盖所有点。称点 u 被某种方案覆盖, 当且仅当其中存在至少一条边, 使得此边的一个端点为 u 。两个方案被视为不同的, 当且仅当存在一条边, 其在一种方案中被选中, 在另一种方案中没有被选中。特别地, 重边被视为不同的边。

【输入格式】

从文件 ***silksong.in*** 中读入数据。

第一行两个正整数 n, m 。

接下来 m 行每行两个正整数 u, v , 表示一条边。

【输出格式】

输出到文件 ***silksong.out*** 中。

一行一个非负整数, 表示好的集合的个数对 $10^9 + 7$ 取模后的值。

【样例 1 输入】

```
1 3 3
2 1 2
3 2 3
4 1 3
```

【样例 1 输出】

```
1 4
```

【样例 1 解释】

好的集合有以下四个：

- 1. $\{(1, 2), (2, 3)\}$;
- 2. $\{(1, 2), (1, 3)\}$;
- 3. $\{(2, 3), (1, 3)\}$;
- 4. $\{(1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$ 。

【样例 2 输入】

```
1 4 5
2 1 2
3 2 3
4 3 4
5 1 4
6 1 3
```

【样例 2 输出】

```
1 16
```

【数据范围】

对于所有测试点： $1 \leq n \leq 40, 1 \leq m \leq 60$ 。图中可能包含重边与自环。

Subtask 编号	$n \leq$	$m \leq$	分值
1	20	20	15
2	15	60	10
3	22		10
4	30	40	15
5		60	10
6	40		40

圣巢万神殿 (pantheon)

【题目背景】

“不过尔辈是否有曾祈望，在那位强大神明于梦境与意志中心调谐之时，甚至处于无瑕境界、位列无人能及之巅峰之上时，将其力克？吾等不看好！”

【题目描述】

给定正整数 n, m 、非负整数 k 和质数 p 。令 $L_{n,m}$ 为从 $(0,0)$ 到 (n,m) 的所有简单格路构成的集合。对于 $\forall l_1, l_2 \in L_{n,m}$ ，称有序对 (l_1, l_2) 是好的，当且仅当它们除去起点和终点外恰好有 k 个交点。

求好的有序对的数量，答案对 p 取模。

【输入格式】

从文件 *pantheon.in* 中读入数据。

一行四个非负整数，分别表示 n, m, k, p 。

【输出格式】

输出到文件 *pantheon.out* 中。

一行一个非负整数，表示好的有序对的数量对 p 取模后的值。

【样例 1 输入】

1 2 1 1 998244353

【样例 1 输出】

1 4

【样例 1 解释】

好的有序对有四个：

1. $l_1 = ((0,0), (1,0), (2,0), (2,1)), l_2 = ((0,0), (1,0), (1,1), (2,1))$;
2. $l_1 = ((0,0), (1,0), (1,1), (2,1)), l_2 = ((0,0), (1,0), (2,0), (2,1))$;
3. $l_1 = ((0,0), (1,0), (1,1), (2,1)), l_2 = ((0,0), (0,1), (1,1), (2,1))$;
4. $l_1 = ((0,0), (0,1), (1,1), (2,1)), l_2 = ((0,0), (1,0), (1,1), (2,1))$ 。

【样例 2 输入】

1

5 4 3 998244353

【样例 2 输出】

1

3080

【样例 3 输入】

1

998 244 353 998244353

【样例 3 输出】

1

237856329

【样例 4 输入】

1

114514 1919810 1235467 998244353

【样例 4 输出】

1

624658958

【数据范围】

对于所有测试点： $1 \leq n, m \leq 2 \times 10^6, 0 \leq k \leq n + m - 1, p \in [9 \times 10^8, 10^9]$ 。

Subtask 编号	$n, m \leq$	特殊性质	分值
1	5	无	6
2	40		11
3	200		13
4	1000	$p = 998244353$	12
5	2×10^5		9
6	2×10^6	$k = 0$	12
7		$k = 1$	15
8		无	22

【提示】

阅读集训队论文大概率不会对你的做题过程产生帮助。
你可以使用 barrett 取模优化加速取模运算，下发文件中提供了一份示例代码。
称格路 $l = ((x_0, y_0), (x_1, y_1), \cdots, (x_t, y_t))$ 是从 $(0, 0)$ 到 (n, m) 的简单格路当且仅当

1. $(x_0, y_0) = (0, 0) \wedge (x_t, y_t) = (n, m)$;
2. 对于 $\forall i \in [1, t]$, 有 $x_i \geq x_{i-1} \wedge y_i \geq y_{i-1} \wedge (x_i - x_{i-1}) + (y_i - y_{i-1}) = 1$ 。