

odekeke

算法 1

考虑 $c = 0$ 的情况。此时 R 的限制可以忽略，只需要和 P, Q 取 \min ，显然有一个背包 DP：设 $f(i, j, k)$ 表示前 i 个小球放入后 A 玩家的袋子的重量为 j 方洞的重量为 k 的方案数。

转移的时候枚举每一个小球是放哪个洞里就可以了，因为有类型的限制，可以先枚举这一个类型是选择哪一个玩家进行转移。

时间复杂度 $O(nm^2)$ ，期望得分 10 *pts*。

算法 2

实际上把小球先划分给 A/B 玩家还是先把小球划分给方洞和圆洞都是没有影响的，把这两维独立考虑。

设 $f(i, j)$ 表示前 i 个球 A 玩家袋子重量为 j 的方案数， $g(i, j)$ 表示前 i 个球方洞的重量为 j 的方案数。

最后合并一下答案就为：

$$\sum_{i=S-P_2}^{P_1} \sum_{j=S-Q_2}^{Q_1} f(n, i)g(n, j)$$

分别背包的时间复杂度为 $O(nm)$ ，对 g 做一个前缀和优化，合并复杂度是 $O(m)$ 的，期望得分 30 *pts*。

算法 3

现在有 $c = 1$ 的情况，暴力枚举哪一个掉进魔法洞，剩下的小球就转换成 $c = 0$ 的情况，直接套用算法 2。

时间复杂度 $O(n^2m)$ ，结合前面期望得分 40 *pts*。

算法 4

方案数背包是支持撤回的，整体求出算法 2 的 DP 之后枚举哪一个掉进魔法洞直接把 for 循环倒过来做一遍就可以了，相当于新定义两个 DP f', g' 分别表示排除这个小球的方案数。

时间复杂度 $O(nm)$ ，期望得分 100 *pts*。

lcp

考虑求 \min ，即 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \min_{k=1}^M \text{LCP}(s_{i,k}, s_{j,k})$ 。

考虑 $M = 1$ ：建出 trie，LCP 即两个串 LCA 深度，也就是统计树上以某个点为 LCA 的点对个数问题。

现在 $M > 1$ 。考虑对每个 s_i ，先将 s_i 中的 M 个字符串都只保留其中最短那个的长度，再将 $s_{i,j}$ 一位一位地依次串起来，得到字符串 r_i （例如： $s_i = \{abcde, fghi, xxxxxx\}$ ，先将它们长度都变成 4， $\{abcd, fghi, xxxx\}$ ，然后串起来， $r_i = afxbgxchxdix$ ）。然后将 r_i 放进 trie 中，和 $M = 1$ 类似的，对树上每个点计算出以它为 LCA 的点对个数，它对答案的贡献是 $\lfloor \frac{depth}{M} \rfloor$ ($depth$ 为该点深度)。

其它带 \log 的常数不大的做法也都可以通过。

matrix

考虑先将修改操作和查询操作分开考虑。

修改操作：

可以将原来的矩阵视为 n^2 个四元组： $(i, j, a_{i,j}, b_{i,j})$ 。

那么将矩阵 a, b 每行向右循环移位 x 格，等价于将四元组变为 $(i, (j+x) \bmod n, a_{i,j}, b_{i,j})$ 。每列向下循环移位同理。

将每行逆排列等价于： $b'_{i,a_{i,j}} = b_{i,j}$ ， $a'_{i,a_{i,j}} = j$ ，那么四元组会变为 $(i, a_{i,j}, j, b_{i,j})$ ，也就是交换 2,3 项。

将每列逆排列，同理，四元组会变为 $(a_{i,j}, j, i, b_{i,j})$ ，也就是交换 1,3 项。

令 x, y, z 是 $i, j, a_{i,j}$ 任意排列后的结果，那么这个四元组一定形如 $(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, b_{i,j})$ ，实时维护其表达形式。查询操作：考虑没有修改操作时怎么做。

给每行赋予一个随机值 w_i ，用于哈希，预处理 $s_{i,j}$ 表示 b 矩阵第 i 列，等于 j 的行的随机值的和。

然后枚举第 i 行，判断是否满足条件， $\sum_{j=1}^n s_{j,a_{i,j}} - n \times w_i = (\sum_{k=1}^n w_k - w_i) \times K$ ，就可以得到所有满足条件的行。

如果四元组变为了 $(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, b_{i,j})$ ，那应该怎么做？ $z, \Delta z$ 不影响答案，因为只关心 b 矩阵的变化， Δy 不影响答案，循环向右移位不影响对位相等的数量， Δx 只影响行的边编号。对于每个 $i, j, a_{i,j}$ 在 x, y, z 中的排列顺序，预处理出一个 set 表示用 $(x, y, z, b_{i,j})$ 四元组表示矩阵，所有满足的行的编号，再利用 Δx 在 set 中二分查找最小的满足条件的行编号。

时间复杂度 $O(n^2 + q \log n)$

elevator

先不管修改操作，考虑离线：

考虑这个求 LIS 的算法：维护 a_i, b_i, c_i ，表示 i 到当前位置，长为 1, 2, 3 的上升序列里结尾的最值。

加入当前的数 x 时，对每个 i 会进行下列操作：

- 若 $x \leq a_i$ ， $a_i \leftarrow x$
- 否则，若 $x \leq b_i$ ， $b_i \leftarrow x$
- 否则，若 $x \leq c_i$ ， $c_i \leftarrow x$
- 否则，当前位置是询问 $l = i$ 的答案。

a_i 的更新就是吉司机线段树，实际上 b_i, c_i 也同理。

线段树上维护 $mx(a), smx(a)$ ，表示 a 最大、次大值，考虑更新线段树上的结点：

- 若 $x > mx(a)$: a 没变化, 更新 b, c 。
- 若 $smx(a) < x \leq smx(a)$: 令 $mx(a) = x$, 对 $smx(a)$ 更新 b 和 c 。
- 否则, 递归进左右子树操作。

b, c 也需要维护 mx 和 smx , 实现起来比较繁琐, 但还是能维护。

考虑修改操作:

把每个询问按时间顺序放到线段树上, 每个操作按 i 分类, 并记录时间。

依次枚举下标 i : 把 $l = i$ 的询问加入线段树。修改操作直接做, 再把已经找到答案的询问从线段树上删掉。

复杂度: $O((n + q) \log n)$ 。