soulist

出题人：xiaolilsq

设 $f_{i,j}$ 表示 $a_i > a_j$ 的概率，那么有 $a_i = 1 + \sum_{j=1}^{n} f_{i,j}$。容易发现该状态非常容易在四种操作下转移。

n 很大的时候考虑离散化，设 $f_{[l_i,r_i],[l_j,r_j]}$ 表示 $\sum_{l_i \le x \le r_i} \sum_{l_j \le y \le r_j} P(a_x > a_y)$，其中 $[l_i, r_i]$ 和 $[l_j, r_j]$ 都是离散化得到的最小区间。容易发现只有在 $l_i = r_i$ 或者 $l_j = r_j$ 的时候才会关心状态 $f_{[l_i,r_i],[l_j,r_j]}$ 的具体值，而离散化后满足 $l_i = r_i$ 的区间最多有 $O(m)$ 个，所以初始化可以很好的做到 $O(n + m^2)$。

whiteqwq

出题人： xiaolilsq

考虑对所有的串求出合法的 a。对于一个串，由于题目要求是 $ax_i + b \equiv y_i \pmod p$，那么合适的 a 必须满足方程组 $\forall i, j$ 有 $y_i - ax_i \equiv y_j - ax_j \pmod p$，可以证明方程组 $\forall i$ 有 $y_i - ax_i \equiv y_{i+1} - ax_{i+1} \pmod p$ 和前面的方程组等价。

不难发现，如果 $[1, n]$ 是 (a, b) 回文的，那么对于其子串 $[l, r]$，如果其是 (a', b') 回文的，那么 $[n - r + 1, n - l + 1]$ 也是 $(a', ?)$ 回文的（b 可能不同）。因为 $x_{n-l+1} \equiv ax_l + b \pmod p$，$x_{n-r+1} \equiv ax_r + b \pmod p$，而 $x_r \equiv a'x_l + b' \pmod p$，带入即有 $x_{n-r+1} \equiv aa'x_l + ab' + b \equiv a'(ax_l + b) + ab' + b - a'b \equiv a'x_{n-r+1} + ab' + b - a'b \pmod p$。

这符合 manacher 的思想，对于每个回文中心，维护其合法的同余方程组，即可在线性时间复杂度内（不考虑求解方程时间），得到每个回文中心往周围扩展 k 步后的同余方程。

考虑在同余方程的合并时，如果模数发生改变，必然至少是之前的两倍。而同余方程的模数一定是 p 的因子，所以每个回文中心至多有 $\log p$ 个本质不同的同余方程。

用桶记录在模 p 的因子 d 下余 r 的同余方程的信息，就可以在 $O(\sigma(p))$ 的时间复杂度内回答 `1 a`。

考虑通过 a 维护 b。注意到每个同余方程都是形如 $a \equiv w \pmod d$，那么合法的 a 的取值是 $w + kd(k \in [0, \frac{p}{d}))$。考虑这个串中的相对的元素 x, y，那么合法的 b 的取值是 $b = y - ax = y - wx - kdx$。设 $g = \gcd(\frac{p}{d}, x)$，可以推出 b 将满足同余方程 $b \equiv y - wx \pmod{dg}$。

用桶记录在模 p 的因子 d 下余 r 的同余方程的信息，就可以在 $O(\sigma(p))$ 的时间复杂度内回答 `2 b`。

总时间复杂度 $O(n \log p + q\sigma(p))$

beautiful

出题人：Daniel_yuan

p_x 代表这个排列第 x 个位置的数。

对每个数 x，求出 $LCM_{i \ne x}(GCD(x, i))$，设为 a_x，令 $x = a_x \cdot b_x$。

下面证明 a_x 相同的元素可以互换位置。即证 $GCD(a_x \cdot b_x, a_y \cdot b_y) = GCD(a_x \cdot s, a_y \cdot t)$（就是使 $p_x = a_x \cdot s, p_y = a_y \cdot t$，然后这里的 s, t 是合法的）。

如果可以证明任取合法的 s, t 都有 $GCD(a_x \cdot s, a_y \cdot t) = GCD(a_x, a_y)$ 就可以推出上面的结论。显然等式右边是左边的因子。而由 a 的定义，所有 $GCD_{\beta \ne a_x \cdot s}(a_x \cdot s, \beta)$ 都是 a_x 的因子，对 a_y 同理，所以等式左边是右边的因子。因为他们互为因子，所以他们相等。

所以 $GCD(a_x \cdot b_x, a_y \cdot b_y) = GCD(a_x, a_y) = GCD(a_x \cdot s, a_y \cdot t)$，所以可以交换。

然后 a_x 不同的不能交换，这个是显然的。

绝大多数的数的 a_x 都等于自己。可以证明，当且仅当 $x = p^k$ 且 $2p^k > n$ 时，$a_x = p^{k-1}$。所以对于 $k \ge 2$ 的 $x = p^k$，直接暴力枚举。对于 $k = 1$ 的 $x = p$，相当于是求区间内的素数个数，用 min25 筛解决即可。由于要计算阶乘，时间复杂度 $O(n^{\frac{3}{4}} + \frac{n}{\ln n})$。