C01_S02_数列的极限

第一章 函数与极限

第二节 数列的极限

目录

一、数列极限的定义

极限、数列 $\{x_n\}$、项、一般项（或通项）x_n

数列极限的定义：

$\lim_{n\to+\infty} x_n \Leftrightarrow \forall\varepsilon > 0, \exists$ 正整数 N,当 $n > N$ 时,有 $|x_n - a| < \varepsilon$

收敛于、发散

二、收敛数列的性质

1. 极限的唯一性

定理：如果数列 $\{x_n\}$ 收敛，那么它的极限唯一

2. 收敛数列的有界性

定理：如果数列 $\{x_n\}$ 收敛，那么数列 $\{x_n\}$ 一定有界

3. 收敛数列的保号性

定理：如果 $\lim_{n\to+\infty} x_n = a$，且 $a > 0$（或 $a < 0$），那么存在正整数 N，当 $n > N$ 时，都有 $x_n > 0$（或 $x_n < 0$）

推论：如果数列 $\{x_n\}$ 从某项起有 $x_n \geq 0$（或 $x_n \leq 0$），且 $\lim_{n\to+\infty} x_n = a$，那么 $a \geq 0$（或 $a \leq 0$）

4. 收敛数列与其子数列间的关系*

子数列（或子列）$\{x_{n_k}\}$

定理：如果数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a，那么它的任一子数列也收敛，且极限也是 a