

Co4_So1_不定积分的概念与性质

第四章 不定积分

第一节 不定积分的概念与性质

目录

- [一、原函数与不定积分的概念](#)
 - [1. 原函数](#)
 - [2. 不定积分](#)
- [二、基本积分表](#)
- [三、不定积分的性质](#)

一、原函数与不定积分的概念

1. 原函数

定义 如果在区间 I 上，可导函数 $F(x)$ 的导函数为 $f(x)$ ，即对任一 $x \in I$ ，都有

$$F'(x) = f(x) \text{ 或 } dF(x) = f(x)dx$$

，那么函数 $F(x)$ 就称为 $f(x)$ （或 $f(x)dx$ ）在区间 I 上的一个原函数

原函数存在定理 如果函数 $f(x)$ 在区间 I 上连续，那么在区间 I 上存在可导函数 $F(x)$ ，使对任一 $x \in I$ 都有 $F'(x) = f(x)$

简单地说就是：连续函数一定有原函数

2. 不定积分

定义 在区间 I 上，函数 $f(x)$ 的带有任意常数项的原函数称为 $f(x)$ （或 $f(x)dx$ ）在区间 I 上的不定积分，记作

$$\int f(x)dx$$

，其中记号 \int 称为积分号， $f(x)$ 称为被积函数， $f(x)dx$ 称为被积表达式， x 称为积分变量

积分曲线

二、基本积分表

基本积分表

- (1) $\int k dx = kx + C$ (k 是常数)
- (2) $\int x^\mu dx = \frac{x^{\mu+1}}{\mu+1} + C$
- (3) $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$
- (4) $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$
- (5) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$
- (6) $\int \cos x dx = \sin x + C$
- (7) $\int \sin x dx = -\cos x + C$
- (8) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \int \sec^2 x dx = \tan x + C$
- (9) $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \int \csc^2 x dx = -\cot x + C$
- (10) $\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$
- (11) $\int \csc x \cot x dx = -\csc x + C$
- (12) $\int e^x dx = e^x + C$
- (13) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

三、不定积分的性质

性质 1 设函数 $f(x)$ 及 $g(x)$ 的原函数存在, 则

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

性质 2 设函数 $f(x)$ 的原函数存在, k 为非零常数, 则

$$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$$