

Co1_So1_映射与函数

第一章 函数与极限

第一节 映射与函数

目录

- [一、映射](#)
 - [1. 映射概念](#)
 - [1.1 定义](#)
 - [1.2 特例](#)
 - [1.3 别名](#)
 - [2. 逆映射与复合映射](#)
 - [2.1 逆映射](#)
 - [2.2 复合映射](#)
- [二、函数](#)
 - [1. 函数的概念](#)
 - [2. 函数的几种特性](#)
 - [2.1 函数的有界性](#)
 - [2.2 函数的单调性](#)
 - [2.3 函数的奇偶性](#)
 - [2.4 函数的周期性](#)
 - [3. 反函数与复合函数](#)
 - [3.1 反函数](#)
 - [3.2 复合函数](#)
 - [4. 函数的运算](#)
 - [5. 初等函数](#)
 - [5.1 基本初等函数](#)
 - [5.2 初等函数](#)
 - [5.3 双曲函数与反双曲函数*](#)

一、映射

1. 映射概念

1.1 定义

$$f: X \rightarrow Y$$

像、原像、定义域 D_f 、值域 R_f

1.2 特例

满射 ($R_f = Y$)、单射、一一映射 (或双射)

1.3 别名

算子、泛函 (非空集到数集)、变换 (非空集到自身)、函数 (实数集或其子集到实数集)

2. 逆映射与复合映射

2.1 逆映射

$f: X \rightarrow Y$ 的逆映射为 $g: R_f \rightarrow X$

只有单射才存在逆映射

2.2 复合映射

映射 g 和 f 构成复合映射 $f \circ g$ 的条件是: g 的值域 R_g 必须包含于 f 的定义域 D_f , 即 $R_g \subset D_f$

二、函数

1. 函数的概念

设数集 $D \subset R$, 则函数简记为 $y = f(x), x \in D$

自变量 x 、因变量 y 、定义域 $D_f = D$ 、值域 $R_f = f(D)$ 、函数值 $f(x)$ 、函数关系 f

2. 函数的几种特性

2.1 函数的有界性

上界、下界、有界、无界

2.2 函数的单调性

单调增加、单调减少、单调函数

2.3 函数的奇偶性

偶函数 $f(-x) = f(x)$ 、奇函数 $f(-x) = -f(x)$

2.4 函数的周期性

周期函数、周期 (最小正周期)

3. 反函数与复合函数

3.1 反函数

$y = f(x), x \in D$ 的反函数为 $y = f^{-1}(x), x \in f(D)$

原来的函数称为直接函数, 必须是单调函数, 反函数与直接函数单调性一致

3.2 复合函数

与复合映射一样, g 与 f 能构成复合函数 $f \circ g$ 的条件是: 函数 g 的值域 R_g 必须包含于 f 的定义域 D_f , 即 $R_g \subset D_f$

4. 函数的运算

和 (差) $f \pm g$ 、积 $f \cdot g$ 、商 $\frac{f}{g}$

5. 初等函数

5.1 基本初等函数

幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数

5.2 初等函数

由常数和基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的函数复合步骤所构成并可用一个式子表示的函数，称为初等函数

5.3 双曲函数与反双曲函数*

双曲正弦 $sh\ x$ 、双曲余弦 $ch\ x$ 、双曲正切 $th\ x$

反双曲正弦 $arsh\ x$ 、反双曲余弦 $arch\ x$ 、反双曲正切 $arth\ x$