C02_S03_高阶导数

第二章 导数与微分

第三节 高阶导数

目录

一、定义

二阶导数，记作 y'' 或 $\frac{d^2y}{dx^2}$，即

$$y'' = (y')' \quad \text{或} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

三阶导数、四阶导数、n 阶导数，分别记作

$$y''',\ y^{(4)},\ \cdots,\ y^{(n)}$$

或

$$\frac{d^3y}{dx^3},\ \frac{d^4y}{dx^4},\ \cdots,\ \frac{d^ny}{dx^n}$$

二、几个初等函数的高阶导数

（1）$(e^x)^{(n)} = e^x$

（2）$(\sin x)^{(n)} = \sin\left(x + n \cdot \frac{\pi}{2}\right)$

（3）$(\cos x)^{(n)} = \cos\left(x + n \cdot \frac{\pi}{2}\right)$

（4）$[\ln(1+x)]^{(n)} = (-1)^{n-1}\frac{(n-1)!}{(1+x)^n}$

（5）$(x^\mu)^{(n)} = \mu(\mu-1)(\mu-2)\cdots(\mu-n+1)x^{\mu-n}$

三、高阶导数求导法则

（1）$(u \pm v)^{(n)} = u^{(n)} \pm v^{(n)}$

（2）莱布尼茨公式：

$$(uv)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} C_n^k u^{(n-k)} v^{(k)}$$