C02_S01_导数概念

第二章 导数与微分

第一节 导数概念

目录

一、引例

1. 直线运动的速度

2. 切线问题

二、导数的定义

1. 函数在一点处的导数与导函数

函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的导数：

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

，也可记作 $y'|_{x=x_0}$，$\frac{dy}{dx}\Big|_{x=x_0}$ 或 $\frac{df(x)}{dx}\Big|_{x=x_0}$

导函数 y'，$f'(x)$，$\frac{dy}{dx}$ 或 $\frac{df(x)}{dx}$

2. 求导数举例

（1）$(C)' = 0$

（2）$(x^\mu)' = \mu x^{\mu-1}$

（3）$(\sin x)' = \cos x, \ (\cos x)' = -\sin x$

（4）$(a^x)' = a^x \ln a$，$(e^x)' = e^x$

（5）$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$，$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

3. 单侧导数

左导数、右导数、单侧导数

三、导数的几何意义

切线方程、法线

四、函数可导性与连续性的关系

如果函数 $y = f(x)$ 在点 x 处可导，那么函数在该点必连续

另一方面，一个函数在某点连续却不一定在该点可导