C04_S02_换元积分法

第四章 不定积分

第二节 换元积分法

目录

一、第一类换元法

定理 1　设 $f(x)$ 具有原函数，$u=\varphi(x)$ 可导，则有换元公式

$$\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx=\left[\int f(u)du\right]_{u=\varphi(x)}$$

二、第二类换元法

定理 2　设 $x=\psi(t)$ 是单调的可导函数，并且 $\psi'(t)\neq 0$，又设 $f[\psi(t)]\psi'(t)$ 具有原函数，则有换元公式

$$\int f(x)dx=\left[\int f\left[\psi(t)\right]\psi'(t)dt\right]_{t=\psi^{-1}(x)}$$

，其中 $\psi^{-1}(x)$ 是 $x=\psi(t)$ 的反函数

三、常用积分公式

常用积分公式（其中常数 $a>0$）

(14) $\int sh\, xdx = ch\, x + C$

(15) $\int ch\, xdx = sh\, x + C$

(16) $\int \tan xdx = -\ln|\cos x| + C$

(17) $\int \cot xdx = \ln|\sin x| + C$

(18) $\int \sec xdx = \ln|\sec x + \tan x| + C$

(19) $\int \csc xdx = \ln|\csc x - \cot x| + C$

(20) $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

(21) $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x - a}{x + a} \right| + C$

(22) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C$

(23) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + C$

(24) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}) + C$