

Практическая работа в L^AT_EX №1

К. Денисов

16 февраля 2022 г.

§ 2. Hello Times new Roman Пусть рис. 1 представляет положения Солнца S , Земли T и Луны L , и пусть Θ есть центр тяжести Земли и Луны. Делаем следующие обозначения:

Масса	Солнца	S
\gg	Земли	T
\gg	Луны	L

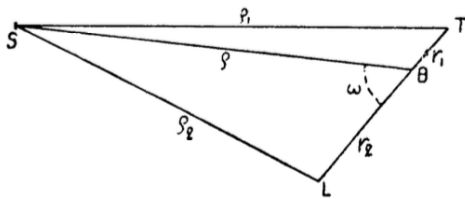
Таблица 1: Вводимые обозначения

Расстояние:

$$S\Theta = \rho; \quad ST = \rho_1; \quad SL = \rho_2; \quad TL = r$$

тогда будет:

$$\begin{aligned} T\Theta = r_1 &= \frac{L}{T+L} \cdot r \\ L\Theta = r_2 &= \frac{T}{T+L} \cdot r \end{aligned} \tag{1}$$



Составим теперь выражения ускорений, которые эти тела сообщают друг другу. Солнце S сообщает ускорения:

Рис. 1

$$\begin{aligned} \text{Земле:} & \quad f \cdot \frac{S}{\rho_1^2} && \text{по направлению} && TS \\ \text{Луне:} & \quad f \cdot \frac{S}{\rho_2^2} && \gg && \gg && LS \end{aligned}$$

вследствие чего точка Θ имеет ускорения:

$$\begin{array}{lll} \frac{T}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_1^2} & \text{по направлению, параллельному} & TS \\ \frac{T}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_2^2} & \gg & \gg & LS \end{array}$$

Ускорение Солнца, происходящее от притяжения Земли и Луны, соответственно, суть:

$$\begin{array}{lll} f \cdot \frac{T}{\rho_1^2} & \text{по направлению} & ST \\ f \cdot \frac{L}{\rho_2^2} & \gg & \gg & SL \end{array}$$

поэтому ускорения точки Θ относительно точки S будут:

$$\begin{array}{lll} w_1 = f \cdot \frac{(S+T+L)}{T+L} \cdot \frac{T}{\rho_1^2} & \text{по направлению параллельно} & TS \\ w_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \frac{L}{\rho_2^2} & \gg & \gg & LS \end{array}$$

Разлагая эти ускорения, соответственно, по направлениям ΘS и ΘL , получим, как легко видеть из подобия показанных рис. 2 и 3 треугольников:

$$\begin{array}{lll} w'_1 = w_1 \cdot \frac{\rho}{\rho_1} & \text{по направлению} & \Theta S \\ w''_1 = w_1 \cdot \frac{r_1}{\rho_1} & \gg & \gg & \Theta L \\ w'_2 = w_2 \cdot \frac{\rho}{\rho_2} & \gg & \gg & \Theta S \\ w''_2 = w_2 \cdot \frac{r_2}{\rho_2} & \gg & \gg & L\Theta \end{array}$$

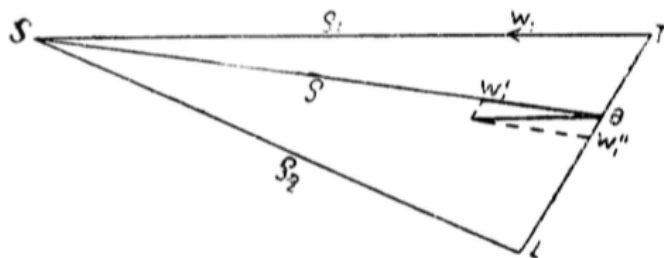


Рис. 2

получим для ускорений точки Θ слагающие:

$$W_1 = w'_1 + w'_2 = f \cdot \frac{S + T + L}{T + L} \cdot \left[T \cdot \frac{\rho}{\rho_1^3} + L \cdot \frac{\rho}{\rho_2^3} \right] \text{ по } \Theta S$$

$$W_2 = w''_1 - w''_2 = f \cdot \frac{S + T + L}{T + L} \cdot \left[T \cdot \frac{r_1}{\rho_1^3} - L \cdot \frac{r_2}{\rho_2^3} \right] \text{ по } \Theta L$$

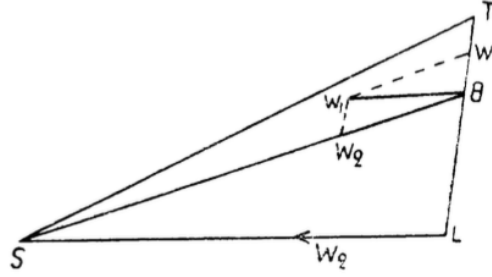


Рис. 3

Заменяя r_1 и r_2 их выражениями 1, имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S + T + L}{T + L} \cdot \rho \cdot \left[\frac{T}{\rho_1^3} + \frac{L}{\rho_2^3} \right] \text{ по направлению } \Theta S$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S + T + L}{(T + L)^2} \cdot T \cdot L \cdot r \left[\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{1}{\rho_2^3} \right] \text{ по направлению } \Theta L$$

Но

$$\rho_1^2 = \rho^2 + 2\rho \cdot \frac{L}{T + L} \cdot r \cos \omega + \left(\frac{L}{T + L} \cdot r \right)^2$$

$$\rho_2^2 = \rho^2 - 2\rho \cdot \frac{T}{T + L} \cdot r \cos \omega + \left(\frac{T}{T + L} \cdot r \right)^2$$

следовательно:

$$\frac{1}{\rho_1^3} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 + 3 \frac{L}{T + L} \cos \omega + \left(\frac{L}{T + L} r \right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 \omega \right) + \dots \right]$$

$$\frac{1}{\rho_2^3} = \frac{1}{\rho^3} \left[1 + 3 \frac{T}{T + L} \cos \omega + \left(\frac{T}{T + L} r \right)^2 \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 \omega \right) + \dots \right]$$

Подставляя эти выражения, имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S + T + L}{\rho^2} \left[1 + \frac{T \cdot L}{(T + L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2} \cos^2 \omega \right) + \dots \right]$$

$$W_2 = f \cdot \frac{S + T + L}{\rho^2} \left[-3 \cdot \frac{T \cdot L}{(T + L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \cos \omega + \dots \right]$$

Но отношения

$$\frac{L}{T + L} \approx \frac{1}{80}; \quad \frac{r}{\rho} = \frac{1}{400}; \quad \left(\frac{r}{\rho} \right)^2 = \frac{1}{160000}$$

поэтому будет

$$\frac{T \cdot L}{(T + L)^2} \cdot \frac{r^2}{\rho^2} \approx \frac{1}{12800000}$$

и члены, содержащие этот множитель, могут быть отброшены, так что будет:

$$W_1 = f \cdot \frac{S + T + L}{\rho^2} \text{ по направлению } \Theta S$$

$$W_2 = 0 \text{ по направлению } \Theta L$$

Отсюда следует, что точка Θ движется вокруг Солнца по эллиптической орбите по законам Кеплера.

Рассмотрим теперь ускорение Луны по отношению к Земле, для чего к ускорениям, сообщаемым Луне Солнцем и Землею, надо присовокупить ускорение, равное и противоположное ускорению Земли, происходящему от действия Солнца и Луны. Поступив подобно предыдущему, получим:

$$f \cdot \frac{T + L}{r^2} + f \cdot S \left[\frac{r_2}{\rho_2^3} + \frac{r_1}{\rho_1^3} \right] \text{ по направлению } L\Theta$$

$$f \cdot S \cdot \rho \left[\frac{1}{\rho_2^3} - \frac{1}{\rho_1^3} \right] \text{ параллельно } \Theta S$$

положим:

$$T + L = \mu; \quad S = M$$

Список таблиц

1	Вводимые обозначения	1
---	--------------------------------	---

Список иллюстраций

1	1
2	2
3	3