причем

$$\sin p_1 = \frac{R}{D} \sin \beta_0$$

$$\sin p_2 = \frac{R}{D} \sin \beta_1$$

Расстояния до звезд столь велики, что углы p_1 и p_2 меньше $1''$, поэтому, положив

$$p_0'' = \frac{R}{D} \cdot 206264''\!.8$$

можно писать

$$p_1'' = p_2'' = p_0'' \cdot \sin \beta$$

Эти величины называются годовым параллаксом звезды.

ГЛАВА II

Понятия о теориях Луны Адамса и Хилля

§ **1.** Теория Эйлера получила дальнейшее развитие в теориях Адамса и Хилля, краткий очерк которых мы здесь и приведем, ибо и в этих теориях излагаются методы интегрирования таких уравнений, которые, помимо теории Луны, встречаются во множестве технических вопросов, в виду чего, оставляя астрономическую часть почти в стороне, мы будем обращать главное внимание на чисто математическую.

Адамс излагал свою теорию на лекциях, читанных им в Кэмбриджском университете; эти лекции вошли в том II полного собрания его сочинений («The Scientific Papers of John Couch Adams»). В этих лекциях он вкратце излагает и теорию Хилля, которая первоначально была опубликована в «American Journal of Mathematics», а затем вошла в полное собрание сочинений Хилля [«Collected Mathematical Works of George William Hill» (Washington, 1905)]. Мы будем придерживаться лекций Адамса.

§ **2.** Пусть фиг. 21 представляет положения Солнца S, Земли T и Луны L, и пусть Θ есть центр тяжести Земли и Луны. Делаем следующие обозначения:

Масса	Солнца	S
»	Земли	T
»	Луны	L

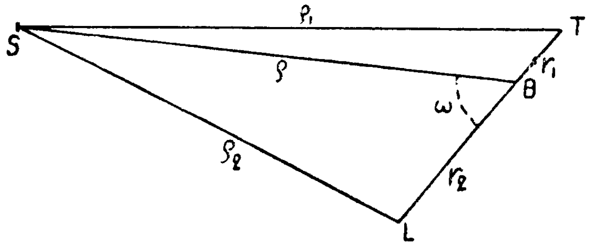
Расстояние:

$$S\Theta = \rho;\quad ST = \rho_1;\quad SL = \rho_2;\quad TL = r$$

тогда будет:

$$\begin{aligned} T\Theta &= r_1 = \frac{L}{T+L} \cdot r \\ L\Theta &= r_2 = \frac{T}{T+L} r \end{aligned} \qquad (1)$$

Составим теперь выражения ускорений, которые эти тела сообщают друг другу.



Фиг. 21.

Солнце S сообщает ускорения:

$$\text{Земле: } f \cdot \frac{S}{\rho_1^2} \text{ по направлению } TS$$

$$\text{Луне: } f \cdot \frac{S}{\rho_2^2} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad LS$$

вследствие чего точка Θ имеет ускорения:

$$\frac{T}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_1^2} \text{ по направлению, параллельному } TS$$

$$\frac{L}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_2^2} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad LS$$

Ускорения Солнца, происходящие от притяжения Земли и Луны, соответственно, суть:

$$f \cdot \frac{T}{\rho_1^2} \text{ по направлению } ST$$

$$f \cdot \frac{L}{\rho_2^2} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad SL$$

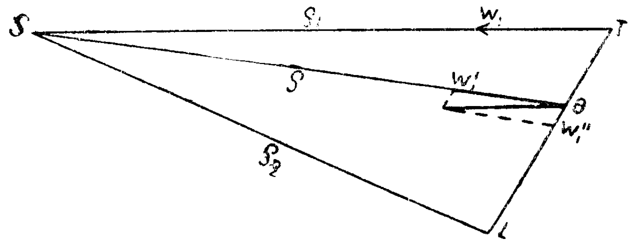
поэтому ускорения точки Θ относительно точки S будут:

$$w_1 = f \cdot \frac{(S+T+L)}{T+L} \cdot \frac{T}{\rho_1^2} \text{ по направлению параллельно } TS$$

$$w_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \frac{L}{\rho_2^2} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad LS$$

Разлагая эти ускорения, соответственно, по направлениям ΘS и ΘL, получим, как легко видеть из подобия показанных на фиг. 22 и 23 треугольников:

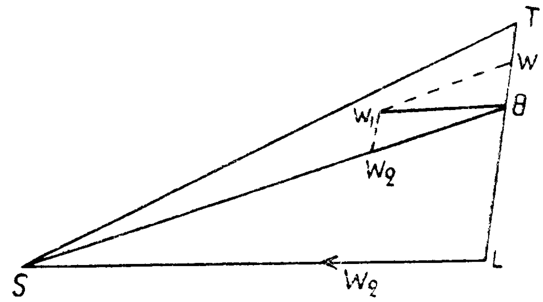
$$w_1' = w_1 \cdot \frac{\rho}{\rho_1} \quad \text{по направлению } \Theta S$$
$$w_1'' = w_1 \cdot \frac{r_1}{\rho_1} \quad \text{» » } \Theta L$$
$$w_2' = w_2 \cdot \frac{\rho}{\rho_2} \quad \text{» » } \Theta S$$
$$w_2'' = w_2 \cdot \frac{r_2}{\rho_2} \quad \text{» » } L\Theta$$



Фиг. 22.

получим для ускорений точки Θ слагающие:

$$W_1 = w_1' + w_2' = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \left[T \cdot \frac{\rho}{\rho_1^3} + L \cdot \frac{\rho}{\rho_2^3}\right] \quad \text{по } \Theta S$$
$$W_2 = w_1'' - w_2'' = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \left[T \cdot \frac{r_1}{\rho_1^3} - L \cdot \frac{r_2}{\rho_2^3}\right] \quad \text{по } \Theta L$$



Фиг. 23.

Заменив r_1 и r_2 их выражениями (1), имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \rho \cdot \left[\frac{T}{\rho_1^3} + \frac{L}{\rho_2^3}\right] \quad \text{по направлению } \Theta S$$
$$W_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{(T+L)^2} \cdot T \cdot L \cdot r \left[\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{1}{\rho_2^3}\right] \quad \text{по направлению } \Theta L$$

Но

$$\rho_1^2 = \rho^2 + 2\rho \cdot \frac{L}{T+L} \cdot r\cos\omega + \left(\frac{L}{T+L}\cdot r\right)^2$$
$$\rho_2^2 = \rho^2 - 2\rho\ \frac{T}{T+L}\ r\cos\omega + \left(\frac{T}{T+L}r\right)^2$$

следовательно:

$$\frac{1}{\rho_1^3} = \frac{1}{\rho^3}\left[1 + 3\,\frac{L}{T+L}\cos\omega + \left(\frac{L}{T+L}r\right)^2\left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2}\cos^2\omega\right) + \ldots\right]$$
$$\frac{1}{\rho_2^3} = \frac{1}{\rho^3}\left[1 + 3\,\frac{T}{T+L}\cos\omega + \left(\frac{T}{T+L}r\right)^2\left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2}\cos^2\omega\right) + \ldots\right]$$

Подставляя эти выражения, имеем:

$$W_1 = f\cdot\frac{S+T+L}{\rho^2}\left[1 + \frac{T\cdot L}{(T+L)^2}\cdot\frac{r^2}{\rho^2}\left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{2}\cos^2\omega\right) + \ldots\right]$$
$$W'_2 = f\cdot\frac{S+T+L}{\rho^2}\left[-3\cdot\frac{T\cdot L}{(T+L)^2}\cdot\frac{r^2}{\rho^2}\cos\omega + \ldots\right]$$

Но отношения

$$\frac{L}{T+L} \approx \frac{1}{80};\quad \frac{r}{\rho} \approx \frac{1}{400};\quad \left(\frac{r}{\rho}\right)^2 = \frac{1}{160000}$$

поэтому будет

$$\frac{T\cdot L}{(T+L)^2}\cdot\frac{r^2}{\rho^2} \approx \frac{1}{12800000}$$

и члены, содержащие этот множитель, могут быть отброшены, так что будет:

$$W_1 = f\cdot\frac{S+T+L}{\rho^2} \quad \text{по направлению } \Theta S$$
$$W'_2 = 0 \quad \text{по направлению } \Theta L$$

Отсюда следует, что точка Θ движется вокруг Солнца по эллиптической орбите по законам Кеплера.

Рассмотрим теперь ускорение Луны по отношению к Земле, для чего к ускорениям, сообщаемым Луне Солнцем и Землею, надо присовокупить ускорение, равное и противоположное ускорению Земли, происходящему от действия Солнца и Луны. Поступив подобно предыдущему, получим:

$$f\cdot\frac{T+L}{r^2} + f\cdot S\left[\frac{r_2}{\rho_2^3} + \frac{r_1}{\rho_1^3}\right] \quad \text{по направлению } L\Theta$$
$$f\cdot S\cdot\rho\left[\frac{1}{\rho_2^3} - \frac{1}{\rho_1^3}\right] \quad \text{параллельно } \Theta S$$

положим:

$$T + L = \mu;\quad S = M$$