

The background of the entire slide is a photograph of a classroom. In the foreground, a young girl with dark skin and braided hair is focused on writing in a notebook with a purple pen. Behind her, other students are visible but out of focus, also working at their desks. The overall atmosphere is one of quiet concentration.

# ANÁLISE ESTATÍSTICA DE ITENS DE TESTES

## TCT e TRI

quarta-feira, 26 de junho de 2024

**INEP**

MINISTÉRIO DA  
EDUCAÇÃO

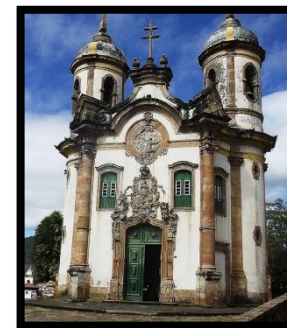
GOVERNO FEDERAL  
**BRASIL**  
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

# ANTES DE TUDO: DE ONDE FALO?



Denilson Junio Marques Soares

- Doutor em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) com estágio de doutoramento no Instituto de Educación da Universidad de Santiago de Chile (Usach/Chile) e na Facultat de Magisteri da Universitat de València (UV/Espanha);
- Mestre em Estatística Aplicada e Biometria e Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa (UFV), com período sanduíche na Technische Universität München (TUM), Alemanha;
- Professor EBTT no Instituto Federal de Minas Gerais, onde atuou no Campus Piumhi (2017-2023) e atualmente atua no Campus Ouro Preto.

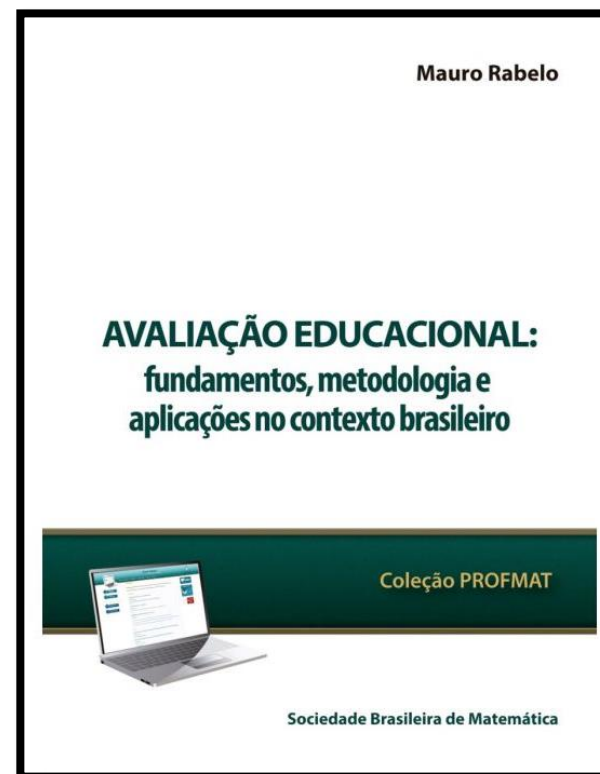
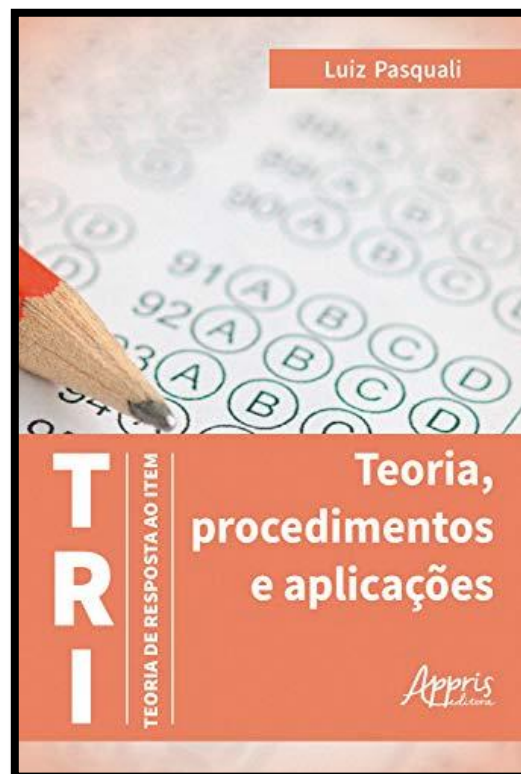
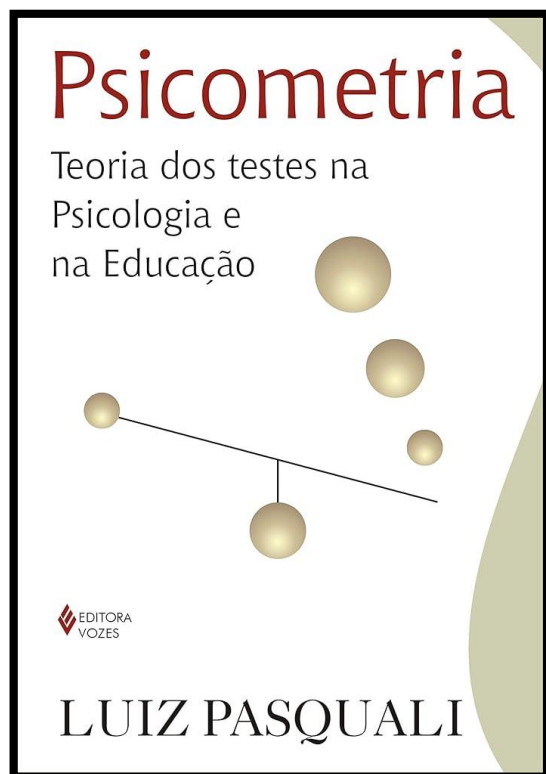


# CAFÉ COM MEDIDAS



- Fundamentos da Avaliação Educacional (Tatiane Gonçalves Moraes);
- Desenvolvimento de Itens de Testes (João Paulo Araújo Lessa);
- Validade e Confiabilidade (Josemberg Moura de Andrade);
- Análise Estatística de Itens de Testes (Denilson Junio Marques Soares).

# ALGUMAS REFERÊNCIAS:



+ indicadas pelo Prof. Josemberg





# ANÁLISE ESTATÍSTICA DE ITENS DE TESTES

## (TCT E TRI)

*Denilson Júnio Marques Soares*

## Sumário

Apresentação .....	3
1 Introdução .....	4
2 Teoria Clássica dos Testes (TCT) .....	5
2.1 Análise de itens pela TCT .....	6
2.1.1 Estatísticas Descritivas .....	6
2.1.2 Índice de Dificuldade .....	6
2.1.3 Discriminação dos Itens .....	7
2.2 Fidedignidade dos Testes .....	11
2.3 Limitações da TCT .....	14
3 Teoria de Resposta ao Item (TRI) .....	16
3.1 Pressupostos da TRI .....	17
3.2 Modelos Unidimensionais .....	18
3.3 Curva Característica do Item .....	22
3.4 Curva de Informação .....	26
3.5 Funcionamento Diferencial dos Itens .....	29
Referências .....	32
Anexo I – R Scripts .....	35



# NATUREZA DA MEDIDA: FORMAS DE MENSURAÇÃO

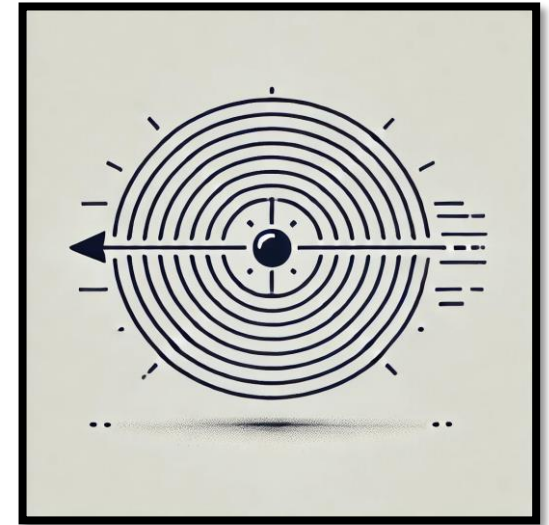


Medida Fundamental  
(altura de uma pessoa)



Medida Derivada

$$\left( IMC = \frac{Peso}{Altura^2} \right)$$



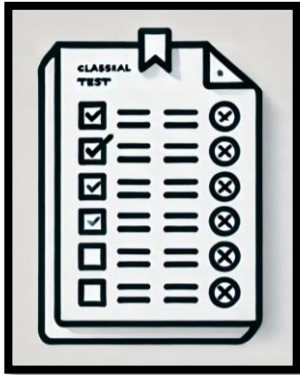
Medida por Lei/Teoria  
(Efeito Doppler)

# TEORIA PSICOMÉTRICA



- Objetivo: medir atributos psicológicos, como habilidades, atitudes, traços de personalidade, conhecimentos e outras características mentais;
- Fundamental para a construção de instrumentos utilizados em contextos educacionais, clínicos, organizacionais e de pesquisa;
- Se desdobra em duas principais abordagens: Teoria Clássica dos Testes (TCT) e Teoria de Resposta ao Item (TRI).

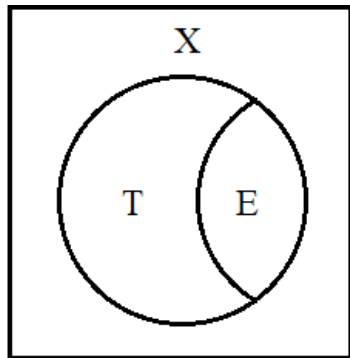
# TEORIA CLÁSSICA DOS TESTES (TCT)



- Pioneira em tentar mensurar fenômenos psicológicos;
- Modelo baseado no escore do teste;
- Matematicamente:

$$X = T + E$$

*Escore Observado = Escore Verdadeiro + Erro*



- Infinitas repetições tendem a levar o erro a 0 ( $T = E[X]$ );
- Fidedignidade dos Testes;
- Análise de itens: estatísticas descritivas, parâmetros psicométricos (dificuldade e discriminação).

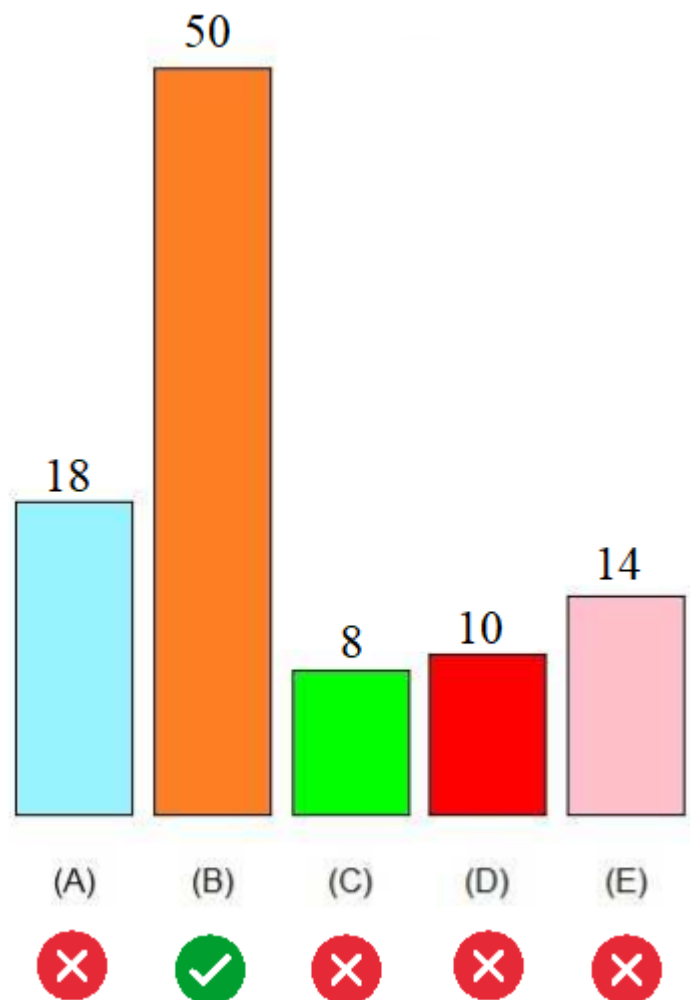


# ÍNDICE DE DIFICULDADE

$$\text{Índice de Dificuldade} = \frac{(\text{Número de acertos no item})}{(\text{Número total de respondentes})} \Rightarrow D_i = \frac{A_i}{T_i}$$

$$\text{Índice de Dificuldade Corrigido} \Rightarrow DC_i = \frac{A_i - \frac{E_i}{K_i - 1}}{T_i}$$

# ÍNDICE DE DIFICULDADE - Exemplo

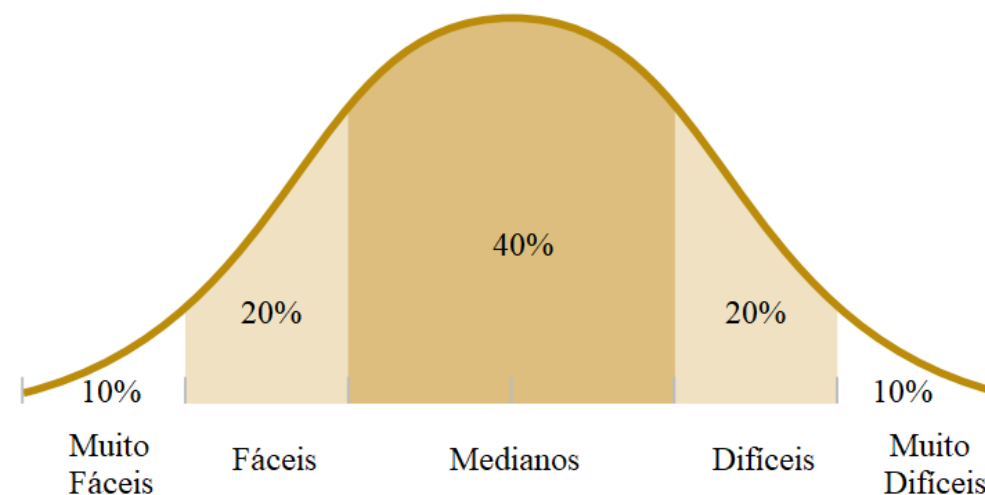


$$D_i = \frac{A_i}{T_i} = \frac{50}{18 + 50 + 8 + 10 + 14} = \frac{50}{100} = 0,5$$

$$DC_i = \frac{A_i - \frac{E_i}{K_i - 1}}{T_i} = \frac{50 - \frac{50}{5 - 1}}{100} = \frac{50 - 12,5}{100} = 0,375$$

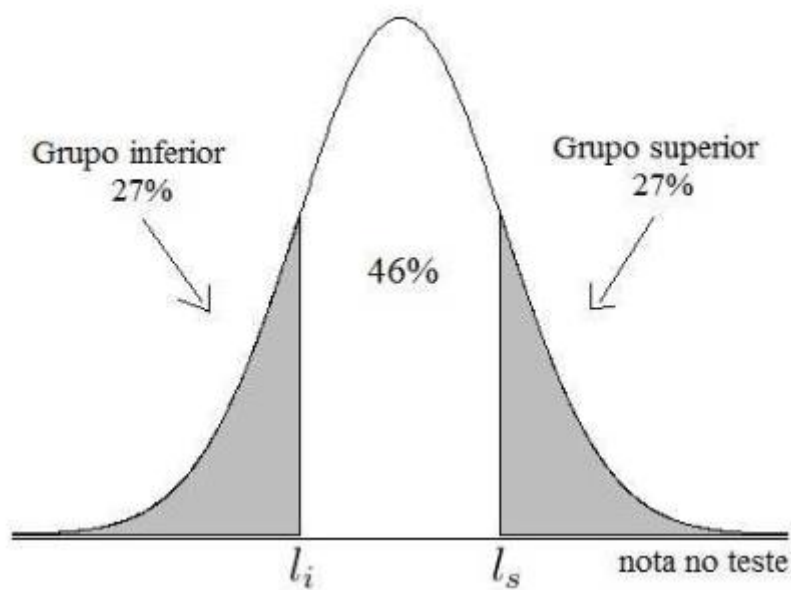
# ÍNDICE DE DIFICULDADE - Classificação

Classificação do item	Índice de Dificuldade
Muito Fáceis	Superior à 0,9
Fáceis	Entre 0,7 e 0,9
Medianos	Entre 0,3 e 0,7
Difíceis	Entre 0,1 e 0,3
Muito Difíceis	Inferior à 0,1



**Fonte:** Adaptado de Pasquali (2003).

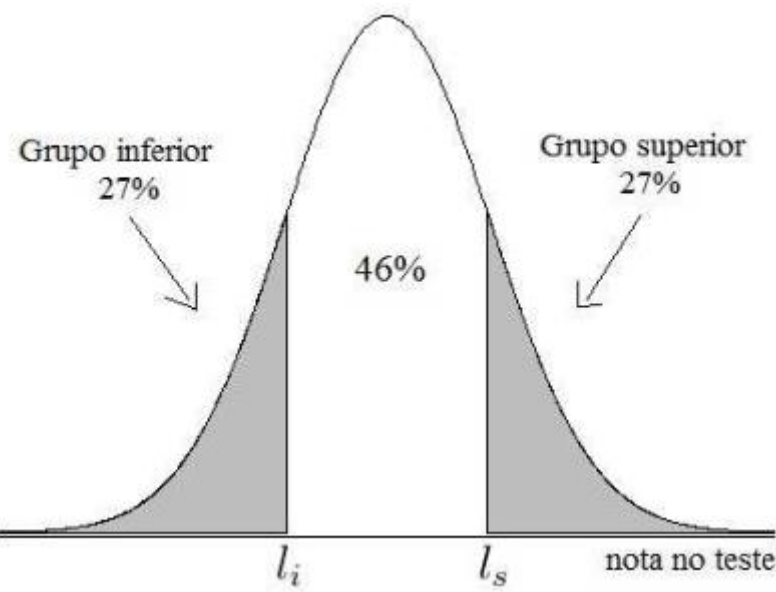
# DISCRIMINAÇÃO DOS ITENS – Criação de Grupos-Critério



*Discriminação = D<sub>i</sub> Grupo Superior – D<sub>i</sub> Grupo Inferior*

Item	Índice de dificuldade calculado	Índice de dificuldade calculado	ID <sub>i</sub>
	para o grupo superior	para o grupo inferior	
1	0,20	0,60	–0,40
2	0,60	0,50	0,10
3	0,75	0,20	0,55
4	0,90	0,05	0,85

# DISCRIMINAÇÃO DOS ITENS – Criação de Grupos-Critério



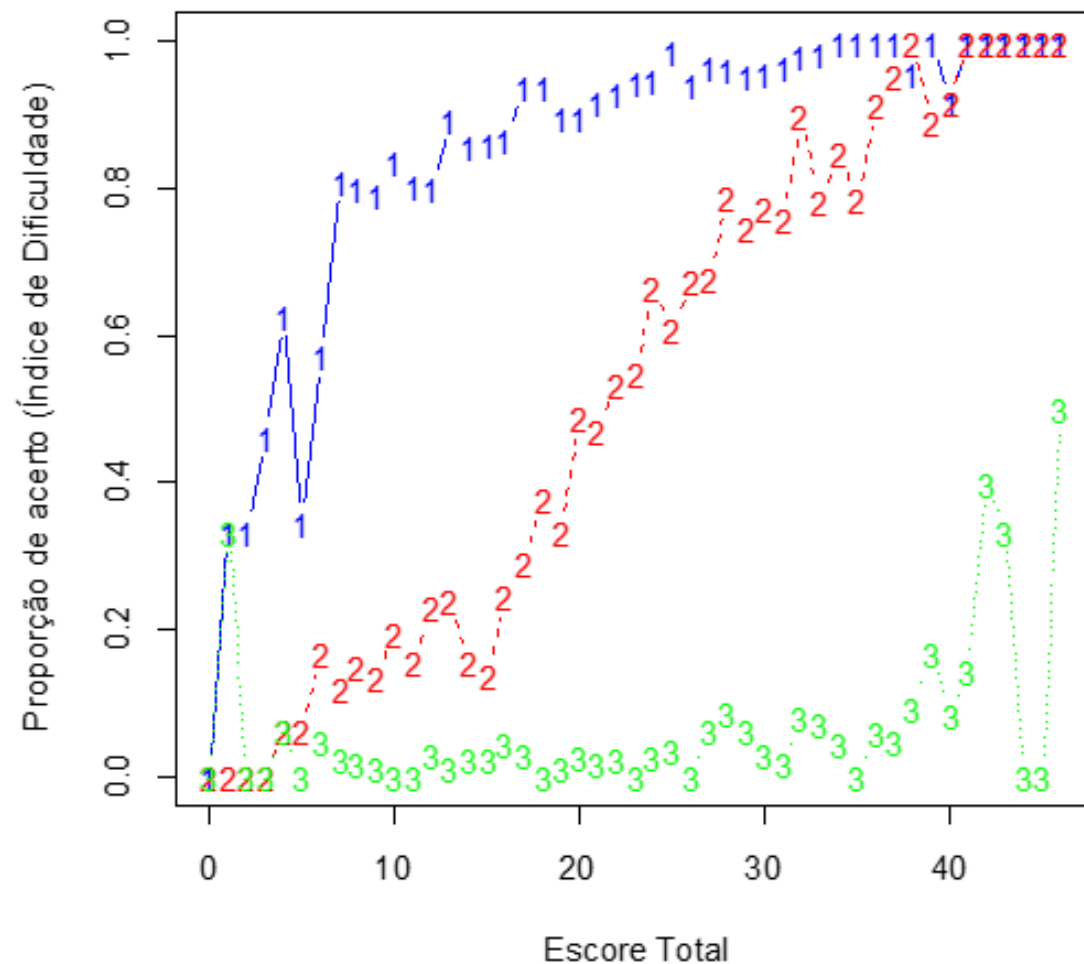
*Discriminação =  $D_i$  Grupo Superior –  $D_i$  Grupo Inferior*

Índice de discriminação	Classificação do item
$ID \leq 0,20$	Ineficiente. Sugere-se eliminá-lo ou revisá-lo totalmente
$0,20 < ID \leq 0,30$	Necessita ser revisado
$0,30 < ID \leq 0,40$	Aceitável, não sendo necessária uma revisão.
$ID > 0,40$	Satisfatório. Deve permanecer no teste.

**Fonte:** Adaptado de Arias, Lloreda e Lloreda (2006).



# DISCRIMINAÇÃO DOS ITENS – Análise Gráfica do Item (AGI)



# DISCRIMINAÇÃO DOS ITENS – Correlação Ponto-Bisserial

- É a correlação de Pearson entre o desempenho no item dicotomizado (certo ou errado) e o escore no teste;

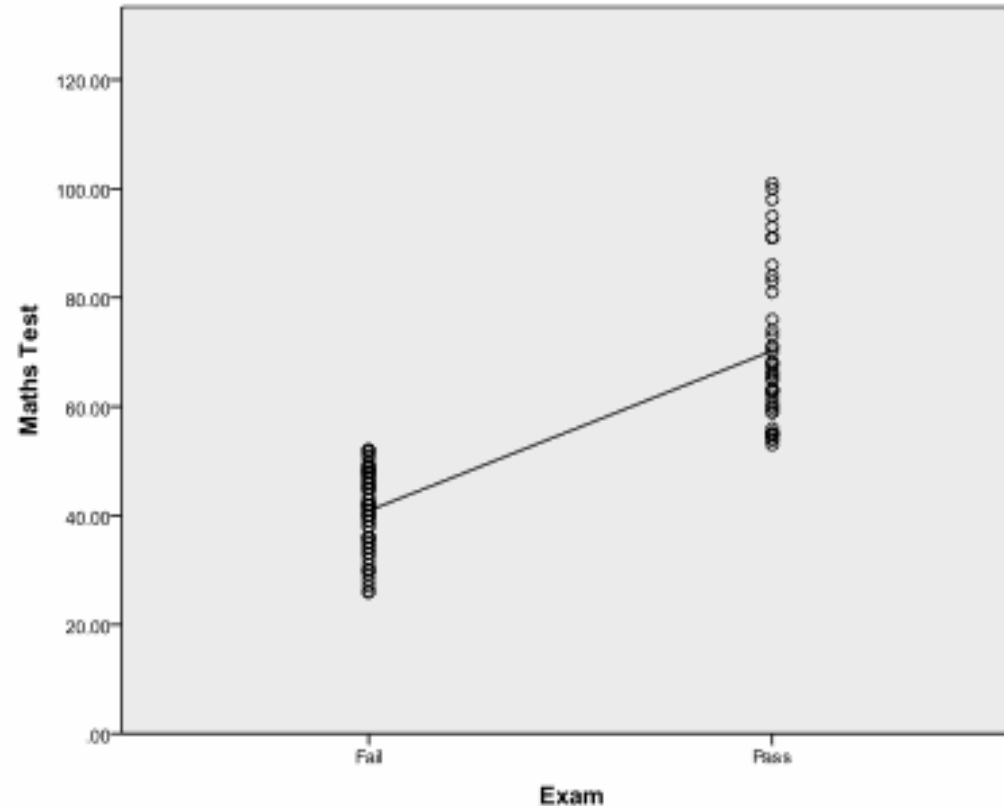
$$r_{pb} = \frac{M_1 - M_0}{s} \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

Em que:

- $M_1$  = média dos escores da variável contínua para o grupo que possui o valor 1 na variável dicotômica
- $M_0$  = média dos escores da variável contínua para o grupo que possui o valor 0 na variável dicotômica
- $s$  = desvio padrão total dos escores da variável contínua
- $p$  = proporção de observações com o valor 1 na variável dicotômica
- $q$  = proporção de observações com o valor 0 na variável dicotômica ( $q = 1 - p$ )
- $n$  = número total de observações

# DISCRIMINAÇÃO DOS ITENS – Correlação Ponto-Bisserial

- De acordo com Tôrres (2015), de maneira geral, espera-se que o coeficiente de correlação ponto-bisserial assumam valores positivos e superiores a 0,30 para que sejam considerados de boa discriminação.



# FIDEDIGNIDADE DOS TESTES



- Como não é possível aplicar o mesmo instrumento infinitas vezes para a mesma pessoa, com aplicações independentes, desenvolveu-se algumas formas de atestar a fidedignidade dos testes;
- A Fidedignidade está relacionada com a replicabilidade e consistência dos escores obtidos;
- Em síntese, quando a Fidedignidade é alta significa que o escore observado é confiável. Ele é similar ao verdadeiro.
- Entre as formas mais comuns de verificar a Fidedignidade estão: Teste-Reteste, Correlação entre Metades e Consistência Interna.

# FIDEDIGNIDADE DOS TESTES: MÉTODO TESTE-RETESTE



- Consiste em aplicar o mesmo teste a um grupo de indivíduos em dois momentos distintos e, em seguida, calcular a correlação entre os resultados das duas aplicações.
- Se o teste for fidedigno, os resultados devem ser semelhantes em ambas as ocasiões, indicando que a medida é estável ao longo do tempo.
- No entanto, este método pode ser influenciado pela memória dos participantes ou por mudanças reais nas características medidas entre os dois momentos.



# FIDEDIGNIDADE DOS TESTES: CORRELAÇÃO ENTRE 2 MEDIDAS



- Este método divide o teste em duas metades equivalentes e calcula a correlação entre os escores obtidos em cada uma delas;
- A correlação é então ajustada por uma fórmula de Spearman-Brown para estimar a fidedignidade do teste completo;
- Ele é útil para verificar a consistência interna, mas a divisão em duas metades pode não ser sempre prática ou ideal, especialmente se o teste não for suficientemente longo.

# FIDEDIGNIDADE DOS TESTES: CONSISTÊNCIA INTERNA



- Mede a coerência entre os itens de um teste, ou seja, o quão bem os itens de um teste avaliam o mesmo conceito;
- A medida mais comum de consistência interna é o Coeficiente Alfa de Cronbach:

$$\alpha = \frac{N}{N+1} \left( 1 - \frac{\sum s_i^2}{\sum s_t^2} \right)$$

- Varia de 0 a 1, sendo indicado valores maiores que 0,7;
- Atenção para valores muito altos ( $\alpha \geq 0,95$ ), que pode indicar redundância entre os itens.

# FIDEDIGNIDADE DOS TESTES: CONSISTÊNCIA INTERNA



- Problemas do Coeficiente Alfa de Cronbach: tau-equivalência; estimador *lower-bound* subestimando a verdadeira consistência interna do teste;
- Possibilidades: Fidedignidade Composta e Ômega de McDonald, que consideram as cargas fatoriais dos itens em seus cálculos.

# LIMITAÇÕES DA TCT

## a) Dependência dos Itens do Teste (*Test-Dependent*);

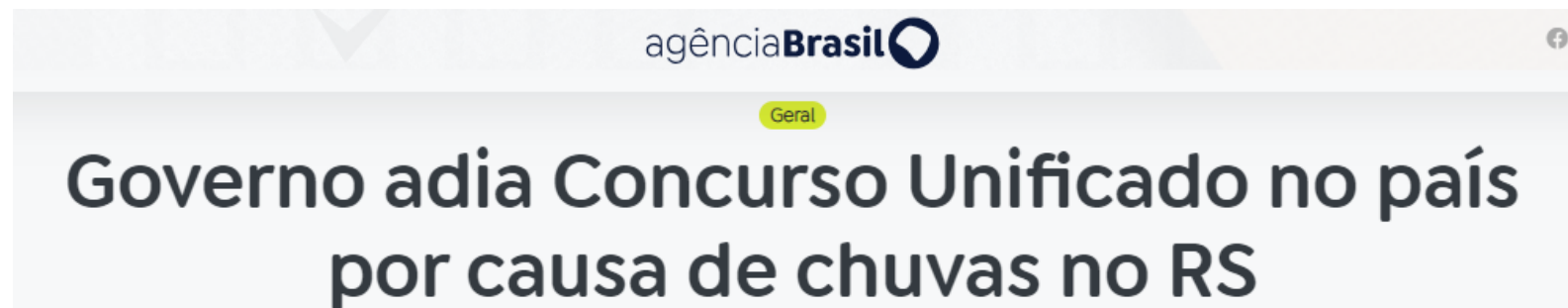
Uma das principais limitações da TCT é que os resultados de um teste são altamente dependentes dos itens que o compõem. Isso significa que as características psicométricas de um teste podem mudar significativamente se os itens forem alterados. Portanto, a validade e a fidedignidade do teste podem ser comprometidas se houver mudanças nos itens, dificultando a comparação entre diferentes versões do teste.

# LIMITAÇÕES DA TCT

a) Dependência dos Itens do Teste (*Test-Dependent*);



Alunos afetados pelas chuvas no Paraná podem solicitar reaplicação das provas do Enem





# LIMITAÇÕES DA TCT

## b) Dependência dos Sujeitos (*Subject-Dependent*)

Os parâmetros dos itens de um teste (como dificuldade e discriminação) são calculados com base na amostra de sujeitos que realizou o teste. Nesse caso, esses parâmetros podem variar de uma amostra para outra. A dependência dos sujeitos implica que os resultados de um teste podem não ser generalizáveis para outras populações, limitando a aplicabilidade dos resultados a diferentes grupos de respondentes.

# LIMITAÇÕES DA TCT

c) Problemas no Cálculo da Fidedignidade;

d) Suposição de Erro de Medida Constante;

(A TCT assume que a variância dos erros de medida é a mesma para todos os respondentes)

e) Problemas com a Escala de Medida.

(Na TCT cada item contribui igualmente para o escore total)

# TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM

- Surgimento na década de 1950, baseados na teoria do traço latente de Lazarsfeld, nos trabalhos de Lord e do dinamarquês Rasch;
- Se refere à uma família de modelos matemáticos que buscam explicar a relação entre o nível de habilidade ou traço latente ( $\theta$ ) e o padrão de resposta aos itens de um determinado teste ou escala;
- Ao contrário da TCT, cujo foco principal é o teste como um todo, a TRI concentra-se nos itens individuais.



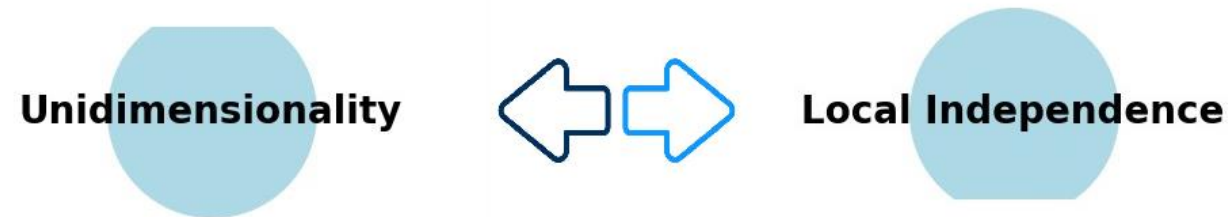
# TRI NO CAMPO DA AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

SAEB



# PRESSUPOSTOS DA TRI

- A TRI baseia-se em dois pressupostos fundamentais: a unidimensionalidade e a independência local;
- A unidimensionalidade refere-se à ideia de que um conjunto de itens em um teste mede um único traço latente ou habilidade subjacente;
- O pressuposto de independência local, por sua vez, postula que as respostas aos itens de um teste são independentes umas das outras, quando controlamos o traço latente.





# MODELOS UNIDIMENSIONAIS - PARÂMETROS

- Parâmetro  $a$  (discriminação): Capacidade do item de diferenciar indivíduos com habilidades ou proficiências distintas;
- Parâmetro  $b$  (dificuldade): Nível mínimo de proficiência necessário para que um respondente possua uma probabilidade  $\frac{1+c}{2}$  de responder corretamente a um item;
- Parâmetro  $c$  (acerto ao acaso): Probabilidade de um respondente acertar o item sem possuir a habilidade necessária para tal;
- Parâmetro  $d$  (erros aleatórios): erros em algumas questões por distratores externos.

# MODELOS UNIDIMENSIONAIS - LOGÍSTICOS

- Modelo Logístico de Um Parâmetro (Rasch): dificuldade do item (parâmetro  $b$ );
- Modelo Logístico de Dois Parâmetros (ML2P) considera a dificuldade (parâmetro  $b$ ) e a discriminação do item (parâmetro  $a$ );
- Modelo Logístico de Três Parâmetros (ML3P) inclui a dificuldade (parâmetro  $b$ ), a discriminação (parâmetro  $a$ ) e a probabilidade de acerto ao acaso do item (parâmetro  $c$ );
- Modelo Logístico de Três Parâmetros (ML3P) inclui a dificuldade (parâmetro  $b$ ), a discriminação (parâmetro  $a$ ), a probabilidade de acerto ao acaso do item (parâmetro  $c$ ) e os erros aleatórios (parâmetro  $d$ ).

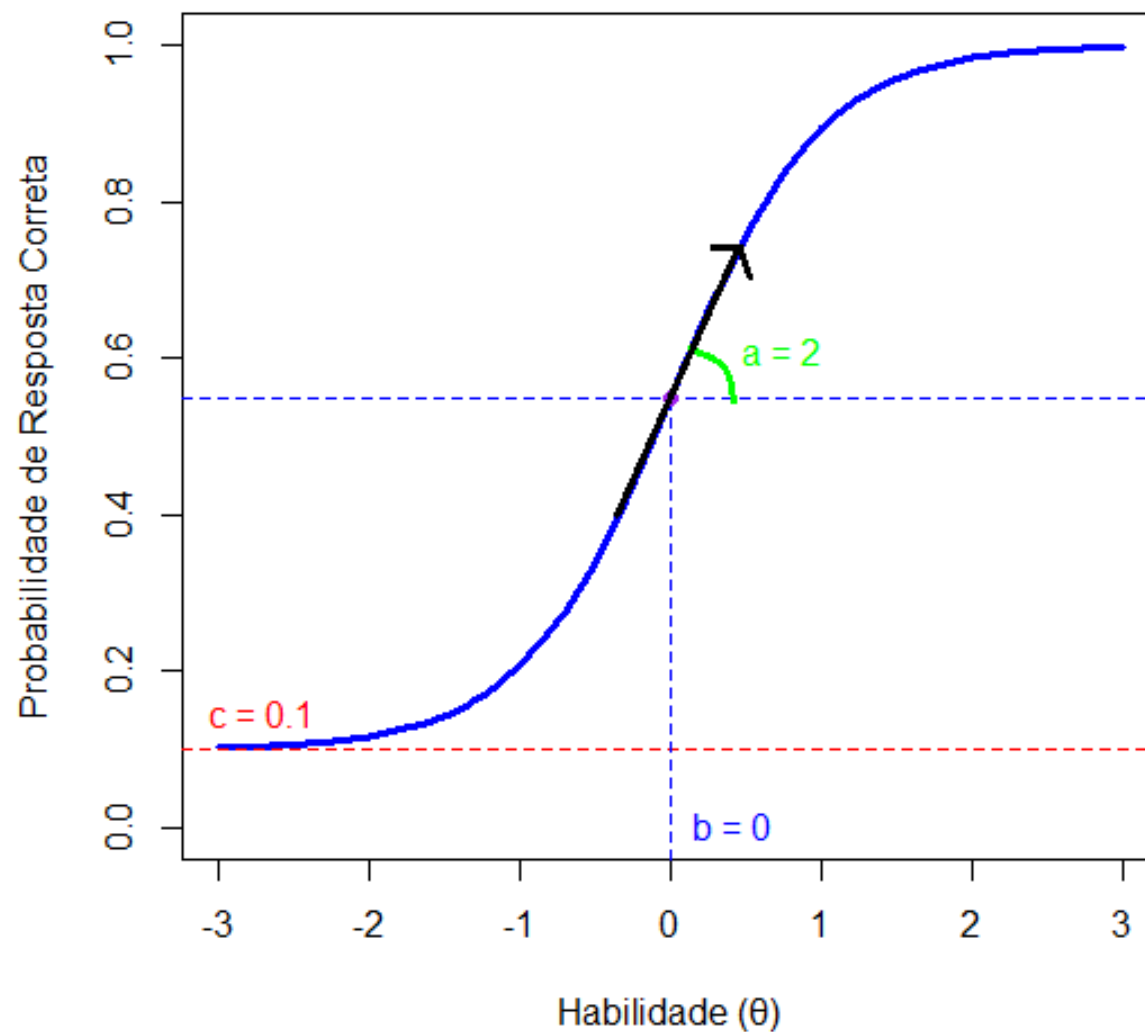
# MODELOS UNIDIMENSIONAIS - LOGÍSTICOS

O Enem e o Saeb utilizam o ML3P, proposto por Birnbaum (1968). Conforme Andrade, Tavares e Valle (2000), a expressão matemática desse modelo é dada por:

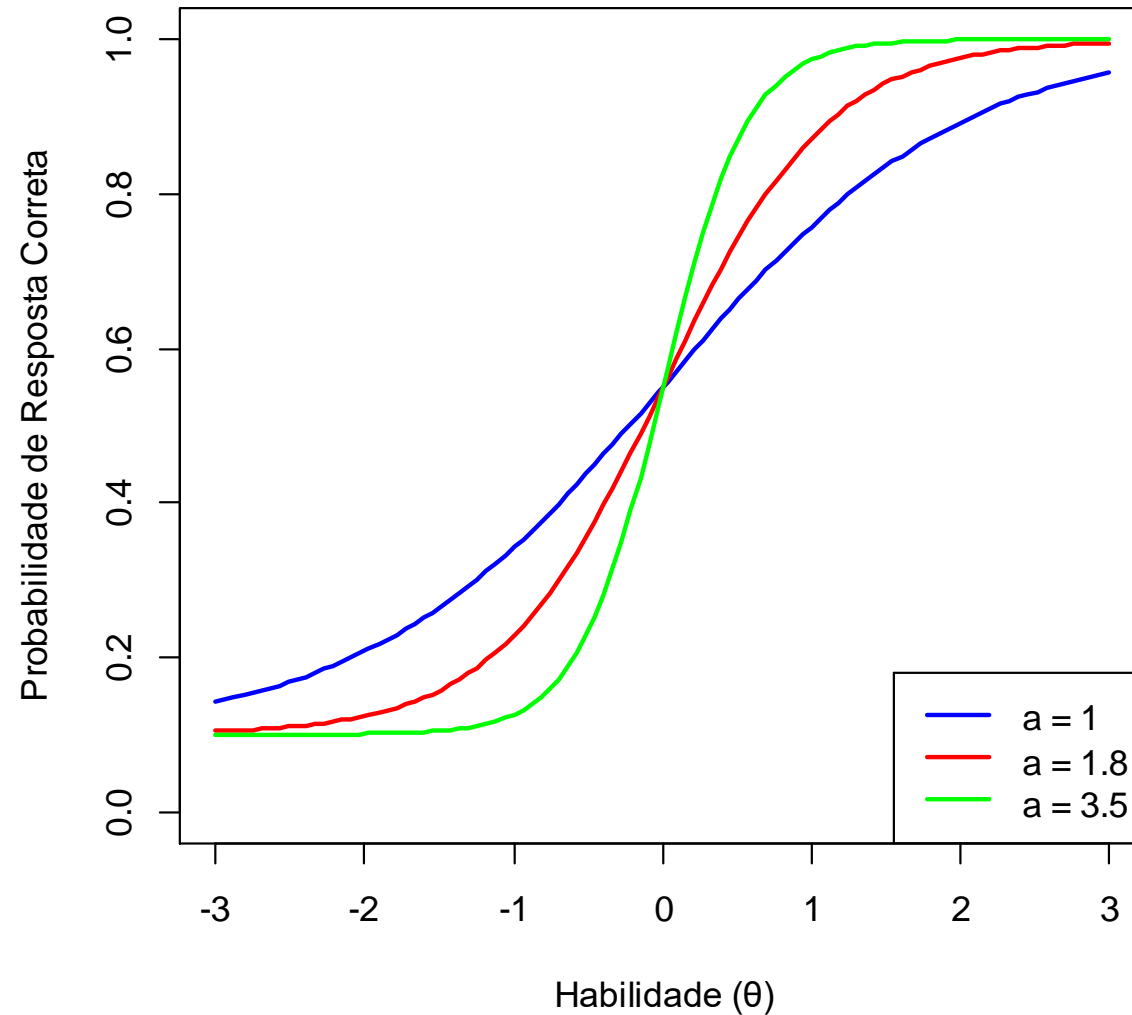
$$P(X_{ij} = 1 \mid \theta_i, a_j, b_j, c_j) = c_j + (1 - c_j) \frac{e^{a_j(\theta_i - b_j)}}{1 + e^{a_j(\theta_i - b_j)}}$$

em que  $P(X_{ij} = 1)$  é a probabilidade de o indivíduo  $i$  com habilidade  $\theta_i$  acertar o item  $j$ .

# CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM



# CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM – PARÂMETRO $a$



# CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM – PARÂMETRO $a$

**Tabela 3** – Classificação dos itens quanto à Discriminação na TRI

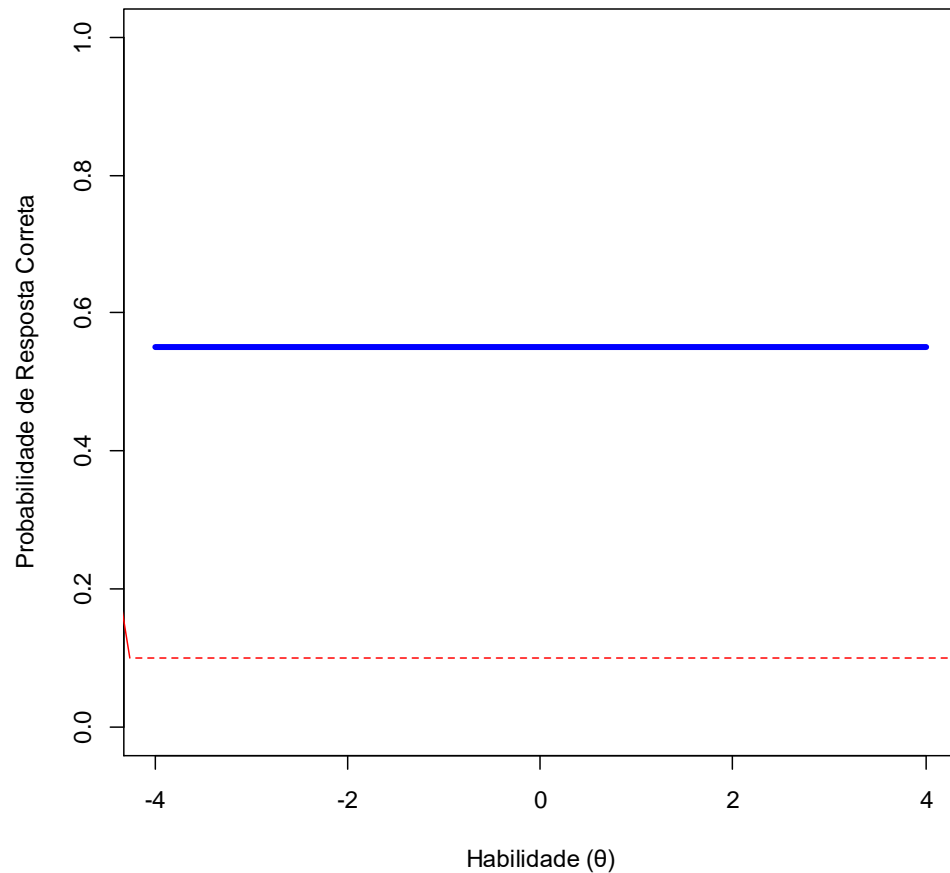
Valores	Discriminação
$a = 0,0$	Nenhuma
$0,0 < a \leq 0,35$	Muito baixa
$0,35 < a \leq 0,65$	Baixa
$0,65 < a \leq 1,35$	Moderada
$1,35 < a \leq 1,70$	Alta
$a > 1,70$	Muito Alta

**Fonte:** Rabelo (2013, p. 138)

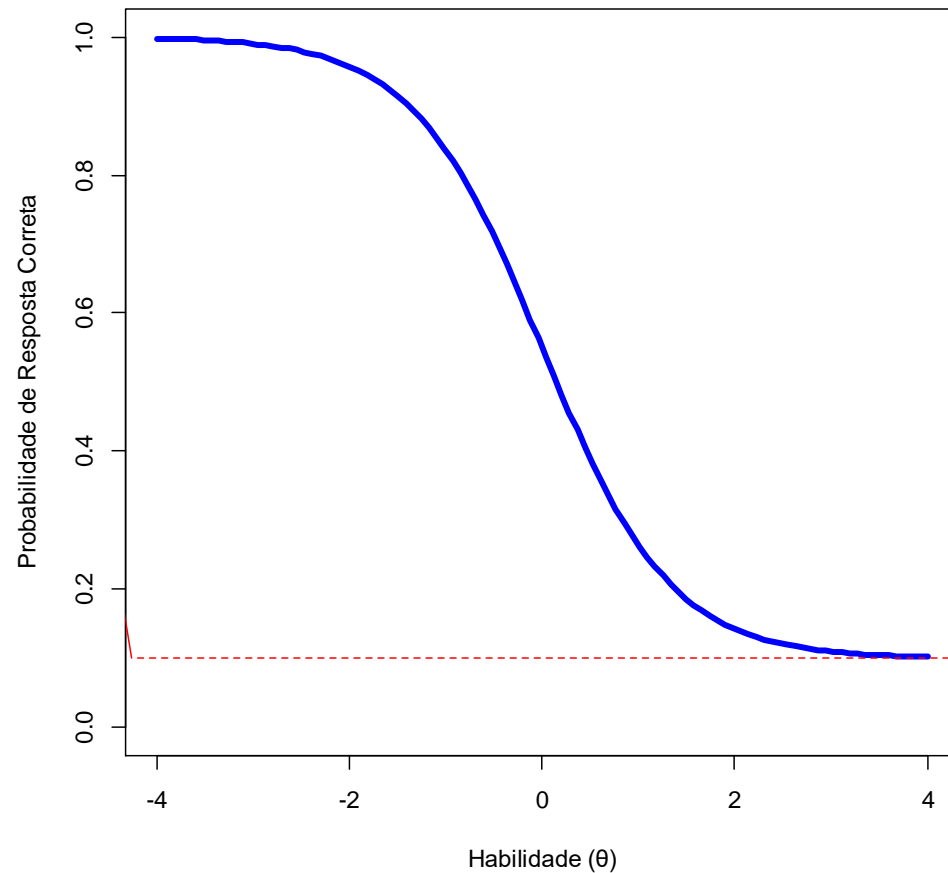


# CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM – PARÂMETRO $\alpha$

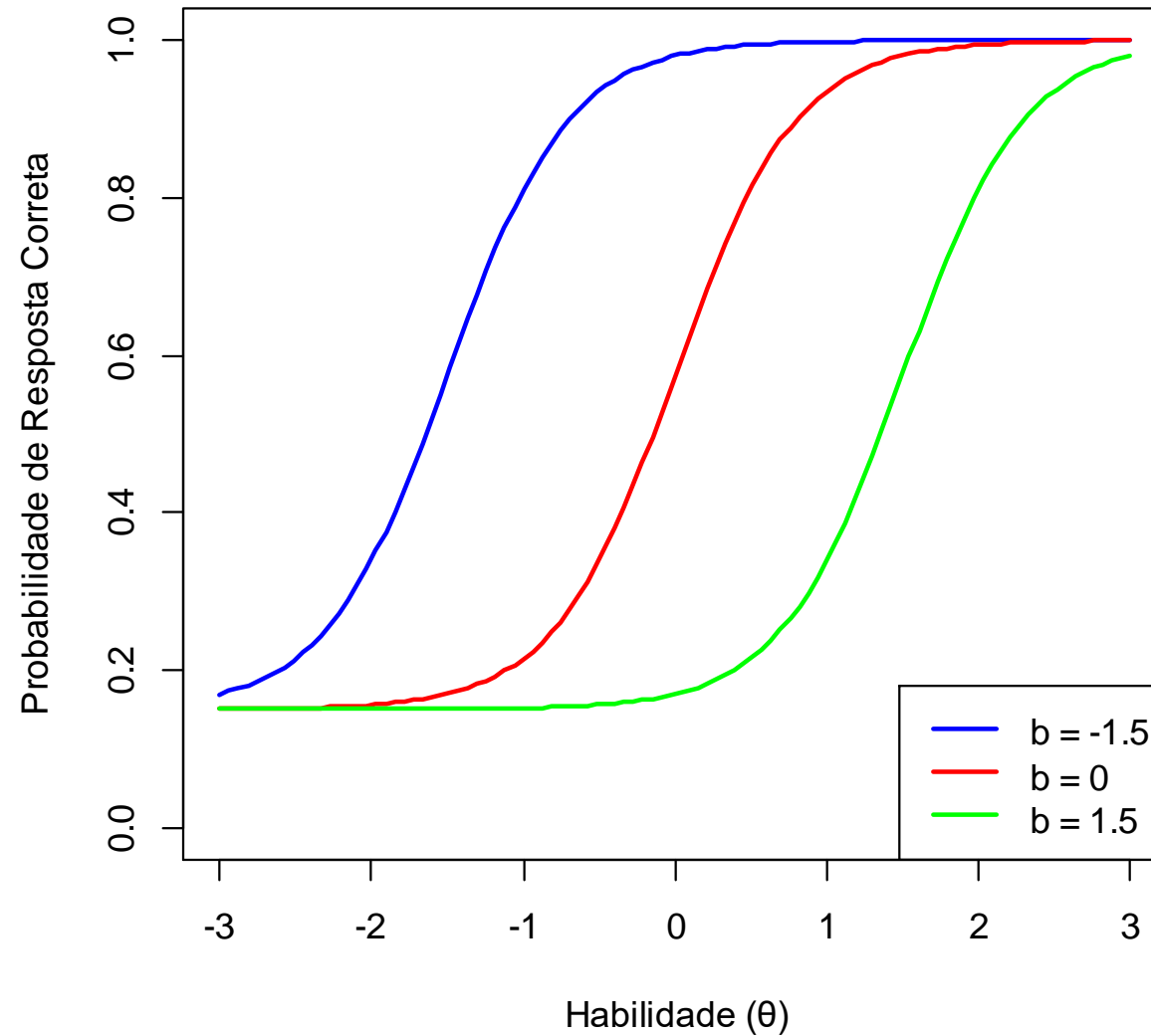
Curva Característica do Item (3PL) com Discriminação Nula



Curva Característica do Item (3PL) com Discriminação Negativa



# CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM – PARÂMETRO $b$



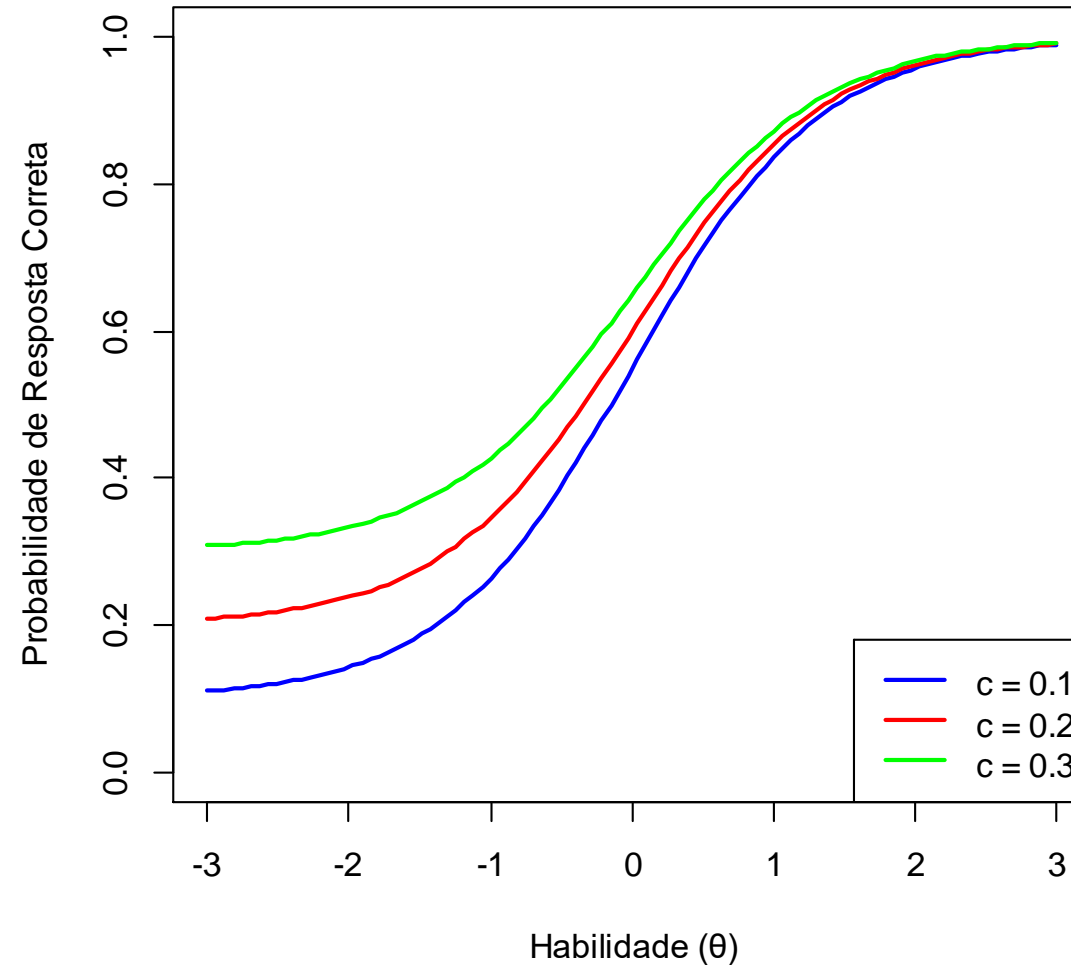
# CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM – PARÂMETRO *b*

**Tabela 4** – Classificação e percentual esperado para os índices de dificuldade na TRI

Classificação	Valores	% esperado
Muito fáceis	Até -1,28	10%
Fáceis	De -1,27 a -0,52	20%
Medianos	De -0,51 a 0,51	40%
Difíceis	De 0,52 a 1,27	20%
Muito Difíceis	1,28 ou mais	10%

**Fonte:** Rabelo (2013, p. 134)

# CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM – PARÂMETRO $c$

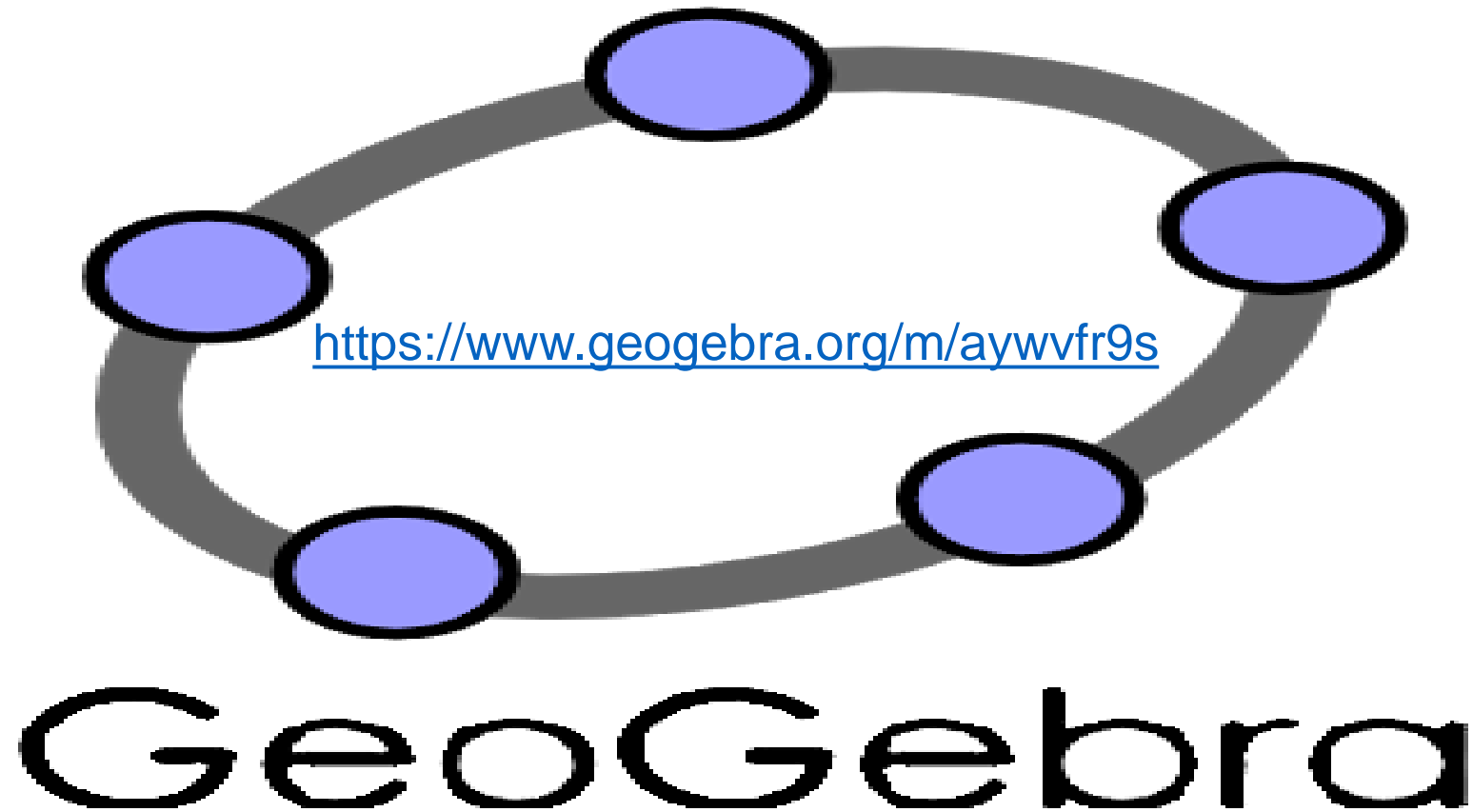


# CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM – PARÂMETRO $c$

- Para um item com cinco opções de resposta, espera-se valores inferiores à 0,20. Caso contrário, pode haver um indicativo de que a opção correta se difere das demais, atraindo respondentes com baixa proficiência.
- Quem é o atual presidente da Zâmbia?
  - a) Hakainde Hichilema
  - b) Alassane Ouattara
  - c) Bola Tinubu
  - d) Milton Nascimento
  - e) Cyril Ramaphosa



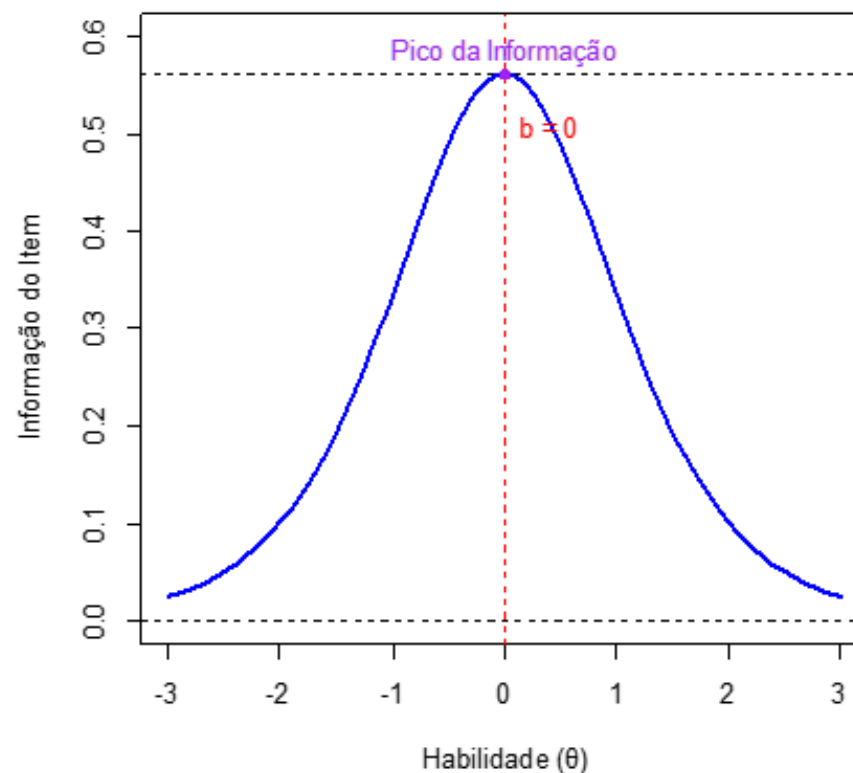
# CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM - GEOGEBRA



# CURVA DE INFORMAÇÃO DO ITEM

- Representa a quantidade de informação que ele fornece sobre a habilidade do respondente em diferentes níveis dessa habilidade;
- Geometricamente, a altura da Curva de Informação em um ponto específico do continuum de habilidade indica a quantidade de informação fornecida pelo item nesse nível de habilidade;
- Curvas mais altas significam maior informação e, portanto, maior precisão na estimativa da habilidade nesse ponto.

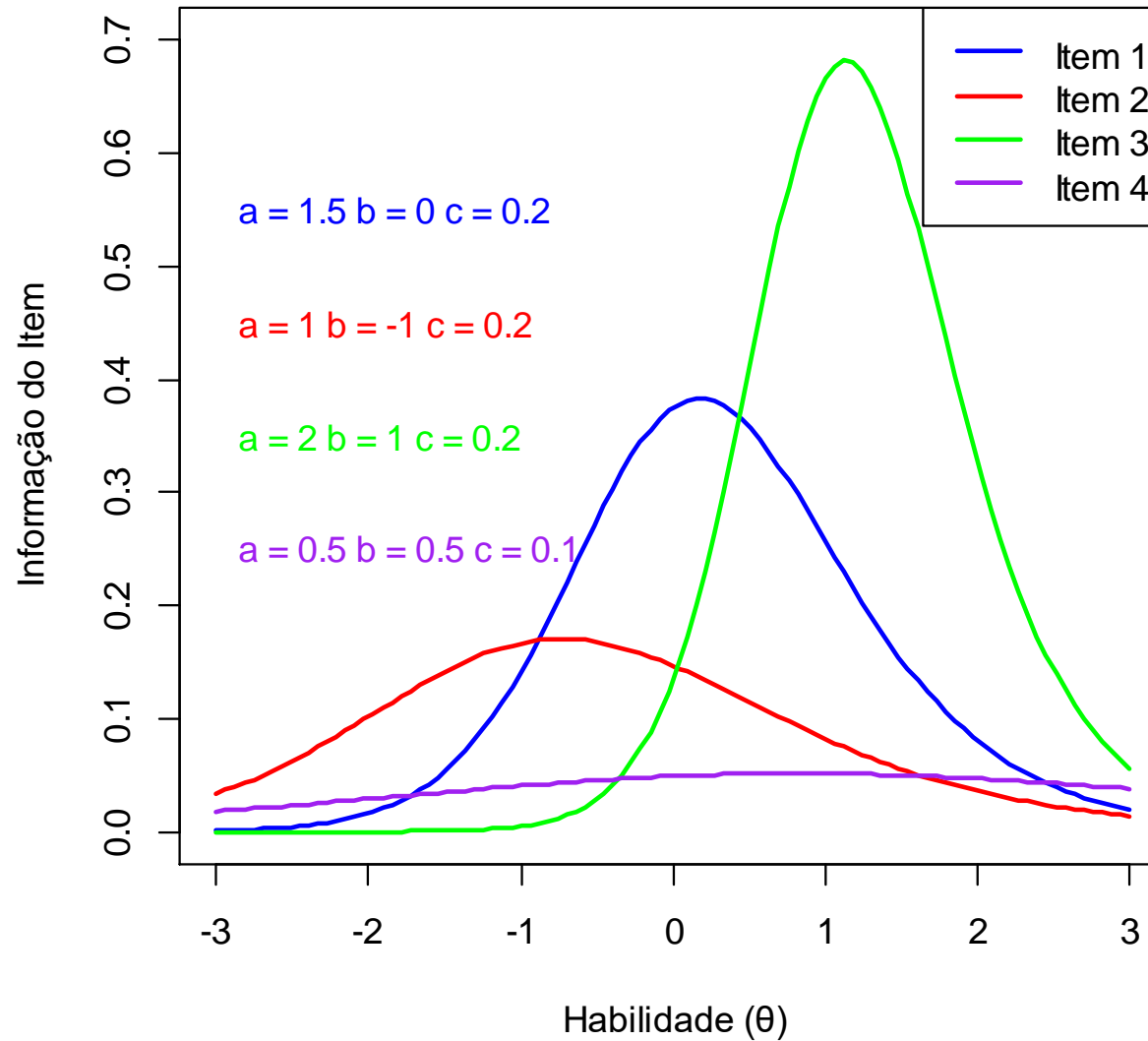
# CURVA DE INFORMAÇÃO DO ITEM



O pico da Curva de Informação geralmente ocorre próximo ao ponto de dificuldade do item ( $b$ ), indicando que o item é mais informativo para indivíduos cuja habilidade está próxima desse valor.

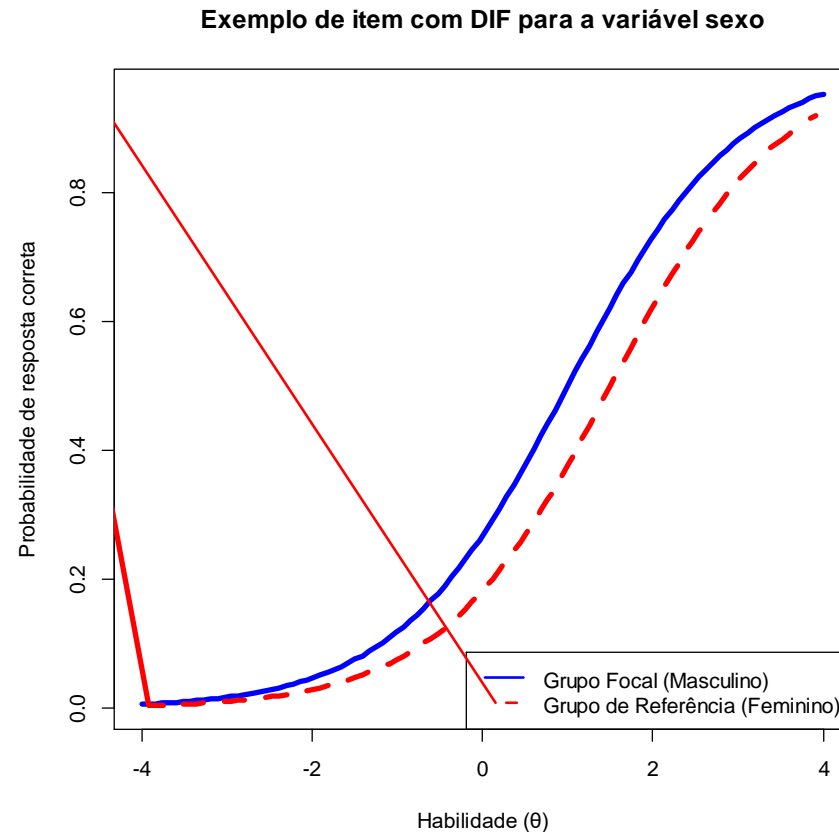


# CURVA DE INFORMAÇÃO DO ITEM



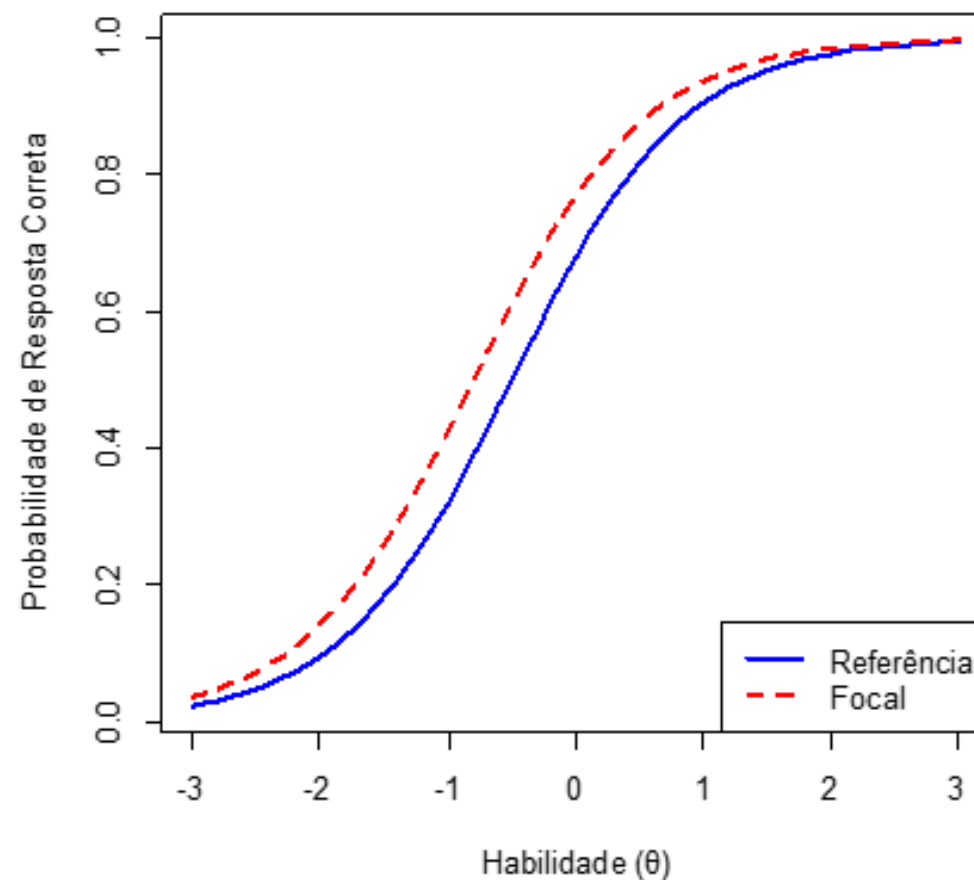
# FUNCIONAMENTO DIFERENCIAL DOS ITENS (DIF)

- Usado para identificar itens que se comportam de maneira diferente para diferentes grupos de indivíduos, mesmo quando esses indivíduos possuem o mesmo nível de habilidade;



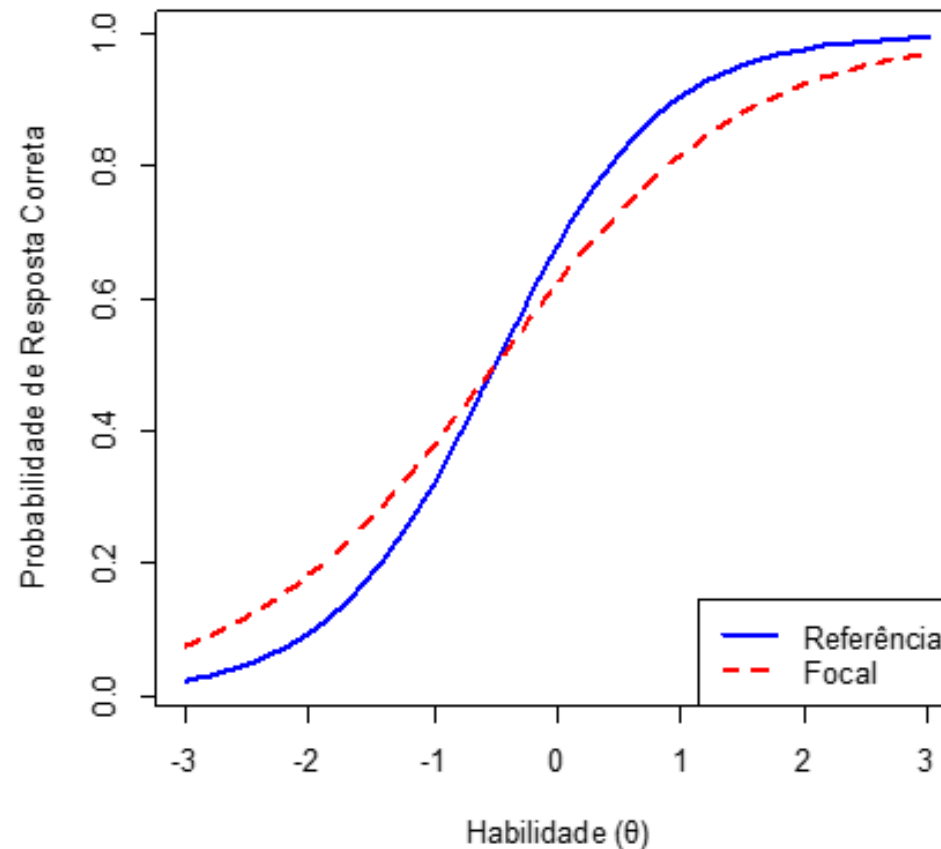
# DIF UNIFORME

- Ocorre quando a diferença na probabilidade de acerto de um item é constante ao longo de todos os níveis de habilidade ( $\theta$ ) entre os dois grupos;



# DIF NÃO UNIFORME

- Ocorre quando a diferença na probabilidade de acerto de um item varia ao longo dos os níveis de habilidade ( $\theta$ ).



# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM

## QUESTÃO 161

Para apagar os focos A e B de um incêndio, que estavam a uma distância de 30 m um do outro, os bombeiros de um quartel decidiram se posicionar de modo que a distância de um bombeiro ao foco A, de temperatura mais elevada, fosse sempre o dobro da distância desse bombeiro ao foco B, de temperatura menos elevada.

Nestas condições, a maior distância, em metro, que dois bombeiros poderiam ter entre eles é

- A 30.
- B 40.
- C 45.
- D 60.
- E 68.

Item 161– Prova Azul – 2018

Parâmetros Psicométricos:

$$a = 0,48; b = 2,96; c = 0,14$$

1) Qual a probabilidade de um respondente com habilidade estimada  $\theta = 1,5$  acertar ao referido item?

$$P(X_{ij} = 1 | \theta_i, a_j, b_j, c_j) = c_j + (1 - c_j) \frac{e^{a_j(\theta_i - b_j)}}{1 + e^{a_j(\theta_i - b_j)}}$$

$$P(X = 1) = 0,14 + 0,86 \frac{e^{0,48(1,5-2,96)}}{1 + e^{0,48(1,5-2,96)}} = 0,14 + 0,86 \frac{0,4962}{1 + 0,4962} = 0,14 + 0,2852 = 0,4252$$

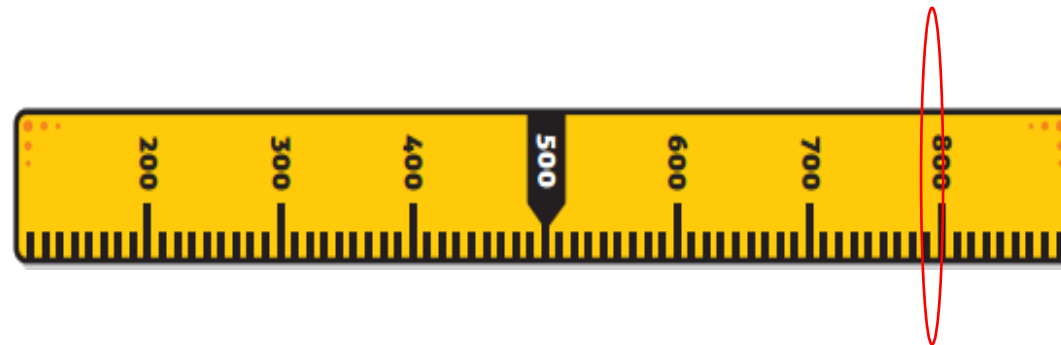
# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM

2) Qual a posição do referido item na escala do Enem?

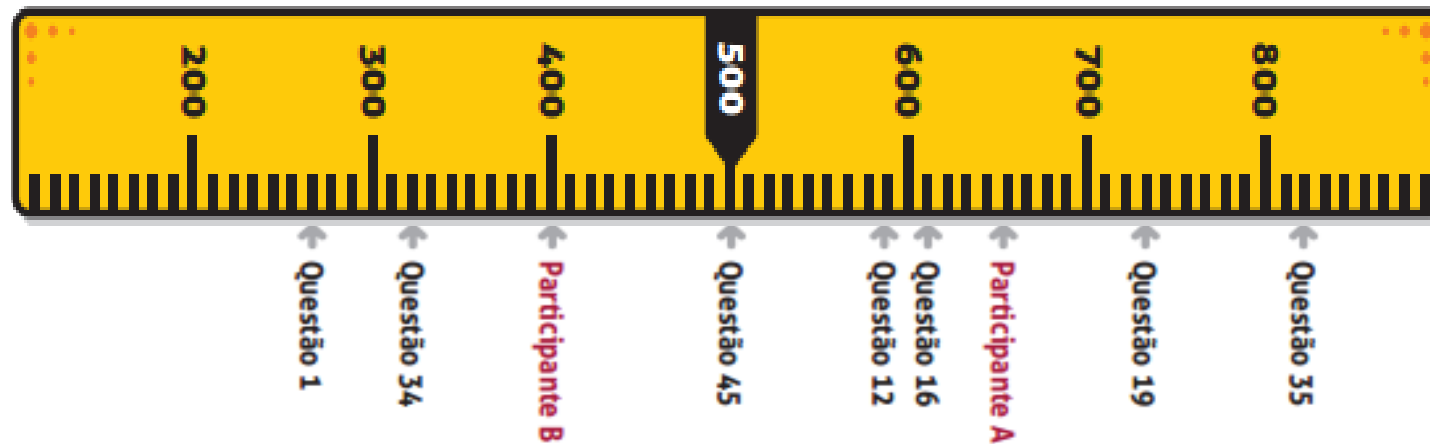
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 500}{100}$$

Como,  $b = 2,96$ , tem – se:

$$2,96 = \frac{X - 500}{100} \Rightarrow X = 296 + 500 = 796$$



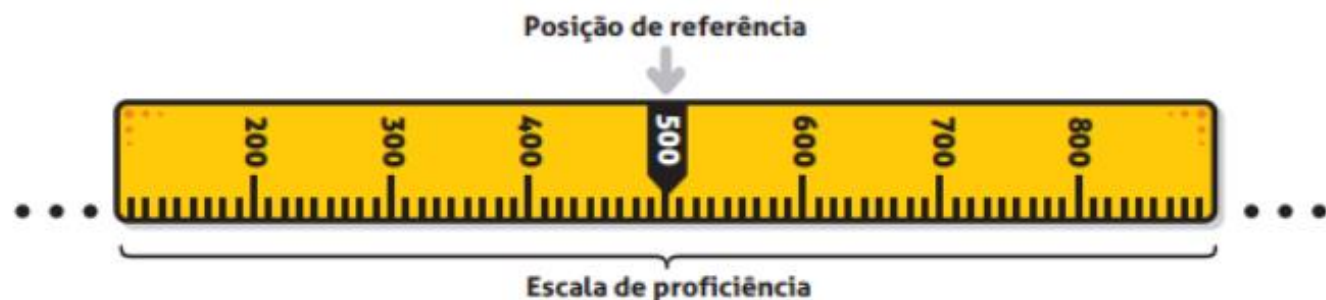
# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM



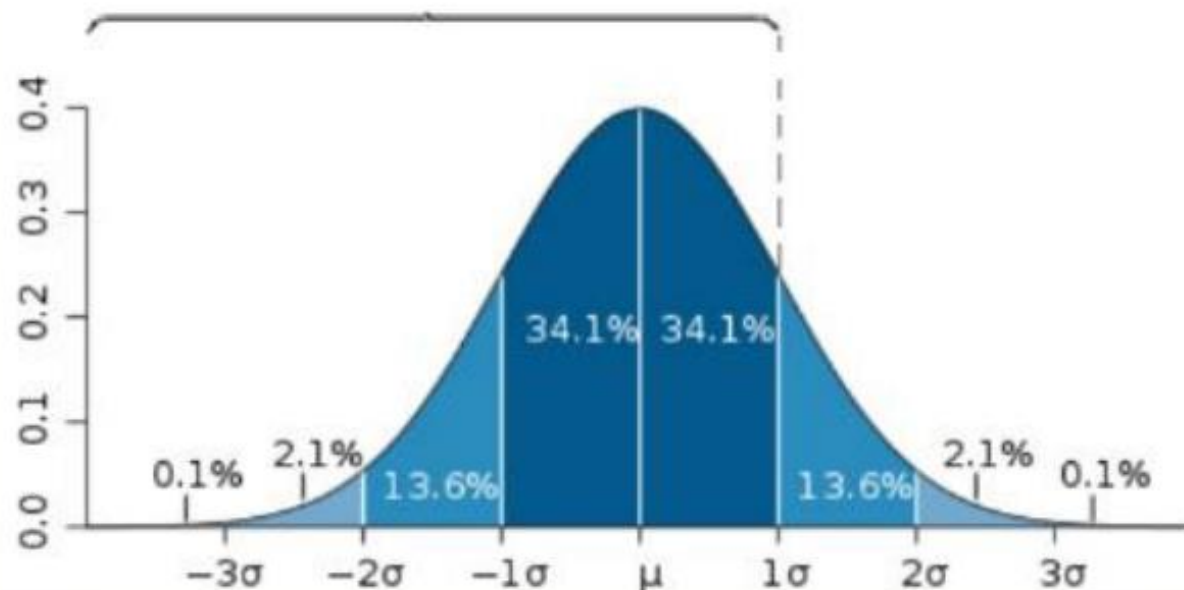
O Participante A (proficiência 650) tem  $> 60\%$  de probabilidade de acertar os itens 1, 34, 45, 12 e 16,

Contudo, possui  $< 60\%$  de probabilidade de acertar os itens 19 e 35.

# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM

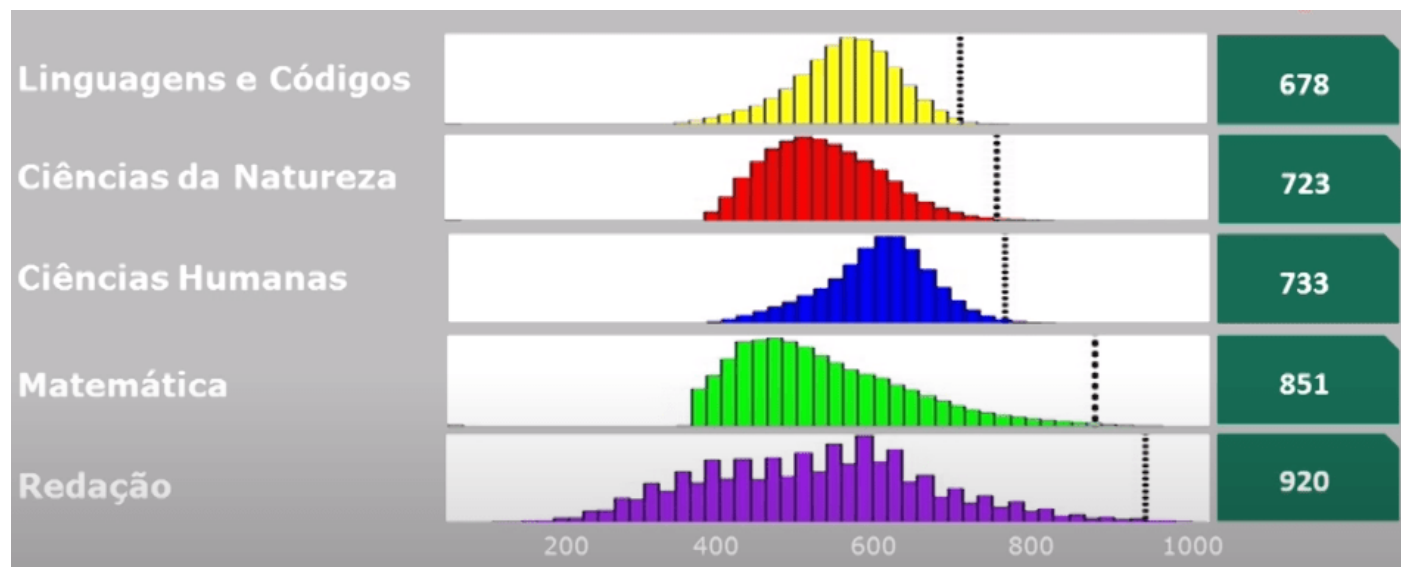


$$0,1\% + 2,1\% + 13,6\% + 34,1\% + 34,1\% = 84\%$$





# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM



Os 0,5% dos alunos que tiraram nota mais alta em Linguagens tiraram, em média, 678 pontos;

Os 0,5% dos alunos que tiraram nota mais alta em Ciências da Natureza tiraram, em média, 723 pontos;

Os 0,5% dos alunos que tiraram nota mais alta em Ciências Humanas tiraram, em média, 733 pontos;

Os 0,5% dos alunos que tiraram nota mais alta em Matemática tiraram, em média, 851 pontos;

Os 0,5% dos alunos que tiraram nota mais alta em Redação tiraram, em média, 920 pontos;

# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM: COERÊNCIA PEDAGÓGICA

- Pesquisa Empírica;
- Amostra: +68 mil;
- Prova de Matemática do ENEM 2018;
- Publicado em 2021



Revista  
Actualidades Investigativas  
en Educación

ISSN 1409-4703

## **Análise da qualidade psicométrica da prova de matemática do Exame Nacional do Ensino Médio brasileiro de 2018**

Análisis de la calidad psicométrica de la prueba de matemáticas del Examen Nacional de la Secundaria Superior brasileña, 2018  
Psychometric quality analysis of the mathematics test of the Brazilian National High School Examination from 2018

Volumen 21, Número 1  
Enero - Abril  
pp. 1-29

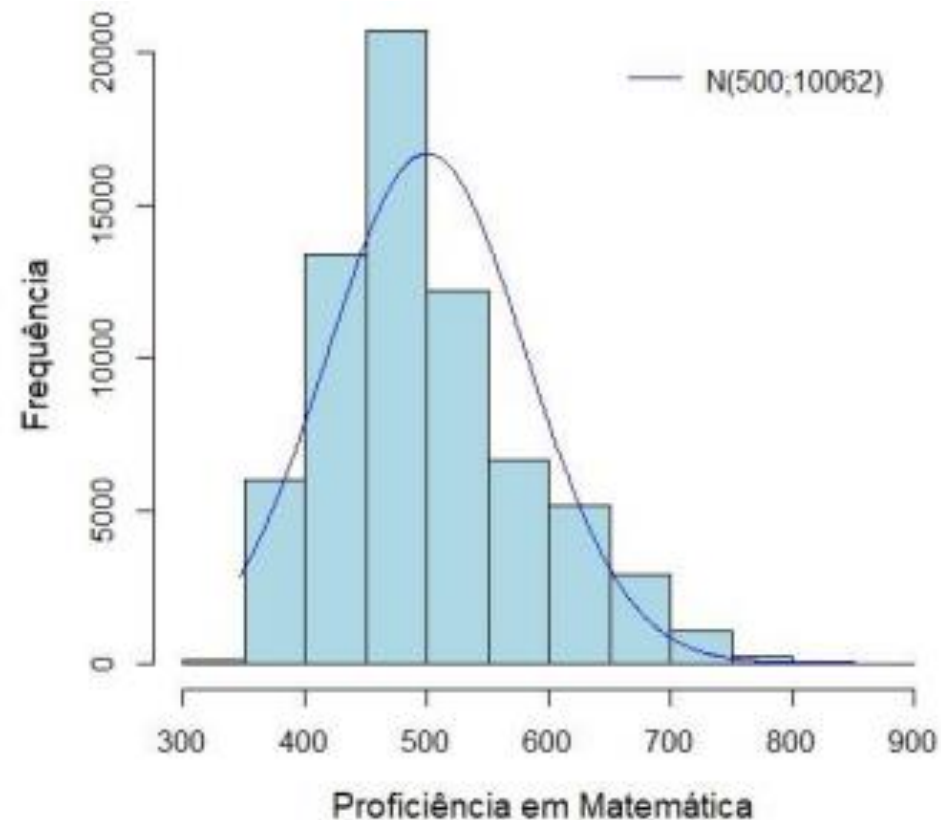
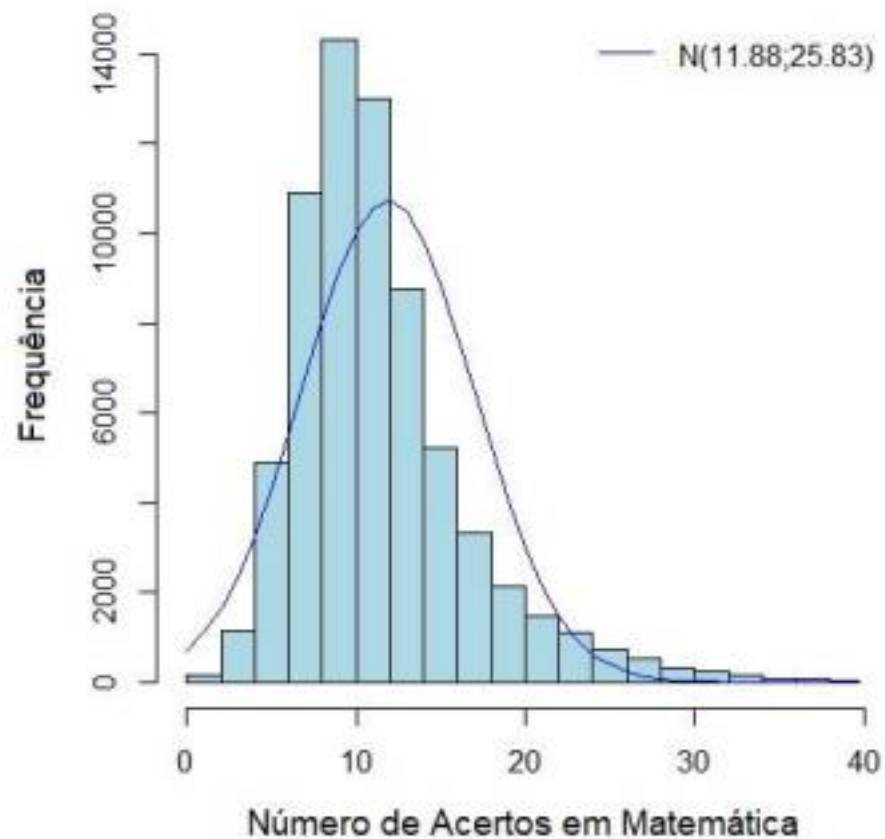
Denilson Junio Marques Soares  
Talita Emidio Andrade Soares  
Wagner dos Santos

INEP

MINISTÉRIO DA  
EDUCAÇÃO

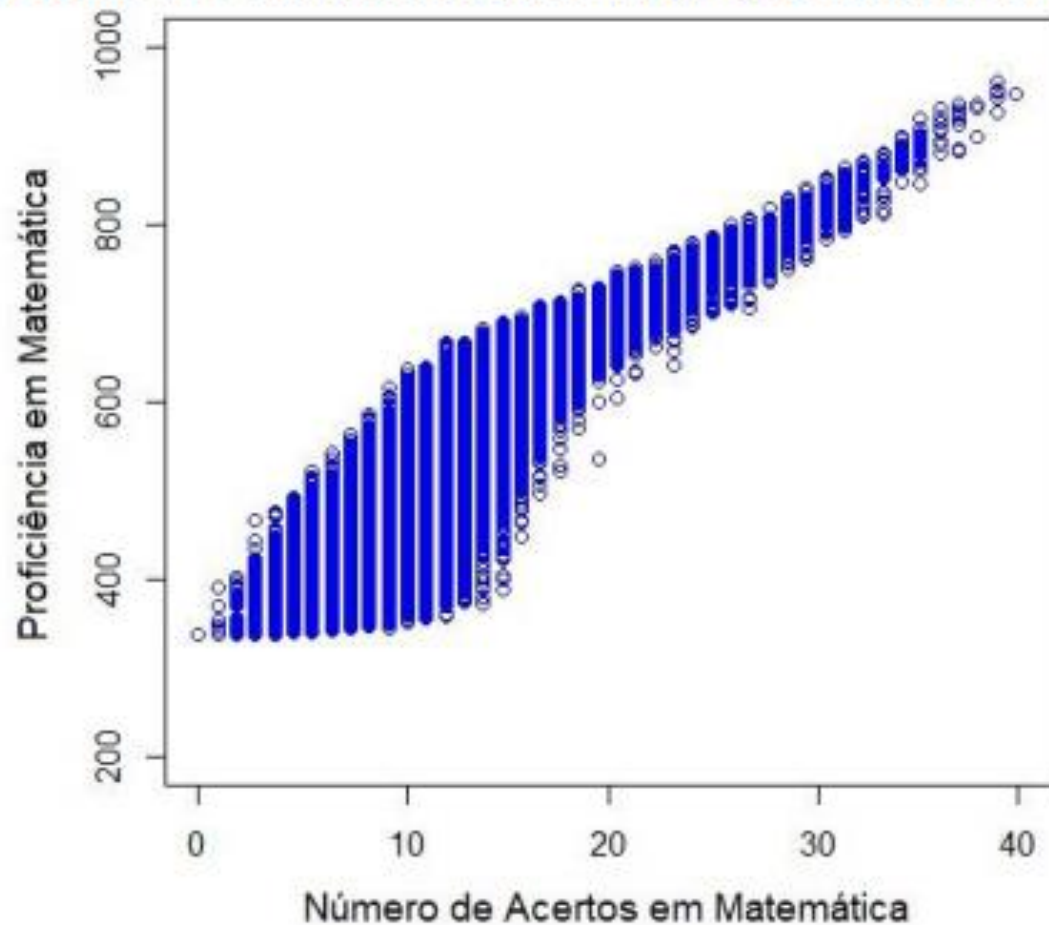
GOVERNO FEDERAL  
**BRASIL**  
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM: COERÊNCIA PEDAGÓGICA

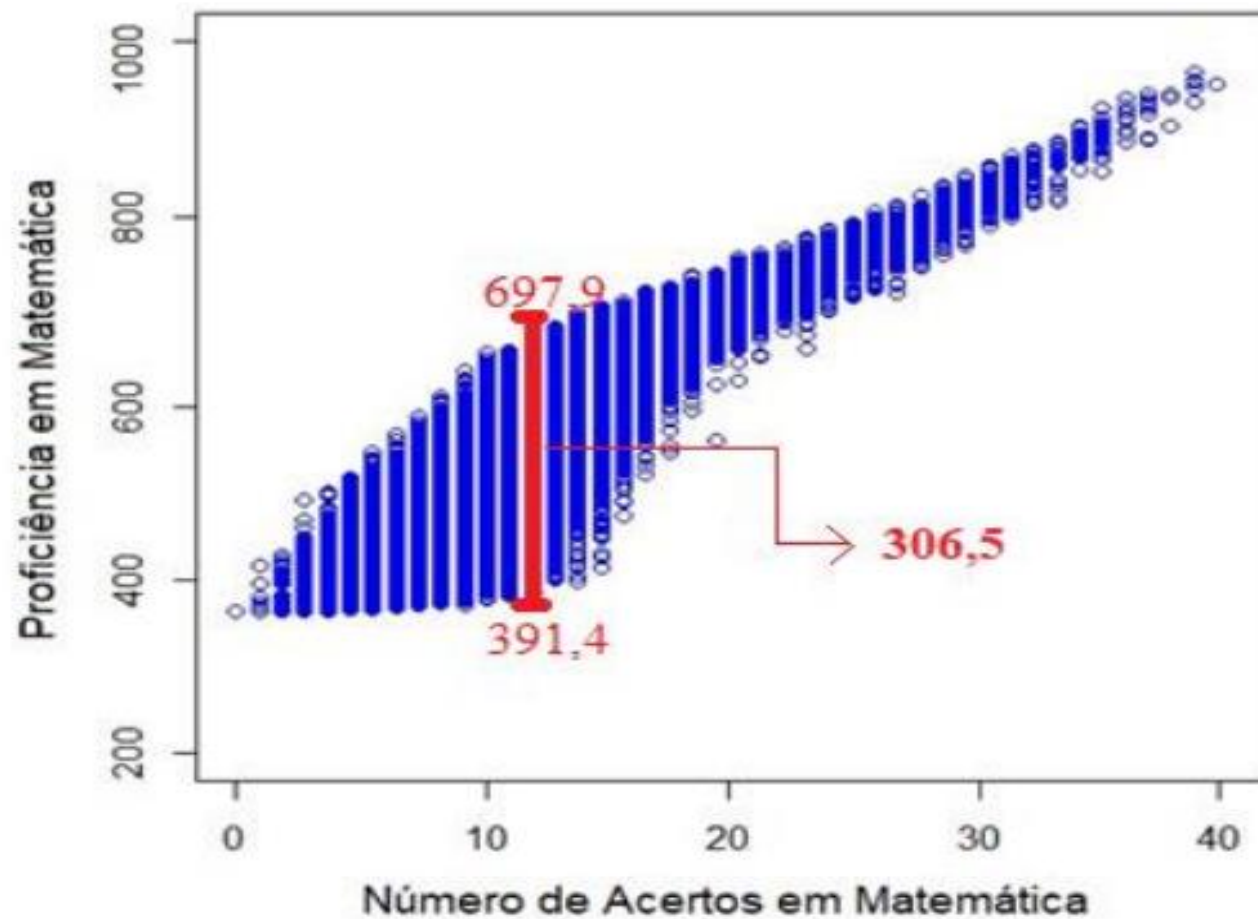


# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM: COERÊNCIA PEDAGÓGICA

Relação entre o escore e a proficiência da Prova de Matemática do ENEM/Brasil 2018



# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM: COERÊNCIA PEDAGÓGICA



# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM: COERÊNCIA PEDAGÓGICA

**Estatísticas descritivas obtidas para as proficiências de Matemática do ENEM 2018**

<b>Número de Acertos</b>	<b>Nota Mínima</b>	<b>Nota Média</b>	<b>Nota Máxima</b>	<b>Amplitude</b>	<b>Coeficiente de Variação</b>
12	387	540.4	671.5	284.5	9.40%
13	391.4	564.1	697.9	306.5	9.37%
14	405.6	587.8	698.2	292.6	8.73%
15	403.7	614.5	715.4	311.7	7.67%
16	421	639.7	720.9	299.9	6.81%
17	481.1	661.3	728.8	247.7	5.40%

# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM: COERÊNCIA PEDAGÓGICA

sujeito	mt43	mt45	mt3	mt6	mt9	mt8	mt19	mt38	mt37	mt34	mt42	mt13	mt29	mt26	mt39	mt15	mt24	mt28	mt16	mt27	mt25	mt18	mt21	mt2	mt5	mt44	mt33	mt12	mt36	mt7	mt1	mt31	mt17	mt32	mt20	mt4	mt11	mt35	mt14	mt23	mt10	mt22	mt41	mt40	mt30	mt_scores	NU_NOTA		
b	-0.36	-0.26	-0.04	0.75	0.79	0.83	0.91	1.13	1.22	1.24	1.38	1.52	1.61	1.70	1.71	1.72	1.75	1.78	1.80	1.85	1.88	1.92	1.94	1.99	2.02	2.08	2.13	2.15	2.19	2.29	2.33	2.36	2.42	2.43	2.53	2.53	2.62	2.62	3.14	3.82	4.19	4.42	4.53	5.40	6.92				
ID	0.52	0.52	0.56	0.34	0.33	0.36	0.38	0.34	0.39	0.26	0.32	0.26	0.20	0.33	0.20	0.33	0.16	0.26	0.37	0.28	0.17	0.21	0.24	0.19	0.26	0.20	0.20	0.23	0.24	0.21	0.22	0.12	0.29	0.21	0.14	0.28	0.19	0.21	0.11	0.11	0.12	0.24	0.17	0.21	0.14				
1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	562	
2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	577
3	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	587
4	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	10	570	
5	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	575
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	578
7	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	583
8	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	578
9	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	565
10	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	571
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	10	322	
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	10	337
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	10	331
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	10	338	
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	10	325
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	10	337
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	10	330	
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	10	325	
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	336	
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	335

# EXEMPLO PRÁTICO – ENEM: COERÊNCIA PEDAGÓGICA





# PARA REFLETIR

1) É possível ter nota acima de 1.000 no ENEM?

✓ <https://guiadoestudante.abril.com.br/enem/enem-20...>

## Enem 2015: 13 estudantes tiraram acima de mil em matemática

11 de jan. de 2016 — Enem 2015: **13 estudantes tiraram acima de mil em matemática**. Mais de 53 mil pessoas tiraram nota zero na redação; 104 tiraram mil. Por da ...

# PARA REFLETIR

2) Há como pontuar errando o item (meio-acerto)?



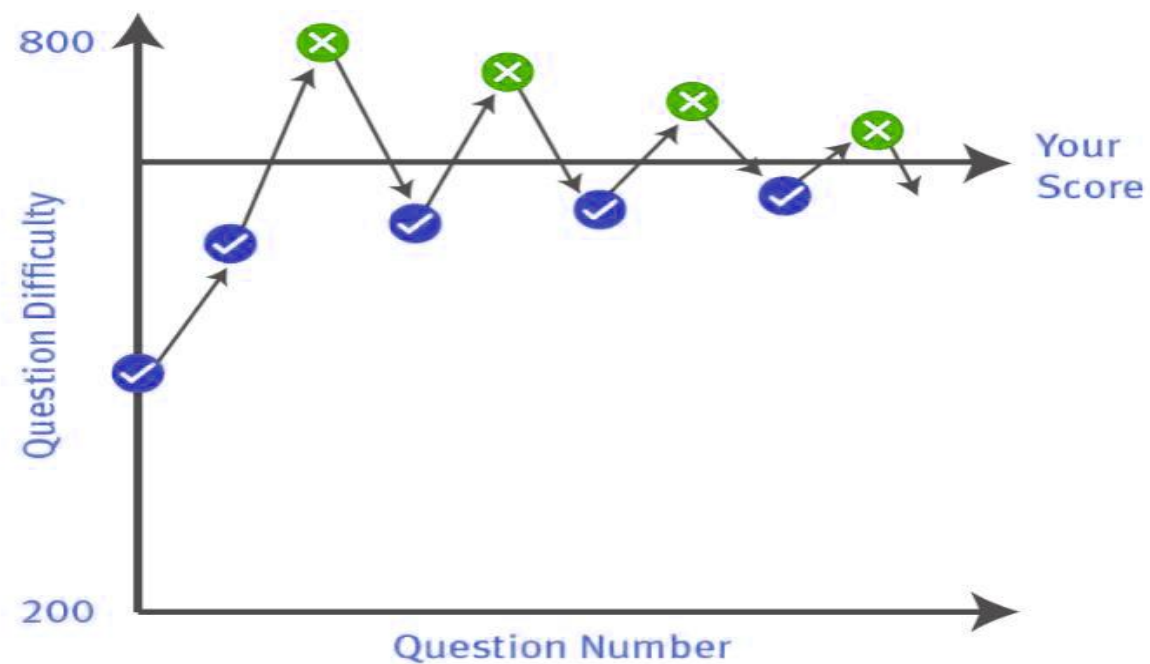
# PARA REFLETIR

3) Há simetria nas proficiências, pensando na pontuação mínima e máxima?

Ano de Edição do ENEM	Ciências da Natureza		Ciências Humanas		Linguagens, Códigos e suas Tecnologias		Matemática e suas Tecnologias		Redação	
	Nota Mínima	Nota Máxima	Nota Mínima	Nota Máxima	Nota Mínima	Nota Máxima	Nota Mínima	Nota Máxima	Nota Mínima	Nota Máxima
2022	308.70	875.30	287.50	839.20	269.90	801.00	336.80	985.70	0.00	1000.00
2021	307.60	867.10	311.60	846.90	295.20	826.10	310.40	953.10	0.00	1000.00
2020	323.80	854.80	313.70	862.60	288.70	801.10	327.10	975.00	0.00	1000.00
2019	327.90	860.90	315.90	835.10	322.00	801.70	359.00	985.50	0.00	1000.00
2018	362.50	869.60	387.20	850.40	318.80	816.90	360.00	996.10	0.00	1000.00
2017	298.00	885.60	307.70	868.30	299.60	788.60	310.40	993.90	0.00	1000.00
2016	316.50	871.30	317.40	859.10	287.50	846.40	309.70	991.50	0.00	1000.00
2015	334.30	875.20	314.30	850.60	302.60	825.80	280.20	1008.30	0.00	1000.00
2014	330.60	876.40	324.80	862.10	306.20	814.20	318.50	973.60	0.00	1000.00
2013	311.50	901.30	299.50	888.70	261.30	813.30	322.40	971.50	0.00	1000.00
2012	303.10	864.90	295.60	874.90	295.20	817.90	277.20	955.20	0.00	1000.00
2011	265.00	867.20	252.60	793.10	301.20	795.50	321.60	953.00	0.00	1000.00
2010	297.30	844.70	265.10	883.70	254.00	810.10	313.40	973.20	0.00	1000.00
2009	263.30	903.20	300.00	887.00	224.30	835.60	345.90	985.10	0.00	1000.00

# PARA REFLETIR

## THE COMPUTER ADAPTIVE TESTING (CAT)



# REFERÊNCIAS

- [1] ANDRADE, D. F.; TAVARES, H. R.; VALLE, R. C. **Teoria da Resposta ao Item: conceitos e aplicações**. São Paulo: Associação Brasileira de Estatística, 2000. 164p.
- [2] LORD, F. M. **Applications of Item Response Theory to Practical Testing Problems**. Hillsdale: Lawrence. Erlbaum Associates, Inc. Iowa City, 1980.
- [3] PASQUALI, L. **Psicometria: teoria dos testes na psicologia e na educação**. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011. 400 p.
- [4] PASQUALI, L.; PRIMI, R. Basic theory of Item Response Theory - IRT (pp. 99-110) **Aval. psicol.** v.2 n.2 Porto Alegre, 2003. 400 p.
- [5] PRIMI, R; CICCHETTO, A. **Como os escores do ENEM são atribuídos pela TRI?** Juiz de Fora (2018): Congresso Brasileiro de Teoria de Resposta ao Item.

Obrigado!