Пусть $x(n) = n^((-1)^n)$ Доказать, что последовательность $\{x(n)\}$: неограниченная

Да, последовательность $\{x(n)\}$ неограниченная в области целых чисел n. Для доказательства этого, можно рассмотреть альтернативное поведение $x(n)$ для четных и нечетных значениях n.

Для четных n, выражение $(-1)^n$ всегда равно 1, поэтому $x(n)=n^(1)=n$. Таким образом, последовательность будет возрастать, и неограниченная сверху.

Для нечетных n, выражение $(-1)^n$ всегда равно -1, поэтому $x(n)=n^(-1)=1/n$. Таким образом, последовательность будет убывать, но тоже неограниченная снизу.

Таким образом, $\{x(n)\}$ является неограниченной в области целых чисел n.

Пусть $x_n) = n^((-1)^n)$ Доказать, что последовательность $\{x_n\}$: не является бесконечно большой.

Для доказательства того, что последовательность {xn} не является бесконечно большой, нам нужно найти такое положительное число A, для которого нельзя найти номер N, чтобы выполнялось неравенство |xn| > A для всех последующих номеров n > N.

Для всех `n>=1` выполняется следующее:

- Если `n` - нечетное число, то `(-1^n)=-1`, и `xn=n^(-1)` становится равным `1/n`, у которого предел при `n` стремящемся к бесконечности - это ноль.
- Если `n` - четное число, то `(-1^n)=1`, и `xn=n^1` становится равным `n`, у которого предел при `n` стремящемся к бесконечности - это бесконечность.

Таким образом, последовательность {xn} ограничена сверху значением `n` (это будет самый большой четный номер), и последовательность {xn} ограничена снизу нулем. Следовательно, последовательность {xn} - ограниченная.

Таким образом, последовательность {xn} не является бесконечно большой (нет элементов, которые стремятся к бесконечности).

Доказать, что последовательность {sin n} расходится.

Для доказательства, что последовательность {sin n} расходится, мы можем использовать метод диагонального противоречия.

Предположим, что последовательность $\{\sin n\}$ сходится к какому-то числу L. Тогда, для всех $\varepsilon > 0$ существует номер N такой, что для всех $n > N$, $|\sin n - L| < \varepsilon$.

Рассмотрим два числа $\varepsilon = 1/2$ и $\varepsilon = 1/4$. Тогда, согласно нашему предположению, существуют номера N1 и N2 такие, что $|\sin n - L| < 1/2$ для всех $n > N1$ и $|\sin n - L| < 1/4$ для всех $n > N2$.

Рассмотрим последовательность индексов n1, n2, n3, ... , которая строится следующим образом:

- $n1 > N1$
- $n2 > \max(n1, N2)$
- $n3 > \max(n2, N2)$
- ...

Таким образом, мы строим последовательность номеров, которая не убывает и убывает не медленнее, чем гармонический ряд.

Рассмотрим значения sin n1, sin n2, sin n3, ... , которые соответствуют этим номерам. Так как $\sin n - \sin m = 2\cos((n+m)/2)\sin((n-m)/2)$, то мы можем записать:

$$|\sin n1 - \sin n2| = 2|\cos((n1+n2)/2)\sin((n1-n2)/2)| \geq 2\sin((n1-n2)/2)$$

Заметим, что $(n1-n2)/2 > N2$, так как $n2 > \max(n1, N2)$ и $n3 > \max(n2, N2)$ и т.д. Тогда, согласно нашему предположению, $|\sin((n1-n2)/2)| > 1/4$.

Таким образом, мы получаем:

$$|\sin n1 - \sin n2| \geq 2\sin((n1-n2)/2) > 1/2$$

Но это противоречит нашему предположению о том, что для всех $\varepsilon > 0$ существует номер N такой, что для всех $n > N$, $|\sin n - L| < \varepsilon$.

Поэтому, последовательность $\{\sin n\}$ расходится.