

# Список формул по механике, необходимых для получения оценки ”удовлетворительно”

Все формулы и текст должны быть выучены наизусть!

Всюду ниже **точка над буквой** обозначает производную по времени!

1. Импульс материальной точки

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Суммарный (т.е. полный) импульс замкнутой (т.е. без внешних сил) системы сохраняется.

2. Выражения для ускорения материальной точки

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}.$$

3. Связь линейной скорости точки  $\vec{v}$  с её угловой скоростью  $\vec{\omega}$  при движении по окружности радиуса  $r$ ,

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}].$$

Вектор угловой скорости всегда направлен по оси вращения.

4. При движении точки по окружности радиуса  $r$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , её ускорение постоянно по величине

$$a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r},$$

и направлено к центру окружности (центростремительное ускорение).  $v = \omega r$  – линейная скорость точки.

5. радиус-вектор центра масс системы двух частиц

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}.$$

6. Второй закон Ньютона (он же – уравнение движения материальной точки)

$$\vec{F} = m\vec{a} = \dot{\vec{p}} = m\ddot{\vec{r}},$$

где  $\vec{F}$  – векторная сумма сил, действующих на точку,

7. Момент импульса материальной точки

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = m [\vec{r}, \vec{v}].$$

Суммарный момент импульса замкнутой системы сохраняется.

8. Момент силы

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Модуль момента силы относительно точки равен произведению силы на плечо силы. Плечо силы есть расстояние от линии действия силы до данной точки. Линия действия силы есть прямая, проходящая через точку приложения силы параллельно силе.

9. Уравнение моментов:

производная момента импульса относительно некоторой точки равна суммарному моменту сил относительно той же точки,

$$\dot{\vec{L}} = \vec{M}.$$

10. Кинетическая энергия материальной точки

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}.$$

Это же выражение справедливо для кинетической энергии поступательного движения твёрдого тела, при этом  $m$  есть полная масса тела, а  $v$  – скорость его центра масс.

11. Момент инерции твёрдого тела есть сумма произведений масс частиц тела на квадраты расстояния от них до оси вращения, то есть

$$I = \sum_{\alpha} m_{\alpha} r_{\alpha}^2.$$

12. Момент инерции однородного твёрдого цилиндра (диска) относительно оси, проходящей через его ось равен

$$I = \frac{mR^2}{2},$$

где  $m$  – масса цилиндра, а  $R$  его радиус.

13. Момент инерции однородного твёрдого стержня длины  $l$  относительно оси, проходящей через его центр  $\perp$  стержню равен

$$I = \frac{ml^2}{12},$$

14. Момент инерции однородного твёрдого стержня длины  $l$  относительно оси, проходящей через его край  $\perp$  стержню равен

$$I = \frac{ml^2}{3},$$

15. Теорема Гюйгенса-Штейнера:

момент инерции тела относительно данной оси  $A$  равен моменту инерции тела относительно оси параллельной данной и проходящей через центр масс тела  $C$  + произведение массы тела на квадрат расстояния между осями  $a$ :

$$I_A = I_C + ma^2.$$

16. Момент импульса твёрдого тела, вращающегося относительно закреплённой оси

$$\vec{L} = I\vec{\omega}.$$

Вектор угловой скорости  $\vec{\omega}$  направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта.

17. Кинетическая энергия твёрдого тела, вращающегося относительно закреплённой оси с угловой скоростью  $\vec{\omega}$  равна

$$K = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2I}.$$

$I$  – момент инерции тела относительно оси вращения

18. Закон всемирного тяготения: два тела массами  $m_1$  и  $m_2$ , находящиеся на расстоянии  $r$  друг от друга, притягиваются с силой

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

$G$  – гравитационная постоянная.

19. Приближённое выражение для ускорения свободного падения на высоте  $h$  над поверхностью Земли:

$$g(h) = g \left( 1 - \frac{h}{R_3} \right),$$

где  $R_3$  – радиус Земли и  $g$  – ускорение свободного падения на поверхности Земли.

20. Первая космическая скорость – скорость, которую должно иметь тело, для того чтобы стать спутником, двигаясь по круговой орбите

$$v = \sqrt{gR},$$

где  $R$  – радиус круговой орбиты и  $g$  – ускорение свободного падения на высоте орбиты.

21. Вторая космическая скорость – скорость, которую должно иметь тело, для того чтобы улететь сколь угодно далеко от Земли

$$v = \sqrt{2gR_3},$$

где  $R_3$  – радиус Земли и  $g$  – ускорение свободного падения на поверхности. Траектория тела при этом будет параболой.

22. Уравнение гармонических колебаний

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

$\omega$  – круговая частота колебаний. Период гармонических колебаний равен  $T = 2\pi/\omega$ .

23. Закон гармонических колебаний

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi).$$

$A$  – начальная амплитуда колебаний,  $\phi$  – начальная фаза;  $\omega$  – круговая частота колебаний. Период гармонических колебаний равен  $T = 2\pi/\omega$ .

24. Уравнение затухающих колебаний

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

где  $\omega_0$  – собственная частота колебаний,  $\delta$  – коэффициент затухания колебаний,  $x = x(t)$  – координата.

25. Закон затухающих колебаний

$$x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega t + \phi).$$

где  $\delta$  – коэффициент затухания,  $\omega$  – частота колебаний,  $\phi$  – начальная фаза,  $A$  – начальная амплитуда.

26. При малых деформациях стержня, нормальное напряжение (т.е. отношение растягивающей или сжимающей силы к площади поперечного сечения стержня  $T = F/S$ ) прямо пропорционально относительному удлинению стержня  $\epsilon = \Delta l/l$  (т.е. отношению абсолютного удлинения стержня к его длине),

$$T = E\epsilon,$$

где  $E$  – модуль Юнга, зависящий только от свойств материала стержня.

27. Коэффициент Пуассона равен отношению относительного изменения поперечного размера тела к его относительному удлинению:

$$\mu = \frac{(\Delta a/a)}{(\Delta l/l)}.$$

При малых деформациях коэффициент Пуассона определяется только свойствами материала.

28. Давление столба жидкости высотой  $h$  и плотностью  $\rho$

$$P = \rho gh.$$

29. Закон Архимеда: на тело, погружённое в жидкость, действует сила, численно равная весу жидкости, вытесненной телом. Сила Архимеда приложена в точке центра масс вытесненной жидкости и направлена вертикально вверх.

30. Уравнение Бернулли течения идеальной (т.е. невязкой) жидкости: всюду на данной линии тока выполняется соотношение

$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{P}{\rho} = \text{const},$$

где  $v$ ,  $P$  и  $\rho$  – скорость, давление и плотность жидкости в данной точке,  $h$  – высота.

31. Формула Торричелли:

скорость истечения идеальной жидкости из малого отверстия

$$v = \sqrt{2gh},$$

где  $h$  – расстояние от отверстия до поверхности жидкости.

32. Формула Ньютона для вязкой жидкости.

Имеются две параллельные пластины площадью  $S$ , расположенные на малом расстоянии  $h$  друг от друга. Чтобы одна из пластин перемещалась относительно другой с постоянной скоростью  $v$  к ней необходимо прикладывать постоянную силу

$$F = \eta S \frac{v}{h},$$

где  $\eta$  – коэффициент вязкости, постоянный для данной жидкости. (зависит от температуры).

33. Формула Пуазейля:

масса жидкости, протекающая за секунду через поперечное сечение прямолинейной трубы радиуса  $R$  и длиной  $l$  равна

$$Q = \pi \rho \frac{\Delta P}{8\eta l} R^4,$$

где  $\Delta P$  – разность давлений на концах трубы,  $\eta$  и  $\rho$  – вязкость и плотность жидкости, соответственно.