Упражнение 3

Денис Симеонов Михайлов
ФН: 25788

12 ноември 2017г.

1) Модифицирайте алгоритъм *НАУЧИ-ЕДНО-ПРАВИЛО* от Таблица 5.2 в Лекция 5 по такъв начин, че той да може да научава правила, чиито предусловия включват ограничения (прагове) върху непрекъснати атрибути (например, Температура > 30). Напишете вашия алгоритъм като множество от добавки (промени) към алгоритъма от Таблица 5.2.

Решение:

НАУЧИ-ЕДНО-ПРАВИЛО(*Цел-атрибут, Атрибути, Примери, k*)

- **Инициализация**

  1. *Най-добрата-хипотеза* $\leftarrow$ най-общата хипотеза $\emptyset$
  2. *Кандидат-хипотези* $\leftarrow$ {*Най-добрата-хипотеза*}
  3. *Дискретни-атрибути* $\leftarrow$ подмножество на *Атрибути*, такова че всички атрибути приемат само дискретни стойности
  4. *Непрекъснати-атрибути* $\leftarrow$ подмножество на *Атрибути*, такова че всички атрибути приемат непрекъснати стойности
  5. *Нови-непрекъснати-атрибути* $\leftarrow$ множество от всички атрибути A_c, който приема стойност ИСТИНА, когато $A < c$ и ЛЪЖА в противен случай, за всяко $A \in$ *Непрекъснати-атрибути*. Прагът c се избира по начин, който най-добре разбива множеството *Примери*
  6. *Нови-примери* $\leftarrow$ множество от елементите от *Примери*, като всеки атрибут $A \in$ *Непрекъснати-атрибути* се заменя от съответстващия му атрибут $A_c \in$ *Нови-непрекъснати-атрибути* и значенията на съответните атрибути се заменят с ИСТИНА или ЛЪЖА в съответствие от прага.
  7. *Нови-атрибути* $\leftarrow$ *Дискретни-атрибути* $\cup$ *Нови-непрекъснати-атрибути*
  8. *Всички-ограничения* $\leftarrow$ множество от всички ограничения с във вид $(a = v)$, където $a \in$ *Нови-атрибути*, v е значение на a, което се среща сред *Нови-примери*

- **Докато** *Кандидат-хипотези* не е празно множество **направи**:
  1. Генерирай следващите по-специфични кандидат-хипотези
     - *Нови-кандидат-хипотези* $\leftarrow \{h \cup c \mid h \in$ *Кандидат-хипотези* $\wedge$ $c \in$ *Всички-ограничения*$\}$
       Създаваме специализацията на h чрез добавяне на ограничение c
     - Изтрий от *Нови-кандидат-хипотези* всички хипотези, които имат дубликати, са несъвместими или не са максимално специфични.
  2. Обновяване на *Най-добрата-хипотеза*
     - За всяка h от *Нови-кандидат-хипотези* **направи**:
       - Ако h е статистически значима върху *Нови-примери*
         И *(ПОВЕДЕНИЕ (h, Нови-примери, Цел-атрибут)* $>$ *ПОВЕДЕНИЕ (Най-добрата-хипотеза,Нови-примери, Цел-атрибут)*
         ТО *Най-добрата-хипотеза* $\leftarrow h$
  3. Обновяване на *Кандидат-хипотези*
     - *Кандидат-хипотези* $\leftarrow k$ най-добрите членове между *Нови-кандидат-хипотези* в съответствие с мярката *ПОВЕДЕНИЕ*
- Върни правило във вид:
  АКО *Най-добрата-хипотеза* **ТО** *Предсказание*,
  където Предсказание е най-често срещаната стойност на *Цел-атрибут* сред тези примери, които се покриват от *Най-добрата-хипотеза*

2)

a) Конструирайте персептрон с два входа, който имплементира булевата функция $A \wedge \neg B$ (напомням, че булевите стойности се кодират като 1 (истина) и -1 (лъжа)).

Решение:

Имаме следната таблица на истинност за $A \wedge \neg B$:

A	B	$A \wedge \neg B$
-1	-1	-1
-1	1	-1
1	-1	1
1	1	-1

Персепторнът използва следната линейна функция, за да класифицира:

$$o(A, B) = \begin{cases} 1, \text{ако } w_0 \cdot x_0 + w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 > 0 \\ -1, \text{иначе} \end{cases}$$

На изхода се връща -1 ако $o(A, B) < 0$ и 1 ако $o(A, B) > 0$. Инициализираме w_0, w_1 и w_2 със случайни малки стойности:

$$w_0 = 0.5$$

$$w_1 = 0.6$$

$$w_2 = 0.3$$

Нека инициализираме и скоростта на обучение:

$$\eta = 0.1$$

След това започваме да пресмятаме $\Delta w_i = \eta \cdot (t - o) \cdot x_i$

$$o(A, B) = sgn(w_0 \cdot x_0 + w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2)$$

$$\Rightarrow o(-1, -1) = sgn(0.5 + 0.6 \cdot (-1) + 0.3 \cdot (-1)) = sgn(-0.4) = -1$$

$$t(-1, -1) = -1$$

$t = o \Rightarrow$ нямаме промяна в теглата на невронната мрежа

$$o(-1, 1) = sgn(0.5 + 0.6 \cdot (-1) + 0.3 \cdot 1) = sgn(0.2) = 1$$

$$t(-1, 1) = -1$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \Delta w_0 = 0.1 \cdot ((-1) - 1) \cdot 1 = -0.2 \\ \Delta w_1 = 0.1 \cdot ((-1) - 1) \cdot -1 = 0.2 \\ \Delta w_2 = 0.1 \cdot ((-1) - 1) \cdot 1 = -0.2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} w_0 = w_0 + \Delta w_0 = 0.5 - 0.2 = 0.3 \\ w_1 = w_2 + \Delta w_2 = 0.6 + 0.2 = 0.8 \\ w_2 = w_2 + \Delta w_2 = 0.3 - 0.2 = 0.1 \end{array} \right.$$

$$o(1, -1) = sgn(0.3 + 0.8 \cdot 1 + 0.1 \cdot (-1)) = sgn(1) = 1$$

$$t(1, -1) = 1$$

$t = o \Rightarrow$ нямаме промяна в теглата на невронната мрежа

$$o(1, 1) = sgn(0.3 + 0.8 \cdot 1 + 0.1 \cdot 1) = sgn(1.2) = 1$$

$$t(1, 1) = -1$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \Delta w_0 = 0.1 \cdot ((-1) - 1) \cdot 1 = -0.2 \\ \Delta w_1 = 0.1 \cdot ((-1) - 1) \cdot 1 = -0.2 \\ \Delta w_2 = 0.1 \cdot ((-1) - 1) \cdot 1 = -0.2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{c} w_0 = w_0 + \Delta w_0 = 0.3 - 0.2 = 0.1 \\ w_1 = w_2 + \Delta w_2 = 0.8 - 0.2 = 0.6 \\ w_2 = w_2 + \Delta w_2 = 0.1 - 0.2 = -0.1 \end{array} \right.$$

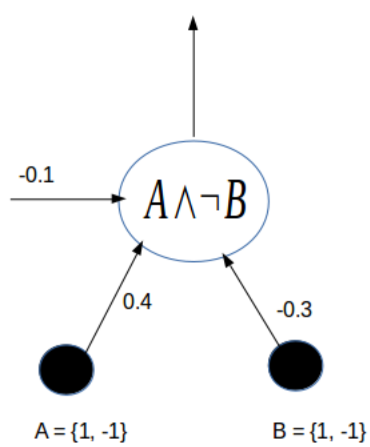
$$o(1,1) = sgn(0.1 + 0.6 \cdot 1 - 0.1 \cdot 1) = sgn(0.6) = 1$$

$$t(1,1) = -1$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \Delta w_0 = 0.1 \cdot ((-1) - 1) \cdot 1 = -0.2 \\ \Delta w_1 = 0.1 \cdot ((-1) - 1) \cdot 1 = -0.2 \\ \Delta w_2 = 0.1 \cdot ((-1) - 1) \cdot 1 = -0.2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{c} w_0 = w_0 + \Delta w_0 = 0.1 - 0.2 = -0.1 \\ w_1 = w_2 + \Delta w_2 = 0.6 - 0.2 = 0.4 \\ w_2 = w_2 + \Delta w_2 = -0.1 - 0.2 = -0.3 \end{array} \right.$$

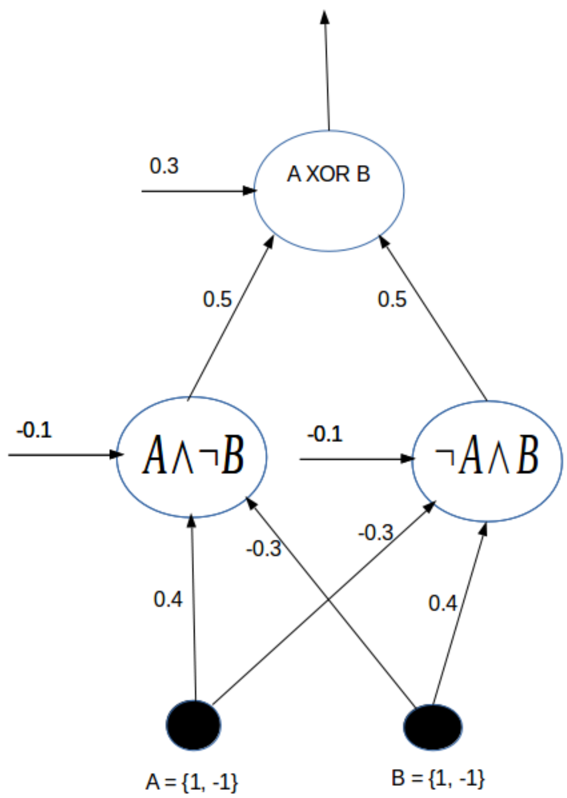
В този момент получаваме стойности за w_0, w_1 и w_2, при който правилно класифицираме всички примери.



b) Конструирайте мрежа от персептрони, разположени на 2 нива, имплементираща булевата функция $A \oplus B$

Решение:

$$A \oplus B = (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$$



3) Изведете правилото за обучение чрез градиентното спускане на един линеен възел, чийто изход o се задава от формулата:

$$o = w_0 + w_1 \cdot x_1 + w_1 \cdot x_1^2 + ... + w_n \cdot x_n + w_n \cdot x_n^2$$

Решение:

Имаме следната функция на грешката:

$$E(\overrightarrow{w}) = \frac{1}{2} \sum_{d \in D} (t_d - o_d)^2$$

където D е множеството от обучаващи примери, t_d е целевият изход, а o_d е изходът на линейния възел за обучаващия пример d.

Сега да изчислим градиента на E по вектора $\overrightarrow{w}$:

$$\nabla E(\overrightarrow{w}) = [\nabla E(w_0), \nabla E(w_1), \cdots, \nabla E(w_n)]$$

където:

$$\nabla E(w_i) = \frac{\partial E}{\partial w_i}$$

$$w_i = w_i - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial w_i}$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_i} = \frac{\partial}{\partial w_i} \frac{1}{2} \sum_{d \in D} (t_d - o_d)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{d \in D} \frac{\partial}{\partial w_i} (t_d - o_d)^2 = \frac{1}{2} \sum_{d \in D} 2 \cdot (t_d - o_d) \cdot \frac{\partial}{\partial w_i} (t_d - o_d) =$$

$$= \sum_{d \in D} (t_d - o_d) \cdot \frac{\partial}{\partial w_i} (-o_d) = \sum_{d \in D} (t_d - o_d) \cdot \frac{\partial}{\partial w_i} (-w_0 - w_1 \cdot x_1 - w_1 \cdot x_1^2 - \cdots - w_n \cdot x_n - w_n \cdot x_n^2) =$$

$$= \sum_{d \in D} (t_d - o_d) \cdot (-x_i - x_i^2) \quad (1)$$

$$w_i = w_i - \eta \cdot \sum_{d \in D} (t_d - o_d) \cdot (-x_i - x_i^2)$$