

## Modulação

Por volta de 1864, o físico James C Maxwell apresentou uma formulação matemática das ondas eletromagnéticas, prevendo a possibilidade de nos comunicarmos através de ondas de rádio. Pouco mais de 20 anos depois disso, Heinrich Hertz confirma experimentalmente as teorias de Maxwell e apresenta um gerador e receptor de onda eletromagnética, embora ainda sem encontrar uma utilidade para isso. A partir daí em poucos anos as funcionalidades tornaram-se óbvias e passamos então a nos comunicar através de ondas eletromagnéticas, com telégrafos sem fio, e transmissão em código Morse em longuíssimas distâncias. No início do século 20, as rádios tornaram-se realidade, e por volta de 1920, as rádios comerciais explodiram. A evolução das telecomunicações se manteve constante, dando sempre início a novas tecnologias como a TV, radares, satélites, WIFI, Bluetooth e outras maravilhas do mundo atual. Tudo através de ondas eletromagnéticas.

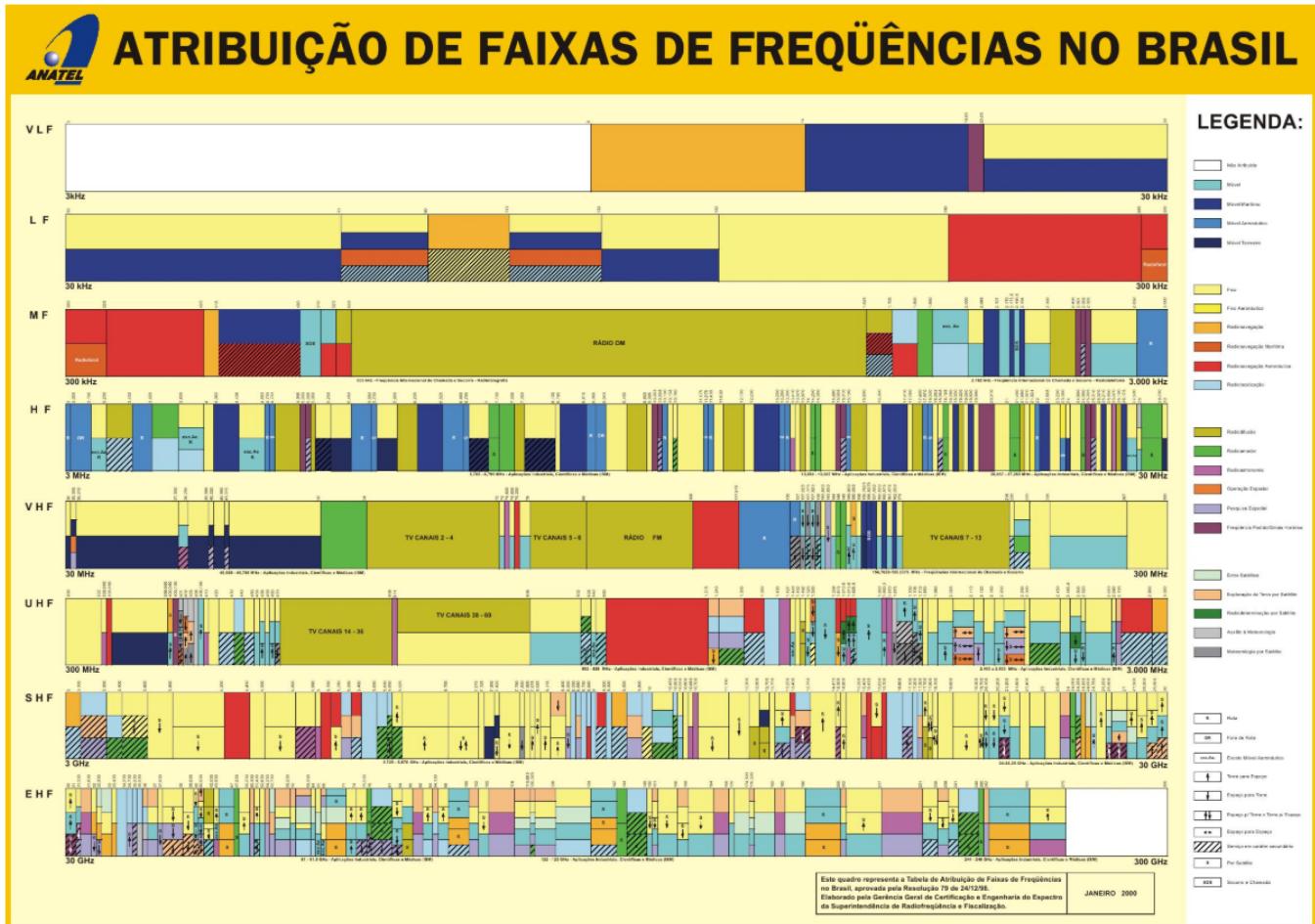
No entanto, duas questões fundamentais surgiram quando a comunicação por ondas eletromagnéticas se tornou realidade:

1. para ser possível a propagação de ondas eletromagnéticas em longas distâncias pela atmosfera ou mesmo vácuo, frequências elevadas são necessárias.
2. se vários emissores funcionarem ao mesmo tempo, os receptores não teriam como receber o sinal desejado, pois todos os sinais emitidos seriam misturados.
3. Independentemente de como a onda foi produzida pela antena emissora, de qual seu formato, a propagação atenua o sinal e apenas uma forma senoidal é transmitida. Como um sistema de segunda ordem submetido a uma perturbação qualquer, passado o transitório, a oscilação é senoidal.

Para se evitar que os sinais emitidos por múltiplas fontes se misturem, a solução foi então definir uma faixa de frequência para cada emissor. Por exemplo, uma rádio a qual é dada o direito em uma região de funcionar a 90,5 MHz, só pode emitir ondas entre algo como 90,3MHz a 90,7MHz. Caso emita sinais com frequências fora dessa banda, estará cometendo um crime, pois invadiria bandas de outras rádios. Veja abaixo o quadro das alocações de faixas de frequências, feita pela ANATEL, para comunicação:

# CAMADA FÍSICA DA COMPUTAÇÃO

## ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO - Rodrigo Carareto



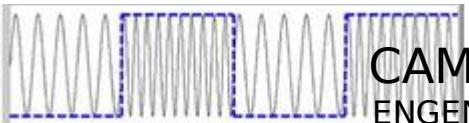
Isso ressolveria o problema da interferência entre os rádios, mas a pergunta que continua é: Como uma rádio que opere numa faixa de frequência entre 90,3MHz e 90,7MHz pode transmitir, por exemplo, uma música, cujas frequências estão entre 20 e 20k Hz? As frequências de interesse são muito menores que as frequências que podem ser emitidas pela rádio. A solução para isso é encontrada nas técnicas de modulação: A rádio produz uma frequência central em sua faixa permitida chamada de onda portadora (carrier, em inglês). Em nosso exemplo, a portadora seria uma senoide de frequência 90,5MHz. Através de manipulações matemáticas (que iremos estudar) o sinal que queremos transmitir (no caso da rádio, uma música) é então codificada na senoide portadora! Essa codificação é a modulação.

Vamos considerar, de maneira genérica, que o sinal  $C(t)$  de uma onda portadora seja:

$$C(t) = A_c \cdot \sin(2\pi f_c \cdot t + \phi)$$

Nosso exemplo apresenta então uma portadora com frequência  $f_c$ , muito mais alta que as frequências típicas dos sinais  $m(t)$  que contêm as informações a serem transmitidas (músicas, por exemplo). A solução matemática, denominada de modulação, que nos permite transmitir a informação codificada em alta frequência, consiste em fazer algum dos parâmetros da portadora  $C(t)$  variar no tempo proporcionalmente à intensidade do sinal  $m(t)$ . Para ficar mais claro, vamos supor que o parâmetro da portadora escolhido foi a amplitude  $A_c$ . Nesse caso, devemos fazer a amplitude da portadora variar de acordo com a intensidade do sinal a ser transmitido, ou seja, a amplitude irá variar no tempo, reproduzindo o sinal  $m(t)$ . A onda então transmitida pela rádio seria:

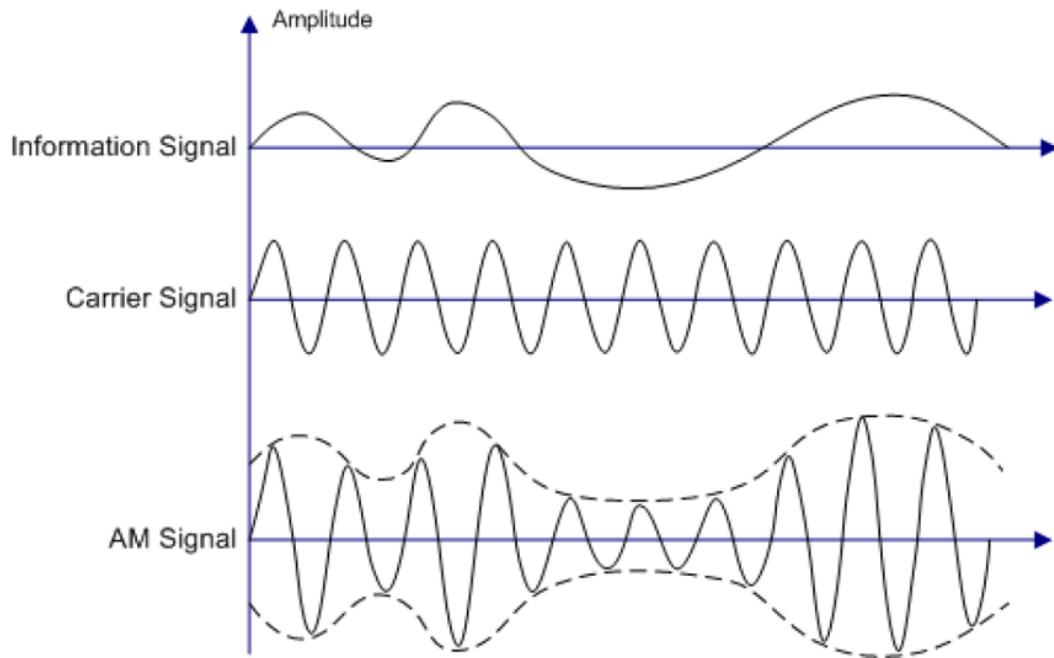
$$S(t) = m(t) \cdot \sin(2\pi f_c \cdot t + \phi)$$



# CAMADA FÍSICA DA COMPUTAÇÃO

## ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO - Rodrigo Carareto

Nesse caso teríamos a informação transmitida através da variação na amplitude da portadora, denominada modulação por amplitude (AM, amplitude modulation). De maneira gráfica:



Veremos como matematicamente produzir esse sinal, mas antes é importante saber que existem vários tipos de modulação. A informação também poderia ser representada por pequenas variações na frequência da portadora (sem sair da banda permitida), sendo então uma modulação por frequência (FM). A informação poderia ainda ser codificada na fase do sinal, muito útil para transmissões digitais como veremos adiante.

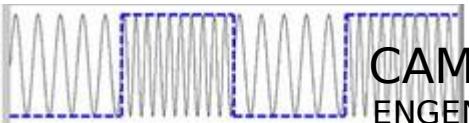
Quando o receptor recebe o sinal modulado, este deve ter utilizado um filtro passa faixa, para captar apenas as frequências correspondentes à rádio desejada. O sinal recebido, que contém a informação codificada de alguma maneira (na amplitude, na frequência ou na fase), deve então ser demodulado, e a informação obtida pelo receptor.

## Modulação AM

Como podemos então fazer a amplitude do sinal da portadora variar de maneira correspondente ao sinal que transmite a informação? Talvez seu promeiro palpite seja: "vamos somar os dois sinais  $m(t)+C(t)$ ". O sinal resultante dessa soma não resulta em um sinal de altas frequências, dentro do espectro permitido para a rádio. Ou seja, a soma não codifica a informação dentro de um sinal de altas frequências. Pense na transformada de Fourier! Se somarmos dois sinais, o sinal resultante terá componentes em todas as frequências que compõem ambos os sinais. Isso não é modulação. Lembre-se que queremos transmitir apenas nas frequências dentro da banda permitida!

### Exercício 1:

Construa uma senoide de frequência 2k Hz. Considere que essa senoide seja sua informação a ser transmitida. Considere também que sua banda permitida de transmissão seja de 12 kHz



# CAMADA FÍSICA DA COMPUTAÇÃO

## ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO - Rodrigo Carareto

a 18kHz. Dessa forma, a transformada de Fourier do sinal transmitido não pode apresentar componentes (harmônicos) fora desse intervalo. Construa então uma portadora de 15 kHz e some à sua senoide que representa a informação. Faça a transformada de Fourier do sinal resultante da soma e verifique que esse sinal não pode ser enviado, pois não está na banda de transmissão. Utilize taxa de amostragem de 44100 Hz. Apresente os gráficos.

Como então deve ser feita a modulação em amplitude? A resposta é: através da multiplicação entre os sinais! Isso não é intuitivo, mas a multiplicação entre dois sinais resulta em um sinal com altas frequências, que pode estar dentro da banda permitida para transmissão. Para entendermos isso, vamos novamente supor que queremos transmitir uma informação  $m(t) = A_s \sin(2\pi f_m t)$ . Para isso temos uma portadora  $C(t) = A_c \sin(2\pi f_c t)$  que está no centro da banda permitida para transmissão. Lembre-se que a frequência da portadora é muito maior que a do sinal. Claro que no mundo real, o sinal que contém a informação não é meramente um cosseno, mas se funciona para um cosseno, funciona para um sinal complexo composto por muitos cossenos...

Vamos então aplicar a multiplicação que resulta no sinal  $S(t)$  a ser transmitido:

$$S(t) = C(t) \cdot m(t) = A_c \sin(2\pi f_c t) \cdot A_m \sin(2\pi f_m t)$$

Sabemos que  $\sin(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

E que:  $\sin(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

Aplicando-se essas relações ao produto, temos então:

$$S(t) = m(t) \cdot C(t) = A_c \sin(2\pi f_c t) \cdot A_m \cos(2\pi f_m t + \phi) = \underline{\underline{A_m A_c \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_m t + \phi)}}$$

$$S(t) = \frac{1}{2} A_m \cdot A_c \{ \sin(\underline{\underline{2\pi f_c t}}) \cos(\underline{\underline{2\pi f_m t + \phi}}) \}$$

Repare que o sinal resultante apenas possui frequências dentro do intervalo  $[f_c - f_m; f_c + f_m]$ ! Ou seja, podemos garantir que o sinal  $S(t)$  está dentro da banda permitida se esse intervalo não ultrapassar os limites da banda!

### Exercício 2

Considere o exemplo do exercício 1, onde o sinal contendo a informação  $m(t)$  seja uma senoide de frequência 2 kHz a portadora seja uma senoide de 15 kHz. Nesse caso, qual seria a banda mínima para a transmissão desse sinal modulado em AM através da simples multiplicação entre os sinais?

### Exercício 3

Construa os sinais  $m(t)$  e  $C(t)$  com os valores do exercício anterior (2 e 15 kHz). Utilize sinais com 2 segundos de duração e amostragem de 44100 Hz. Construa então o sinal modulado multiplicando ponto a ponto sinais. Repare que multiplicar ponto a ponto duas listas contendo os sinais fornece o sinal resultante  $S(t) = C(t) \cdot m(t)$ . Faça o gráfico da transformada de Fourier da multiplicação e observe que as componentes estão dentro do intervalo mínimo (banda permitida).

### Exercício 4

Considere agora que o sinal contendo a informação  $m(t)$  seja composto por muitas senoides cujas frequências variam de 20 até 2000 Hz. Sendo a portadora uma senoide de 15 kHz e a banda permitida para a transmissão sendo de 14 kHz a 16 kHz, o que poderia ser feito com o sinal  $m(t)$  antes da modulação para podermos modula-lo dentro da banda permitida?

## Demodulação AM

Uma vez a informação tenha sido modulada e transmitida, o receptor tem que recuperar o a informação, presente no sinal transmitido. A demodulação de um sinal AM consiste então no processo de recuperar a informação original (geralmente áudio ou dados) que foi transmitida por meio da modulação da amplitude de uma portadora senoidal. Existem várias formas de demodular um sinal AM, mas as principais são:

### 1- Demodulação por detecção de envoltória (Envelope Detector)

Esse é o método mais simples e mais comum para sinais AM de dupla banda lateral com portadora (DSB-AM). Essa demodulação é feita analogicamente, com duas etapas:

- O sinal AM entra em um **diodo** (retificador), que permite apenas a parte positiva (ou negativa) do sinal.
- Um **capacitor** e um **resistor** formam um filtro passa-baixa, suavizando a forma de onda e extraindo a **envoltória**, que é a forma original da mensagem.

### 2. Demodulação síncrona (ou coerente)

Pode ser feita de maneira digital, através de duas etapas:

- O sinal AM é multiplicado por uma cópia da portadora original (ou uma recriada localmente com mesma frequência e fase).
- Essa multiplicação desloca o espectro e permite recuperar o sinal original com filtragem passa-baixa.

Nesse projeto iremos fazer digitalmente a demodulação através da demodulação síncrona. Para isso bastará multiplicarmos o sinal modulado pela portadora novamente, e em seguida aplicar um filtro passa baixa. Vamos entender melhor como isso funciona. Primeiramente vamos analisar o que acontece quando multiplicamos o sinal modulado pela portadora novamente:

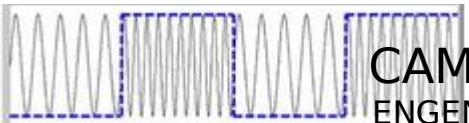
Tem-se o sinal modulado:

$$S(t) = \frac{MC}{2} \sin(2\pi(f_c - f_m)t - \phi) + \frac{MC}{2} \sin(2\pi(f_c + f_m)t + \phi)$$

Multiplica-se novamente pela portadora, obtém-se  $S'(t)$ :

$$S'(t) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Lembrando que:  $\sin(a) = \cos(a + \pi/2)$



# CAMADA FÍSICA DA COMPUTAÇÃO

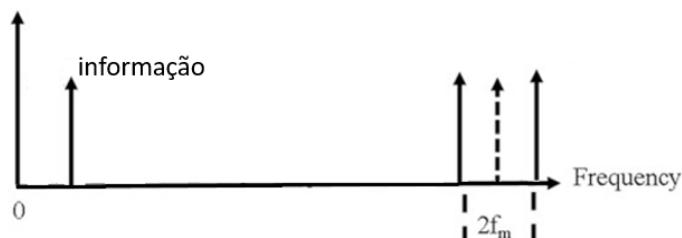
## ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO - Rodrigo Carareto

e que:  $\sin(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2}(\sin(a+b) + \sin(a-b))$ , temos:

$$S'(t) = \frac{1}{4} [\cos(2\pi f_m t) - \cos(2\pi(2f_c + f_m)t)] + \frac{1}{4} [\cos(-2\pi f_{mt}) - \cos(2\pi(-2f_c - f_m)t)]$$

informação
alta frequência
informação
alta frequência

O sinal produzido pela multiplicação produz um sinal que contém a informação e também termos de alta frequência, que podem ser eliminadas através de um filtro passa baixa. O gráfico da transformada de Fourier para um sinal senoidal modulado e multiplicado pela portadora para se ter a demodulação seria algo como:



E após a aplicação do filtro, teríamos apenas a informação:



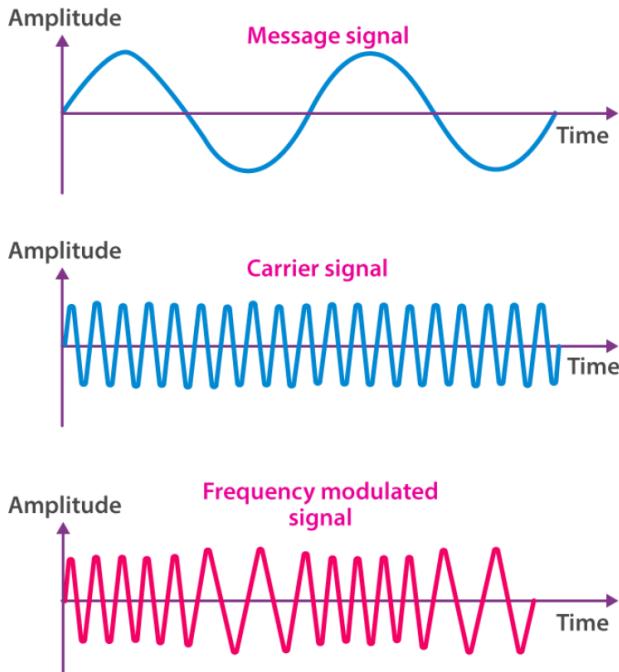
### Exercício 5

Para esse exercício, use um arquivo de áudio de poucos segundos.

- 1) Examine o gráfico da transformada de Fourier desse áudio e repare na faixa, ou banda, de frequências que o sinal ocupa. Execute o áudio.
- 2) Gere uma portadora de 16 kHz com exatamente o mesmo número de pontos que o sinal.
- 3) Module o sinal em AM através da multiplicação de modo que o sinal modulado esteja dentro da faixa de 14kHz a 18kHz. Note que talvez você precise tratar o sinal original, antes da modulação, para que ele possa ser acomodado dentro da faixa pedida.
- 4) Faça o gráfico de Fourier do sinal modulado e verifique se está dentro da banda.
- 5) Execute o áudio do sinal modulado.
- 6) Demodule o sinal através da multiplicação e aplique o filtro passa baixa.
- 7) Faça o gráfico da transformada de Fourier do sinal demodulado e verifique que o sinal original foi recuperado.
- 8) Execute o sinal demodulado.

## Modulação FM

A modulação em frequência (FM) é um tipo de modulação analógica onde a frequência da portadora é variada de acordo com a amplitude do sinal de informação (sinal modulante), enquanto a amplitude da portadora permanece constante.



Matematicamente um sinal modulado em frequência é representado pela portadora com sua frequência controlada por um sinal a ser transmitido  $m(t)$ . Assim uma forma geral para o sinal modulado em FM é:

$$S'(t) = A_c \cos(2\pi f_c \cdot t + \phi(t))$$

Nessa expressão,  $\phi(t)$  é uma fase controlada pelo sinal  $m(t)$ , sendo  $\phi(t) = \int_0^t m(t) \cdot dt$ . Ou seja, o sinal  $m(t)$

é uma frequência adicional, que integrada, gera uma fase que se soma à fase da portadora.

Existem dispositivos analógicos e digitais que geram o sinal modulado, e digitalmente essa modulação pode ser feita por algoritmos específicos.

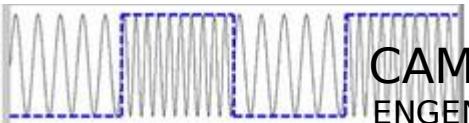
Para a demodulação FM, também há dispositivos que podem comparar a fase do sinal modulado à fase de uma portadora, extraíndo assim a diferença entre as fases.

Diferenciando-se a diferença de fases, obtém-se o sinal original  $m(t)$ !

## Modulação Digital

Na modulação digital, os dados binários (0s e 1s) são usados para alterar alguma característica de uma onda portadora (frequência fixa), como:

- Amplitude
- Frequência
- Fase



# CAMADA FÍSICA DA COMPUTAÇÃO

## ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO - Rodrigo Carareto

- Ou uma combinação dessas

O objetivo é transmitir bits por meio de sinais analógicos que possam ser propagados por canais físicos (como cabos, rádio, fibra, etc).

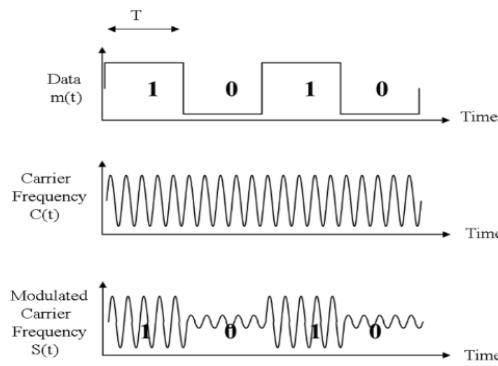
### Tipos de modulação digital

#### 1. ASK - Amplitude Shift Keying (Modulação por Chaveamento de Amplitude)

A amplitude da portadora varia com o bit:

Bit 1 → onda com amplitude A

Bit 0 → onda com amplitude 0 (ou menor)

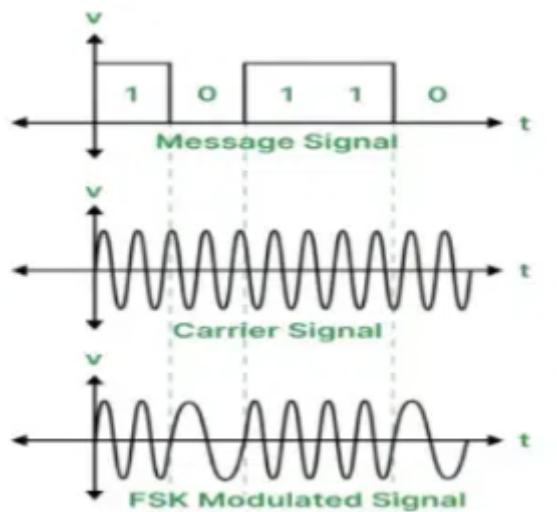


#### 2. FSK - Frequency Shift Keying (Modulação por Chaveamento de Frequência)

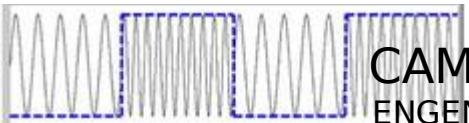
A frequência da portadora muda conforme o bit:

Bit 0 → frequência  $f_0$

Bit 1 → frequência  $f_1$



#### 3. PSK - Phase Shift Keying (Modulação por Chaveamento de Fase)



# CAMADA FÍSICA DA COMPUTAÇÃO

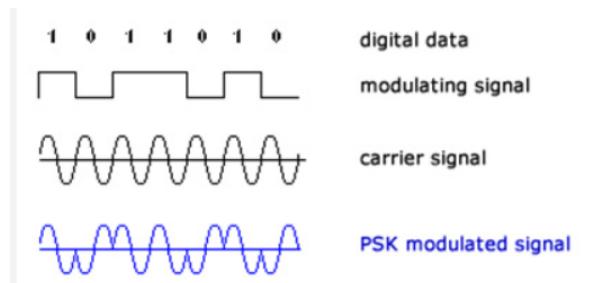
## ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO - Rodrigo Carareto

A fase da portadora é alterada para representar os bits.

Exemplo simples:

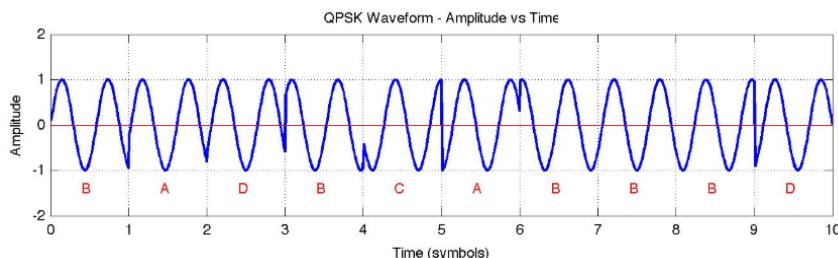
Bit 0 → fase de  $0^\circ$

Bit 1 → fase de  $180^\circ$



## 4. QPSK - Quadrature PSK

- Transmite **2 bits por símbolo** mudando a fase entre  $0^\circ$  -> (00),  $90^\circ$  -> (01),  $180^\circ$  -> (10),  $270^\circ$  (11) .
- Mais eficiente que PSK simples.

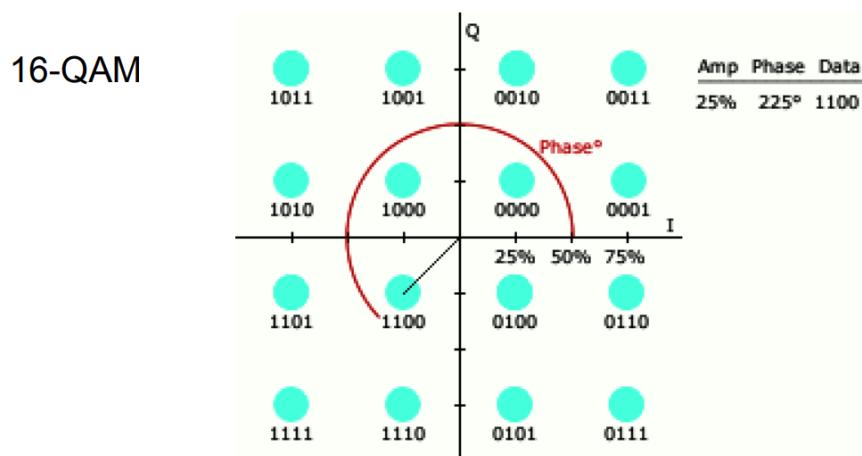


## 5. QAM - Quadrature Amplitude Modulation

- Combina amplitude e fase.
- Muito usada em Wi-Fi, 4G/5G, TV digital, etc.
- Ex: **16-QAM** → transmite 4 bits por símbolo, pois tem 4 fases e 4 amplitudes

# CAMADA FÍSICA DA COMPUTAÇÃO

## ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO - Rodrigo Carareto



**64-QAM** → transmite 6 bits por símbolo

**256-QAM** → transmite 8 bits por símbolo - pois tem 16 fases e 16 amplitudes.

### Exercício 6

Um sinal digital foi modulado utilizando-se a técnica 64-QAM, onde tanto a amplitude como a fase podem variar em 8 níveis (8 possíveis fases e 8 possíveis amplitudes). Considere que a portadora utilizada foi uma onda com frequência 2,4 GHz. Considere ainda que, tanto na modulação quanto na demodulação, a fase e a amplitude da portadora sofriam variações apenas a cada dois períodos garantindo a estabilidade de cada estado (por limitações de hardware). Assim cada conjunto de bits era modulado a cada dois períodos e o mesmo ocorreu na demodulação (estado de fase e amplitude lidos a cada dois períodos). Nessas condições, qual a taxa de transmissão possível através desse sinal modulado?

### Exercício 7

Um sinal digital foi modulado utilizando-se a técnica 256-QAM, onde tanto a amplitude como a fase podem variar em 16 níveis. Considere que a portadora utilizada foi uma onda com frequência 2,4 GHz. Considere ainda que, tanto na modulação quanto na demodulação, a fase e a amplitude da portadora sofriam variações, no mínimo, a cada 10 períodos. Quanto tempo esse sinal levaria para transmitir 480 MBytes?

## Projeto 8 - AM

Voce deverá nesse projeto gravar 3 arquivos de áudio de poucos segundos. Esses 3 áudios digitalizados a uma taxa de 44100 Hz (ou 44800) deverão ser modulados em amplitude (AM) cada um dentro de uma das 3 faixas:

Faixa 1 : de 9 kHz a 12 kHz

Faixa 2 : de 12 kHz a 15 kHz

Faixa 3 : de 15 kHz a 18 kHz

Esses sinais modulados representam 3 sinais de e diferentes estações de rádio. Verifique que nenhum dos 3 sinais modulados invadiram outras bandas!

Some os 3 sinais modulados e obtenha um sinal resultante que equivale ao sinal resultante presente no meio físico (superfície) onde receptores captam o sinal.

Utilize filtros digitais (como os do projeto 7) e extraia cada um dos 3 sinais do sinal resultante, como se fosse um rádio receptor, capaz de captar as 3 estações.

Demodule cada um dos 3 sinais, obtendo os áudios originais separados em 3 arquivos.

Você e sua dupla poderão fazer apenas uma aplicação simulando tanto o lado emissor quanto o receptor.

### O que entregar

Você deverá:

- Executar os 3 áudios originais
- Apresentar o gráfico FFT dos 3 áudios modulados.
- Apresente o gráfico FFT do sinal resultante da soma dos 3 sinais modulados.
- Apresente o gráfico FFT dos 3 sinais modulados extraídos do sinal resultante (lado receptor).
- Execute os 3 áudios demodulados no lado receptor.

A nota será atribuída durante a apresentação com base na resolução dos exercícios propostos e clareza e funcionamento dos códigos.

**Data limite: 10/11/2025**