

Solução da prova da 1.ª Fase

QUESTÃO 1

ALTERNATIVA E

Sem usar a nota de 5 reais, Miguel não somaria o valor pago, pois as demais notas têm valores pares e, portanto, ele não conseguiria uma soma ímpar. Assim, ele precisa escolher mais 5 notas cuja soma seja $63 - 5 = 58$. Portanto, ele precisa escolher algumas notas, dentre as de 2 e 5 reais, cuja soma seja 8 (para isso, ele não usa as outras notas, pois elas têm valor maior do que 8). Nesse caso, a única escolha para somar 8 é escolher quatro notas de 2 reais. Sendo assim, Miguel já separou cinco notas, uma de 5 reais e quatro de 2, somando $5 + 4 \times 2 = 5 + 8 = 13$ reais. Como ele fez a compra com seis notas, para somar 63 reais, ele usou uma nota de 50, uma de 5 e quatro notas de 2 reais.

QUESTÃO 2

ALTERNATIVA C

Por observação direta da ilustração, vemos que o edifício A tem 12 janelas na frente. Logo, tem 11 ou menos janelas atrás. O edifício B tem 10 janelas na frente. Logo, tem 11 ou mais janelas atrás. Como os dois prédios têm o mesmo número de janelas na parte de trás, concluímos que esse número só pode ser 11. Como nas laterais não há janelas, os dois edifícios juntos têm $12 + 11 + 10 + 11 = 44$ janelas.

QUESTÃO 3

ALTERNATIVA A

Pelo enunciado, temos duas igualdades: $M + 2G = 8P$ e $M + P = G$, em que P, M e G representam os preços das melancias pequena, média e grande, respectivamente.

Da primeira relação temos que $M = 8P - 2G$. Substituindo na segunda relação, temos: $G = 8P - 2G + P$; logo, $G = 3P$. Assim, pelo preço de uma melancia grande podemos comprar 3 pequenas.

QUESTÃO 4

ALTERNATIVA E

Solução 1: O enunciado nos diz que a quantidade de tinta é 70% do total da mistura, já que a quantidade de água é 30%. Logo, como $(70/100)$ da quantidade total é 21 litros, a quantidade total da mistura é $21 \times 100 \div 70 = 30$ litros. Deste modo, a quantidade de água utilizada foi de 30% de 30, ou seja, 9 litros.

Solução 2: (com rudimentos de álgebra): Se x é a quantidade adicionada de água, $\frac{x}{21+x} = \frac{30}{100}$. Concluímos, então, que $x = 9$ litros.

QUESTÃO 5

ALTERNATIVA D

Seja b a quantidade de bolinhas na caixa. Como Artur tirou metade das bolinhas, restou metade delas na caixa. Logo b deve ser um número par, ou, em outras palavras, 2 está presente na decomposição em fatores primos de b . Das $b/2$ bolas restantes, Bernardo retirou $1/3$ delas, restando, portanto, $(b/2) - (1/3)(b/2) = b/3$. Assim, como $(1/3)$ de b é um número inteiro, 3 também é um dos fatores da decomposição de b em fatores primos. Das $b/3$ bolas restantes, Carlos retirou $1/4$ delas; restou, depois disto, $(b/3) - (1/4)(b/3) = (1/4)b$ bolas na caixa e, assim, 4 deve ser fator de b . Das $b/4$ bolas restantes Danilo retirou $(1/5)$ delas e o que ficou, finalmente, foi $(b/4) - (1/5)(b/4) = (1/5)b$, o que mostra que também 5 é um fator de b . O único número que tem 3, 4 e 5 como fatores primos e é menor do que 100 é $3 \times 4 \times 5 = 60$. Na caixa, depois de todas as retiradas, sobraram, portanto, $(1/5)b = (1/5)60 = 12$ bolinhas.

QUESTÃO 6

ALTERNATIVA B

Ao lançar dois dados de cada vez, após cinco lançamentos, obteremos 10 números. Suponha que N desses números sejam 6 e o restante igual ou menor do que 5. Como o total obtido é 57, temos:

$$57 \leq N \times 6 + (10 - N) \times 5 = N + 50,$$

ou seja, $N \geq 7$. Isso pode ser confirmado notando que, se apenas 6 dados resultassem em 6, o maior número que José poderia ter obtido, no final, seria $6 \times 6 + 4 \times 5 = 56$. Assim, podemos garantir que foram obtidos pelo menos 7 dados com o valor 6.

Suponha agora que em x lançamentos saiu um par de 6, em y lançamentos apenas um 6 e em z lançamentos nenhum 6. Note que x, y e z são inteiros entre 0 e 5, e $x + y + z = 5$, já que 5 é o total de lançamentos.

O número 6 saiu $2x + 1y + 0z = 2x + y$ vezes. Devemos ter, portanto, $2x + y \geq 7$, ou seja, $7 - 2x \leq y$.

Por outro lado, como $y = 5 - x - z \leq 5 - x$, juntando as duas últimas desigualdades, temos $7 - 2x \leq 5 - x$, o que implica $x \geq 2$. Devemos ter pelo menos 2 lançamentos com um par de 6.

Para estabelecer 2 como o menor número de lances em que sai um par de 6, devemos exibir uma configuração de pares que some 57, com apenas dois pares de 6. Isso pode ser obtido da seguinte forma:

$$(6 \text{ e } 6), (6 \text{ e } 6), (6 \text{ e } 5), (6 \text{ e } 5), (6 \text{ e } 5).$$

QUESTÃO 7

ALTERNATIVA D

Basta observar que $242424 = 2 \times 121212$. Logo,

$$\frac{242424^2 - 121212^2}{242424 \times 121212} = \frac{(2 \times 121212)^2 - 121212^2}{2 \times 121212 \times 121212} = \frac{4 \times 121212^2 - 121212^2}{2 \times 121212^2} = \frac{3 \times 121212^2}{2 \times 121212^2} = \frac{3}{2}.$$

QUESTÃO 8

ALTERNATIVA C

Quem comprar 72 rolos de papel na promoção 1 vai levar 12 rolos de graça; 6 saem de graça na promoção 2, 16 na promoção 3, 9 na promoção 4 e 10 na promoção 5. Logo, a promoção mais vantajosa é a promoção 3.

Observe que a comparação ficou fácil, pois o mínimo múltiplo comum de 6, 12, 18, 24 e 36 é 72.

Outra solução: Admita que, sem qualquer promoção, um rolo avulso de papel higiênico custasse 1 real (isto não importa, basta que cada rolo unitário custasse o mesmo que os demais). Quanto gastaríamos para levar 72 rolos de papel higiênico aproveitando cada uma das promoções?

- Na Promoção 1, com R\$ 60,00 levaríamos 72 rolos. Isto pode ser visto da seguinte maneira: imagine que tivéssemos comprado 12 pacotes com 6 rolos em cada um; pagaríamos o preço de 5 rolos por um pacote, mas levaríamos, na compra de um pacote, 6 rolos. O custo nesta promoção seria, portanto, $5,00 \times 12 = \text{R\$ } 60,00$ e, no total, levaríamos $6 \times 12 = 72$ rolos. De modo análogo,
- na Promoção 2, com R\$ 66,00 levaríamos 72 rolos.
- na Promoção 3, com R\$ 56,00 levaríamos 72 rolos.
- na Promoção 4, com R\$ 63,00 levaríamos 72 rolos.
- na Promoção 5, com R\$ 62,00 levaríamos 72 rolos.

Desse modo, a promoção mais vantajosa é a 3.

Outra solução: Podemos também observar que, na promoção 1, cada rolo pago contribui com $\frac{1}{5}$ para o rolo grátis (isto é, podemos pensar na razão $\frac{\text{grátis}}{\text{pago}}$); as frações correspondentes nas promoções 2, 3, 4 e 5 são $\frac{1}{11}$, $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$, $\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$ e $\frac{5}{31}$. A maior dessas frações é $\frac{2}{7}$, ou seja, a promoção 3 é a mais vantajosa.

QUESTÃO 9

ALTERNATIVA A

Como 1414 é par, o número ao qual Maria somou três ímpares e dois pares é necessariamente ímpar. Denotando este número por n temos

$$(n - 6) + (n - 4) + (n - 2) + n + (n + 1) + (n + 3) = 1414$$

Logo, $6n - 8 = 1414$ e $n = 237$.

Somando os algarismos de 237, temos: $2 + 3 + 7 = 12$.

QUESTÃO 10

ALTERNATIVA B

$$\frac{10}{7} = \frac{7+3}{7} = 1 + \frac{3}{7} = 1 + \frac{1}{\frac{7}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{6+1}{3}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$$

Logo, $a = 1$, $b = 2$ e $c = 3$ satisfazem a expressão do enunciado.

Não há outra solução além de $c = 3$. Veja uma outra maneira de resolver a questão:

De acordo com o enunciado, $a, b, c \geq 1$. Como $1 < \frac{10}{7} < 2$, segue que $a = 1$. De fato, se $a \geq 2$, deveríamos ter $\frac{1}{b+\frac{1}{c}} < 0$, o que não ocorre. Consequentemente, $\frac{10}{7} = 1 + \frac{1}{b+\frac{1}{c}}$. Basta encontrar b e c tais que $\frac{3}{7} = \frac{1}{b+\frac{1}{c}} = \frac{c}{bc+1}$.

A partir dessa igualdade de frações, concluímos que $7c = 3(bc + 1)$. Como 3 e 7 são números primos, segue que 3 divide c , bem como 7 divide $(bc + 1)$. Portanto, existem dois números naturais positivos m e n satisfazendo $c = 3m$ e $(bc + 1) = 7n$.

Assim, $7nc = (bc + 1)(3m) = 3(bc + 1)m = 7cm$, o que garante que $m = n$. Logo, $bc + 1 = b(3m) + 1 = 7n = 7m$ e, então, $1 = 7m - 3bm = m(7 - 3b)$. Consequentemente, $m = 1$, pois m divide 1 e é positivo. Segue que $c = 3m = 3$ e também que $b = 2$, pois $3b + 1 = 7$.

Observação: Uma fração contínua finita simples é uma expressão da forma

$$a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots \frac{1}{a_{n-1} + \frac{1}{a_n}}}}}$$

em que a_0 é um número inteiro e a_1, \dots, a_n são inteiros positivos.

Todo número racional pode ser expresso na forma de uma fração contínua simples, e toda fração contínua simples é um número racional. A representação como fração contínua não é única. Se $a_n > 1$, há apenas duas representações possíveis, porém de “comprimentos” diferentes; por exemplo:

$$\frac{10}{7} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}}}$$

QUESTÃO 11

ALTERNATIVA D

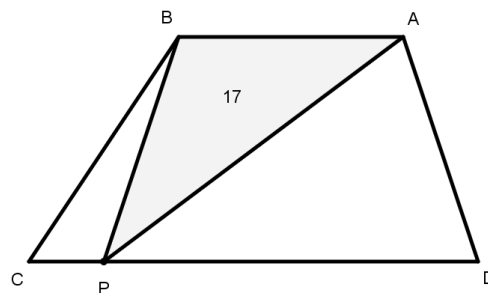
O trapézio $ABCD$ da figura está dividido em três triângulos, cujas alturas coincidem com a altura do trapézio. Vamos chamar de H a medida dessa altura e lembrar que a área de cada um dos triângulos é a metade do produto do comprimento da base pela altura.

A área do trapézio é a soma das áreas dos triângulos CPB , PAB e PDA , e essa soma é igual a: $\frac{1}{2} CP \cdot H + 17 + \frac{1}{2} PD \cdot H$.

Podemos reescrever essa expressão como

$$17 + \frac{1}{2}(CP + PD) \cdot H = 17 + \frac{1}{2} CD \cdot H.$$

Podemos calcular o valor da parcela $\frac{1}{2} CD \cdot H$, pois sabemos ainda que $CD = 2 \cdot BA$; logo, $\frac{1}{2} CD \cdot H = \frac{1}{2} 2 \cdot BA \cdot H = 2 \cdot \frac{1}{2} BA \cdot H$. Como $\frac{1}{2} BA \cdot H$ é a área conhecida do triângulo PAB , então $\frac{1}{2} CD \cdot H = 2 \cdot 17 = 34$. Portanto, a área do trapézio $ABCD$ é igual a $17 + 34 = 51$.



QUESTÃO 12

ALTERNATIVA E

Vamos analisar cada opção:

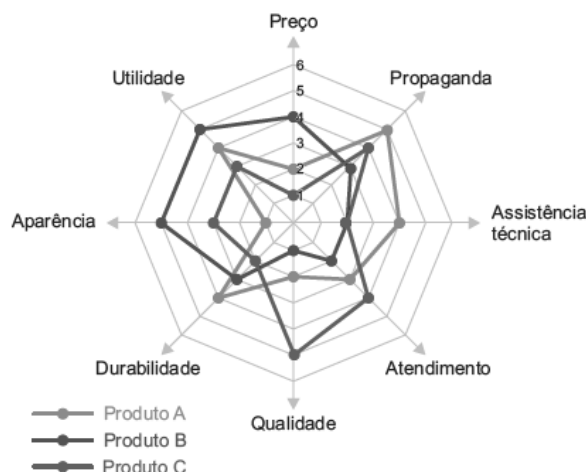
A) **Falsa**, pois no item propaganda o produto A foi o melhor avaliado (recebeu nota 5 contra uma nota 3 do produto B).

B) **Falsa**, pois o produto de maior utilidade foi o produto B (nota 5), mas o produto menos durável foi o produto C (nota 2).

C) **Falsa**, pois o produto C obteve a maior pontuação apenas em 2 itens (qualidade e atendimento).

D) **Falsa**, pois o produto C teve a melhor avaliação em qualidade (nota 5), mas foi o produto A que obteve a melhor avaliação em assistência técnica (nota 4).

E) **Verdadeira**; de fato, o produto A obteve a maior nota em propaganda (nota 5), mas obteve a nota mais baixa em aparência (nota 1).



QUESTÃO 13

ALTERNATIVA D

Consideramos dois casos:

- a) O motorista do primeiro carro decide estacionar em uma das vagas marcadas com os números 1 ou 10. Para cada uma dessas escolhas, o segundo motorista terá 8 opções disponíveis de estacionamento; logo, nesse caso, há um total de $2 \times 8 = 16$ maneiras diferentes para o estacionamento dos carros (utilizamos aqui o Princípio Multiplicativo da Contagem).
- b) O motorista do primeiro carro decide estacionar em uma das vagas marcada com os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9. Para cada uma dessas escolhas, o segundo motorista terá 7 opções disponíveis de estacionamento; logo, nesse caso, há um total de $8 \times 7 = 56$ maneiras diferentes para o estacionamento dos carros.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

De acordo com as situações anteriores, há um total de $16 + 56 = 72$ maneiras diferentes para o estacionamento dos carros (utilizamos aqui o Princípio Aditivo da Contagem).

QUESTÃO 14 ALTERNATIVA B

Solução: Vamos dividir em dois casos:

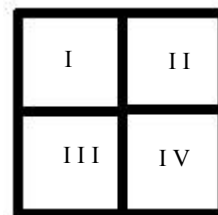
Caso 1: As casas I e IV devem ser pintadas da mesma cor.

Neste caso, há 3 possibilidades de se pintar a casa I, uma só possibilidade de se pintar a casa IV (pois sua cor deve ser a mesma que a da casa I), duas possibilidades para a casa II e também duas possibilidades para a casa III. Pelo Princípio Multiplicativo da Contagem, há, neste caso, $3 \times 1 \times 2 \times 2 = 12$ possibilidades de pinturas.

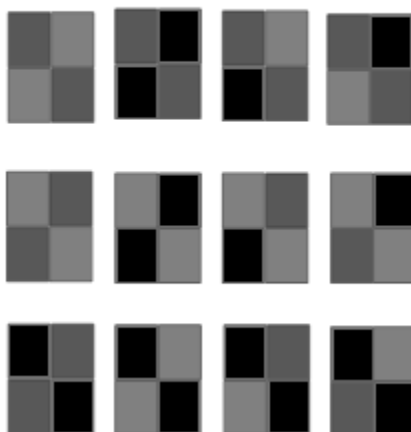
Caso 2: As casas I e IV devem ser pintadas de cores diferentes. Neste segundo caso, podemos usar três cores para pintar a casa I e duas cores para pintar a casa IV. Como as cores das casas I e IV são diferentes, resta apenas uma possibilidade para se pintar a casa II e uma possibilidade para se pintar a casa III. Novamente pelo Princípio Multiplicativo, temos, neste segundo caso, $3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ possibilidades de pinturas.

Juntando os casos 1 e 2, temos, então, $12 + 6 = 18$ possibilidades no total.

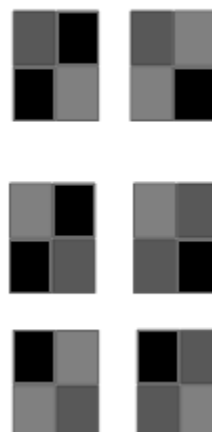
Tudo o que fizemos foi contar organizadamente as possibilidades abaixo, sem a necessidade, entretanto, de listá-las uma a uma.



Caso 1



Caso 2



QUESTÃO 15 ALTERNATIVA C

Se quem desenhou na parede foi Emília, ela mentiu e também Vitória mentiu. Então isso não ocorreu, pois somente uma menina mentiu.

Se quem desenhou na parede foi Luísa, ela mentiu e também Rafaela mentiu. Esse caso também não pode ter ocorrido.

Se quem desenhou na parede foi Marília, somente Vitória mentiu. Isso está compatível com as exigências do enunciado.

Se quem desenhou na parede foi Rafaela, Marília e Vitória mentiram. Esse caso também não pode ter ocorrido.

Se quem desenhou foi Vitória, Luísa e Marília mentiram; isso também não deve ter acontecido.

Logo, quem desenhou na parede da sala da Vovó Vera foi Marília.

Outra solução: Analisando as respostas de Emília e Rafaela, se qualquer uma das duas mentiu, então Luísa também falou uma mentira. Como não podemos ter duas netinhas mentindo, então Emília e Rafaela falaram a verdade. Portanto, a autora do desenho na parede só pode ser uma das três meninas: Marília, Rafaela ou Vitória. Se Vitória fala a verdade, então Luísa mente; consequentemente quem desenhou não foi nem a Marília, nem a Rafaela e a autora seria Vitória, mas isso acarreta que Marília também estaria mentido. Assim, Vitória mentiu, e todas as outras falam a verdade. Quem fez o desenho não pode ser Rafaela, só pode ser Marília.

QUESTÃO 16 ALTERNATIVA C

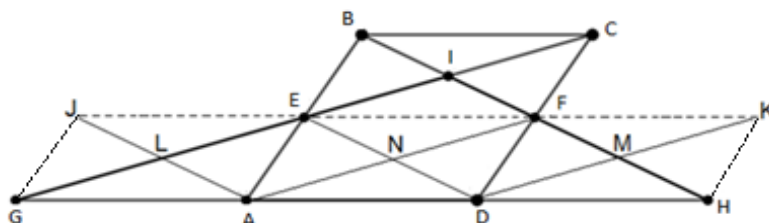
Observemos que, com um algarismo, apenas o 7 foi escrito por Clarice. Com dois algarismos, Clarice escreveu os números múltiplos de 7 entre 14 e 98, incluindo-os e totalizando 13 números com dois algarismos. Continuando a escrita dos múltiplos de 7, agora com números entre 105 e 196, incluindo-os, Clarice escreveu mais 14 números de 3 algarismos, totalizando $1 + 2 \times 13 + 3 \times 14 = 1 + 26 + 42 = 69$ algarismos escritos. Para chegar a 99 algarismos escritos, Clarice escreveu os próximos 10 múltiplos de 7, chegando ao número $266 = 7 \times 38$. Assim, o centésimo algarismo escrito por Clarice foi o algarismo 2, o primeiro do número $273 = 7 \times 39$.

QUESTÃO 17 ALTERNATIVA A

De acordo com o enunciado, segue que $BCFE$ e $EFDA$ são dois paralelogramos congruentes, pois E e F são pontos médios dos lados AB e CD , respectivamente.

Observemos que os triângulos EBF e DFH são congruentes, pois têm mesmos ângulos e $EB = DF$. Analogamente, os triângulos GEA e ECF também são congruentes.

Agora, traçando-se a reta por E e F , como na figura, obtemos também que $AGJE$ e $HDFK$ são paralelogramos congruentes aos dois iniciais ($BCFE$ e $EFDA$). Mais ainda, as diagonais determinam, em seus respectivos paralelogramos, quatro triângulos de mesma área, com dois pares de triângulos congruentes (em cada paralelogramo, os triângulos opostos pelo vértice são congruentes). Observe que o paralelogramo $ABCD$ contém 8 desses triângulos e o triângulo G/H contém 9. Logo, a razão entre eles é igual a $9/8$.



QUESTÃO 18 ALTERNATIVA B

Quando um participante que diz a verdade diz que seus dois vizinhos mentem, podemos concluir que ele tem, de fato, um mentiroso de cada lado.

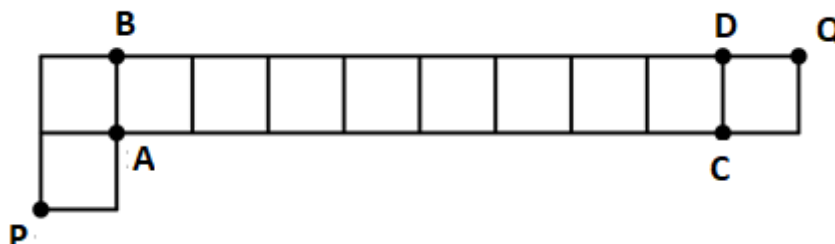
Quando a frase é dita por um mentiroso, ela é necessariamente falsa; em consequência, pelo menos um dos vizinhos de um mentiroso deverá dizer a verdade.

Portanto, não pode haver mais do que dois mentirosos consecutivos. Isto significa que o número de mentirosos não pode exceder $2/3$ dos participantes (já que dois mentirosos consecutivos devem ser sucedidos por uma pessoa que diz a verdade). Como $2/3$ de 17 é igual a $11 + (1/3)$, pode haver no máximo 11 mentirosos.

Resta verificar se é de fato possível colocar 11 mentirosos e 6 pessoas que dizem a verdade em círculo de modo que cada pessoa que diz a verdade esteja ladeada por mentirosos e pelo menos um vizinho de cada mentiroso diga a verdade. Para tal, basta numerar as cadeiras de 1 a 17 e colocar as pessoas que dizem a verdade nas cadeiras 3, 6, 9, 12, 15 e 17 e as mentirosas nas demais. Note que, nessa situação, cada pessoa que diz a verdade está ao lado de dois mentirosos e cada mentiroso tem a seu lado uma pessoa que mente e outra que diz a verdade, com exceção do sentado na cadeira 16, que tem duas pessoas que dizem a verdade a seu lado. Portanto, o número máximo de mentirosos é, de fato, igual a 11.

QUESTÃO 19
ALTERNATIVA E

Destacamos os pontos **A**, **B**, **C** e **D**, conforme a figura:



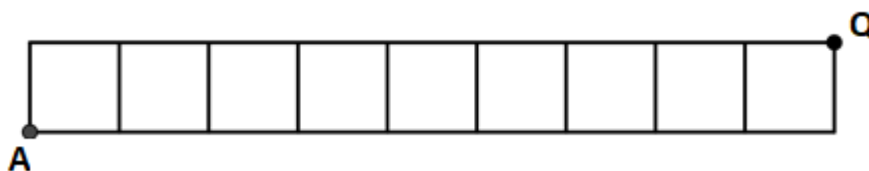
I) Há 3 formas distintas de a formiga chegar, saindo de **P, a um dos pontos **A** ou **B** sem andar pelo segmento vertical **AB** (duas maneiras de chegar a **A** – horizontal/vertical ou vertical/horizontal – e uma só de chegar a **B** – vertical/vertical/horizontal).**

II) A partir de **A**, fazendo percursos do tipo H (horizontal) ou VH (vertical - horizontal), a formiga chega de 2^8 formas distintas a um dos pontos **C** ou **D**, sem passar pelo segmento **CD**. Além disso, a partir de cada ponto **C** ou **D** há duas formas distintas de chegar até **Q** (sendo agora permitido passar pelo segmento **CD**). Portanto, pelo princípio multiplicativo, há um total de $2^8 \times 2 = 2^9$ percursos distintos que a formiga pode fazer para chegar de **A** até **Q**. Raciocínios similares nos dão um total de 2^9 percursos distintos que a formiga pode fazer para chegar de **B** até **Q**.

Considerando os casos I) e II), segue do Princípio Multiplicativo da Contagem que há um total de $3 \times 2^9 = 1536$ percursos diferentes que a formiga pode fazer para sair de **P** e chegar a **Q**, seguindo as regras do enunciado.

Segunda solução:

I) Primeiro consideramos o problema restrito à seguinte figura reduzida:



Ou seja, se deseja determinar de quantas maneiras diferentes a formiga pode fazer o percurso de **A** até **Q**, nas mesmas condições do enunciado. As seguintes observações são importantes:

- a formiga deverá percorrer exatamente 9 segmentos horizontais até chegar a **Q**;
- como os pontos **A** e **Q** não estão situados numa mesma linha horizontal, a formiga deverá percorrer um número ímpar de segmentos verticais até chegar a **Q**;
- dois movimentos verticais consecutivos não podem ser realizados.

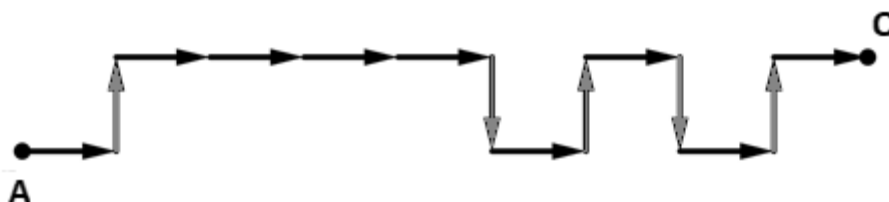
Usaremos a letra **H** para indicar cada movimento sobre um segmento horizontal e **V** para indicar cada movimento sobre um segmento vertical. Na tabela a seguir, contendo 19 casas, colocamos 9 letras H que indicam os 9 movimentos horizontais realizados pela formiga em cada caminho.

[illegible]

Cada caminho, realizado pela formiga, é definido preenchendo as 10 casas vazias com um número ímpar de letras **V** e as restantes com **0**, onde **0** indica que não foi realizado movimento vertical antes do início ou depois do final de um segmento horizontal. Por exemplo, a tabela

0	H	V	H	0	H	0	H	0	H	V	H	V	H	V	H	V	H	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

representa o caminho:



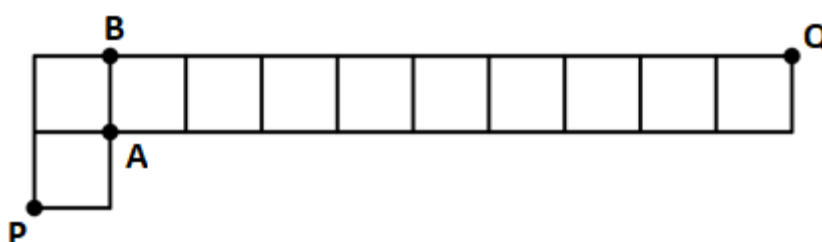
Finalmente, para cada uma das primeiras 9 casas vazias podemos colocar **0** ou **V** sem distinção, totalizando 2^9 escolhas distintas. Para cada uma dessas escolhas, a última casa vazia fica completamente determinada pelo preenchimento das anteriores, pois o total de letras **V** deve ser ímpar; logo, há um total de 2^9 percursos diferentes de **A** até **Q**.

II) Uma análise análoga nos dá que a resposta é a mesma (2^9 escolhas distintas) se trocamos o ponto **A** de partida da formiga pelo ponto **B**, conforme a figura a seguir:



Observação: Nesse caso a número de letras **V** é par.

III) Na figura completa:



basta observar que há 3 formas distintas de a formiga chegar a um dos pontos **A** ou **B** sem andar pelo segmento vertical **AB**. Logo, usando a contagem realizada nos casos I) e II) temos um total de $3 \times 2^9 = 1536$ percursos diferentes que a formiga pode fazer.

QUESTÃO 20

ALTERNATIVA A

Imaginemos uma formiguinha caminhando sobre os lados da poligonal, começando em **P** e dando um passeio completo pelos lados da poligonal até voltar ao ponto **P**. Cada vez que a formiguinha passa por uma das intersecções entre lado da poligonal e lado do quadrado, ela muda o seu estado em relação ao quadrado, ou seja, se estava dentro passa a estar fora e se estava fora passa a estar dentro.

Como a formiguinha começa dentro do quadrado e termina dentro do quadrado, então ela precisa mudar de estado um número par de vezes. Logo, o número de intersecções entre lados do quadrado e lados da poligonal é, obrigatoriamente, par, o que já elimina as alternativas B), C) e D).

Embora 4036 seja par, também não pode corresponder ao número procurado, pois, como há 2018 lados na poligonal, só poderíamos chegar ao número 4036 se todos os lados da poligonal cortassem lados do quadrado duas vezes, o que é impossível, pois os lados que partem de **P** necessariamente começam dentro do quadrado e não conseguem, portanto, cortar dois lados do quadrado.

Portanto, dentre as opções, a única que pode corresponder ao número de intersecções entre lados do quadrado e lados do polígono é 816.