

## QUESTÃO 1 ALTERNATIVA C

Para ir da marca de 6 cm até a marca de 20 cm, a formiguinha deve andar  $20 - 6 = 14$  cm. Assim, para andar metade do caminho, ela deve caminhar  $\frac{14}{2} = 7$  cm. Logo, ela parou na marca de  $6 + 7 = 13$  cm.

Outra maneira de proceder é calcular o ponto médio entre 6 e 20 na reta numérica, que é  $\frac{6 + 20}{2} = 13$ .

## QUESTÃO 2 ALTERNATIVA C

Se tirarmos um pedaço de queijo de cada um dos pratos da balança, ela continua equilibrada, pois todos os pedaços têm o mesmo peso. Logo, dois pedaços de queijo pesam 0,8 kg; como o queijo foi partido em quatro pedaços, vemos que o queijo inteiro pesa  $2 \times 0,8 = 1,6$  kg.

## QUESTÃO 3 ALTERNATIVA B

Vamos imaginar que as três amigas são Clara, que não gosta de cravos, Larissa, que não gosta de lírios, e Renata, que não gosta de rosas. Clara deve receber o lírio ou a rosa. Se ela

Clara	Larissa	Renata
lírio	rosa	cravo
rosa	cravo	lírio

Clara	Larissa	Renata
cravo	lírio	rosa
cravo	rosa	lírio
lírio	cravo	rosa
lírio	rosa	cravo
rosa	cravo	lírio
rosa	lírio	cravo

receber o lírio, Larissa deve receber a rosa e Renata, o cravo; se ela receber a rosa, então Larissa deve receber o cravo e Renata, o lírio. Logo Gabriel pode distribuir as flores apenas de 2 maneiras.

Pode-se também listar todas as possibilidades de distribuir as flores entre as amigas. Isso é feito na tabela à esquerda, onde destacamos as opções em que alguma amiga recebe uma flor que não gostaria de receber.

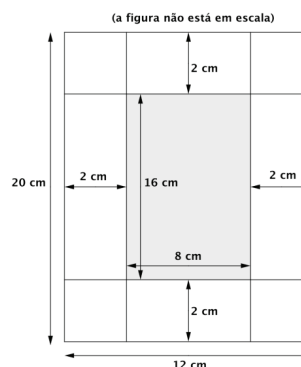
## QUESTÃO 4 ALTERNATIVA B

A soma de todos os números colocados nos quadradinhos é  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$ . Ao somar os cinco números na horizontal com os cinco números da vertical, o número do quadradinho cinzento será somado duas vezes, enquanto todos os outros serão somados apenas uma vez. Logo esse número é  $(27 + 22) - 45 = 4$ .

### QUESTÃO 5

#### ALTERNATIVA A

Cortar uma tira de dois centímetros de largura de cada lado da folha faz com que cada lado da folha passe a medir 4 cm a menos. Logo o pedaço de papel que sobrou é um retângulo de dimensões  $12 - 4 = 8$  cm e  $20 - 4 = 16$  cm, cujo perímetro é  $2 \times 8 + 2 \times 16 = 48$  cm.



### QUESTÃO 6

#### ALTERNATIVA C

Indo e voltando de ônibus, João gasta 30 minutos; logo ele gasta 15 minutos para ir e 15 minutos para voltar de ônibus. Quando vai a pé e volta de ônibus, gasta uma hora e 15 minutos; descontando os 15 minutos da volta de ônibus, vemos que ele gasta uma hora para ir a pé. Logo João gasta duas horas para ir e voltar a pé.

### QUESTÃO 7

#### ALTERNATIVA D

Para representar os números com dois algarismos diferentes, a partir do número 40, Vovô Eduardo precisou de 10 velinhas com os algarismos de 0 a 9. Para representar os números de dois algarismos repetidos (os números 44, 55, 66 e 77), ele precisou comprar mais 4 velinhas com os algarismos de 4 a 7. Portanto, ele precisou comprar, até agora,  $10 + 4 = 14$  velinhas.

### QUESTÃO 8

#### ALTERNATIVA C

Como apenas a primeira e a terceira figuras têm uma bolinha no centro, elas representam o mesmo lado do cartão; como vemos duas bolinhas na primeira figura e apenas uma na terceira, segue que na terceira a mão está ocultando uma bolinha e esse lado da figura tem duas bolinhas. O mesmo raciocínio mostra que o lado oposto do cartão, que aparece na segunda e na quarta figuras, tem três bolinhas. Logo os dois lados do cartão têm, no total,  $2 + 3 = 5$  bolinhas.

### QUESTÃO 9

#### ALTERNATIVA B

O comprimento da parte da corda que fica entre as polias fixas diminuirá  $15 + 25 = 40$  metros depois que os homens puxarem a corda. A polia móvel imediatamente acima do plano distribui ao meio esses 40 metros; assim, o plano subirá  $40 \div 2 = 20$  metros.

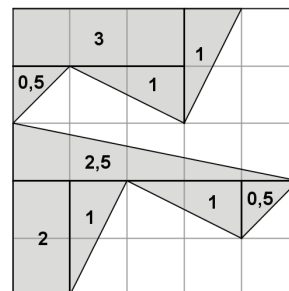
## QUESTÃO 10 ALTERNATIVA E

Observando a tabela, vemos apenas um “X” na linha correspondente à seleção da Suécia, o que quer dizer que a Suécia está melhor classificada do que apenas uma seleção (que é a do Japão). Como são cinco as seleções, segue que a Suécia está em quarto lugar na classificação.

## QUESTÃO 11 ALTERNATIVA B

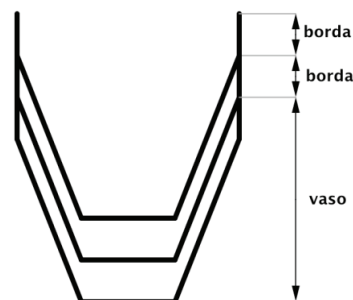
Uma solução é observar que é possível sobrepor a região branca do quadrado à região cinza, bastando para isso girá-la  $180^\circ$  ao redor do centro do quadrado. Logo elas têm a mesma área, que é igual à metade da área do quadrado, ou seja,  $25 \div 2 = 12,5 \text{ cm}^2$ .

Outra solução é calcular a área da região cinza por partes, como na figura ao lado. Para isso, usamos repetidamente o fato de que a diagonal de um retângulo divide esse retângulo em dois triângulos de mesma área. Na figura, decompomos a região cinza em triângulos e retângulos, indicando em cada um sua área. Logo a área da região cinza é  $1 + 1 + 3 + 0,5 + 2,5 + 2 + 1 + 1 + 0,5 = 12,5 \text{ cm}^2$ .



## QUESTÃO 12 ALTERNATIVA A

A figura ilustra três vasos encaixados. Cada vaso acrescenta à pilha a altura de uma borda. A diferença entre as alturas da primeira e da segunda pilha corresponde a  $15 - 7 = 8$  bordas. Logo a altura de uma borda é  $(60 - 36) \div 8 = 3 \text{ cm}$ . A altura da primeira pilha é a de um vaso mais 7 bordas; a altura de um vaso é então  $36 - 7 \times 3 = 15 \text{ cm}$ .



## QUESTÃO 13 ALTERNATIVA A

Se cada menina que usa dois brinco desse um de seus brinco para uma menina que não usa brinco, sem que nenhuma menina ganhasse dois brinco, todas as meninas ficariam com um brinco cada. Logo o número de brinco é igual ao número de meninas.

## **QUESTÃO 14** **ALTERNATIVA D**

Cada time jogou três vezes. Com 5 pontos, o Cruzínthians só pode ter vencido uma partida e empatado duas, pois se tivesse vencido duas partidas, teria pelo menos 6 pontos e se não tivesse vencido nenhuma, teria no máximo 3 pontos. O Greminese não venceu nenhuma partida, pois obteve apenas 2 pontos; logo empatou duas partidas e perdeu uma. O Flameiras, em segundo lugar com 3 pontos, não venceu nenhuma partida, pois se isso tivesse acontecido ele teria que ter perdido duas; como o Greminese não ganhou nenhuma e o Cruzínthians apenas uma, ele teria perdido para o Nauritiba. Mas o mesmo raciocínio mostra que então o Nauritiba, tendo ganho a partida com o Flameiras, deveria ter perdido para Flameiras! Como isso não pode acontecer, concluímos que o Flameiras e o Greminese empataram suas três partidas. Logo o número de empates foi  $3 + 3 - 1 = 5$ ; o  $-1$  aparece nessa expressão pois o empate entre Flameiras e Nauritiba deve ser contado apenas uma vez.

	Cruzínthians	Flameiras	Nauritiba	Greminese
Cruzínthians		1	1	3
Flameiras	1		1	1
Nauritiba	1	1		1
Greminese	0	1	1	

Outra solução é notar que em cada jogo disputado são distribuídos 2 pontos, no caso de empate ou 3 pontos, caso não ocorra empate. Como cada um dos quatro times jogou uma única vez com seus três adversários, foram disputados ao todo seis jogos, nos quais foram distribuídos  $5 + 3 + 3 + 2 = 13$  pontos. A única maneira de parcelar 13 em seis parcelas de 2 ou 3 é  $13 = 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ ; logo, cinco dos seis jogos terminaram empatados.

## **QUESTÃO 15** **ALTERNATIVA D**

Em 2009, o número de alunos que jogavam vôlei era  $0,45 \times 320 = 144$ . Esse número corresponde a 25% (ou seja,  $\frac{1}{4}$ ) dos alunos esportistas em 2010. Assim, em 2010 o número de esportistas era  $4 \times 144 = 576$ .

## **QUESTÃO 16** **ALTERNATIVA E**

Suponhamos que todos os irmãos e irmãs estejam em casa, exceto Ana, que saiu para passear. Nesse momento, João tem 6 irmãos a mais que irmãs em casa; contando o João, há então 7 meninos a mais que meninas em casa. Como as meninas em casa são as irmãs de Ana, segue que Ana tem 7 irmãos a mais que irmãs.

## QUESTÃO 17 ALTERNATIVA E

Como o total a pagar é o número de litros comprados vezes o preço por litro, nosso problema é achar os algarismos representados por  $a$  e  $b$  na multiplicação ao lado.

$$\begin{array}{r}
 \times 2a,6 \\
 1,b5 \\
 \hline
 32,000
 \end{array}$$

O produto 6 vezes  $b$  termina em 0, 2, 4, 6 ou 8 e o produto 5 vezes  $a$  termina em 0 ou 5. Por outro lado, o algarismo das unidades de 5 vezes  $a$  mais 6 vezes  $b$  mais 3 (que carrega do  $5 \times 6$ ) é o algarismo da casa dos centésimos de 32,000, que é 0. Uma rápida verificação mostra que isso só acontece quando  $b$  é 2 ou 7 (e  $a$  é ímpar, mas essa conclusão não é necessária para o que segue).

Não é possível que  $b$  seja 7, pois  $1,7 \times 20 = 34$ , o que excede o valor de 32,00 marcado na bomba. Logo  $b$  deve ser 2 e como  $32 \div 1,25 = 25,6$  segue que  $a$  é 5. Logo a soma dos algarismos apagados é  $2 + 5 = 7$ .

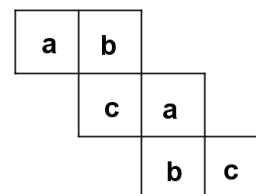
Outra solução é transformar os dados do problema em números inteiros; para isso, multiplicamos  $2a6$  por 10 e  $1b5$  por 100, de modo que a conta passa a ser  $2a6 \times 2b5 = 32000$ . Vemos então que  $1b5$  deve ser um divisor de  $32000 = 2^5 \times 1000 = 2^8 \times 5^3$ . Usando essa fatoração, podemos determinar os divisores de 3200 que têm 1 como algarismo das centenas, que são 100, 125 e 160. O único que tem 5 como algarismo das unidades é 125; logo  $b = 5$  e como  $32000 \div 125 = 256$  segue que  $a = 5$ .

## QUESTÃO 18 ALTERNATIVA D

Como  $700 = 63 \times 11 + 7$ , vemos que é possível formar 63 grupos de 10 convidados e um garçom, num total de 630 convidados. Podem ainda ser convidadas seis pessoas, que serão servidas por um garçom extra. Logo o número máximo de convidados é  $630 + 6 = 636$ .

## QUESTÃO 19 ALTERNATIVA C

A figura ao lado identifica com a mesma letra as faces que se tornarão opostas quando o dado for montado. As alternativas (a), (b), (d) e (e) devem ser eliminadas, pois nelas as faces marcadas com a letra “a” não somam 7 pontos. Sobra a alternativa (c), na qual todos os pares de faces marcados com a mesma letra somam 7.



## QUESTÃO 20

### ALTERNATIVA E

O número 0 deve aparecer nos dois dados, para que seja possível formar as datas de 01 a 09, 10, 20 e 30. Os números 1 e 2 também devem aparecer nos dois dados, para formar as datas 11 e 22. Desse modo no dado da direita aparecem os números 0, 1, 2, 3, 5, 6 (que também é 9) e no dado da esquerda aparecem os números 0, 1, 2, 4, 7 e 8. A soma das faces não visíveis do dado da esquerda é então  $1 + 4 + 7 + 8 = 20$ .

Outra solução é a seguinte. Como acima, os números 0, 1 e 2 devem aparecer nos dois dados; os números 4, 7 e 8 também devem aparecer. Assim, a soma dos números nos dois dados deve ser  $2 \times (0 + 1 + 2) + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 39$ . Os números que aparecem no dado da direita são 0, 1, 2 (ocultos) e 3, 5, 6 (visíveis); os números 0 e 2 estão visíveis no cubo da esquerda. Logo a soma dos números não visíveis no cubo da esquerda é  $39 - (0 + 2 + 0 + 1 + 2 + 3 + 5 + 6) = 39 - 19 = 20$ .