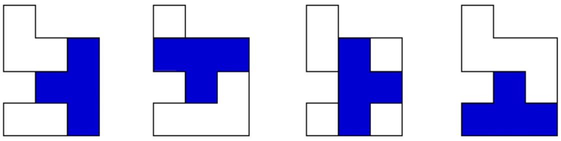
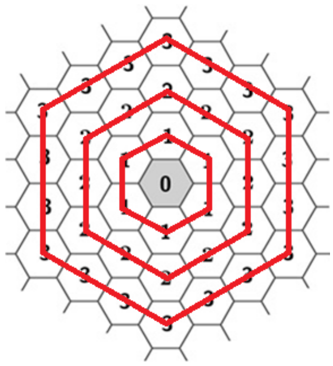
**QUESTÃO 1**
**ALTERNATIVA B**
A diferença entre o que há na primeira balança e o que há a balança do meio é exatamente o que há na última balança; logo, na última balança deve aparecer a marcação 64 – 41 = 23 kg.

**QUESTÃO 2**
**ALTERNATIVA D**
Observe que somando os valores de todas as moedas obtemos: 1,00 + 0,50 + 0,25 + 0,10 + 0,05 + 0,01 = 1,91. Como 13,37 ÷ 1,91 = 7, ele terá 7 x 6 = 42 moedas, pois há 6 tipos diferentes de moedas.

**QUESTÃO 3**
**ALTERNATIVA A**
Vamos simular a montagem da Figura 1, colocando a peça da Figura 2 sobre ela. Observe que, dentre as quatro posições possíveis para colocar a peça da Figura 2 sobre a Figura 1, mostradas na figura ao lado, apenas a última está de acordo com o enunciado. De fato, usando qualquer uma das outras três posições, a parte descoberta da Figura 1 ficará separada em duas ou mais regiões, sendo necessário, pelo menos, mais duas peças para cobri-la. Nesse caso, vemos que a peça complementar utilizada para formar a Figura 1 é a peça da alternativa A.



**QUESTÃO 4**
**ALTERNATIVA B**
Observemos os segmentos que unem os centros dos hexágonos de cada etapa, mostrados na figura ao lado. Percebemos que cada um desses segmentos, na etapa 1, une dois centros, na etapa 2, três centros, na etapa 3, quatro centros e assim sucessivamente, aumentando 1 centro por segmento, por etapa.
Como em cada etapa os segmentos que unem os centros formam um hexágono, temos o acréscimo de 6 pequenos hexágonos por etapa. Logo, 6 hexágonos recebem o número 1, 6+6=12 recebem o número 2, (6+6+6)=3x6=18 recebem o número 3 e, continuando o processo, concluímos que 6 x 6 = 36 hexágonos recebem o número 6.



**QUESTÃO 5**
**ALTERNATIVA C**
Como são 20 pessoas e cada pessoa comeu 5 pedaços de pizza, foram comidos 20 x 5 = 100 pedaços no total. Como cada pizza contém 12 pedaços e 100 ÷ 12 tem quociente 8 e resto 4, concluímos que serão necessárias 9 pizzas. Devido à promoção, uma dessas 9 pizzas será gratuita. Assim, eles devem pagar por 8 pizzas e, portanto, gastar 8 x 30,00 = 240,00 reais.

**QUESTÃO 6**
**ALTERNATIVA E**
Observando a conta, vemos que a letra B só pode representar o algarismo 0, pois é igual a A-A. Por outro lado, como o algarismo das centenas do resultado não aparece (é zero), concluímos que A representa o algarismo 1, pois quando tiramos de um número menor do que 100 de um número maior do que 200, a diferença é maior do que 100, que não é o caso. Substituindo os valores já encontrados, obtemos:

$$\begin{array}{r} A\,B\,A \\ -\quad C\,A \\ \hline A\,B \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\,0\,1 \\ -\quad C\,1 \\ \hline 1\,0 \end{array}$$

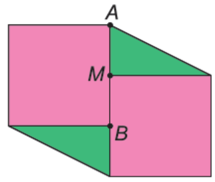
Disto concluímos que C representa o algarismo 9.

Outra solução: A conta apresentada pode ser convertida em uma adição, como na figura. O ~~algarismo que~~ corresponde à letra B deve ser 0, pois B + A = A. Analisando a casa das dezenas, vemos que A + C = 10, o que nos leva a concluir que o dígito das centenas do resultado é 1, ou seja, que A = 1. Logo, 1 + C = 10 e, portanto, C = 9.

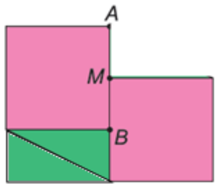
$$\begin{array}{r} A\,B \\ +\quad C\,A \\ \hline A\,B\,A \end{array}$$

**QUESTÃO 7**
**ALTERNATIVA A**

Como os quadrados estão dispostos de forma que os pontos *A*, *M* e *B* estão alinhados, e como *M* é o ponto médio de *AB*, segue que os dois triângulos da figura são triângulos retângulos, com catetos medindo 6 e 3 centímetros. Assim, a área de cada quadrado é $6 \times 6 = 36\ \text{cm}^2$ e a área de cada triângulo é $\frac{6\times3}{2} = 9$ cm². A área total da figura é $36 + 36 + 9 + 9 = 90$ cm².

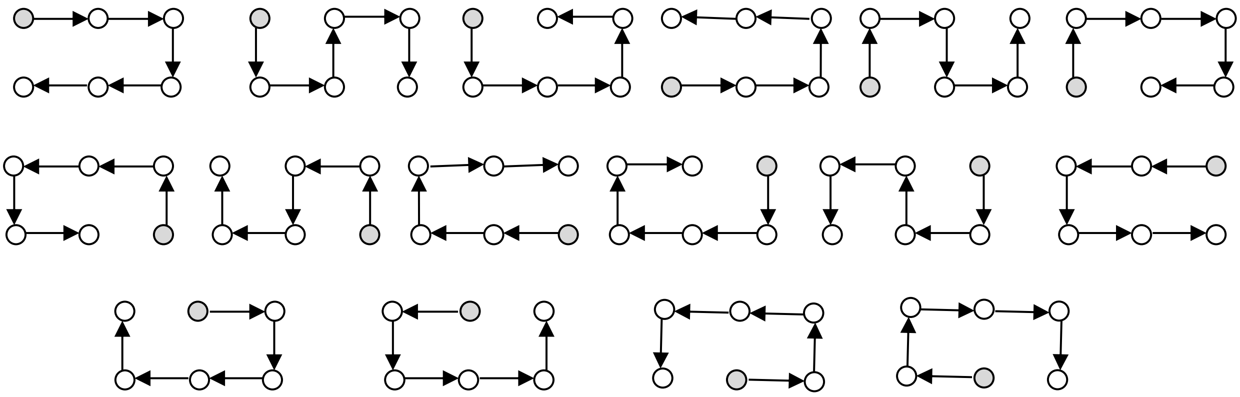



Pode-se também deslocar um dos triângulos para se obter um outro método de resolução.



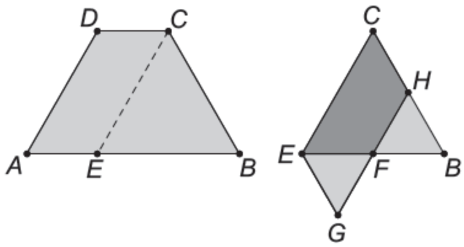

**QUESTÃO 8**
**ALTERNATIVA D**

Há exatamente 4 x 3 + 2 x 2 = 16 possibilidades, três para cada um dos pontos dos cantos A, C, F e D e dois para cada um dos pontos intermediários B e E.



**QUESTÃO 9**
**ALTERNATIVA E**

Primeiro observamos que *AD* = *EC*, por serem lados opostos do paralelogramo *AECD*. Após a dobradura o segmento *AD* ocupou a posição representada pelo segmento *GH*, logo os segmentos EC e HG são paralelos e tais que *EC* = *AD* = *GH* = *GF* + *FH* = 4 + 4 = 8 cm. Também valem as igualdades *DC* = *AE* = *EG* = 4 cm. Além disso, usando que os triângulos *EFG* e *BFH* são equiláteros, temos as seguintes relações:



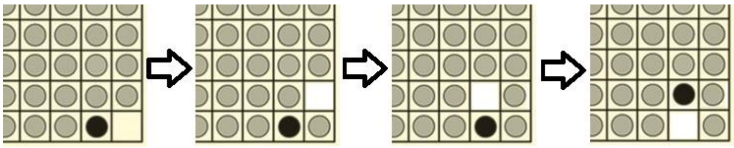

- $\angle CEB = \angle HFB = 60°$ (correspondentes)
- $\angle EBC = \angle FBH = 60°$
- $\angle ECB = 180° - \angle CEB - \angle EBC = 60°$

Assim, o triângulo *EBC* é equilátero de lado *EB* = *EF* + *FB* = 8 cm. O perímetro do trapézio é *ABCD* é, portanto, *AE* + *EB* + *BC* + *DC* + *AD* = 4 + 8 + 8 + 4 + 8 = 32 cm.

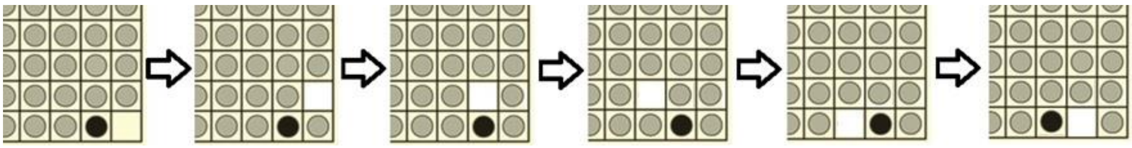
**QUESTÃO 10**
**ALTERNATIVA C**

Cada um dos n súditos presentes acenou n vezes (para o rei e para os demais n – 1 súditos). Logo, houve um total de $n^2$ acenos. Portanto, deve-se ter $n^2 = 1296$, ou seja, n = 36. Havia, assim, 36 súditos no palácio.

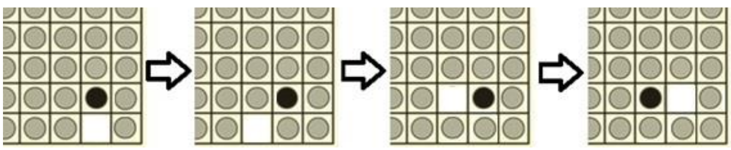
**QUESTÃO 11**
**ALTERNATIVA E**
Joãozinho precisa levar a peça preta até o canto superior esquerdo do tabuleiro, indicado pelas setas. Para fazer isso, a peça preta precisa andar para cima e para a esquerda, sem nunca voltar com ela para a direita ou para baixo. Inicialmente, Joãozinho deve andar com a pedra preta para cima, fazendo três movimentos, indicados na figura abaixo:



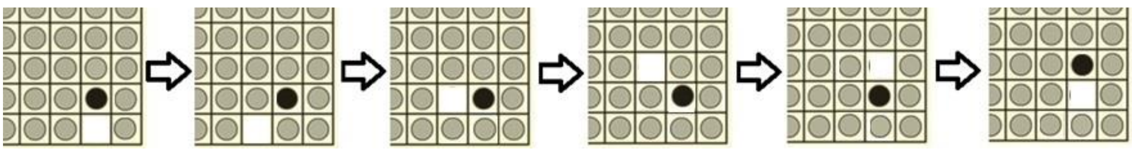
Ele deve andar com a pedra preta para cima, pois a outra possibilidade (andar com a pedra preta para a esquerda) requereria cinco movimentos, veja:



Como ele quer realizar o menor número possível de movimentos, ele opta em movimentar a pedra preta para cima, realizando três movimentos.
Após fazer isto, ele deve andar com a pedra preta para a esquerda, fazendo novos três movimentos.



Se ele optasse por andar com a pedra preta para cima faria cinco movimentos, veja:

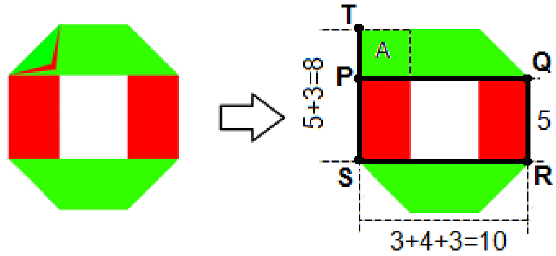


Deste modo, sempre optando em realizar o menor número de movimentos, ele escolhe mover a pedra preta para a esquerda, com outros três movimentos.
Assim, para levar a pedra preta até o canto superior esquerdo do tabuleiro, com o menor número de movimentos possível, Joãozinho deve andar com a pedra preta sete casas para cima e seis casas para a direita, alternando esses movimentos e começando para cima, gastando sempre três movimentos cada vez que a pedra preta andar uma casa. Logo, o número mínimo de movimentos necessários é $3 \times 7 + 3 \times 6 = 21 + 18 = 39$.

**QUESTÃO 12**
**ALTERNATIVA B**
Como a média aritmética de *n* números é igual à soma desses números dividida por *n*, Luciano dividiu a soma que achou na calculadora por 15 e obteve 7. Disto concluímos que a soma que ela achou foi 15 x 7 = 105. Porém, a soma de todos os números naturais de 1 a 15 é igual a 15 x 16 ÷ 2 = 120. Logo, os números que ele pulou somam 120 – 105 = 15. Se o menor deles é *x*, o outro é *x* + 1, temos *x* + (*x*+1) = 15, logo *x* = 7. Assim *x* + 1 = 8 e o produto dos dois números que Luciano esqueceu de somar é 7 x 8 = 56.

**QUESTÃO 13**
**ALTERNATIVA D**

A figura ao lado mostra como fica a tira se desfizermos a última dobra realizada por Júlia. Observemos que a fita está com uma sobreposição na região quadrada indicada pela letra A. Para medir o comprimento da tira, vamos medir os segmentos indicados na figura, pelas letras P, Q, R, S e T, que compõem a borda da tira, destacada pela linha preta mais grossa. Para isso, indicaremos o comprimento de um segmento, em centímetros, escrevendo seus pontos extremos. Por exemplo, escreveremos PQ para representar o comprimento do segmento que une os pontos P e Q. Temos:




PQ = 3+4+3 = 10 QR = 5 RS = 3+4+3 = 10 ST = 5+3 = 8

Portanto, o comprimento da tira é igual a 10 + 5 + 10 + 8 = 33 cm.

**QUESTÃO 14**
**ALTERNATIVA A**

Segue da Figura 2 que o lado maior do triângulo isósceles mede 234 ÷ 3 = 78 cm. O perímetro da Figura 3 é igual a duas vezes o perímetro da Figura 1, menos duas vezes o comprimento do segmento vertical tracejado do meio da Figura 3 (pois a Figura 3 é obtida juntando-se duas cópias da Figura 1, sem sobreposição). Este segmento tracejado mede o mesmo que o lado maior do triângulo isósceles, como mostra a Figura 1. Logo, o contorno da Figura 3 mede 2 x 200 – 2 x 78 = 244 cm.

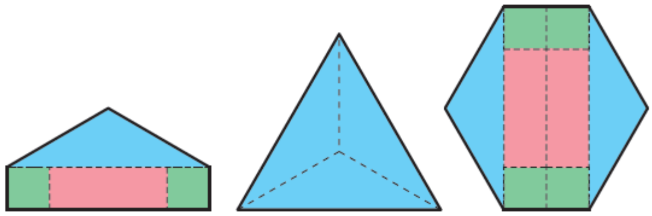


Figura 1 Figura 2 Figura 3

**QUESTÃO 15**
**ALTERNATIVA E**

Como $x^2$-$xy$ = 23, então $x(x-y)$ = 23, mas 23 é um número primo e assim temos somente duas possibilidades:

- $x$ =1 e $x$-$y$ = 23. Isto implica $y$ = - 22, o que não nos interessa pois $x$ e $y$ são números naturais
  ou
- $x$ = 23 e $x$-$y$ = 1. Isto nos leva a $y$ = 22.
  Logo $x + y$ = 22 + 23 = 45.

**QUESTÃO 16**
**ALTERNATIVA A**

Conforme o enunciado, se $a$ for o lado maior e $c$ o lado menor dos triângulos, temos que $a > b > c > 0$, $2a + 2b = 30$ e que $2b + 2c = 26$. Logo, $a + b = 15$ e $b + c = 13$. Assim, $a + 13 - c = 15$ e, portanto, $a = c + 2$. Como $a > b > c > 0$ são números naturais, segue que $b = c + 1$ e que $a = c + 2 = b + 1$. Substituindo $a$ por $b + 1$ na equação $a + b = 15$, obtemos que $b + 1 + b = 15$, logo, $b = 7$. Consequentemente, $a = 7 + 1 = 8$ e $c = 7 - 1 = 6$. Finalmente, o perímetro do triângulo é $a + b + c = 8 + 7 + 6 = 21$ cm.

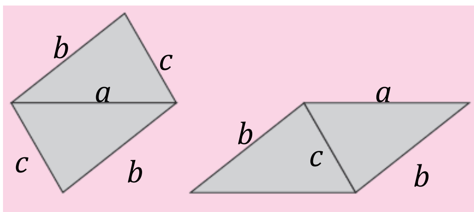
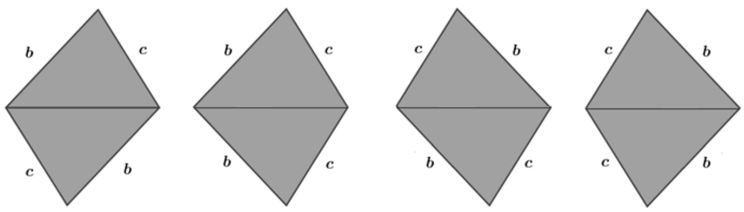



Figura 1 Figura 2

Observamos que, ao unir os cartões por um de seus lados iguais, Ana deve escolher a posição de cada cartão dentre duas posições possíveis. Logo, após escolher o lado comum dos cartões, Ana tem quatro possibilidades para uni-los, mas em todas as quatro escolhas o quadrilátero formado terá o mesmo perímetro. A figura abaixo, mostra as quatro possibilidades para o caso em que Ana escolheu o lado maior para unir os cartões. Nesse caso, o perímetro do quadrilátero é igual a $2\mathrm{b} + 2\mathrm{c} = 2(\mathrm{b} + \mathrm{c})$.



**QUESTÃO 17**
**ALTERNATIVA A**

Durante 15 dias o quarto dos pais foi utilizado para dormir pelos filhos 30 vezes, pois, em cada dia, dois filhos dormiram com os pais. Dessas 30 vezes, seis delas foram feitas para cada um dos filhos, conforme consta no enunciado. Logo o número de filhos é 30 ÷ 6 = 5.

Uma outra maneira de ver isto é observar que na tabela abaixo há 30 espaços em branco e como cada filho deve ocupar seis desses espaços, devemos ter 30 ÷ 6 = 5 filhos.

| Noites | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Par de filhos que dormirá essa noite com os pais | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | |

Mostramos a seguir uma possível distribuição (obviamente não é a única) dos filhos que dormiriam por noite com o casal, onde simbolizamos os cinco filhos com as letras A, B, C, D, E.

| Noites | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Par de filhos que dormirá essa noite com os pais | A | A | A | A | A | A | C | C | C | C | C | C | D | D | D |
| | B | B | B | B | B | B | D | D | D | E | E | E | E | E | E |

**QUESTÃO 18**
**ALTERNATIVA D**

Chamando cada participante pela primeira letra de seu nome, as possibilidades de escolha dos 2 premiados são: AB , AC , AD , AE , BC , BD , BE , CD , CE , DE, ou seja, há 10 possibilidades. As possibilidades de escolha das duas premiações são: Ouro Ouro, Ouro Prata, Ouro Bronze, Prata Ouro, Prata Prata, Prata Bronze, Bronze Ouro, Bronze Prata e Bronze Bronze, ou seja, há 9 possibilidades. Pelo Princípio Multiplicativo, as diferentes formas de premiação são 10 x 9 = 90.

<u>Outra solução</u> Existem dois casos a considerar: ou os dois meninos premiados ganharam medalhas iguais, ou ganharam medalhas diferentes.

Se as medalhas são iguais, há 3 possibilidades para as medalhas, a saber, ou as duas são de ouro, ou as duas são de prata, ou as duas são de bronze. Além disso, dos 5 meninos, apenas 2 receberam medalhas, o que pode ocorrer de $\frac{5\times4}{2}$ maneiras diferentes (são 5 escolhas para o primeiro e são 4 escolhas para o segundo menino, mas precisamos dividir por 2, para eliminar as repetições, uma vez que para determinar a dupla de premiados, não importa a ordem de escolha dos meninos). Logo, pelo Princípio Multiplicativo, há $3\times\frac{5\times4}{2}=3\times10=30$ possibilidades para a premiação de dois desses meninos com medalhas iguais.

No segundo caso, se as medalhas recebidas pelos 2 meninos premiados são diferentes, há 3 possibilidades para os tipos de medalhas: ouro e prata; ouro e bronze; e prata e bronze. Em cada uma dessas possibilidades, a mais valiosa será recebida por 1 dos 5 meninos e a outra por um dentre os 4 meninos restantes. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, nesse caso, o número de formas diferentes de premiação é $3\times5\times4=60$.

Portanto, pelo Princípio Aditivo, o número total de formas diferentes de ocorrer a premiação é $30+60=90$.

**QUESTÃO 19**
**ALTERNATIVA C**

Para obter a maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção, Maria deve desenhar as próximas retas em uma disposição de tal modo que, cada nova reta desenhada, intersecte cada circunferência já desenhada em dois pontos, e intersecte cada reta já desenhada em um ponto, todos distintos entre si e dos já desenhados.

A maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção que a terceira reta pode gerar é 2+2+1+1 = 6 pontos.

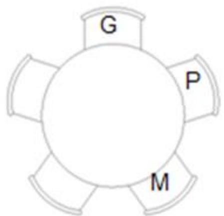
A maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção que a quarta reta pode gerar é 2+2+1+1+1 = 7 pontos.

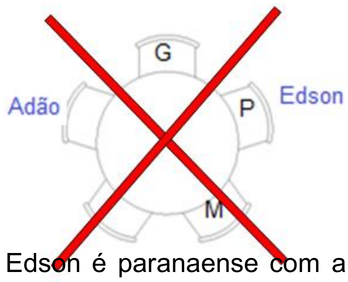
A maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção que a quinta reta pode gerar é 2+2+1+1+1+1 = 8 pontos.

Logo, a maior quantidade possível para o total de pontos de intersecção é 11+6+7+8 = 32 pontos.

**QUESTÃO 20**
**ALTERNATIVA D**

O paranaense está entre o goiano e o mineiro. Como o goiano sentou-se entre Edson e Adão, temos duas possibilidades: Edson é paranaense ou Adão é paranaense.





Eliminamos o caso em que Edson é paranaense com a informação de que "Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano", pois se Edson fosse paranaense ele estaria entre o goiano e o mineiro. Portanto, Adão é o paranaense. Como Edson sentou-se entre Carlos e o sergipano, concluímos que Carlos é goiano e o lugar entre Edson e o mineiro é do sergipano. A última informação do enunciado diz que Bruno sentou-se entre o tocantinense e o mineiro. Logo, Edson é tocantinense e Bruno é sergipano. Portanto, Daniel é mineiro.