Olimpíada CARIOCA DE MATEMÁTICA

SOLUÇÕES

Nível 3

6.º e 7.º anos do Ensino Fundamental

APOIO

REALIZAÇÃO

1. Alternativa **B**

São 14 casinhas no total e queremos que fiquem 7 brancas e 7 pretas; logo, mais duas casinhas brancas devem ficar pretas.

2. Alternativa **E**

As faces não visíveis são aquelas que têm os números 6 (oposta ao 1), 5 (oposta ao 2) e 4 (oposta ao 3). A soma é 6 + 5 + 4 = 15.

3. Alternativa **D**

Como 0,37 = 0,370 e 0,7 = 0,700, temos

0,307 < 0,37, alternativa (A) descartada.

0,073 < 0,37, alternativa (B) descartada.

0,737 > 0,7, alternativa (C) descartada.

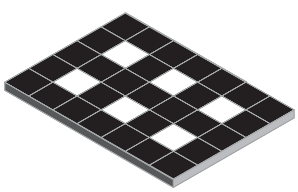
0,703 > 0,7 , alternativa (E) descartada.

A alternativa correta só pode ser (D).

De fato: 0,37 < 0,377 < 0,7.

4. Alternativa **B**

Roberto gastou 6 x 5 + 29 x 2 = 88 reais na compra dos ladrilhos pois há 6 ladrilhos brancos e 29 pretos.

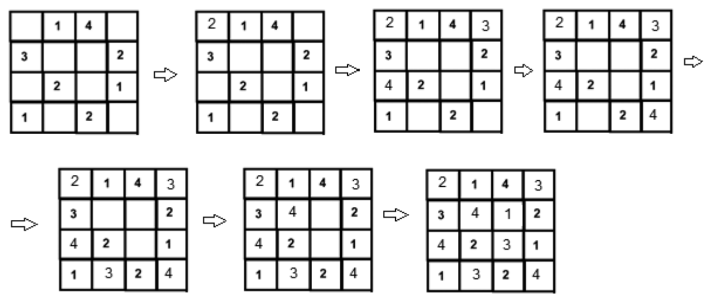


5. Alternativa **C**

Cada lápis custa 18 ÷ 6 = 3 reais e cada caneta custa 42 ÷ 6 = 7 reais. Logo, um conjunto de 2 canetas e 3 lápis custa 2 x 7 + 3 x 3 = 23 reais.

6. Alternativa **E**

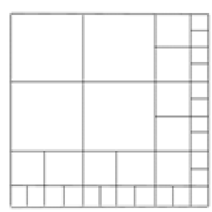
É fácil preencher o tabuleiro. Por exemplo, para preencher o canto superior esquerdo, os números 1, 3 e 4 já foram utilizados (olhe a linha e a coluna); logo, essa casa deve ser preenchida com o número 2. Preenchendo completamente a tabela, vemos que o produto dos números dos cantos é 1 x 2 x 3 x 4 = 24.



7. Alternativa **E**

As áreas dos quadrados recortados, quando somadas, devem resultar na área da folha antes do corte. Essa soma é igual a (4 x 400) + (9 x 100) + (21 x 25) = 1600 + 900 + 525 = 3025. Como 55 x 55 = 3025, a folha, antes de ser cortada, tinha lado de 55 cm.

Uma possível maneira de Alberto recortar a folha é apresentada abaixo:



8. Alternativa **C**

As peças do dominó podem ser organizadas da seguinte maneira:

(0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (0,4), (0,5), (0,6)

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), **(1,6)**

(2,2), (2,3), (2,4), **(2,5), (2,6)**

(3,3), **(3,4), (3,5), (3,6)**

(4,4), (4,5), (4,6)

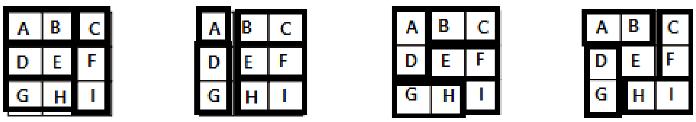
(5,5), (5,6)

(6,6)

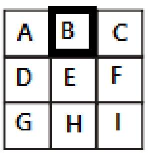
Em negrito estão as peças nas quais o número total de bolinhas é igual ou maior do que 7. São 12 peças com essa característica.

9. Alternativa **D**

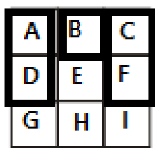
As coberturas abaixo mostram que as alternativas A), B), C) e E) não são com certeza o que sempre ocorre.



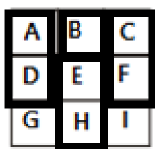
Resta mostrar que certamente a peça com um único quadradinho nunca cobrirá B, D, F ou H. Suponha, por absurdo, que a peça com um único quadradinho cobrisse a letra B:



Uma peça dupla deve cobrir A e D e outra deve cobrir C e F:



Outra peça dupla deve cobrir E e H:

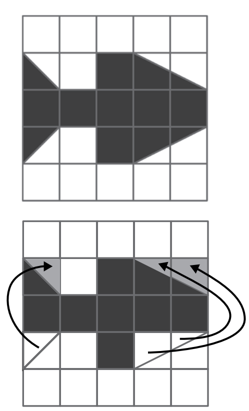


É impossível cobrir com uma peça dupla G e I. Logo, a peça simples não pode cobrir B. De modo análogo, vemos que também é impossível que o quadradinho unitário cubra D, F ou H.

10. Alternativa **C**

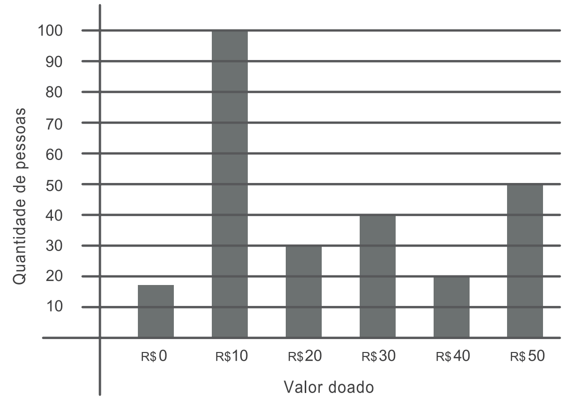
Fazemos a transferência de ½ quadradinho e também da metade de dois quadradinhos, como indicado na figura. Essas transferências não alteram a área.

Vemos, assim, que a parte cinza corresponde a 10 quadradinhos e, portanto, a parte cinza corresponde a 10/25 = 2/5 da área total.



11. Alternativa **E**

Foi arrecadado um total de 10 x 100 + 20 x 30 + 30 x 40 + 40 x 20 + 50 x 50 = 1000 + 600 + 1200 + 800 + 2500 = 6100 reais.



12. Alternativa **D**

No caso em que ocorre o empate das duas ginastas em primeiro lugar, há 10 possibilidades (AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE) e, no caso em que uma fica em primeiro lugar e a outra em segundo, há 5 x 4 = 20 possibilidades. No total são 30 possibilidades.

13. Alternativa **E**

(A) é falsa pois (7/12) ≠ 1

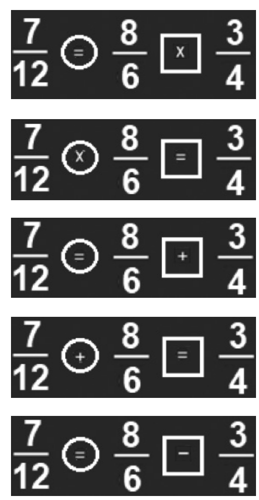
(B) é falsa pois (7/9) ≠ (3/4)

(C) é falsa pois (7/12) ≠ (25/12)

(D) é falsa pois (23/12) ≠ (3/4)

(E) é verdadeira já que

(7/12) = (32 – 18)/24 = (14/24)



14. Alternativa **E**

Uma letra não pode ser codificada por um número terminado em 4 (isto é, com o algarismo 4 na casa das unidades) e as únicas letras iniciadas com 4 (isto é, com o algarismo 4 na casa das dezenas) são X, Y e Z. Assim, com certeza, Z aparece na senha de Alfredo. As outras letras são I e O.

15. Alternativa **D**

Como 36 é o triplo de 12 e 54 é o triplo de 18, concluímos que o preço da mercadoria comprada a segunda vez, sem desconto, seria o triplo, ou seja, 3 x 36 = 108. Como ela pagou 72 reais, ela teve um desconto de 108 – 72 = 36 reais. Como o desconto foi dado na compra dos 36 novelos, o desconto por novelo foi 36 reais dividido por 36 novelos, igual a 1 real por novelo.

Outra solução:

Sejam n o preço de um novelo antes da promoção, b o preço de um botão e d o desconto. Com a promoção, o novelo passou a custar $n - d$. Os dados do problema nos fornecem: $12n + 18b = 36$ e $36(n - d) + 54b = 72$. Logo, $36n - 36d + 54b = 3(12n + 18b) - 36d = 3 \times 36 - 36d = 72$. Segue que $36d = 36$, ou seja, o desconto foi de $d = 1$ real por novelo.

16. Alternativa **B**

Queremos encontrar $s + n$, sendo que $7s + 9n = 69$, em que s = número de marcianos com sete antenas e n = número de marcianos com nove antenas.

n deve estar entre 1 e 7 pois n não pode ser 0 já que 69 não é múltiplo de 7 e se $n > 8$ o número de antenas ultrapassaria 69.

Se $n = 1$, $7s = 60$ não é múltiplo de 7

Se $n = 2$, $7s = 51$ não é múltiplo de 7

Se $n = 3$, $7s = 42$ e $s = 6$.

Se $n = 4$, $7s = 33$ não é múltiplo de 7

Se $n = 5$, $7s = 24$ não é múltiplo de 7

Se $n = 6$, $7s = 15$ não é múltiplo de 7

Se $n = 7$, $7s = 6$ não é múltiplo de 7.

A única solução é $s = 6$, $n = 3$ e o número de marcianos na nave é, portanto, 9.

Outra solução: $7s + 9n = 69 \Leftrightarrow n = \dfrac{69 - 7s}{9}$

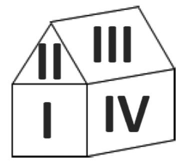
Substituindo s por 1, 2, 3,...,9 devemos achar um valor inteiro e positivo para n. Se $s = 6$, então

$$n = \frac{69 - 7 \times 6}{9} = \frac{69 - 42}{9} = \frac{27}{9} = 3.$$

Podemos verificar que esses são os únicos valores positivos inteiros; logo, podemos concluir que o número total de marcianos é $s + n = 9$.

17. Alternativa **C**

Rotulamos as regiões da figura como no desenho abaixo:



Vamos dividir as possibilidades de pintura em dois casos:

Caso 1: As regiões I e III têm a mesma cor.

Há três possibilidades para pintar I, uma possibilidade para pintar III, duas possibilidades para pintar II e duas possibilidades para pintar IV. Nesse caso, há, pelo princípio multiplicativo 3 x 1 x 2 x 2 = 12 possibilidades.

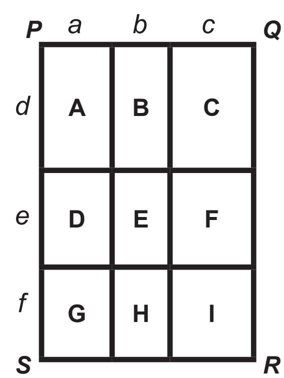
Caso 2: As regiões I e III têm cores diferentes.

Há três possibilidades para pintar I, 2 possibilidades para pintar III, uma possibilidade para pintar II e também uma só possibilidade de pintar IV. Nesse caso, há 3 x 2 x 1 x 1 = 6 modos diferentes de pintar.

Juntando os dois casos, vemos que o número total de possibilidades é 12 + 6 = 18.

18. Alternativa **C**

Denote por a, b, c, d, e, f as medidas, como na figura.



$2a + 2e = 18$,

$2b + 2d = 22$,

$2c + 2e = 32$

$2b + 2f = 26$

Somando tudo $2a + 2e + 2b + 2d + 2c + 2e + 2b + 2f = 18 + 22 + 32 + 26 = 98$.

Como o perímetro do retângulo $PQRS$ é 76, então, $2a + 2b + 2c + 2d + 2e + 2f = 76$ e, substituindo na equação acima, $2e + 2b = 98 - 76 = 22$. Portanto, o perímetro do retângulo E é 22.