

QUESTÃO 1 ALTERNATIVA E

Observamos que 2 litros equivalem a 2000 mililitros. Como $200 = 15 \times 130 + 50$, é possível encher completamente 15 copos de 130 mililitros e ainda restam 50 mililitros na jarra.

QUESTÃO 2 ALTERNATIVA C

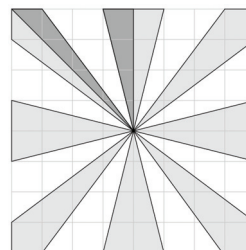
Queremos dividir $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 2001 + 21 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 2001 + 16 + 5$ por 8. Como as duas primeiras parcelas do lado direito dessa expressão são múltiplos de 8, sua soma também é um múltiplo de 8. Portanto, o resto da divisão desse número por 8 é 5.

QUESTÃO 3 ALTERNATIVA D

No gráfico vemos que a BaratoCel vendeu 2500 celulares ao preço de R\$170,00 cada, 2000 celulares ao preço de R\$235,00 cada e 1000 celulares ao preço de R\$260,00 cada um. Ao todo a BaratoCel vendeu 5500 celulares e o valor total da venda foi de $2500 \times 170 + 2000 \times 235 + 1000 \times 260 = 1155000$ reais. Logo o preço médio de um celular vendido foi de $1155000 \div 5500 = 210$ reais.

QUESTÃO 4 ALTERNATIVA A

Na figura vemos que a região cinza tem área igual à soma de oito vezes a área de cada um dos triângulos em cinza escuro. Denotando por ℓ a medida do lado de cada quadradinho, segue cada um dos triângulos em cinza escuro tem área $\frac{1}{2} \times \ell \times 4\ell = 2\ell^2$. Logo a área da



região cinza é $16 \times 2\ell^2 = 32\ell^2$. Como a área do quadrado é $64\ell^2$, segue que a área da região cinza é metade da área do quadrado, ou seja, a razão entre a área da região cinza e a área do quadrado é $\frac{1}{2}$.

QUESTÃO 5 ALTERNATIVA D

Para representar os números com dois algarismos diferentes, a partir do número 40, Vovô Eduardo precisou de 10 velinhas com os algarismos de 0 a 9. Para representar os números de dois algarismos repetidos (os números 44, 55, 66 e 77), ele precisou comprar mais 4 velinhas com os algarismos de 4 a 7. Portanto, ele precisou comprar, até agora, $10 + 4 = 14$ velinhas.

QUESTÃO 6 ALTERNATIVA B

O comprimento da parte da corda que fica entre as polias fixas diminuirá $15 + 25 = 40$ metros depois que os homens puxarem a corda. A polia móvel imediatamente acima do plano distribui ao meio esses 40 metros; assim, o plano subirá $40 \div 2 = 20$ metros.

QUESTÃO 7 ALTERNATIVA C

A maior porcentagem possível de entrevistados que não possuem pelo menos um dos dois eletrodomésticos é $15\% + 20\% = 35\%$. Logo o menor número possível de pessoas que possuem os dois eletrodomésticos é $100\% - 35\% = 65\%$, que corresponde a $0,65 \times 1000 = 650$ dos entrevistados.

QUESTÃO 8 ALTERNATIVA D

Cada time jogou três vezes. Com 5 pontos, o Cruzínthians só pode ter vencido uma partida e empatado duas, pois se tivesse vencido duas partidas, teria pelo menos 6 pontos e se não tivesse vencido nenhuma, teria no máximo 3 pontos. O Greminese não venceu nenhuma partida, pois obteve apenas 2 pontos; logo empatou duas partidas e perdeu uma. O Flameiras, em segundo lugar com 3 pontos, não venceu nenhuma partida, pois se isso tivesse acontecido ele teria que ter perdido duas; como o Greminese não ganhou nenhuma e o Cruzínthians apenas uma, ele teria perdido para o Nauritiba. Mas o mesmo raciocínio mostra que então o Nauritiba, tendo ganho a partida com o Flameiras, deveria ter perdido para Flameiras! Como isso não pode acontecer, concluímos que o Flameiras e o Greminese empataram suas três partidas. Logo o número de empates foi $3 + 3 - 1 = 5$; o -1 aparece nessa expressão pois o empate entre Flameiras e Nauritiba deve ser contado apenas uma vez.

	Cruzínthians	Flameiras	Nauritiba	Greminese
Cruzínthians		1	1	3
Flameiras	1		1	1
Nauritiba	1	1		1
Greminese	0	1	1	

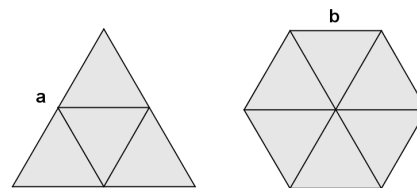
Outra solução é notar que em cada jogo disputado são distribuídos 2 pontos, no caso de empate ou 3 pontos, caso não ocorra empate. Como cada um dos quatro times jogou uma única vez com seus três adversários, foram disputados ao todo seis jogos, nos quais foram distribuídos $5 + 3 + 3 + 2 = 13$ pontos. A única maneira de parcelar 13 em seis parcelas de 2 ou 3 é $13 = 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$; logo, cinco dos seis jogos terminaram empatados.

QUESTÃO 9 ALTERNATIVA E

Observamos que $\frac{PAPAI \times GALO}{PAPAGAI O} = \frac{12 \times 5}{24} = \frac{5}{2}$. Como a cada letra está associado um número, podemos simplificar a fração cancelando letras iguais no numerador e denominador, obtendo $\frac{PAPAI \times GALO}{PAPAGAI O} = \frac{L}{1} = L = \frac{5}{2}$.

QUESTÃO 10 ALTERNATIVA C

Sejam a e b os lados do triângulo e do hexágono, respectivamente. Na figura ao lado vemos o triângulo decomposto em quatro triângulos equiláteros congruentes, formados pelos segmentos que ligam os pontos médios de seus lados; o lado de cada um desses triângulos



menores é $\frac{a}{2}$. Vemos também o hexágono decomposto em seis triângulos equiláteros congruentes, cada um de lado b . Como o perímetro do hexágono e do triângulo são os mesmos, temos $3a = 6b$. Logo $b = \frac{a}{2}$ e todos os triângulos menores na figura são congruentes. Por outro lado, como a área do hexágono é 6 m^2 , cada triângulo menor tem área 1. Logo a área do triângulo é 4 m^2 .

QUESTÃO 11 ALTERNATIVA E

Suponhamos que todos os irmãos e irmãs estejam em casa, exceto Ana, que saiu para passear. Nesse momento, João tem 6 irmãos a mais que irmãs em casa; contando o João, há então 7 meninos a mais que meninas em casa. Como as meninas em casa são as irmãs de Ana, segue que Ana tem 7 irmãos a mais que irmãs.

Uma solução algébrica é a seguinte. Seja x o número de irmãos de João e y o número de suas irmãs; então $x = y + 5$, ou seja, $x - y = 5$. O número de irmãs de Ana é $y - 1$ e o número de seus irmãos é $x + 1$. Logo o número de irmãos que Ana tem a mais que irmãs é $(x + 1) - (y - 1) = (x - y) + 2 = 5 + 2 = 7$.

QUESTÃO 12 ALTERNATIVA E

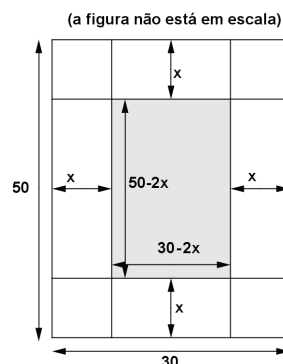
O número 0 deve aparecer nos dois dados, para que seja possível formar as datas de 01 a 09, 10, 20 e 30. Os números 1 e 2 também devem aparecer nos dois dados, para formar as datas 11 e 22. Desse modo no dado da direita aparecem os números 0, 1, 2, 3, 5, 6 (que também é 9) e no dado da esquerda aparecem os números 0, 1, 2, 4, 7 e 8. A soma das faces não visíveis do dado da esquerda é então $1 + 4 + 7 + 8 = 20$.

Outra solução é a seguinte. Como acima, os números 0, 1 e 2 devem aparecer nos dois dados; os números 4, 7 e 8 também devem aparecer. Assim, a soma dos números nos dois dados deve ser $2 \times (0 + 1 + 2) + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 39$. Os números que aparecem no dado da direita são 0, 1, 2 (ocultos) e 3, 5, 6 (visíveis); os números 0 e 2 estão visíveis no cubo da esquerda. Logo a soma dos números não visíveis no cubo da esquerda é $39 - (0 + 2 + 0 + 1 + 2 + 3 + 5 + 6) = 39 - 19 = 20$.

QUESTÃO 13

ALTERNATIVA D

Temos cinco posições distintas para colocarmos cinco quadros também distintos. Na primeira posição temos 5 escolhas distintas possíveis. Na segunda posição temos 4 escolhas distintas, e assim por diante. Pelo princípio multiplicativo, podemos formar $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ paisagens distintas. Como um mês tem, aproximadamente, 30 dias, podemos mudar a paisagem por aproximadamente $\frac{120}{30} = 4$ meses.



QUESTÃO 14

ALTERNATIVA E

Primeiro notamos que a afirmativa de Daniela é verdadeira, pois há apenas um culpado; logo a culpada não é Daniela. Se Bruno mentiu, então ele é culpado e Eduardo diz a verdade. Mas Eduardo disse que a culpada é uma menina, logo ele também estaria mentindo, o que não satisfaz o enunciado. Então Bruno diz a verdade e, portanto, Eduardo é o culpado.

QUESTÃO 15

ALTERNATIVA A

Alvino está a meio quilômetro da praia a uma velocidade de 4 quilômetros por hora. Sendo assim, ele precisa de $0,5 \div 4 = 0,125$ horas, ou seja, $0,125 \times 60 = 7,5$ minutos, para alcançar a praia. Como a água entra no barco a 40 litros por minuto, até Alvino chegar à praia $40 \times 7,5 = 300$ litros de água terão entrado no barco. Como o barco suporta 150 litros sem afundar, Alvino terá que tirar $300 - 150 = 150$ litros de água do barco em 7,5 minutos, ou seja, $150 \div 7,5 = 20$ litros por minuto.

QUESTÃO 16

ALTERNATIVA C

Seja x a largura das tiras. Na figura, vemos que as dimensões do retângulo que sobrou após o corte das tiras são $30 - 2x$ e $50 - 2x$; seu perímetro é $2(30 - 2x) + 2(50 - 2x) = 160 - 8x$. Por outro lado, o enunciado nos diz que esse perímetro é 85% do perímetro da folha original, isto é, $0,85 \times (2 \times 30 + 2 \times 50) = 0,85 \times 160 = 136$. Temos então a equação $160 - 8x = 136$, cuja solução é $x = 3$.

QUESTÃO 17 ALTERNATIVA B

Mariana escreveu o algoritmo 2:

- uma vez na fatoração de cada número par, isto é, 50 vezes;
- mais uma vez na fatoração de cada múltiplo de 4, isto é, outras 25 vezes;
- mais uma vez na fatoração de cada múltiplo de 8, isto é, outras 12 vezes;
- mais uma vez na fatoração de cada múltiplo de 16, isto é, outras 6 vezes;
- mais uma vez na fatoração de cada múltiplo de 32, isto é, outras 3 vezes;
- mais uma vez na fatoração de cada múltiplo de 64, ou seja, 1 vez;
- quando escreveu os números primos 23 e 29, ou seja, 2 vezes;
- quando escreveu 23 nas fatorações de 46, 69, 92 e quando escreveu 29 nas fatorações de 58 e 87, ou seja, 5 vezes.

No total, Mariana escreveu $50 + 25 + 12 + 6 + 3 + 1 + 2 + 5 = 104$ vezes o algoritmo 2.

QUESTÃO 18 ALTERNATIVA C

O número 1656 é o resultado do produto de dois números com dois dígitos. Vamos então fatorar 1656 para verificarmos todas as possibilidades. Temos $1656 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 23$; as possibilidades são então $1656 = 72 \times 23$, $1656 = 24 \times 69$, $1656 = 36 \times 46$ e $1656 = 92 \times 18$. Agora observe as contas armadas.

$ \begin{array}{r} \times 72 \\ 23 \\ + \quad 216 \\ \hline 144 \\ 1656 \end{array} $	$ \begin{array}{r} \times 24 \\ 69 \\ + \quad 216 \\ \hline 144 \\ 1656 \end{array} $	$ \begin{array}{r} \times 36 \\ 46 \\ + \quad 216 \\ \hline 144 \\ 1656 \end{array} $	$ \begin{array}{r} \times 92 \\ 18 \\ + \quad 736 \\ \hline 92 \\ 1656 \end{array} $
$ \begin{array}{r} \times 23 \\ 72 \\ + \quad 46 \\ \hline 166 \\ 1656 \end{array} $	$ \begin{array}{r} \times 69 \\ 24 \\ + \quad 276 \\ \hline 138 \\ 1656 \end{array} $	$ \begin{array}{r} \times 46 \\ 36 \\ + \quad 276 \\ \hline 138 \\ 1656 \end{array} $	$ \begin{array}{r} \times 18 \\ 92 \\ + \quad 36 \\ \hline 162 \\ 1656 \end{array} $

A única que satisfaz o enunciado, ou seja, na qual não temos uma centena como segunda parcela da soma, é a última da primeira linha. Logo a soma procurada é $92 + 18 = 110$.

QUESTÃO 19 ALTERNATIVA D

Quando se retiram duas bolas pretas da caixa, elas não retornam; mas quando as bolas retiradas são uma preta e outra de cor distinta, a preta retorna. Isso mostra que o número de bolas pretas na caixa diminui de dois em dois. Como o número inicial de bolas pretas é ímpar, sempre haverá um número ímpar de bolas pretas na caixa; desse modo, exatamente uma das duas bolas que sobrar na caixa é preta.

QUESTÃO 20

ALTERNATIVA A

As placas que Rubens encontrou podem ser escritas, em ordem, como $a0b$, ba e ab , sendo a e b algarismos de 1 a 9. Esses números são, nessa ordem, $100a + b$, $10b + a$ e $10a + b$. Como a velocidade de Rubens é constante, temos $(100a + b) - (10b + a) = (10b + a) - (10a + b)$, ou seja, $108a = 18b$ ou, ainda, $6a = b$. Como a e b são inteiros de 1 a 9, a única possibilidade é $a = 1$ e $b = 6$. Logo Rubens percorreu $106 - 61 = 61 - 16 = 45$ km em 45 minutos, ou seja, à velocidade de 1 km/min. Assim, sua velocidade era de 60 km/h.

Uma segunda solução é a seguinte. Como antes, as placas que Rubens encontrou foram, em ordem, $100a + b$, $10b + a$ e $10a + b$. A distância percorrida por Rubens entre a primeira e a terceira placa foi $(100a + b) - (10a + b) = 90a$. Se $a \geq 2$, o número da terceira placa é maior ou igual a 20 e a distância entre a segunda e terceira placa é maior ou igual a 90. Logo, o número da segunda placa deve ser maior ou igual a $20 + 90 = 110$, o que não acontece pois ele é um número de dois algarismos. Logo $a = 1$ e Rubens percorreu 90 quilômetros em 90 minutos, ou seja, sua velocidade, em quilômetros por hora, é $90 \div 1,5 = 60$ km/h.