Chapitre 12 : Dynamique d'un système électrique

I. Intensité du courant électrique

Un courant électrique correspond à un déplacement d'ensemble de charges électriques.
En régime **permanent**, c'est-à-dire indépendant du temps, l'intensité du courant électrique I (en A) est le débit de charges électriques soit :

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Avec ΔQ (en C) la charge électrique qui traverse la section d'un conducteur pendant une durée Δt (en s).
En régime **variable**, l'intensité est alors dépendante du temps et la quantité de charge est variable sur une même durée ; la relation précédente n'est alors plus valable.

Quel que soit le régime de fonctionnement du circuit, l'intensité du courant électrique est la dérivée par rapport au temps de la charge électrique traversant une portion du conducteur :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

II. Le condensateur

Le condensateur est un composant électrique utilisé pour stocker de l'énergie, modifier une tension alternative. Il est même utilisé pour faire fonctionner certains écrans tactiles.

a) Constitution

Un condensateur est un système constitué de deux conducteurs, appelés armatures dont les surfaces en regard sont proches l'une de l'autre et séparés par un isolant (air, céramique…) appelé diélectrique.

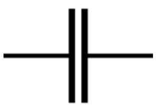
b) Comportement capacitif

Un comportement capacitif correspond à l'accumulation de charges électriques de signes opposés sur les armatures.

c) Capacité

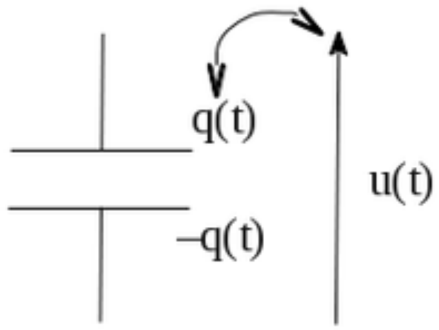
L'aptitude d'un condensateur a accumulé sur ces amateurs des charges électriques et appeler capacité notée C et exprimé en farad (F). Les valeurs usuelles sont comprises entre 1nF et 1μF.

Symbole :



d) Relation charge-tension

À chaque instant, la charge $q(t)$ de l'armature positive est proportionnelle à la tension à ses bornes $u_C(t)$:
$q(t) = C.u_C(t)$



e) Relation intensité-tension

D'après la définition de l'intensité et de la relation charge-tension, l'intensité du courant électrique dans la branche contenant le condensateur s'exprime par :
$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(C.u_C(t))$, or C est une constante donc :

$$i(t) = C.\frac{du_C(t)}{dt}$$

Chaque grandeur s'exprime dans les unités du système international.

f) Modèle du condensateur plan

Un condensateur plan est constitué de 2 armatures planes parallèles entre elles séparées d'une distance d et de même surface S en regard. L'expression de la capacité est alors :

$$C = \frac{\varepsilon.S}{d}$$

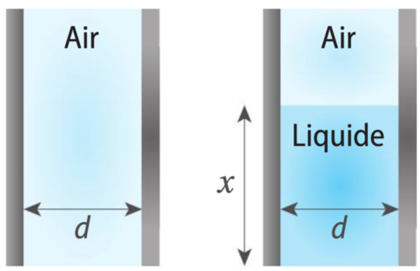
ε étant la permittivité de l'isolant se trouvant entre les deux armatures.

g) Capteurs capacitifs

Un capteur capacitif utilise les modifications de la capacité d'un condensateur, sous l'effet de la modification de la distance entre les armatures ou de la modification de la nature de l'isolant.
Les condensateurs sont intégrés dans des circuits permettant de mesurer leur capacité. Les capteurs capacitifs permettent alors de déterminer la position d'un objet, le niveau de remplissage d'un fluide dans un récipient, la dilatation de matériaux, une pression, etc.

- **Principe d'un capteur de remplissage**

Un capteur capacitif de remplissage contient un condensateur plan, d'armatures fixes, placé dans une cuve. Lorsque la cuve est vide, le milieu séparant les armatures est l'air. À mesure qu'un liquide remplit la cuve et le condensateur, l'isolant entre les armatures change. La capacité du condensateur évolue donc en fonction de la hauteur x de liquide qu'il contient.



- **Principe d'un capteur de position sur un écran tactile**

Les écrans tactiles (smartphones, tablettes, tableaux de bord, etc.) sont une grille constituée d'une multitude de points, chacun étant relié à un condensateur de valeur connue. Lorsqu'un utilisateur appuie sur un point de l'écran tactile, la pression exercée par son doigt change localement la capacité de la partie de la grille qu'il recouvre. Ce changement de capacité est détecté et la position du doigt est alors repérée sur l'écran.

III. Charge et décharge du dipôle RC

a) Point mathématique

Les équations différentielles du premier ordre apparaissent dans la modélisation de nombreux phénomènes comme la cinétique mais aussi la mécanique ou encore en électricité.
En SPC, nous ne rencontrerons que deux cas de types généraux :

$$y' = ay \text{ et } y' = ay + b$$

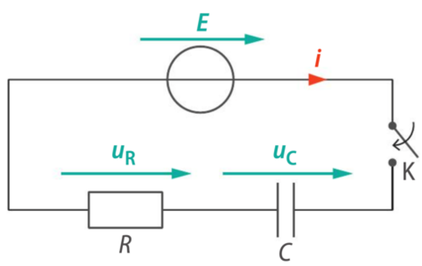
dont les solutions sont :

$$y = ke^{ax} \text{ et } y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$$

b) Charge du dipôle RC

1- Présentation de la situation

On réalise un circuit en serré contenant un interrupteur, un condensateur, un conducteur ohmique de résistance R et une source de tension idéale de f.e.m. (tension à vide) E.
L'interrupteur est initialement ouvert, et à $t = 0s$ on le ferme.



2- Mise en équation

D'après la loi des mailles : $E = u_R + u_C$
D'après la loi d'Ohm : $u_R = R.I$
D'après la relation intensité-tension : $i(t) = C.\frac{du_C(t)}{dt}$ $\Big\}$ $\boxed{u_R = R.C.\frac{du_C}{dt}}$

On en déduit : $E = R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C$

Soit l'équation différentielle correspondant à la charge : $\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R.C}u_C + \frac{E}{R.C}$

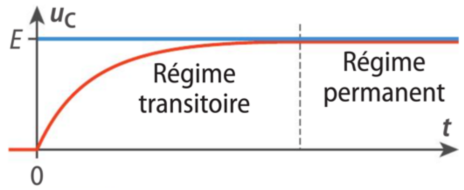
Cette équation est de type $y' = ay + b$ avec $a = -\frac{1}{R.C}$ et $b = \frac{E}{R.C}$ et donc a pour solution de la forme $y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$: $u_C(t) = ke^{-\frac{t}{RC}} + E$

D'après la condition initiale, le condensateur était déchargé à $t = 0s$, donc $u_C(t = 0) = 0V$, soit $u_C(0) = ke^{-\frac{0}{R.C}} + E = 0$ donc $k = -E$.

Finalement la tension aux bornes du condensateur en charge s'exprime :

$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$$

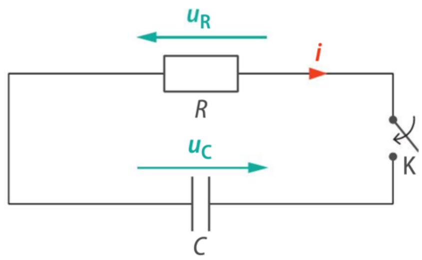
Allure de la courbe de charge



On observe deux phases : le régime transitoire où la tension varie jusqu'au régime permanent où elle devient constante.

c) Décharge du dipôle RC

1- Présentation de la situation



Le condensateur est maintenant en série avec un conducteur ohmique de résistance R et un interrupteur. La tension à ses bornes vaut u_g et à $t = 0s$ on ouvre l'interrupteur.

2- Mise en équation

D'après la loi des mailles : $u_R + u_C = 0$
D'après la loi d'Ohm : $u_R = R.I$
D'après la relation intensité-tension : $i(t) = C.\frac{du_C(t)}{dt}$ $\Bigg\}$ $\boxed{u_R = R.C.\frac{du_C}{dt}}$
On en déduit : $R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$.
Soit l'équation différentielle correspondant à la charge : $\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R.C}u_C$
Cette équation est de type $y' = ay$ avec $a = -\frac{1}{R.C}$ et donc a pour solution : $u_C(t) = ke^{-\frac{t}{R.C}}$
D'après la condition initiale, le condensateur était chargé à $t = 0s$, donc $u_C(t = 0) = u_0$, soit $u_C(0) = ke^{-\frac{0}{R.C}} = 0$ donc $k = u_0$.
Finalement la tension aux bornes du condensateur en décharge s'exprime :

$$u_C(t) = u_0.e^{-\frac{t}{R.C}}$$

d) Temps caractéristique

Les deux évolutions précédentes montrent que l'exponentielle dépend du temps t mais aussi du facteur RC.
L'exposant dans l'exponentielle étant sans unité, le facteur RC est donc homogène à un temps.

Cette durée caractéristique du passage du régime permanent est appelée temps caractéristique ou constante de temps et noté τ, tel que $\tau = R.C$.

On mesure expérimentalement τ en déterminant l'abscisse de l'intersection de la tangente à l'origine et l'asymptote du régime permanent.