

Exercice 1.

On considère la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x - \sqrt{x} + 4$

- 1) Montrer que pour tout $x \in [0; +\infty[$ $f(x) \geq 3\sqrt{x}$
- 2) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Exercice 2.

Soit la fonction f définie sur $D = [0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x}$

- 1) Démontrer que, pour tout x de D , on a : $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}}$.
- 2) Démontrer que, pour tout $x \in]0; +\infty[$: $0 \leq f(x) \leq \frac{2}{\sqrt{x}}$
- 3) En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$.

Exercice 3.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x - \sin(x)$.

- 1) Montrer que pour tout x réel, $2x - 1 \leq f(x) \leq 2x + 1$.
- 2) En déduire les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

Exercice 4. Déterminer les limites suivantes

$$1. \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x^3}$$

Exercice 5.

En utilisant la définition du nombre dérivé, déterminer $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x-3}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

Exercice 6. Déterminer les limites suivantes

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{1}{x^2 + 1}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$$