**Exercice 1.** Préciser l'ensemble de définition puis résoudre les équations suivantes :

1) $\ln(2+5x)=\ln(x+6)$ 2) $\ln(x-1)+\ln(x-3)=\ln 3$

**Exercice 2.** Résoudre les systèmes d'équations suivants :

1) $\begin{cases} x-y=\dfrac{3}{2} \\ \ln x+\ln y=0 \end{cases}$ 2) $\boxed{\begin{cases} 5\ln x+2\ln y=26 \\ 2\ln x-3\ln y=-1 \end{cases}}$

**Exercice 3.** Préciser l'ensemble de définition puis résoudre les inéquations suivantes :

1) $\ln(2+5x)\leq\ln(x+6)$ 2) $\ln(x-1)+\ln(x-3)<\ln 3$

**Exercice 4.** Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x)=\ln(x^2+3x-4)$ 2) $f:x\to\ln\left(\dfrac{4-x^2}{x}\right)$ 3) $f:x\to\ln(4-x^2)-\ln x$

**Exercice 5.**

Un capital de 5000 euros est placé à intérêts composés au taux annuel de 6%. Déterminer le nombre d'années n à partir duquel le capital acquis sera supérieur à 12000 euros.

**Exercice 6.** Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2+\ln x)$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(1-x)\ln x$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln 2-3\ln x)$ 4) $\lim\limits_{x\to0}(x-4+\ln x)$ 5) $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln x^2$

6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln x}{x}$ 7) $\lim\limits_{x\to+\infty}x-\ln x$ 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$ 9) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+2x)}{x}$

**Exercice 7.**

**Partie I**

On considère la fonction numérique $g$ définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=x^2-2\ln x$

1) Etudier le sens de variation de $g$

2) En déduire le signe de g(x) sur $]0;+\infty[$

**Partie II**

On considère la fonction numérique $f$ définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{1+\ln x}{x}$. On appelle (C) la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Déterminer la limite de $f$ en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.

2) Déterminer la limite de $f$ en $+\infty$. Montrer que la droite $(\Delta)$ d'équation $y=\dfrac{x}{2}$ est asymptote à la courbe (C). Déterminer la position de (C) par rapport à $(\Delta)$ sur $]0;+\infty[$. Montrer que $(\Delta)$ coupe (C) en un point A que l'on précisera

3) Etudier le sens de variation de $f$. Dresser le tableau de variation de $f$

4) Montrer qu'il existe un unique point B de la courbe (C) où la tangente (T) est parallèle à $(\Delta)$. Préciser les coordonnées du point B.

5) Montrer que l'équation $f(x)=0$ a une unique solution $\alpha$. Exprimer $\ln(\alpha)$ en fonction de $\alpha$.

Montrer que le coefficient directeur de la tangente à (C) au point d'abscisse $\alpha$ est supérieur à 1. On On admettra que $0,31<\alpha<0,35$.

**Exercice 8.**

On considère la suite $(u_n)$ de réels strictement positifs, définie par : $u_0 = 2$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\ln(u_{n+1}) = 1 + \ln(u_n)$.

1) Exprimer $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$ et préciser la nature de la suite $(u_n)$.

2) Déterminer la monotonie de la suite $(u_n)$, et préciser sa limite.

3) Exprimer la somme $\sum_{k=0}^{n} u_k$ en fonction de $n$.

4) Exprimer la somme $\sum_{k=1}^{n} \ln(u_k)$ en fonction de $n$. En déduire le calcul de $u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n$ en fonction de $n$.

**Exercice 9.**

Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ et $Cf$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1) Donner la dérivée de $f$.
2) Donner le sens de variation de $f$.
3) Donner une équation de la tangente à $Cf$ au point d'abscisse 1.

**Exercice 10.**

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2}{2}\left(\ln x - \dfrac{3}{2}\right)$ si $x > 0$ et $f(0) = 0$

1) Déterminer la limite de $\dfrac{f(x)}{x}$ lorsque $x$ tend vers 0. $f$ est-elle dérivable en 0 ?
2) Etudier le sens de variations de $f$ et étudier la limite de $f$ en $+\infty$
3) Démontrer l'existence et l'unicité de la solution de l'équation $f(x) = 0$ dans $[e;+\infty[$
4) Soit $T$ la tangente à la courbe représentative $(C)$ de $f$ au point d'abscisse 1. Déterminer l'équation de $T$.
5) Tracer la courbe représentative $(C)$ de $f$ et la droite $T$ dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$