Chapitre 5 : Description du mouvement

I. Quelques rappels

a) Système

Le système est la partie de l'univers que l'on étudie. Le mouvement du système est le plus souvent décrit par celui d'un point particulier de ce système : le centre d'inertie ou centre de masse qui traduit le point d'équilibre lié à la répartition des masses.

b) Référentiel et repères

Le référentiel est un solide de référence par rapport auquel on étudie le mouvement d'un point.
Référentiels usuels : Terrestre, Géocentrique, Héliocentrique

À un référentiel sont associés :

- Un repère d'espace qui donne la position du point
- Un repère de temps qui permet d'associer à chaque position du point une date. L'origine des temps est fixée arbitrairement.

II. Cinématique du point

La cinématique est l'étude du mouvement d'un point sans s'intéresser aux causes de celui-ci.

a) Vecteur position

La position d'un point A à la date t est donnée par le vecteur $\overrightarrow{OA}$. Dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, il s'écrit :

$$\boxed{\overrightarrow{OA}(t) = x(t)\vec{\imath} + y(t)\vec{\jmath} + z(t)\vec{k}}$$

Sa norme vaut : $\|\overrightarrow{OA}(t)\| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}$

L'ensemble des positions successives de A au cours du temps constitue la trajectoire de ce point, c'est une courbe mathématique.

b) Vecteur vitesse

Le vecteur vitesse décrit l'évolution de la position du point A au cours du temps.
Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps. Ses coordonnées au point A s'écrivent :

$$\overrightarrow{v_A}(t) = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{OA}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OA}(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k} = \overrightarrow{v_x}(t) + \overrightarrow{v_y}(t) + \overrightarrow{v_z}(t)$$

Il est caractérisé par :

- Sa direction : la tangente à la trajectoire au point considéré
- Son sens : celui du mouvement à l'instant t
- Sa valeur $v = \sqrt{{v_x}^2(t) + {v_y}^2(t) + {v_z}^2(t)}$ qui s'exprime en m.s^{-1}
- Son point d'application : $A(t)$

c) Vecteur accélération

Le vecteur accélération décrit l'évolution du vecteur vitesse au cours du temps.
Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps. Ses coordonnées au point A s'écrivent :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d\overrightarrow{v_x(t)}}{dt}\vec{\imath} + \frac{d\overrightarrow{v_y(t)}}{dt}\vec{\jmath} + \frac{d\overrightarrow{v_z(t)}}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\vec{\imath} + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\vec{\jmath} + \frac{d^2z(t)}{dt^2}\vec{k} = \overrightarrow{a_x}(t) + \overrightarrow{a_y}(t) + \overrightarrow{a_z}(t)$$

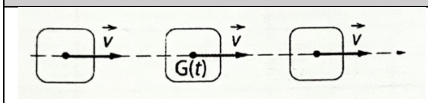
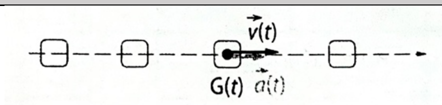
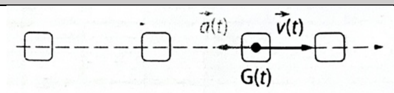
Il est caractérisé par :

- Sa direction et son sens qui sont ceux du vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}(t)$
- Sa valeur $a = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2 + {a_z}^2}$ qui s'exprime en m.s^{-2}
- Son point d'application : $A(t)$

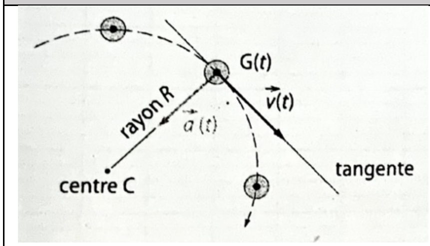
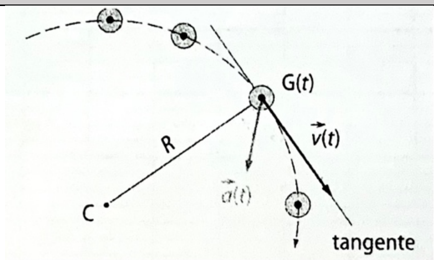
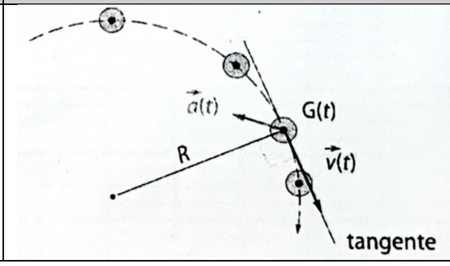
III. Deux types de mouvement

a) Mouvements rectiligne et circulaire

Un mouvement est rectiligne si la trajectoire est une droite.
Un mouvement rectiligne est caractérisé par les vecteurs vitesse et accélération :

Mouvement rectiligne uniforme	Mouvement rectiligne uniformément accéléré	Mouvement rectiligne uniformément ralenti
		
Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant au cours du temps : $\vec{v}(t) = \vec{v} = \overrightarrow{constante}$ $\vec{a} = \vec{0}$ donc $\vec{v}.\vec{a} = 0$	Le vecteur accélération est constant au cours du temps : $\vec{a}(t) = \vec{a} = \overrightarrow{constante}$	
	Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de même sens. La valeur de v augmente. $\vec{v}.\vec{a} > 0$	Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de sens opposés. La valeur de v diminue. $\vec{v}.\vec{a} < 0$

Un mouvement est circulaire si la trajectoire est un cercle.
Il est caractérisé par les vecteurs vitesse et accélération :

Mouvement circulaire uniforme	Mouvement circulaire uniformément accéléré	Mouvement circulaire uniformément ralenti
		
Le vecteur vitesse $\overrightarrow{v(t)}$ varie mais sa valeur v reste constante. Le vecteur accélération $\vec{a}$ est dirigé vers le centre de la trajectoire. $\vec{v}.\vec{a} = 0$	Le vecteur accélération est constant au cours du temps : $\vec{a}(t) = \vec{a} = \overrightarrow{constante}$ Il est toujours dirigé vers l'**intérieur** de la trajectoire.	
	La valeur de v augmente. $\vec{v}.\vec{a} > 0$	La valeur de v diminue. $\vec{v}.\vec{a} < 0$

b) Mouvement circulaire et repère de Frenet

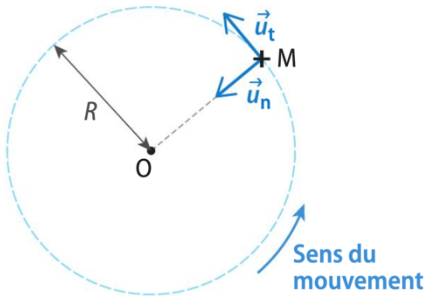
Autant il est aisé d'écrire les coordonnées dans un repère cartésien des différents vecteurs lors d'un mouvement rectiligne, autant cela est complexe pour un mouvement circulaire.

Le repère de Frenet permet de lever ces difficultés. Ce repère est local car il dépend du point observé.
Il est défini par :

- Le vecteur $\overrightarrow{u_t}$ tangent à la trajectoire et dans le sens du mouvement du point considéré
- Le vecteur $\overrightarrow{u_n}$ orthogonal à $\overrightarrow{u_t}$ vers l'intérieur de la trajectoire

Dans ce repère les vecteurs s'écrivent :

$$\overrightarrow{OA}(t) = -R\overrightarrow{u_n(t)}$$
$$\vec{v}(t) = v(t)\overrightarrow{u_t}$$
$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\overrightarrow{u_t} + \frac{v(t)^2}{R}\overrightarrow{u_n}$$



Dans le cas d'un mouvement uniforme : $v = constante$ donc $\frac{dv}{dt} = 0$ et $\vec{a}(t) = \frac{v(t)^2}{R}\overrightarrow{u_n}$