## SISTEMAS BIOLÓGICOS 2021

## Trabajo práctico 4

## 1. Modelo de Goodwin

Considere un mecanismo de regulación de la expresión de un gen:

$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m g_R(p) - \beta_m m,\tag{1}$$

$$\frac{dp}{dt} = \alpha_p m - \beta_p p,\tag{2}$$

donde m es la concentración del mRNA, p la de la proteína correspondiente, y la función de represión es de la forma:

$$r_R(p) = \frac{a}{b + cp^h}. (3)$$

Analice la dinámica para algunos valores del exponente de Hill h, y encuentre al menos una situación que tenga oscilaciones de las concentraciones.

## 2. Switch genético

Estudie la dinámica de un sistema de dos genes con represión mutua:

$$\frac{dm_1}{dt} = \alpha_m g_R(p_2) - \beta_m m_1, \qquad (4)$$

$$\frac{dm_2}{dt} = \alpha_m g_R(p_1) - \beta_m m_2, \qquad (5)$$

$$\frac{dp_1}{dt} = \alpha_p m_1 - \beta_p p_1, \qquad (6)$$

$$\frac{dm_2}{dt} = \alpha_m g_R(p_1) - \beta_m m_2,\tag{5}$$

$$\frac{dp_1}{dt} = \alpha_p m_1 - \beta_p p_1,\tag{6}$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \alpha_p m_2 - \beta_p p_2,\tag{7}$$

donde las tasas y las funciones de represión son iguales para las especies 1 y 2 para simplificar. Usando la condición  $\beta_m \gg \beta_p$  reduzca el sistema a dos variables, y analice la dinámica en el espacio de fases reducido a las proteínas. Estudie la bifurcación que produce la sensibilidad en la función de represión (controlada por  $b \circ c$ ).