

# SISTEMAS BIOLÓGICOS

## Práctica 2 - Poblaciones interactuantes

1. **Comensalismo** Analizar la estabilidad de los equilibrios del modelo de comensalismo para valores en los que el producto de los coeficientes de interacción es mayor o menor que 1

2. **Control de plagas**

Un método de control de plagas o pestes consiste en liberar una cantidad de insectos estériles en una población. Si se mantiene una población  $n$  de insectos estériles en una población  $N$  de insectos fértiles, un modelo simple para la evolución de la población fértil es:

$$\frac{dN}{dt} = \left[ \frac{aN}{N+n} - b \right] N - kN(N+n), \quad (1)$$

donde  $a > b > 0$  y  $k > 0$  son parámetros constantes. Discutir las suposiciones subyacentes. Determinar el número crítico de insectos estériles  $n_c$  que erradicaría la peste, y mostrar que es menos de un cuarto de la capacidad de carga.

Suponer que se hace sólo una suelta de insectos estériles, y que estos tienen la misma tasa de mortalidad que los fértiles. Escribir ecuaciones apropiadas para  $N(t)$  y  $n(t)$ , y mostrar que no es posible erradicar una plaga con una sola suelta de estériles.

Si una fracción  $\gamma$  de los insectos nace estéril, un modelo posible es:

$$\frac{dN}{dt} = \left[ \frac{aN}{N+n} - b \right] N - kN(N+n), \quad \frac{dn}{dt} = \gamma N - bn. \quad (2)$$

Encontrar una condición sobre  $\gamma$  que asegura la erradicación de la plaga, y discutir el realismo del resultado.

3. **Competencia cíclica**

Analizar el sistema que representa un caso de competencia cíclica. Encontrar los estados estacionarios y estudiar su estabilidad

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= n_1(1 - n_1 - \alpha n_2 - \beta n_3), \\ \frac{dn_2}{dt} &= n_2(1 - \beta n_1 - n_2 - \alpha n_3), \\ \frac{dn_3}{dt} &= n_3(1 - \alpha n_1 - \beta n_2 - n_3), \end{aligned} \quad (3)$$

con  $0 < \beta < 1 < \alpha$  y  $\alpha + \beta > 2$

4. **Destrucción del hábitat y coexistencia**

Analizar el modelo de coexistencia competitiva jerarquizado definido por:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -c_a xy + e_a y - c_b xz + e_b z, \\ \frac{dy}{dt} &= c_a xy - e_a y + c_a zy, \\ \frac{dz}{dt} &= c_b xz - e_b z - c_a zy, \end{aligned} \quad (4)$$

donde  $x$  representa la fracción de zonas vacías,  $y$  la de zonas ocupadas por el competidor superior (A) y  $z$  la de zonas ocupadas por el competidor inferior (B). Además,  $c_i$  son tasas de colonización y  $e_i$  son tasas de extinción de cada competidor. Finalmente,  $x + y + z = h$ , la fracción de zonas habitables. Estudiar los distintos comportamientos como función de  $h$ , y en particular construir un diagrama de fases con las fracciones A y B en función de  $h$ .

5. **Metapoblaciones de presa y depredador**

Formular y analizar un modelo de presa-depredador en base a ecuaciones metapoblacionales