Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12

по курсу «Адаптивное и робастное управление»

АДАПТИВНОЕ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Вариант № 20

Авторы работы: Кирбаба Д.Д.,

Кравченко Д.В.,

Курчавый В.В.

Группа: R3438

Преподаватель: Парамонов А.В.

Санкт-Петербург

2024

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель работы

Освоение принципа адаптивного слежения за эталонным сигналом для неустойчивого многомерного линейного объекта.

2. Постановка задачи

В работе решается задача адаптивного слежения.

Рассмотрим задачу управления объектом

$$\dot{x} = Ax + bu, \qquad x(0)$$

$$y = Cx,$$

где $x \in R^n$ – измеряемый вектор состояния, u, y – измеряемые вход и выход объекта, A, b, C – известные матрицы соответствующих размерностей.

Цель задачи заключается в построении управления, обеспечивающего ограниченность всех сигналов и слежение выхода объекта за эталонным сигналом так, чтобы

$$\lim_{t \to \infty}(g(t) - y(t)) = 0,$$

где g – мультисинусоидальное задающее воздействие с априори неизвестными амплитудами, частотами и фазами гармоник. Функция g измеряема и может быть представлена в виде решения линейного однородного дифференциального уравнения

$$g^{(r)} + l_{r-1}g^{(r-1)} + \cdots + l_0 g = 0$$

где $g^{(i)}(0)$ и $l_i, i = \overline{0, r-1}$ – неизвестные параметры модели. Корни характеристического полинома модели лежат на мнимой оси, не кратны и не совпадают с собственными числами матрицы A.

Проведем параметризацию величины g:

$$g = \theta_g^T \xi_g,$$

где θ_g^T – вектор неизвестных параметров, ξ_g^T – вектор известных функций.

Вектор $\xi_g \in R^r$ является измеряемым вектором состояния фильтра

$$\dot{\xi}_g = A_{0g}\xi_g + b_{0g}g,$$

где A_{0g}, b_{0g} – известные матрицы.

В итоге получим управляемую форму модели «вход-состояние-выход» генератора:

$$\dot{\xi}_g = (A_{0g} + b_{0g}\theta_g^T)\xi_g,$$
$$g = \theta_g^T \xi_g.$$

Далее введем в рассмотрение ошибки по состоянию и по выходу

$$e = M_g \xi_g - x,$$
$$\epsilon = g - y,$$

где $M_g \in R^{n\,x\,r}$ – матрица преобразования базиса модели ВСВ генератора в базис ОУ.

Неадаптивное управление:

$$u = -Kx + \bar{\psi}_g^T \xi_g,$$

известно, что матрицы $M_g, \bar{\psi}_g$ удовлетворяют уравнениям вида

$$M_g(A_{0g} + b_{0g}\theta_g^T) - A_M M_g = b\bar{\psi}_g^T,$$
$$CM_g = \theta_g^T.$$

В уравнениях $A_{0g} + b_{0g}\theta_g^T$ – матрица состояния генератора задающего воздействия, $A_M = A - bK$ – гурвицева матрица, определяющая желаемое качество поведения замкнутой системы после ее настройки, $\bar{\psi}_g$ в классической (неадаптивной) задаче управления — вектор прямых связей. В текущей задаче $M_g, \bar{\psi}_g$ представляют собой априори неизвестные постоянные величины.

Из анализа уравнений ошибок получаем

$$\epsilon = W(s)[\psi_g^T \xi_g - u],$$

где $W(s) = C(sI - A_M)^{-1}b$ – устойчивая ПФ стабилизированной части системы, $\psi_g = \bar{\psi}_g - M_g^T K^T$ – новый вектор неизвестных параметров.

Следовательно, настраиваемый регулятор будет иметь вид

$$u = \hat{\psi}_g^T \xi_g,$$

где $\hat{\psi}_g$ – оценка вектора настраиваемых параметров.

Так как в общем случае ПФ $W(s)$ не является СПВ, то в рамках модели

$$\epsilon = W(s)[\tilde{\psi}_g^T \xi_g], \qquad \tilde{\psi}_g = \psi_g - \hat{\psi}_g$$

применим алгоритм адаптации с расширенной ошибкой:

$$\dot{\hat{\psi}}_g = \gamma W(s)[\xi_g]\hat{\epsilon}$$

$$\hat{\epsilon} = \epsilon - \hat{\psi}_g^T W(s)\left[\xi_g\right] + W(s)[\hat{\psi}_g^T \xi_g]$$

3. Ход работы

1. Исходные данные

Матрица A	Матрица b	Матрица C	t_n, c	$\bar{\sigma}, \%$	$g(t)$	k_{g1}	k_{g2}
$\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -7 & -5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$[1 \quad 0]$	1.2	0	$5\cos(5t + 1.5)$	6	9

Таблица 1. Исходные данные (20 вариант).

2. Задание 1

Проверка системы на управляемость и наблюдаемость

Система управляема и наблюдаема по входу и выходу.

Нахождение матрицы эталонной модели

Матрица $A_ж$ определяет желаемое качество поведения системы при отсутствии возмущения, представляется, как правило, в каноническом управляемом базисе и составляется из коэффициентов стандартного полинома (Ньютона или Баттерворта):

В нашем случае, так как модель второго порядка и имеет описанные в таблице выше показатели качества, то стандартный полином будет полиномом Ньютона второго порядка.

$$D^*(\lambda) = \lambda^2 + 2\omega_o\lambda + \omega_o^2$$

Пусть $\Delta = 0.05$ ед. от установившейся величины, тогда $t_n^* = 4.75$ с и

$$\omega_o = \frac{4.75}{1.2} = 3.958$$

$$D^*(\lambda) = \lambda^2 + 7.916\lambda + 15.6658\omega_o^2$$

Тогда матрицы эталонной модели:

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -15.6684 & -7.9167 \end{bmatrix}, b_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 15.6684 \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \quad 0].$$

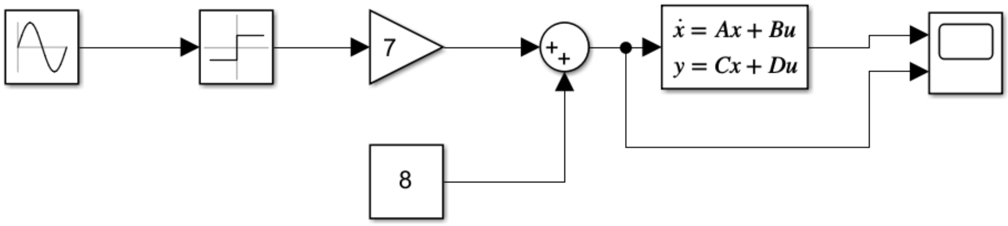

Рисунок 1. Схема моделирования эталонной модели.

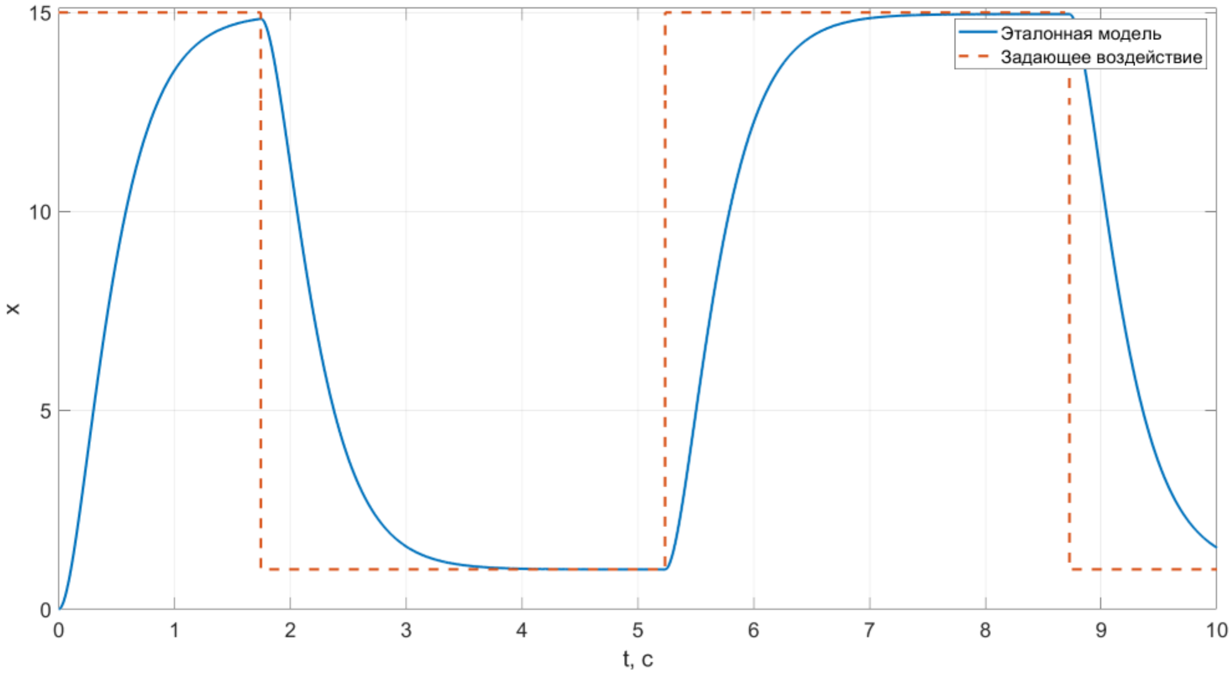

Рисунок 2. Графики задающего воздействия и переходного процесса эталонной модели.

Как видно, перерегулирование $= 0$ и время переходного процесса примерно равно 1.2 с (примерно, так как при расчете параметров модели мы ставили точность $\Delta = 0.05$ ед. от установившейся величины).

Поиск матрицы ЛСОС

Построим матрицу линейных обратных стационарных связей K с помощью метода модального управления.

$$K = HM^{-1},$$

где H − матрица, выбранная из условия полной наблюдаемости пары $(A_ж, H)$:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},$$

M находится из решения уравнения Сильвестра:

$$AM - MA_{ж} = bH$$

$$M = \begin{bmatrix} -0.12 & 0.02 \\ 0.0795 & 0.095 \end{bmatrix}$$

$$K = HM^{-1} = [-6.5 \quad 1.9]$$

3. Задание 2

Построим наблюдатель вектора состояния модели задающего воздействия ξ_g.

$$A_{0\,g} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -9 \end{bmatrix}, \qquad b_{0\,g} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Функция задающего воздействия:

$$g = 5\cos(5t + 1.5)$$

Модель вектора состояния:

$$\dot{\xi}_g = \left(A_{0g} + b_{0g}\theta_g^T\right)\xi_g,$$

$$g = \theta_g^T \xi_g$$

4. Задание 3

Построим и промоделируем замкнутую систему.

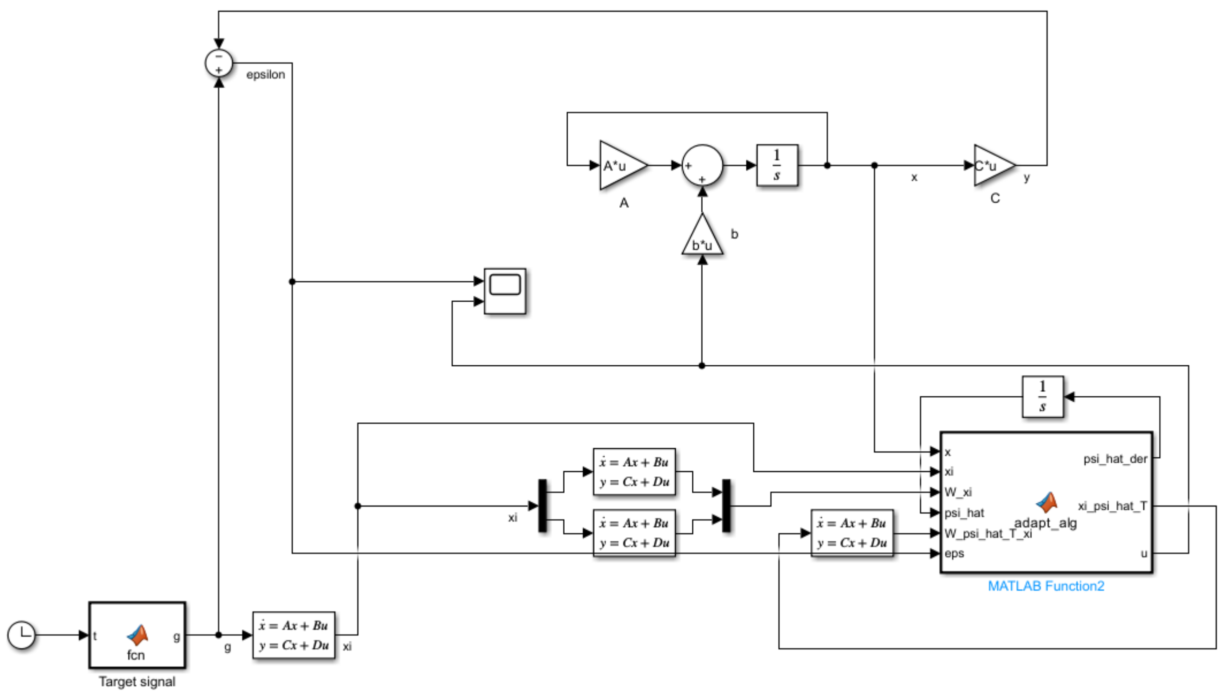

Рисунок 3. Схема моделирования.

$\gamma = 10$

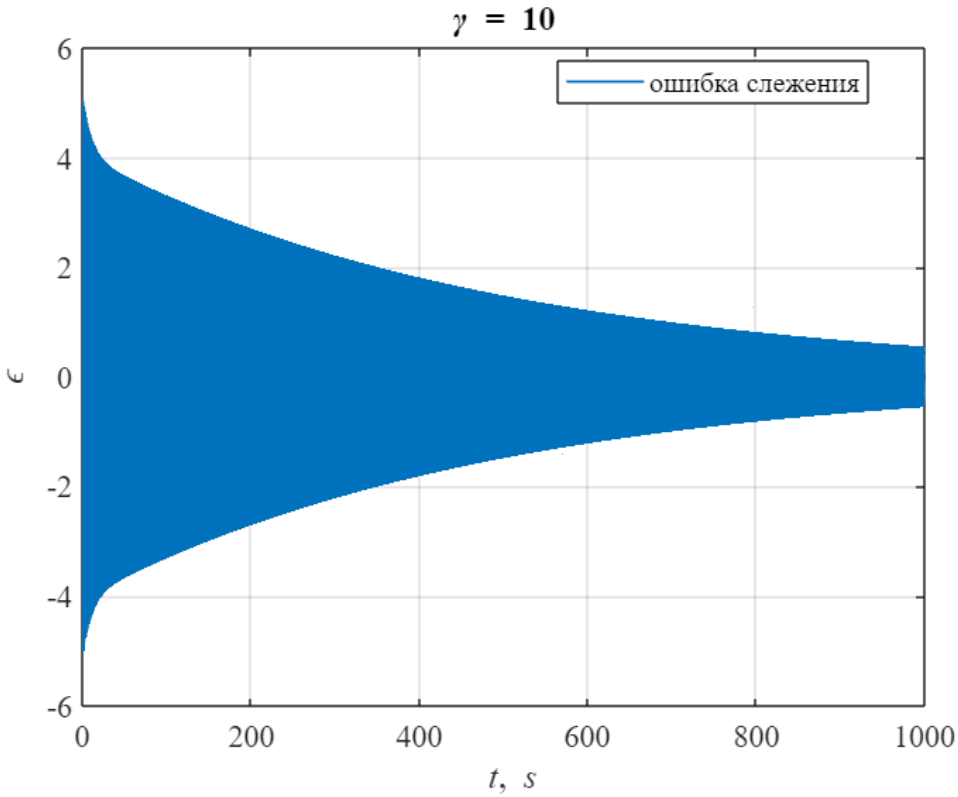

Рисунок 4. График ошибки слежения при $\gamma = 10$.

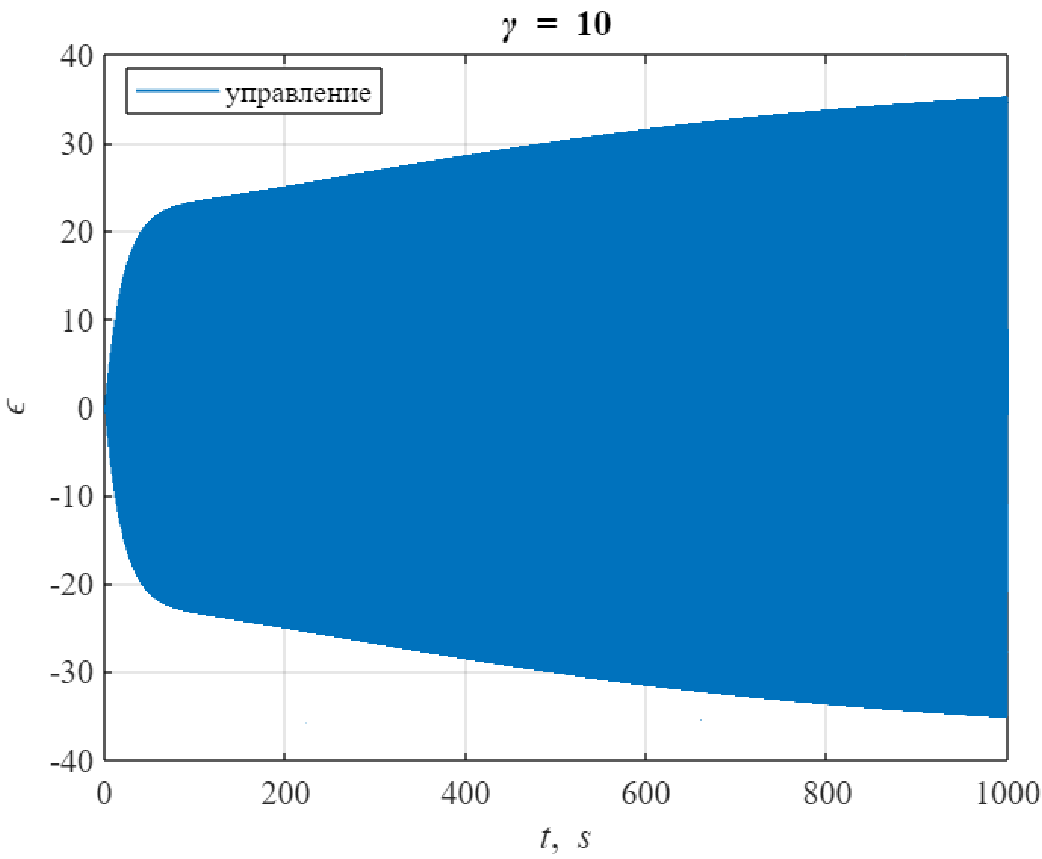

Рисунок 5. График управляющего воздействия при $\gamma = 10$.

$\gamma = \mathbf{1000}$

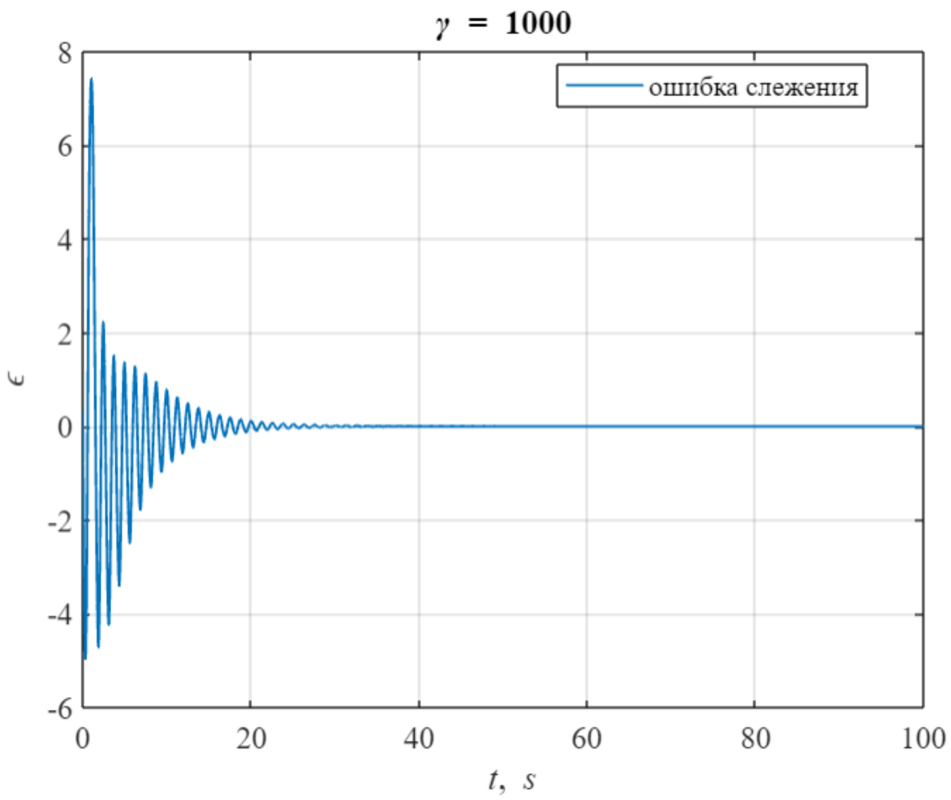

Рисунок 6. График ошибки слежения при $\gamma = 1000$.

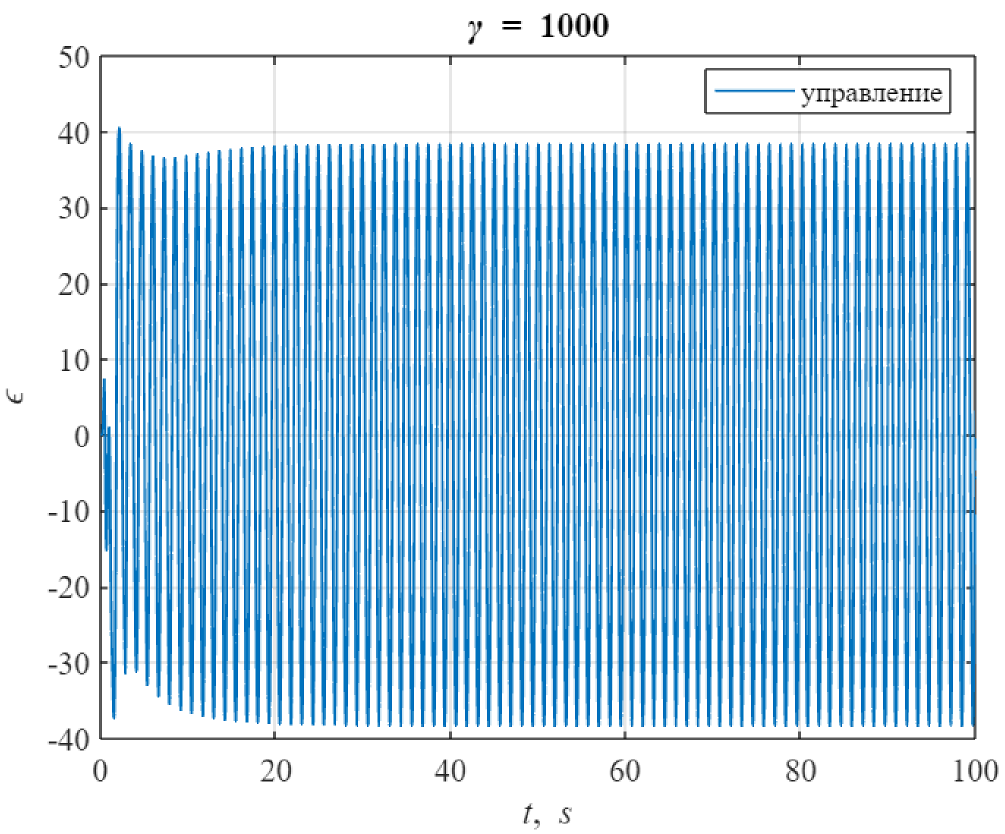

Рисунок 7. График управляющего воздействия при $\gamma = 1000$.

Анализируя графики переходных процессов, можно заключить, что цель управления $\lim_{t\to\infty}(g(t) - y(t)) = 0$ выполняется. При чём при увеличении коэффициента адаптации скорость переходных процессов становится выше.

4. Выводы

В данной лабораторной работе был изучен метод адаптивного слежения за задающим сигналом. Для выполнения задачи управления было проведено 4 этапа:

1. Формирование и поиск параметров эталонной модели с помощью метода стандартных полиномов;
2. Поиск матрицы ЛСОС с помощью методов модального управления для реализации желаемого поведения ОУ;
3. Синтез модели вектора состояния задающего воздействия;
4. Синтез алгоритма адаптации и алгоритма управления, состоящего из 2-х компонент: модальный и настраиваемый регулятор.

Итого, получили:

1. Эталонная модель:
$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -15.6684 & -7.9167 \end{bmatrix}, b_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 15.6684 \end{bmatrix},$$
$$C = [1 \quad 0].$$
2. Модель вектора состояния ξ_g задающего воздействия g:
$$\dot{\xi}_g = \left(A_{0g} + b_{0g}\theta_g^T\right)\xi_g,$$
$$g = \theta_g^T \xi_g$$
3. Закон управления:
$$u = -Kx + \hat{\psi}_g^T \xi_g.$$
4. Алгоритм адаптации с расширенной ошибкой:
$$\dot{\hat{\psi}}_g = \gamma W(s)\left[\xi_g\right]\hat{\epsilon}$$
$$\hat{\epsilon} = \epsilon - \hat{\psi}_g^T W(s)\left[\xi_g\right] + W(s)[\hat{\psi}_g^T \xi_g].$$

Данный метод позволяет произвести адаптивное слежение за измеряемым задающим сигналом с неизвестными параметрами (но известным порядком генерирующего его автономного генератора).