Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11

по курсу «Адаптивное и робастное управление»

АДАПТИВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ ВНЕШНЕГО ВОЗМУЩЕНИЯ

Вариант № 20

Авторы работы: Кирбаба Д.Д.,

Кравченко Д.В.

Группа: R3438

Преподаватель: Парамонов А.В.

“29” ноября 2023 г.

Работа выполнена с оценкой ___

Дата защиты “__” ________ 2023 г.

Санкт-Петербург

2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель работы

Освоение принципа адаптивной компенсации возмущения на примере решения задачи стабилизации многомерного линейного объекта.

2. Постановка задачи

Рассмотрим задачу компенсации внешнего возмущения, действующего на объект

$$\dot{x} = Ax + bu + df, \qquad x(0)$$

$$y = Cx,$$

где $x \in R^n$ – измеряемый вектор состояния, u, y – измеряемые вход и выход объекта, A, b, C, d – известные матрицы соответствующих размерностей, f – неизмеряемое мультисинусоидальное возмущение с априори неизвестными амплитудами, частотами и фазами гармоник. Предполагается, что f моделируется с помощью автономного генератора

$$f^{(r)} + l_{r-1} f^{(r-1)} + \cdots + l_0 f = 0,$$

где $f^{(i)}(0)$ и $l_i, i = \overline{0, r-1}$ – неизвестные параметры модели. Корни характеристического полинома модели автономного генератора являются чисто мнимыми и некратными.

Имеется также допущение, что сигналы u и f согласованы и $b = d$.

Цель задачи заключается в построении управления, компенсирующего неизвестное возмущение так, чтобы

$$\lim_{t \to \infty} \|x(t)\| = 0.$$

На основе принципа параметризации выходной переменной объекта, представим величину f в следующей форме:

$$f = \left(k_{f\,r-1} - l_{r-1}\right) \frac{s^{r-1}}{K_f(s)}[f] + \left(k_{f\,r-2} - l_{r-2}\right) \frac{s^{r-2}}{K_f(s)}[f] + \cdots$$
$$+ \left(k_{f\,0} - l_0\right) \frac{1}{K_f(s)}[f] = \theta_f^T \xi_f,$$

где

$$\theta_f^T = \left[k_{f\,0} - l_0, \dots, k_{f\,r-1} - l_{r-1}\right],$$

$$\xi_f^T = \left[\frac{1}{K_f(s)}[f], \frac{s}{K_f(s)}[f], \dots, \frac{s^{n-1}}{K_f(s)}[f]\right].$$

Вектор ξ_f является вектором состояния фильтра

$$\dot{\xi}_f = A_{0\,f} \xi_f + b_{0\,f} f,$$

где

$$A_{0\,f} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_{f\,0} & -k_{f\,1} & \cdots & -k_{f\,r-1} \end{bmatrix}, b_{0\,f} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

- известные матрицы.

На матрицу $A_{0\,f}$ накладываются следующие ограничения:

- Матрица должна быть гурвицева
- Порядок матрицы должен быть больше либо равен порядку автономного генератора, создающего возмущение f
- Пара $(A_{0\,f}, b_{0\,f})$ должна быть полностью управляема

Так как вход фильтра f неизмеряемый, то вектор состояния ξ_f не доступен прямому измерению, в связи с чем возникает необходимость в его оценке. Предложим следующую структуру наблюдателя вектора ξ_f:

$$\hat{\xi}_f = \eta + Nx,$$

$$\dot{\eta} = A_{0\,f}\eta + \left(A_{0\,f}N - NA\right)x - Nbu,$$

где матрица N находится из равенства

$$Nd = b_{0\,f}.$$

Тогда можем представить объект в виде:

$$\dot{x} = Ax + b\left(u + \theta_f^T \hat{\xi}_f\right), \qquad x(0).$$

Далее, используя метод непосредственной компенсации, построим стабилизирующее управление в виде

$$u = -KX - \hat{\theta}_f^T \hat{\xi}_f,$$

где $K -$ матрица линейных обратных стационарных связей такая, что матрица замкнутой системы $A_M = A - bK$ гурвицева и рассчитывается методом модального управления, $\hat{\theta}_f^T -$ вектор оценки.

Динамическая модель ошибок с измеряемым состоянием:

$$\dot{x} = A_M x + b\tilde{\theta}_f^T \tilde{\xi}_f,$$

где $\tilde{\theta}_f = \theta_f^T - \hat{\theta}_f^T -$ вектор параметрических ошибок.

Алгоритм адаптации:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \hat{\xi}_f b^T P x, \qquad \hat{\theta}(0) = 0,$$

где P — симметричная положительно определенная матрица, являющаяся решением уравнения Ляпунова:

$$A_M^T P + P A_M^T = -Q,$$

где Q — произвольно выбранная симметричная положительно определенная матрица.

3. Ход работы

1. Исходные данные

Матрица A	**Матрица b**	**Время переходного процесса, t_n**	**Максимальное перерегулирование, $\bar{\sigma}, \%$**
$\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -7 & -5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	1.2	0

Таблица 1. Исходные данные (20 вариант).

2. Задание 1

Проверка системы на управляемость

Проверим объект управления на предмет управляемости:

$$C = [b\ Ab] = \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ 2 & -10 \end{bmatrix}, \qquad rank(C) = 2$$

Система полностью управляема.

Нахождение матрицы эталонной модели

Матрица $A_ж$ определяет желаемое качество поведения системы при отсутствии возмущения, представляется, как правило, в каноническом управляемом базисе и составляется из коэффициентов стандартного полинома (Ньютона или Баттерворта):

В нашем случае, так как модель второго порядка и имеет описанные в таблице выше показатели качества, то стандартный полином будет полиномом Ньютона второго порядка.

$$D^*(\lambda) = \lambda^2 + 2\omega_o\lambda + \omega_o^2$$

Пусть $\Delta = 0.05$ ед. от установившейся величины, тогда $t_n^* = 4.75$ с и

$$\omega_o = \frac{4.75}{1.2} = 3.958$$

$$D^*(\lambda) = \lambda^2 + 7.916\lambda + 15.6658\omega_o^2$$

Тогда матрицы эталонной модели:

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -15.6684 & -7.9167 \end{bmatrix}, b_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 15.6684 \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \quad 0].$$

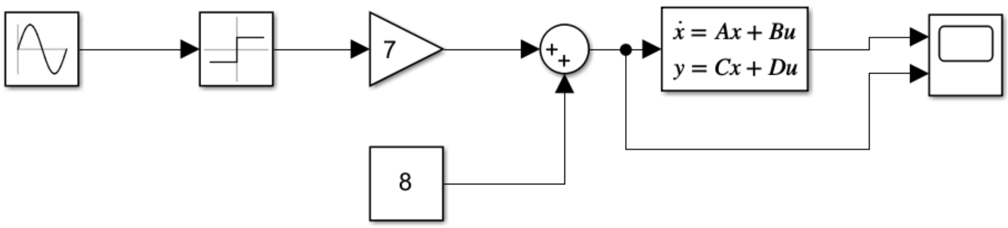

Рисунок 1. Схема моделирования эталонной модели.

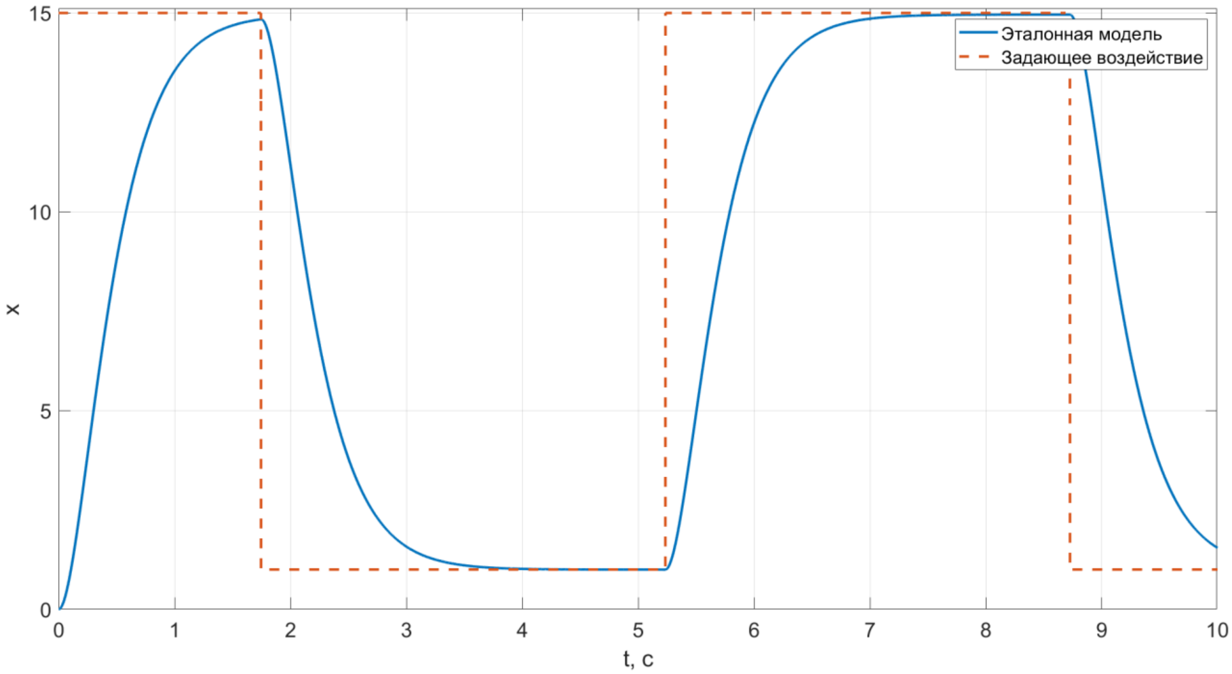

Рисунок 2. Графики задающего воздействия и переходного процесса эталонной модели.

Как видно, перерегулирование $= 0$ и время переходного процесса примерно равно 1.2 с (примерно, так как при расчете параметров модели мы ставили точность $\Delta = 0.05$ ед. от установившейся величины).

Поиск матрицы ЛСОС

Построим матрицу линейных обратных стационарных связей K с помощью метода модального управления.

$$K = HM^{-1},$$

где H − матрица, выбранная из условия полной наблюдаемости пары $(A_ж, H)$:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},$$

M находится из решения уравнения Сильвестра:

$$AM - MA_ж = bH$$

$$M = \begin{bmatrix} -0.12 & 0.02 \\ 0.0795 & 0.095 \end{bmatrix}$$

$$K = HM^{-1} = \begin{bmatrix} -6.5 & 1.9 \end{bmatrix}$$

3. Задание 2

Построим наблюдатель вектора состояния модели возмущения $\hat{\xi}_f$.

$$A_{0\,f} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9 & -3\sqrt{2} \end{bmatrix}, \qquad b_{0\,f} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Функция возмущающего воздействия:

$$f = 5\cos\,(5t + 1.5)$$

$$N = \frac{b_{0\,f}}{d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Наблюдатель вектора ξ_f:

$$\hat{\xi}_f = \eta + Nx,$$

$$\dot{\eta} = A_{0\,f}\eta + \left(A_{0\,f}N - NA\right)x - Nbu$$

4. Задание 3

Построим и промоделируем замкнутую систему с адаптивным компенсирующим управлением.

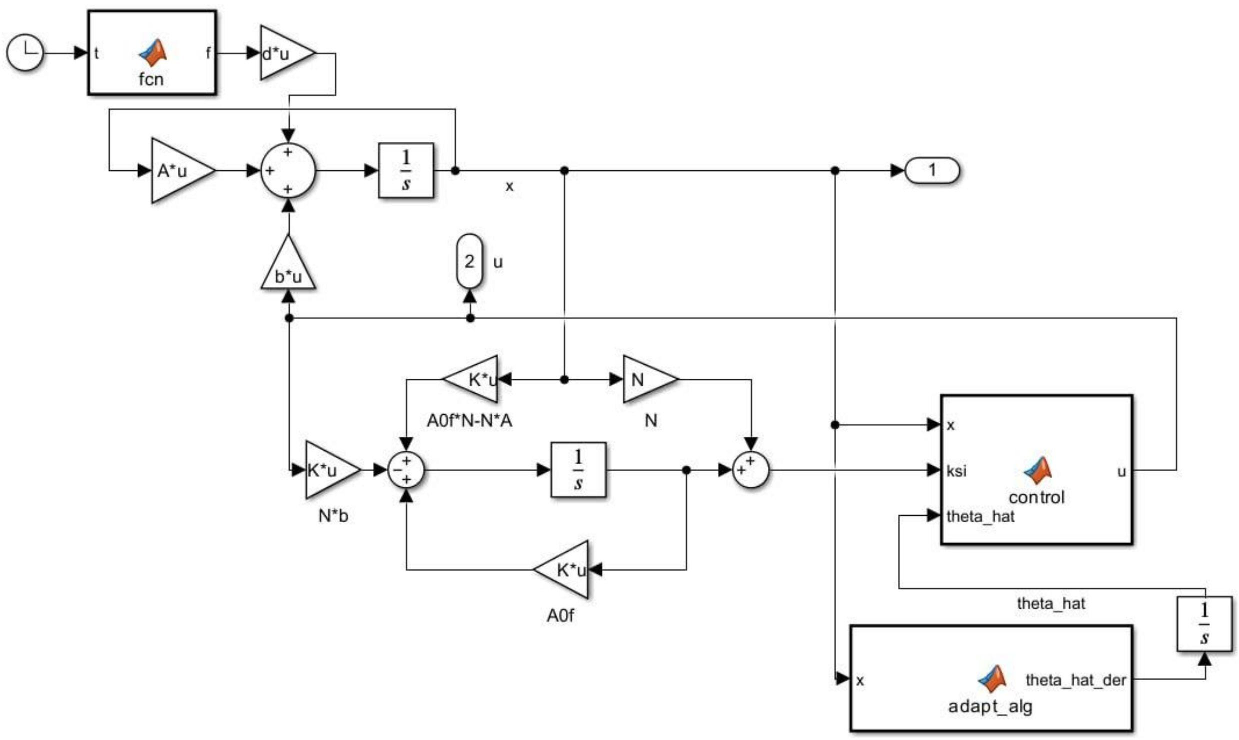

Рисунок 3. Схема моделирования.

$\boldsymbol{\gamma = 10}$

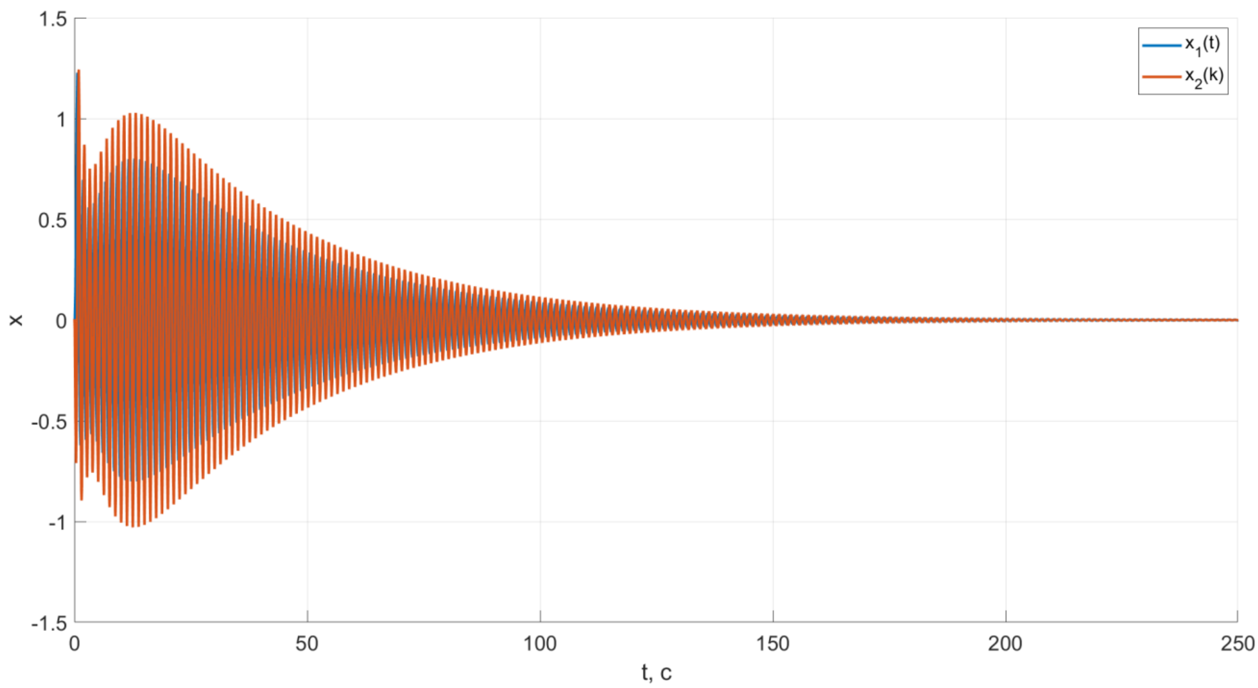

Рисунок 4. График компонент вектора состояния объекта при $\gamma = 10$.

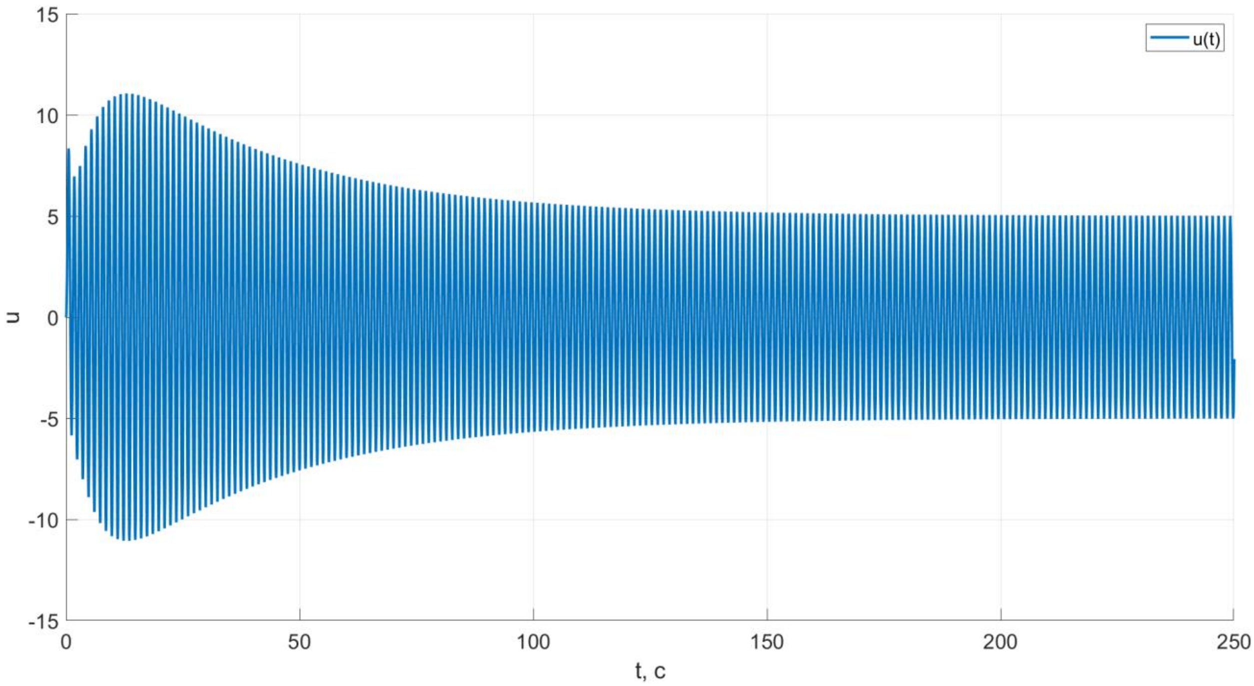

Рисунок 5. График управляющего воздействия при $\gamma = 10$.

$\boldsymbol{\gamma = 250}$

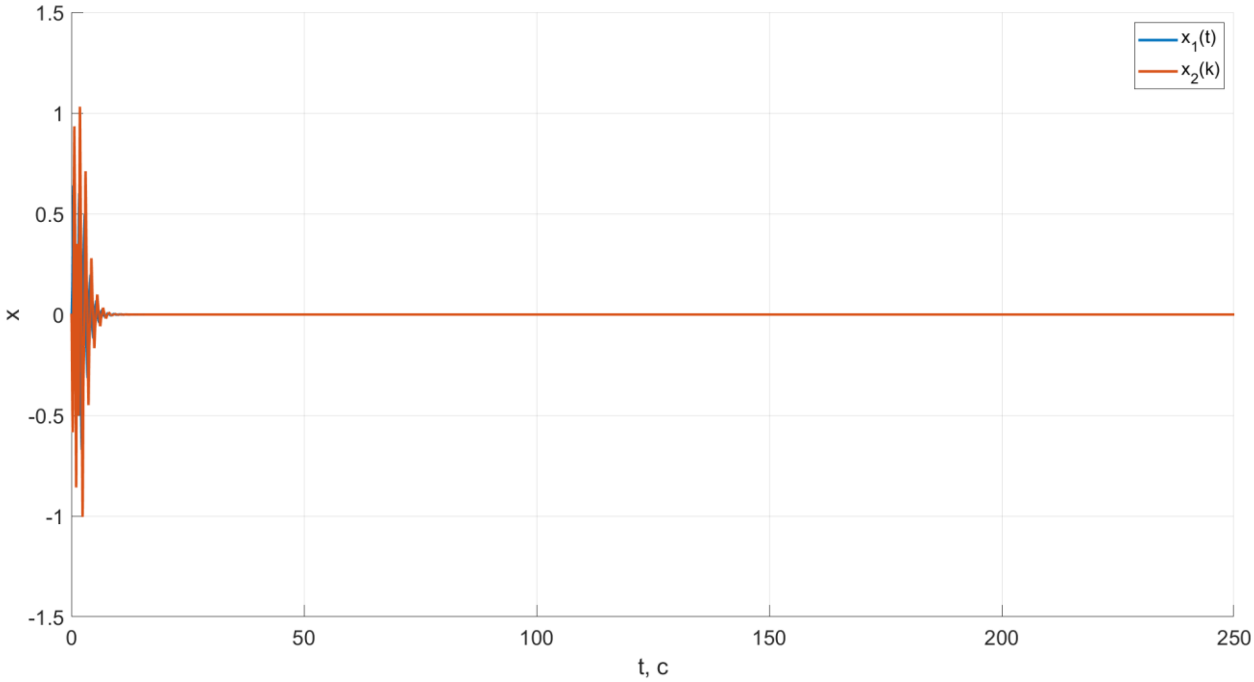

Рисунок 6. График компонент вектора состояния объекта при $\gamma = 250$.

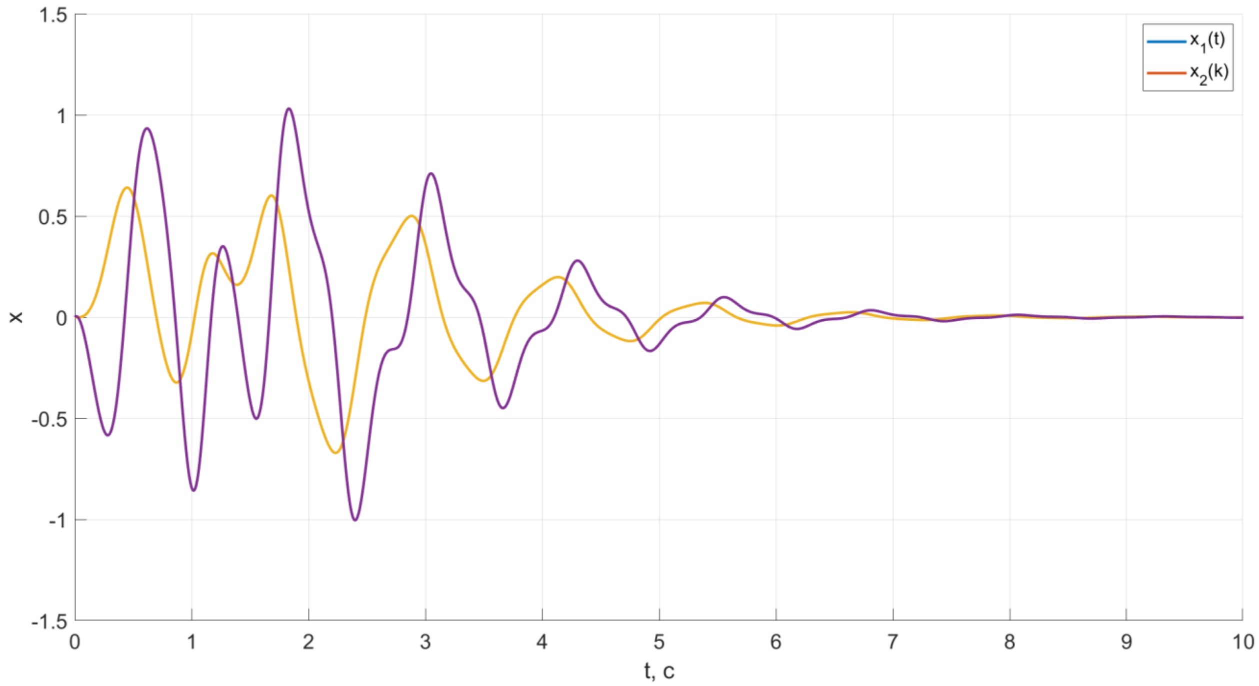

Рисунок 7. График компонент вектора состояния объекта при $\gamma = 250$ при меньшем диапазоне времени.

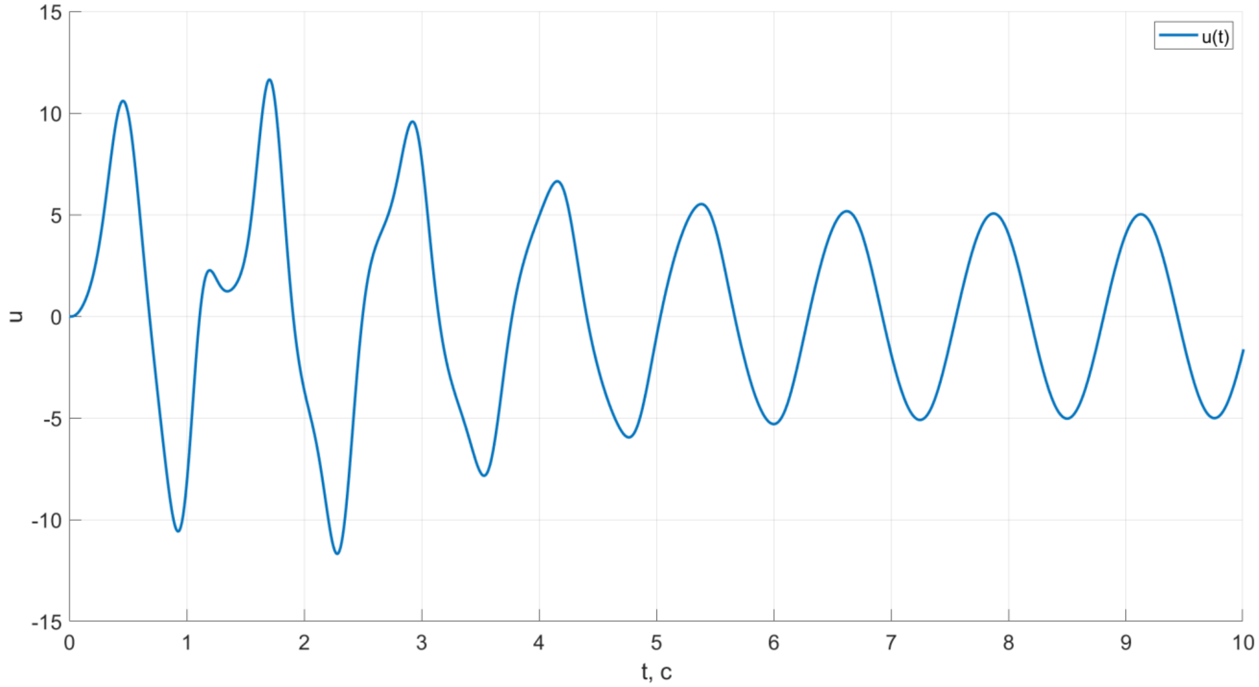

Рисунок 8. График управляющего воздействия при $\gamma = 250$.

Анализируя графики переходных процессов, можно заключить, что цель управления $\lim\limits_{t\to\infty} \|x(t)\| = 0$ выполняется. При чём при увеличении коэффициента адаптации скорость переходных процессов становится выше.

4. Выводы

В данной лабораторной работе был изучен метод адаптивной компенсации внешнего возмущения. Для выполнения задачи управления было проведено 4 этапа:

1. Формирование и поиск параметров эталонной модели с помощью метода стандартных полиномов;
2. Поиск матрицы ЛСОС с помощью методов модального управления для реализации желаемого поведения ОУ;
3. Синтез наблюдателя вектора состояния модели возмущения;
4. Поиск симметричной положительно определенной матрицы P, являющаяся решением уравнения Ляпунова, необходимой для реализации алгоритма адаптации.

Итого, получили:

1. Эталонная модель:
$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -15.6684 & -7.9167 \end{bmatrix}, b_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 15.6684 \end{bmatrix},$$
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$
2. Наблюдатель вектора ξ_f:
$$\hat{\xi}_f = \eta + Nx,$$
$$\dot{\eta} = A_{0\,f}\eta + \left(A_{0\,f}N - NA\right)x - Nbu.$$
3. Закон стабилизирующего управления:
$$u = -KX - \hat{\theta}_f^T \hat{\xi}_f.$$
4. Алгоритм адаптации:
$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \hat{\xi}_f b^T P x.$$

Данный метод позволяет произвести адаптивную компенсацию неизвестного внешнего возмущения (необходимо только знать порядок автономного генератора, создающего реализацию внешнего возмущения) вместе со стабилизацией объекта управления к эталонной модели.