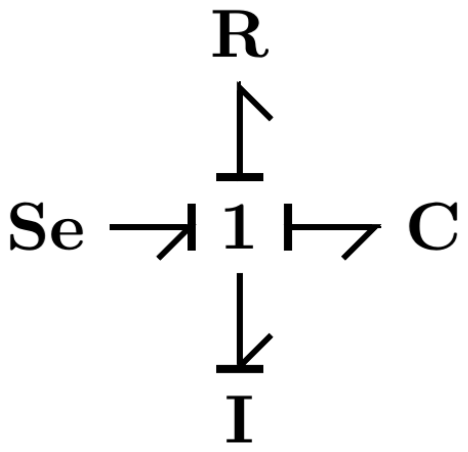


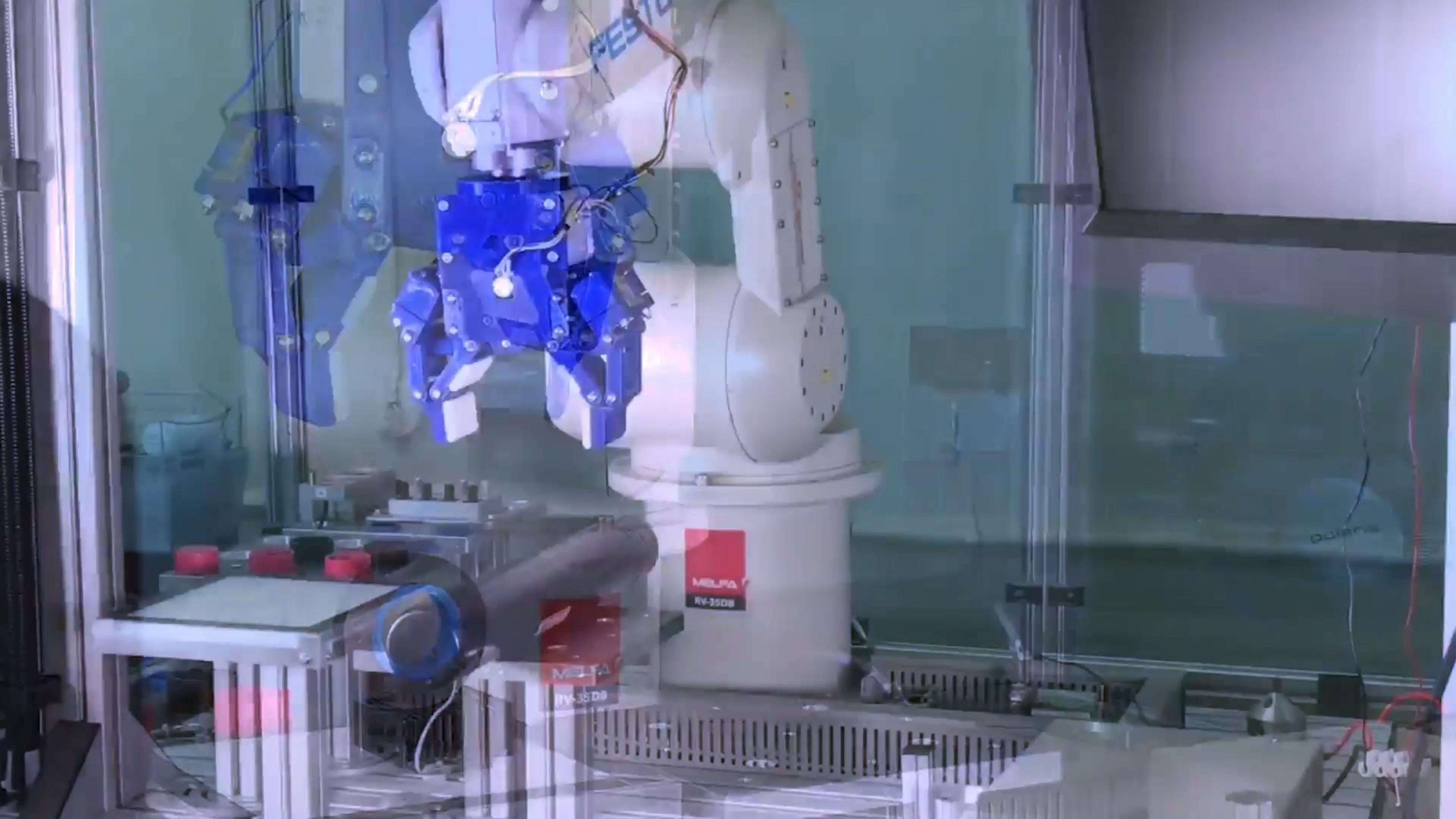
Аналитическое vs. имитационное моделирование:

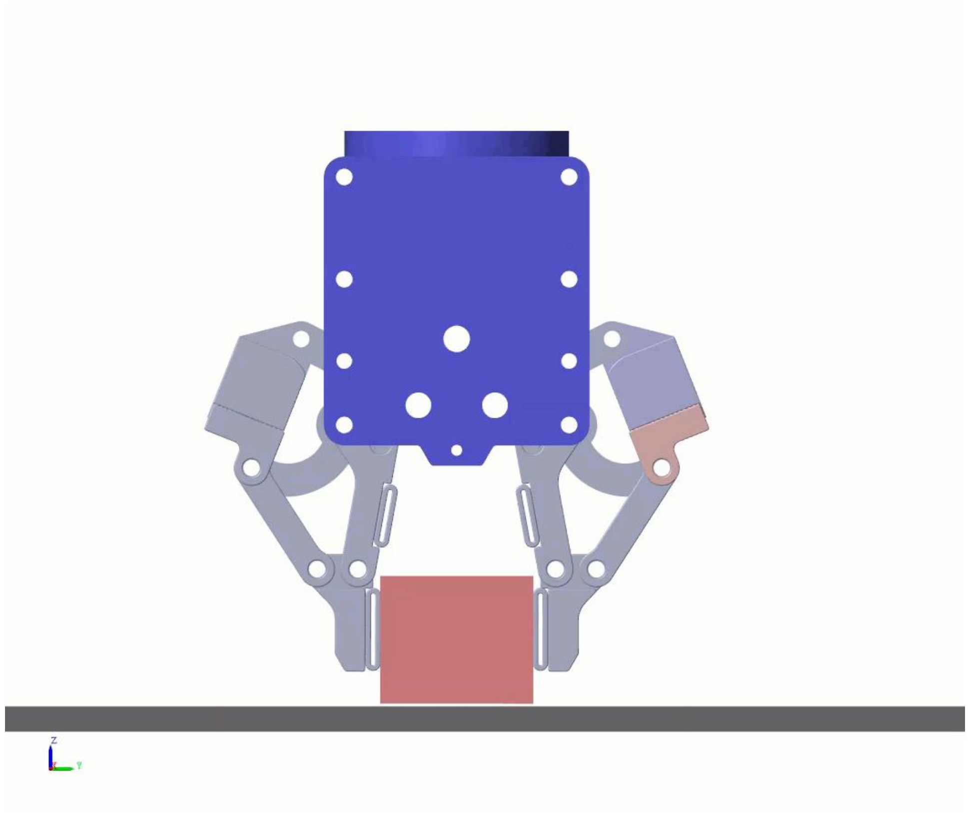
в чем разница?

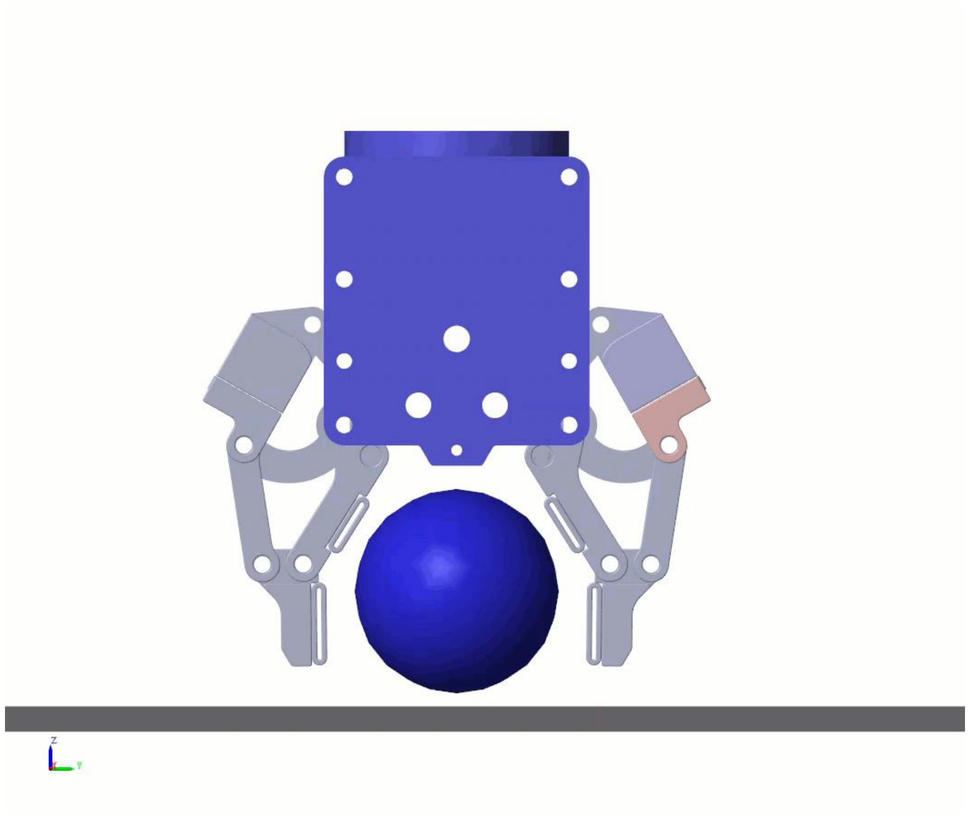
Иван Борисов

Зимняя школа по робототехнике и системам управления
02.02.2022
15:10 — 16:00

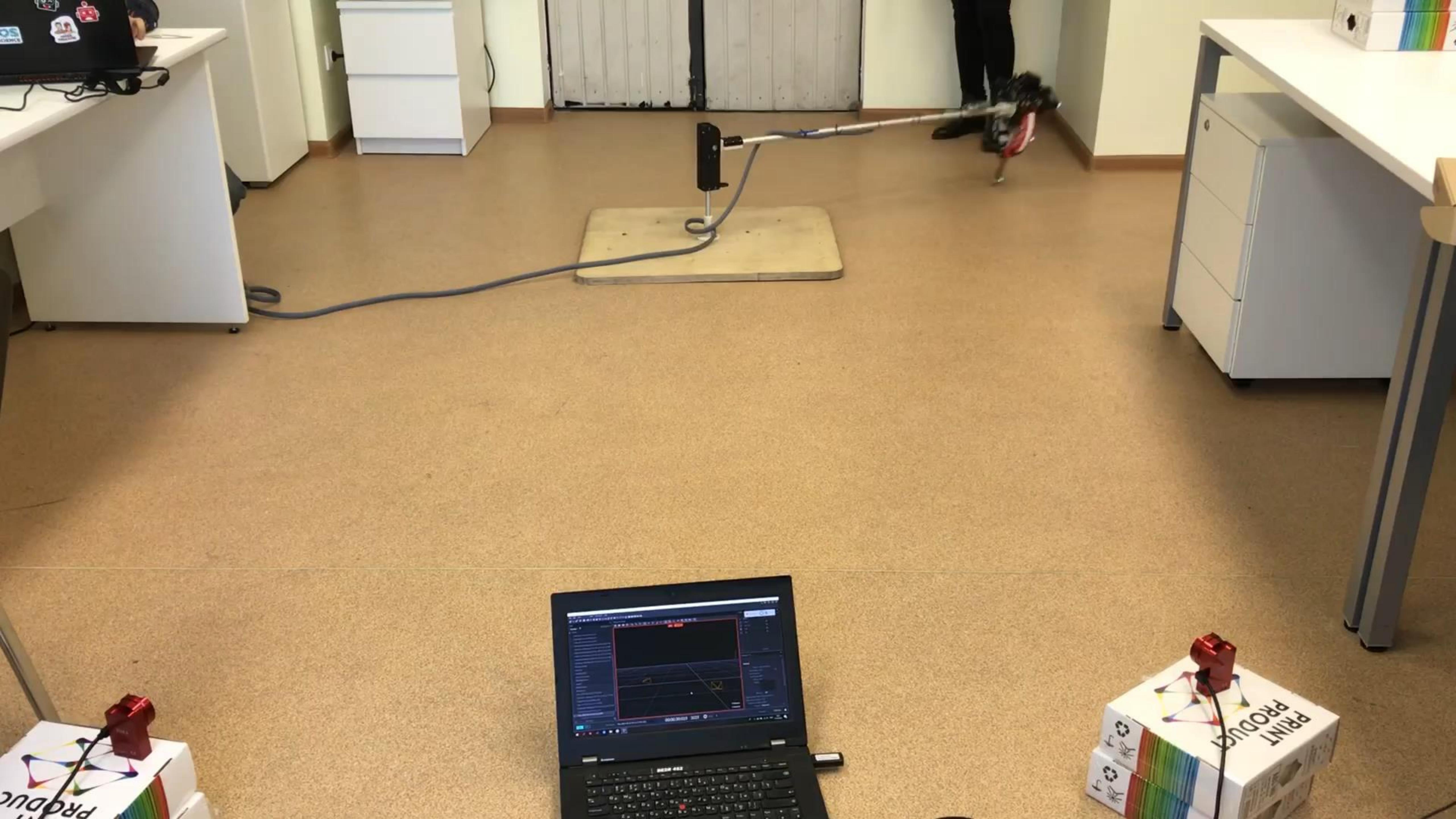
Зачем?


MELFA





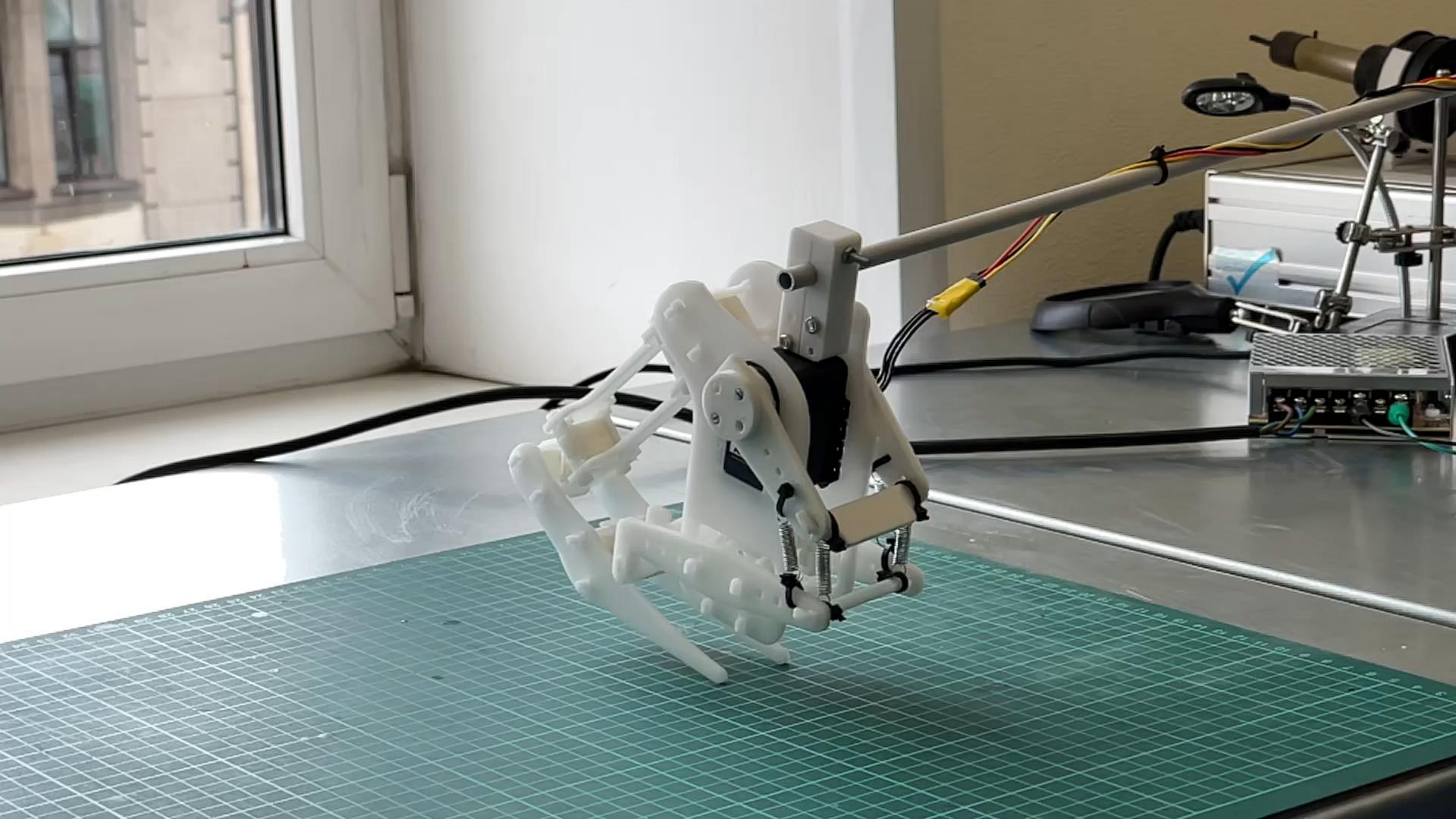
I. I. Borisov, E. E. Khomutov, S. A. Kolyubin, and S. Stramigioli, “Computational design of reconfigurable underactuated linkages for adaptive grippers,” in 2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2021.

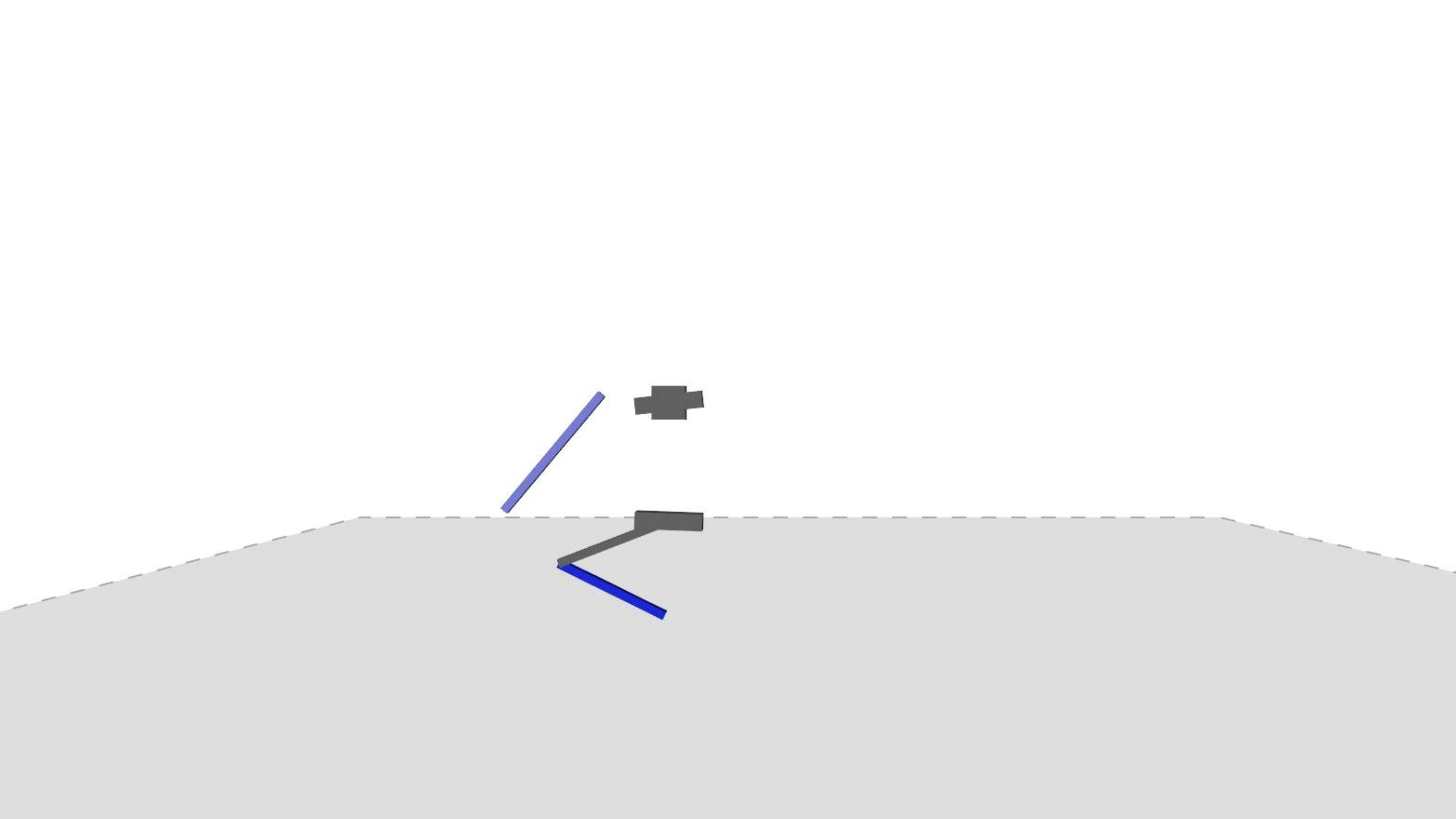

PRINT PRODUCT

ITMO UNIVERSITY

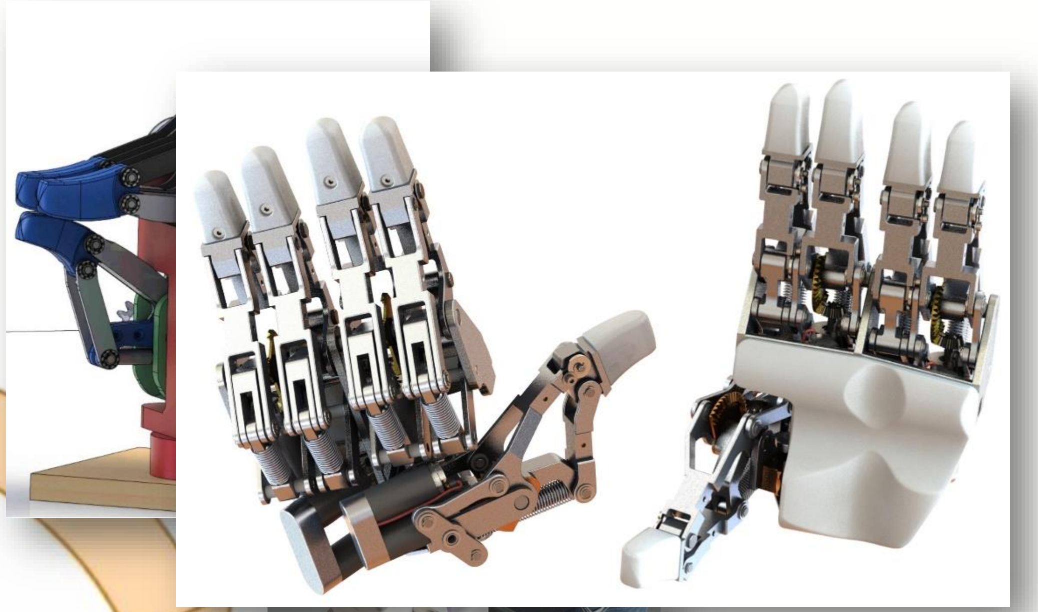
"Study on Elastic Elements Allocation for Energy-Efficient Robotic Cheetah Leg"

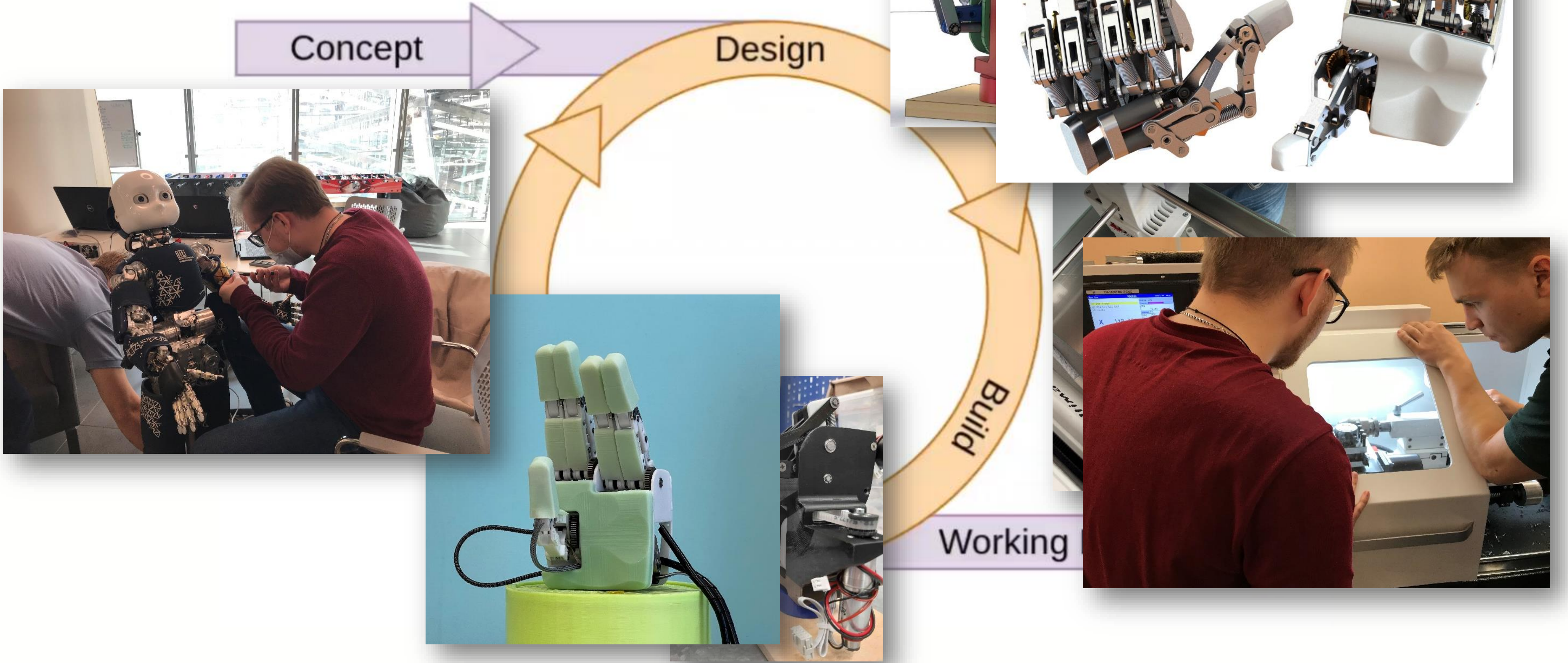
Ivan Borisov, Ivan Kulagin, Anastasiya Larkina, Artem Egorov,
Sergey Kolyubin and Stefano Stramigioli



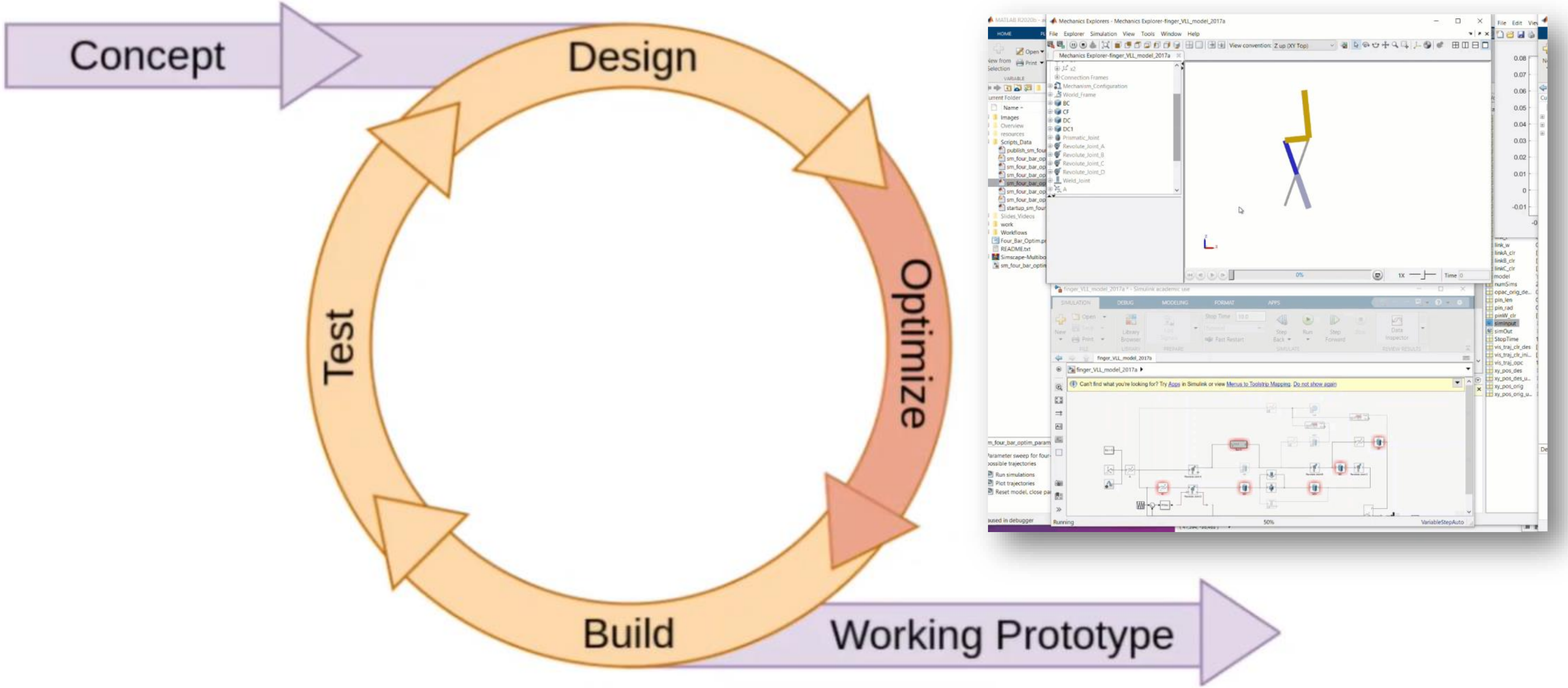


Проектирование



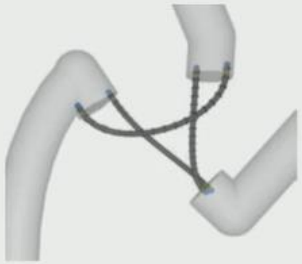


Motivation – design optimization



Optimization-Driven Design

Parameters



Simulation

Motion

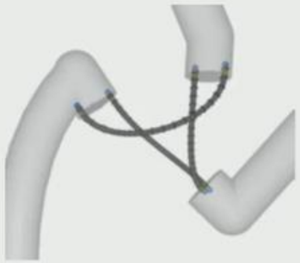
$f(x)$

Objectives

Optimization-Driven Design

Inverse Design

Parameters



Optimization

Simulation

Motion

$\partial f / \partial x$

$f(x)$

Objectives

Forward Design

Сложные физические системы

Сложные физические системы

- Большое количество компонентов
- Разная физическая природа компонентов
- Взаимодействие
- Производство
- Логистика

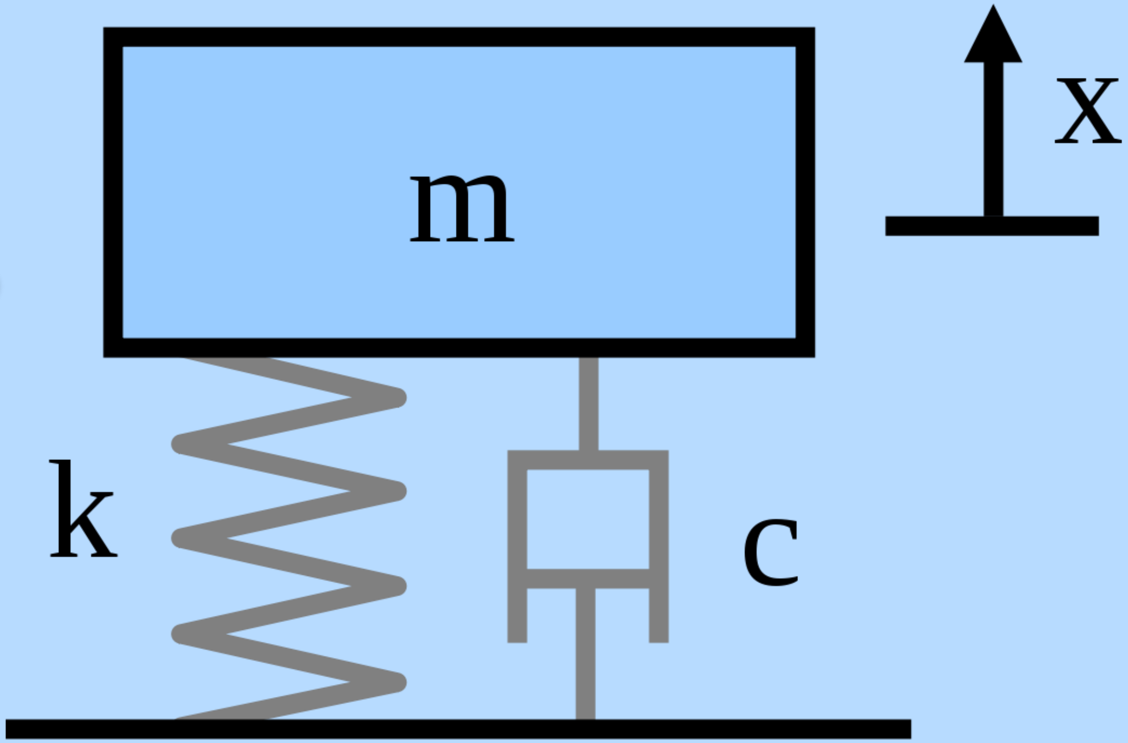
Зачем моделировать?

- В робототехнике мы занимаемся *сложными* динамическими системами
- Нам нужны математические модели для
  - анализа
  - изучения
  - предсказания
  - оптимизации
  - управления

Основные принципы

- Цель - предсказывать будущее
- Но помните, что модели - это всегда модели, а не реальность
- Инженерные системы мультидисциплинарны по своей природе!
- Моделирование систем разной физической природы
    - Механические
    - Электрические
    - Термические и другие
- Моделирование подвержено ошибкам

Моделирование vs Имитационное моделирование



Моделирование vs Имитационное моделирование

- **Моделирование** – это процесс построения модели
  - Модель максимально приближена к реальности, но проще
  - Хорошая модель – это разумный компромисс между реализмом и простотой
  - Модель
    - Математическая модель
    - Имитационная модель
    - САПР модель
    - Макет и прч

Моделирование vs Имитационное моделирование

- **Имитационное моделирование** – это использование модели для изучения поведения и характеристик реальной или теоретической системы
  - Изучить существующие или предлагаемые характеристики системы
  - Оценка модели для оптимизации работы системы или для прогнозирования реальной системы
  - Изучить свойства модели реальной системы, которая в противном случае была бы слишком сложной, слишком большой / маленькой, слишком быстрой / медленной, недоступной, слишком опасной или неприемлемой
- **Верификация**: "Правильно ли мы построили модель?"
- **Проверка:** "Мы построили правильную модель?"

Почему симуляция лучше реальной системы?

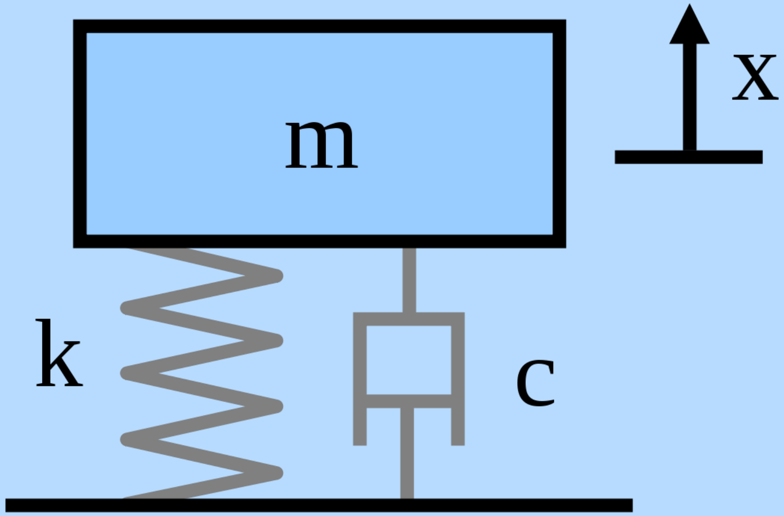
- Моделировать виртуальные модели **дешевле**, чем создавать настоящие
- Некоторые состояния системы **не могут** быть реализованы в реальной системе
- Обычно **все аспекты** виртуальных экспериментов **повторяемы**
- Имитационные модели, как правило, **полностью управляемы**. Таким образом, все входные переменные и параметры системы могут быть определены заранее.
- Имитационные модели, как правило, **полностью отслеживаются**. Доступны все выходные переменные и внутренние состояния, тогда как в реальной системе каждая отслеживаемая переменная требует, по крайней мере, значительных затрат на измерение
- В некоторых случаях «**постоянные времени**» эксперимента и наблюдателя **несовместимы**, например, при исследовании элементарных частиц или галактик
- В некоторых случаях **эксперимент исключается по моральным причинам**, например, эксперименты на людях в области медицинских технологий

Почему симуляция хуже реальной системы?

- Модели подвержены **ошибкам**
- Каждый виртуальный эксперимент требует **полного**, **проверенного** и **верифицированного** моделирования системы
- Точность воспроизведения деталей и скорость моделирования моделей ограничиваются **мощностью компьютера**, используемого для моделирования

Масса-демпфер-пружина

моделирование



Кинетическая энергия $K = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$

Потенциальная энергия $P = mgx + \frac{1}{2}kx^2$

Лагранжиан $L = K - P = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx - \frac{1}{2}kx^2$

Частные производные

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -mg - kx$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}$$

Полная производая по времени $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = m\ddot{x}$

Составим уравнение Эйлера-Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = Q$$

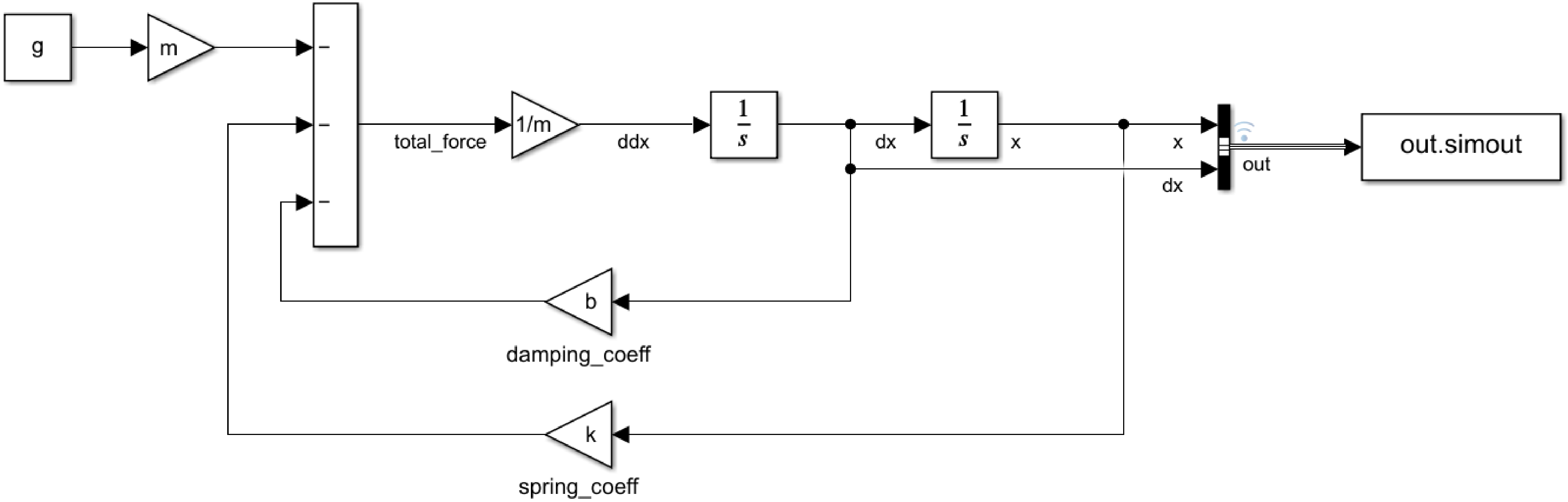
$$m\ddot{x} + mg + kx = -b\dot{x}$$

$$m\ddot{x} = -b\dot{x} - kx - mg$$

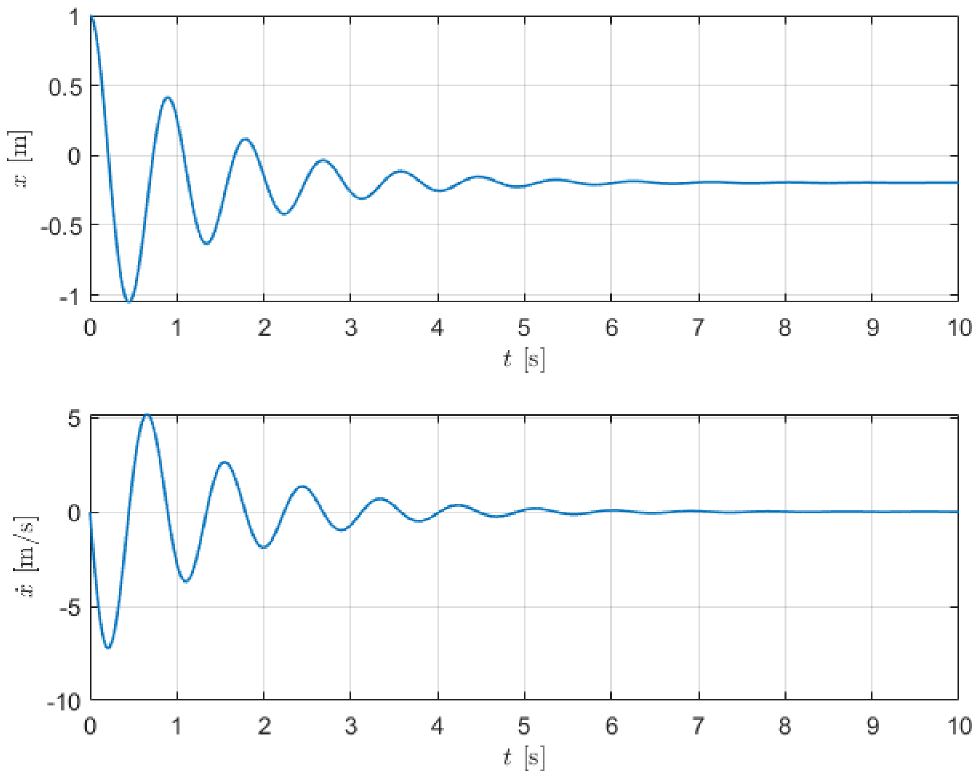
создали модель!

Масса-демпфер-пружина
моделирование

$$m\ddot{x} = -b\dot{x} - kx - mg$$



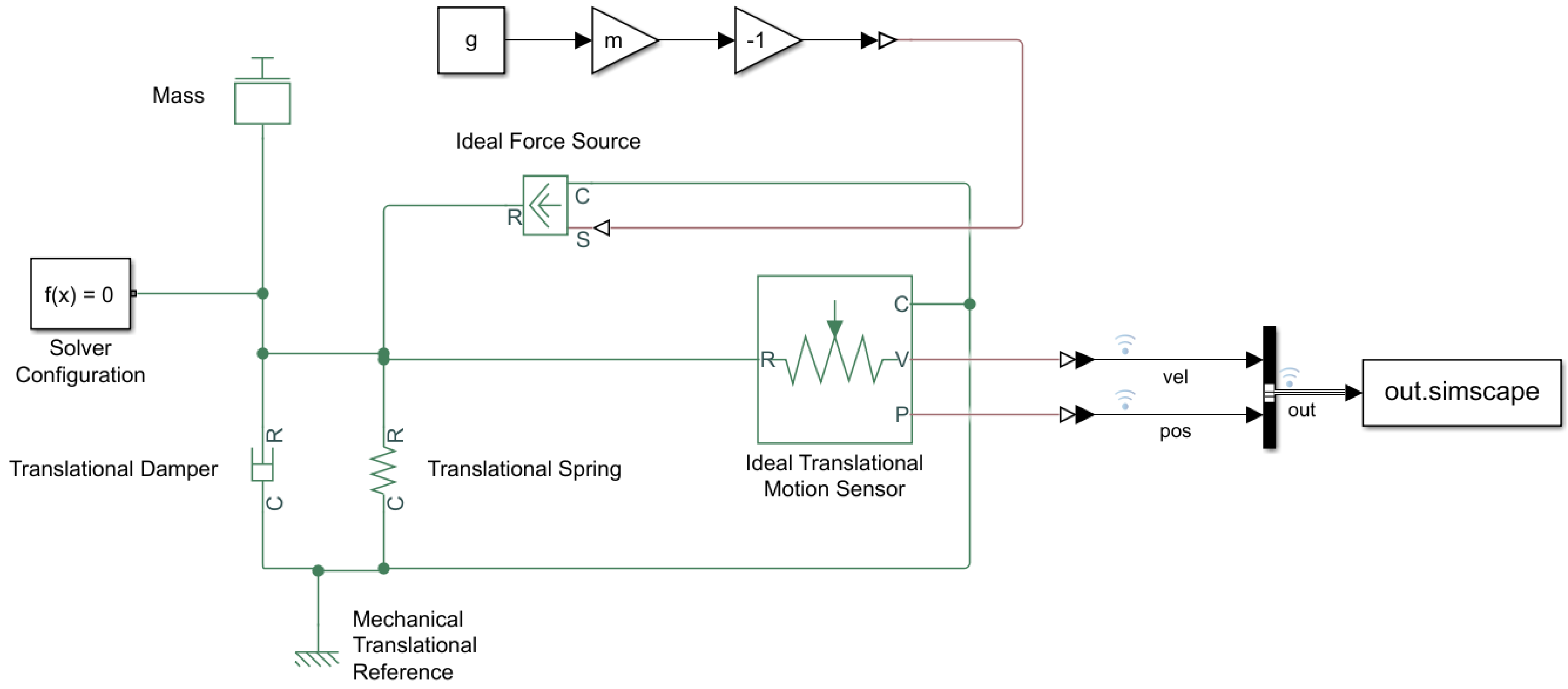
Масса-демпфер-пружина
моделирование



Использовали модель!

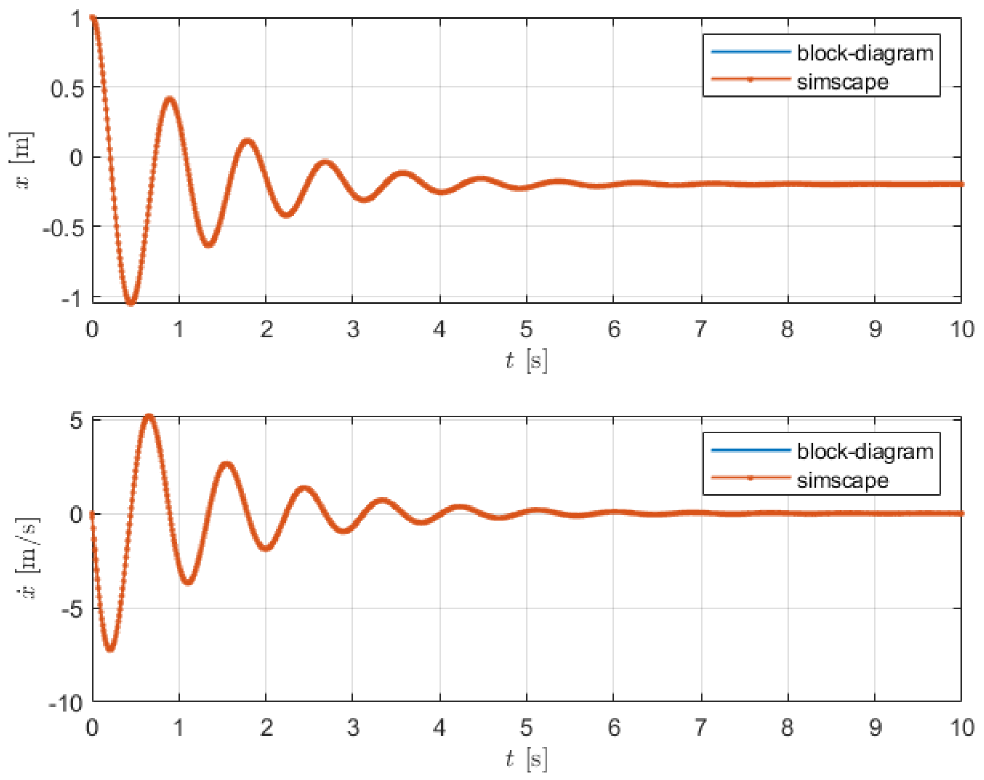
Масса-демпфер-пружина

Имитационное моделирование в Simscape (MATLAB)



Масса-демпфер-пружина

Имитационное моделирование в Simscape (MATLAB)



Но как оно работает?

Изменение координат

$$F^\top v = \mathcal{P},\; v \in \mathcal{V}^n, F \in \mathcal{V}^*, \mathcal{P} \in \mathbb{R},$$

где $\mathcal{V}^n$ – векторное пространство, $\mathcal{V}^*$ – дуальное векторное пространство линейных операторов, $\mathcal{P} \in \mathbb{R}$ – скаляр

$$F^{\top a} v^a = F^{\top b} v^b = \mathcal{P}$$

$$v^a = \boxed{A} v^b$$

$$F^{\top a} A v^b = F^{\top b} v^b$$

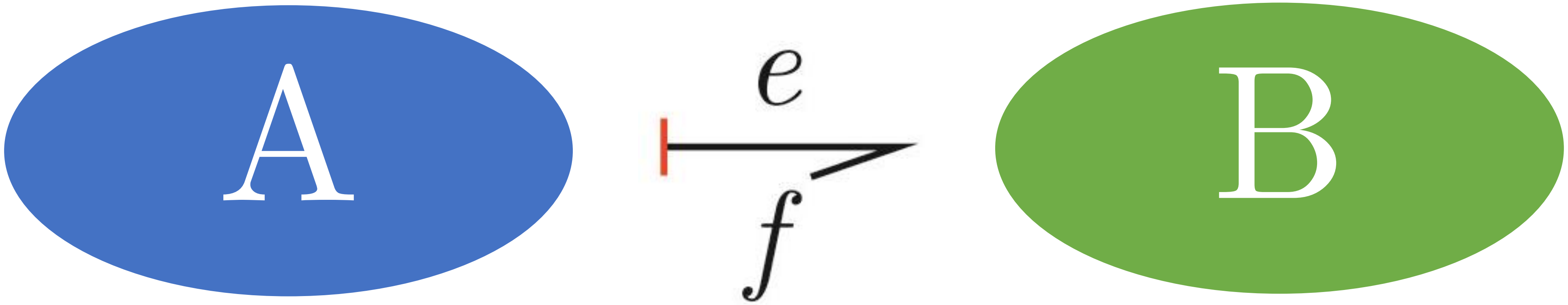
Разные!

$$F^b = A^\top F^a$$

$$F^a = \boxed{A^{-\top}} F^b$$

Ко-векторы

- Ко-векторы также представлены числовыми массивами, но они отличаются от векторов, поскольку они преобразуются по-разному!
- Скорость это **вектор**
- Сила это **ко-вектор** НЕ **вектор** !!
- Сила это линейный оператор от скорости к мощности



$$e \in \mathbb{R}^k,\ f \in \mathbb{R}^k,\ e^\top f = P$$

- Половинчатая стрелка указывает на передачу мощности
- *Усилие* и *поток* – *переменные мощности*
- *Усилие* и *поток* направлены в разные стороны
- Один из них является входным, а второй - выходным (причинно-следственная связь)
- Интегрирование *переменных мощности* дает *переменные энергии*. Они представляют собой накопленную энергию в идеальных элементах накопления энергии

Примеры

	усилие e	поток f
Механика: линейное движение	Сила F	Скорость v
Механика: вращательное движение	Момент T	Угловая скорость ω
Пространственная механика	Ренч W	Твист T
Электрика	Напряжение u	Ток I
Гидравлика	Давление P	Скорость потока q

Принципы

- **Физические системы управляются энергией**
  - энергия как *lingua franca*
  - ФС -- набор подсистем, соединенных друг с другом портами мощности
  - дает лучшее понимание поведения системы
- **Мощность и энергия не зависят от координат**
  - мощность -- скалярн независимо от системы координат
  - объективный взгляд на систему
- **Control by interconnection**
  - Приводы обмениваются энергией с системой двунаправленным способом
  - Регулятор можно рассматривать как подсистему, которая обменивается энергией с остальной частью системы

В чем преимущества бонд-графов?

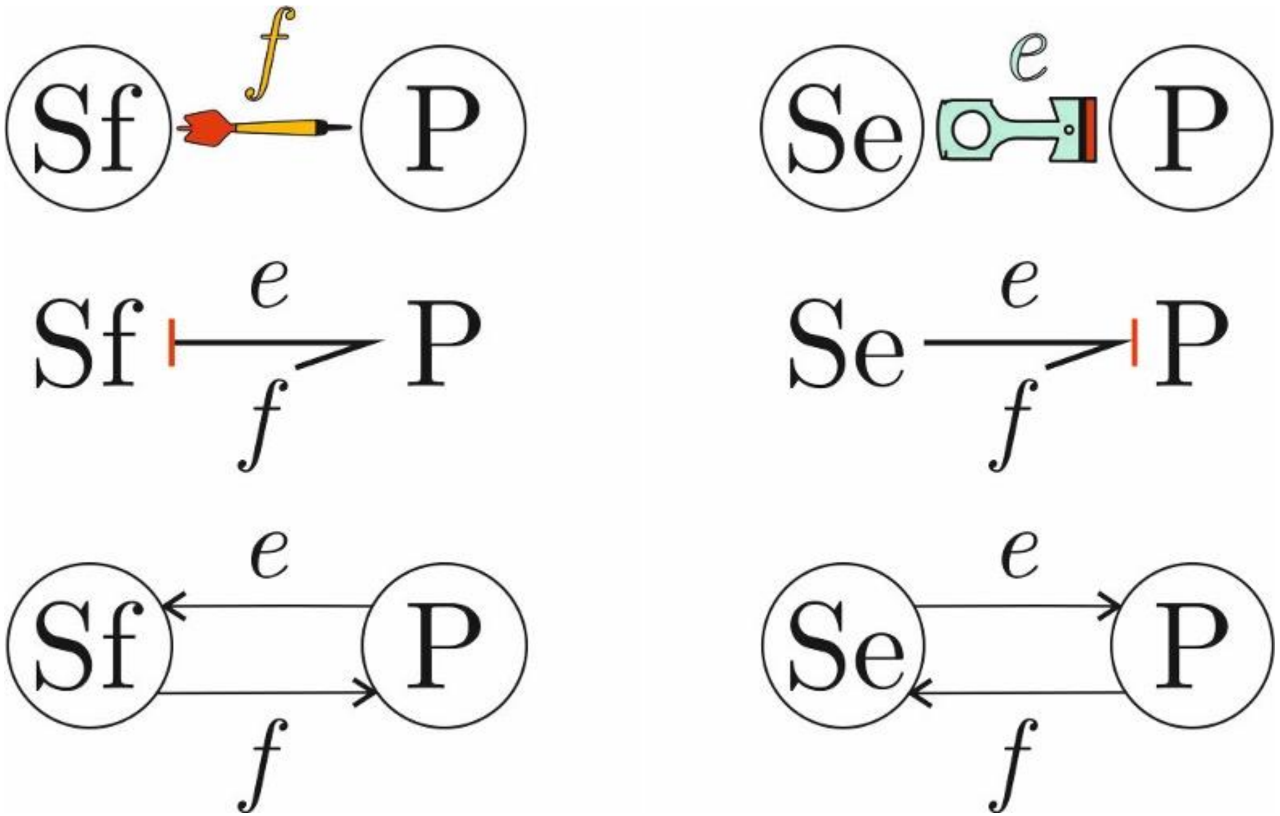
- Позволяют описывать электрические, механические, гидравлические, тепловые, термодинамические, химические биологические системы и их комбинации
- Методология полезна для работы с системами мехатроники, которые являются междисциплинарными по своей природе
- Цель состояла в том, чтобы создать процесс, позволяющий компьютеру генерировать математическую модель
- Позволяет глубже понять динамические системы
- Лучше понять поведение системы

Блоки

Активные элементы	Se	Источник усилия
	Sf	Источник потока
Пассивные элементы	R	Рассеиватель энергии
	I	Элемент накопления кинетической энергии
	C	Элемент накопления потенциальной энергии
Элементы преобразования	TF	Элемент преобразователя
	GY	Элемент преобразователя
Соединения	0	Все усилия равны
	1	Все потоки равны

Источники усилия и потока

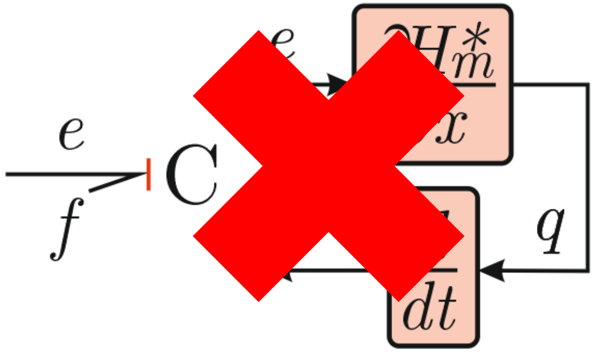
- Внешний вход
- Порт взаимодействия
- *e или f* постоянные или функции
- Положительное направление *P* от источника к нагрузки
- *Se* источник усилия
- *Sf* источник потока



C элемент

- Постоянная взаимосвязь между усилием *e* и перемещением *q*
- Рекуперирует энергию
- Без потери энергии
    - Пружины
    - Конденсатор
    - Гидравлические или электрические аккумуляторы
- Поток от источника к C

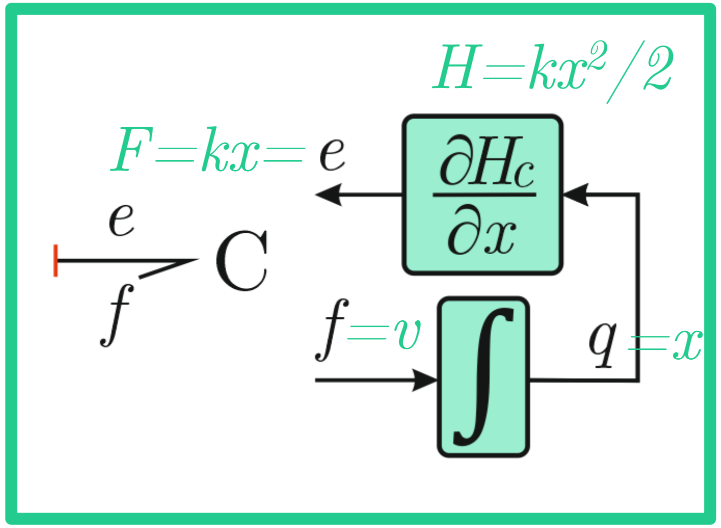
$$f = C\frac{de}{dt}$$



derivative causality

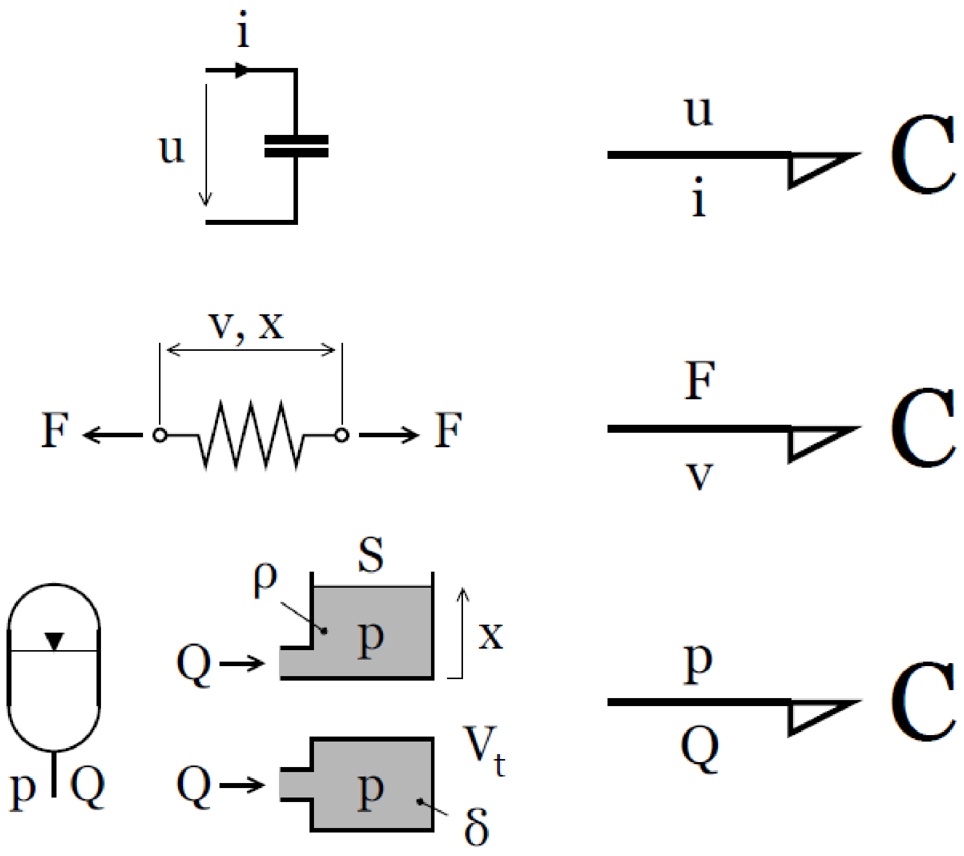
$$e = \frac{1}{C}\int f\,dt$$

$$q = \int_0^t f\,dt$$



integral causality

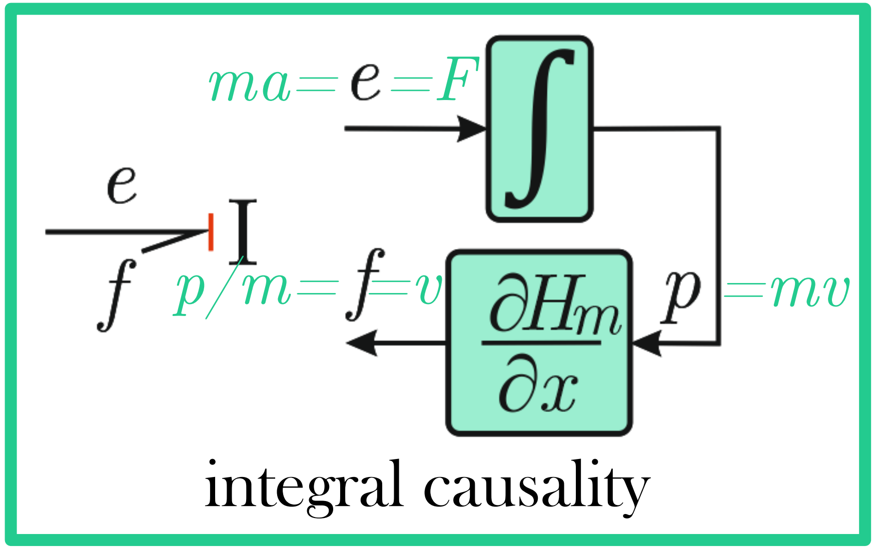
Примеры C элемента



I элемент

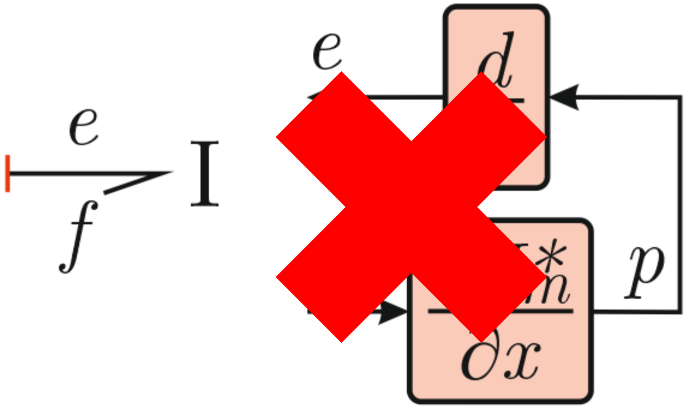
- 1 порт
- Хранит энергию
- Рекуперирует энергию
- Без потери энергии
  - Инерция массы
  - Индуктивность
  - Маховик
  - Катушки
- Поток от источника к *I*

$$f = \frac{1}{I}\int_0^t e\,dt$$



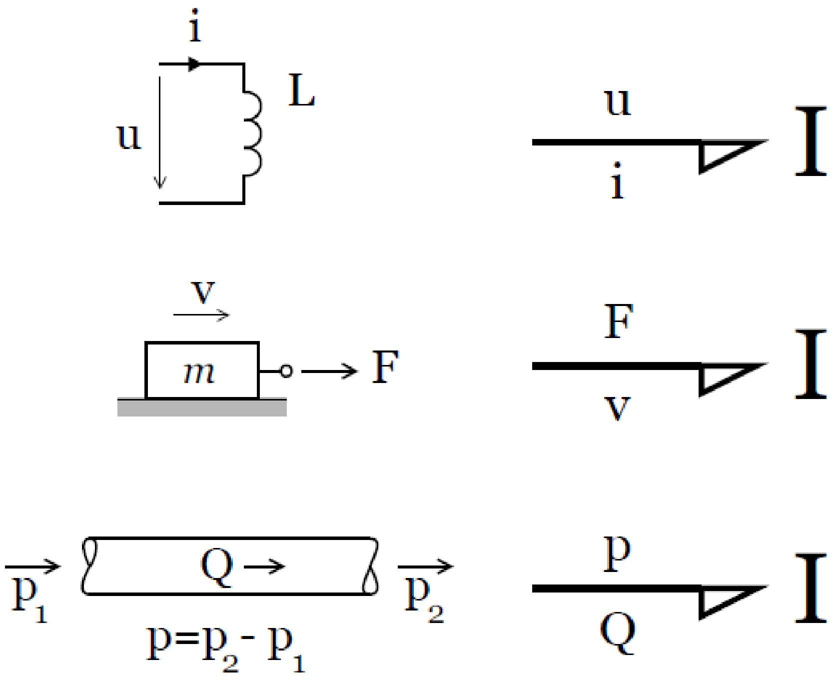
integral causality

$$e = I\frac{df}{dt}$$



derivative causality

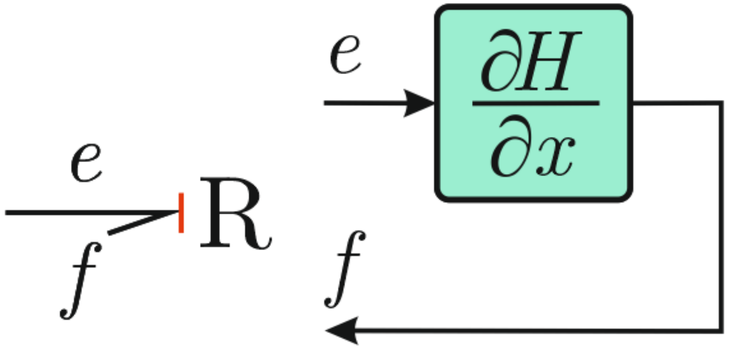
Примеры I элемента



R элемент

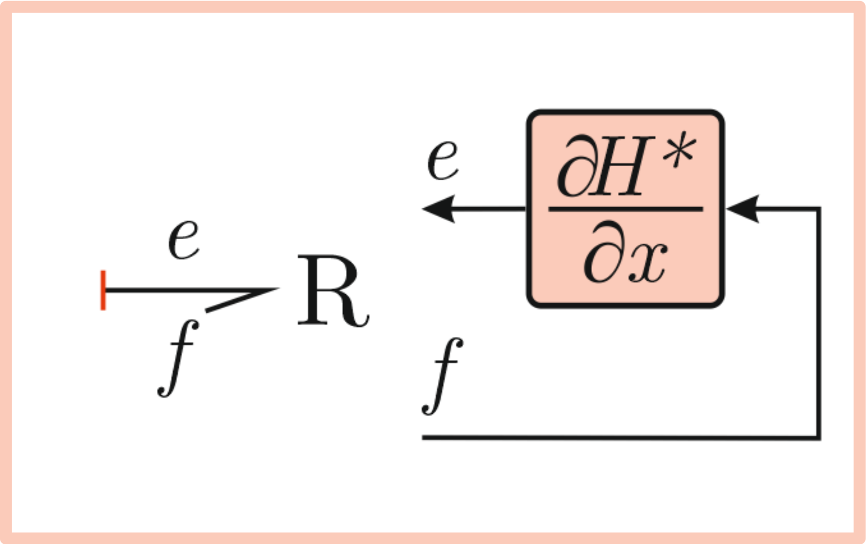
- 1 порт
- Потребляет энергию
- Переводит в тепло
- Потери энергии
  - Демпфер
  - Резистор
  - Трение
- Поток от источника к *R*

$$f = \frac{1}{R} e$$



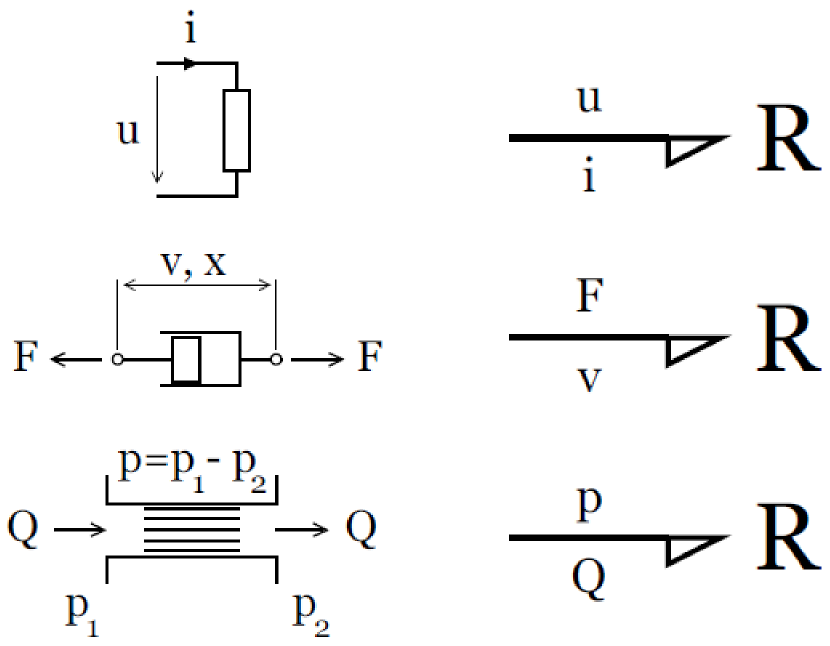
effort-in relation

$$e = Rf$$

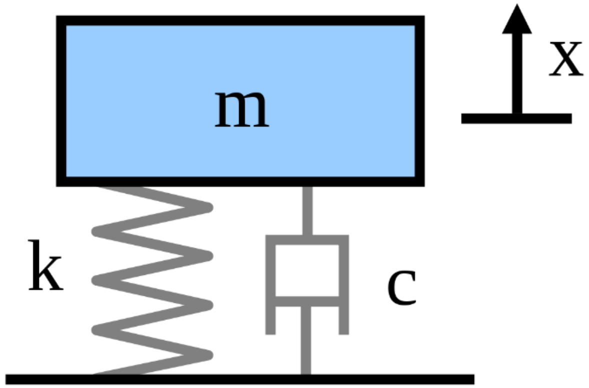


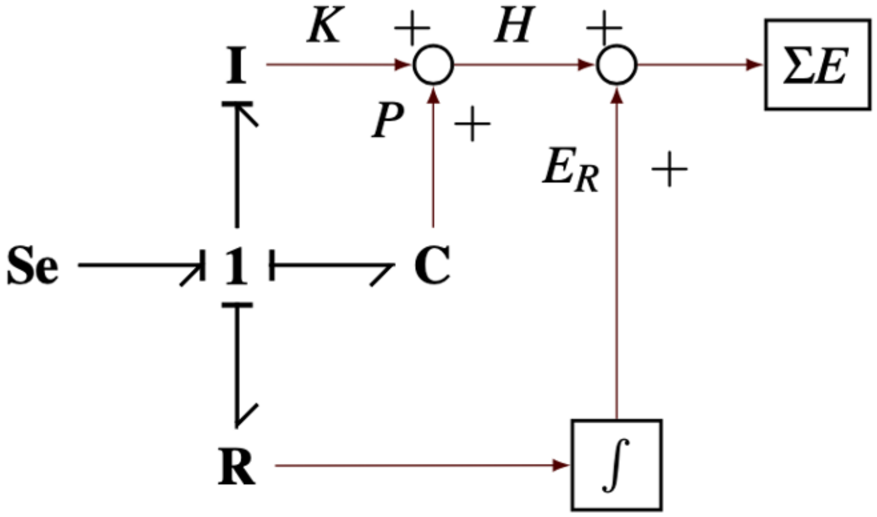
flow-in relation

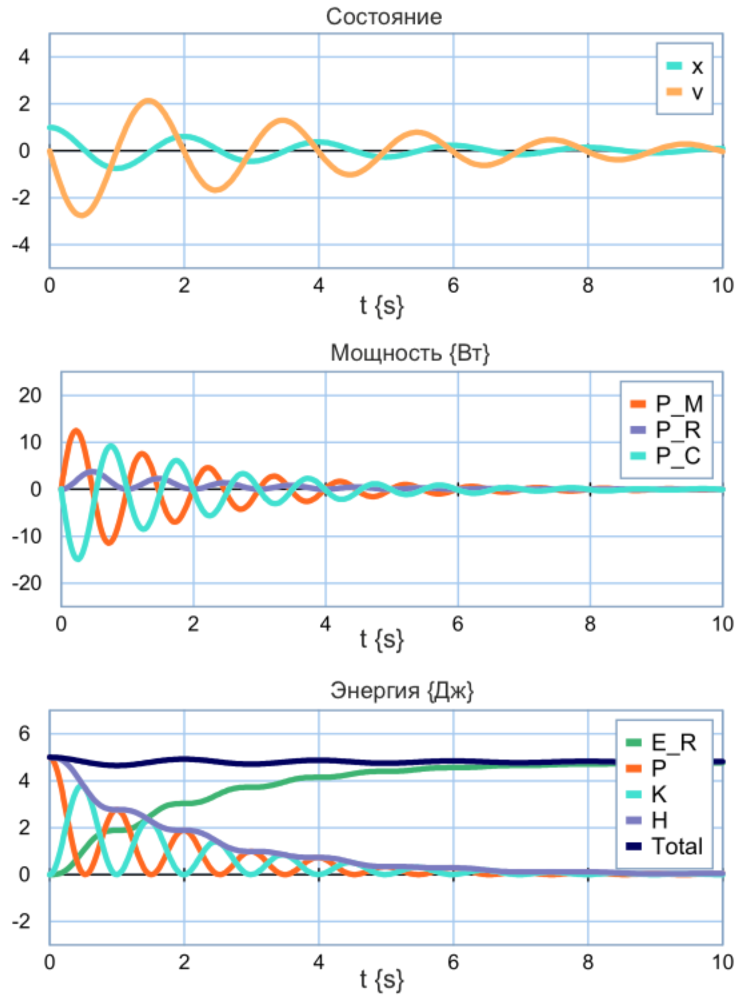
Примеры R элемента



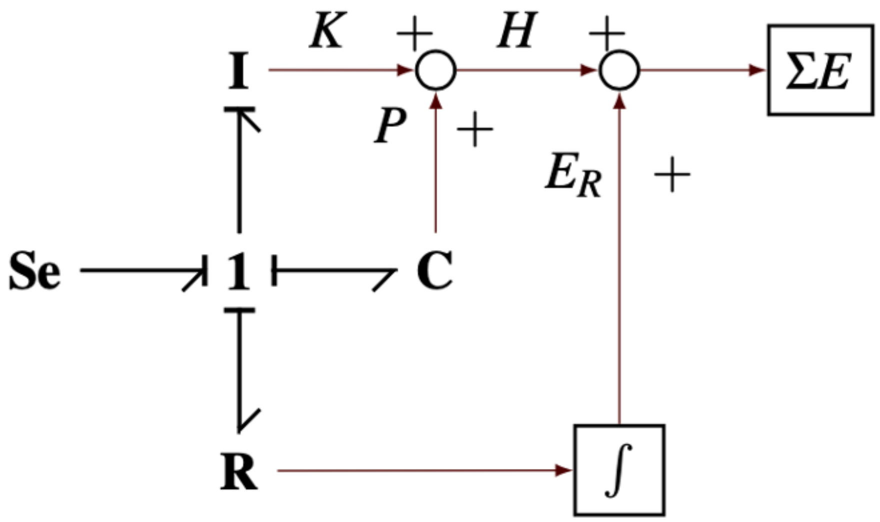
Масса-пружина-демпфер







Масса-пружина-демпфер



$$m\ddot{x} = -b\dot{x} - kx - mg$$

1. Se:
   $e_{se} = -mg,\ f_{se} - ?$

2. 1-junction:
   $f_{se} = f_I = f_C = f_R = \dot{x}$
   $e_{se} = e_I + e_C + e_R$

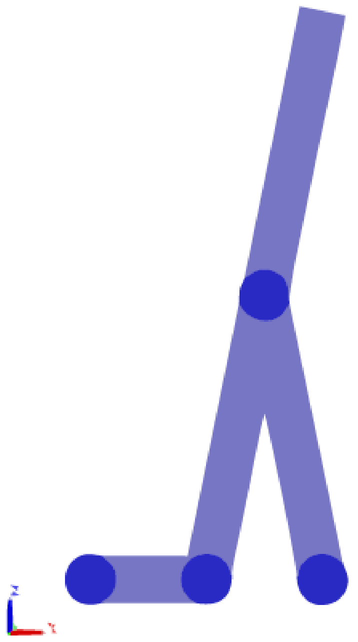
3. C:
   на вход $f_C = \dot{x}$
   на выходе $e_C = \frac{1}{C}\int f dt = k\int \dot{x} dt = kx$

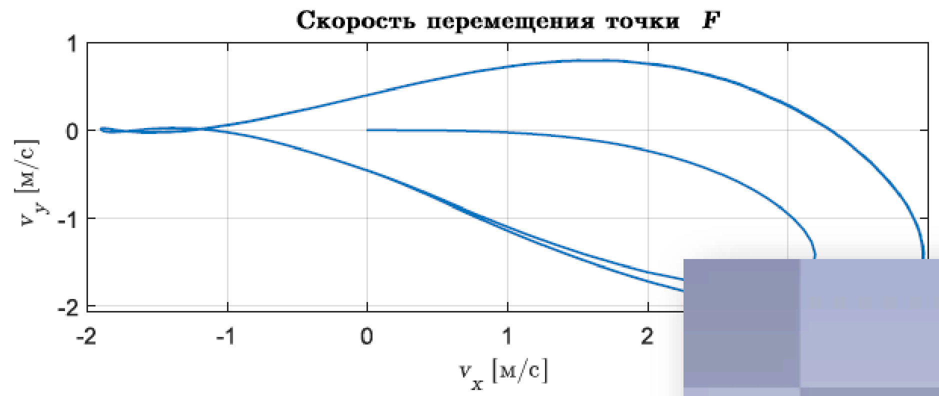
4. R:
   на вход $f_R = \dot{x}$
   на выходе $e_R = b\dot{x}$

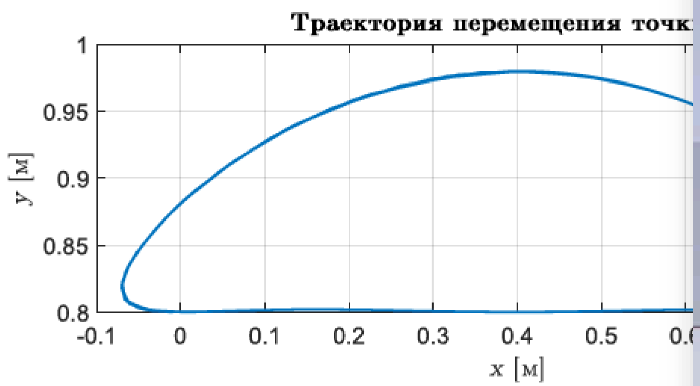
5. I:
   на вход $e_I = e_{se} - e_C - e_R = -mg - kx - b\dot{x}$,
   где $e_I = F = m\ddot{x}$
   на выходе $f_I = \frac{1}{I}\int e dt = \frac{1}{m}\int m\ddot{x} dt = \dot{x}$

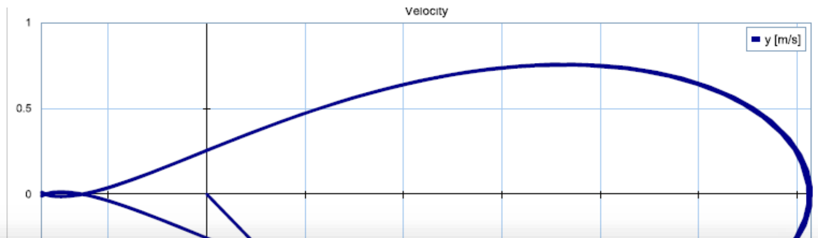
Демо

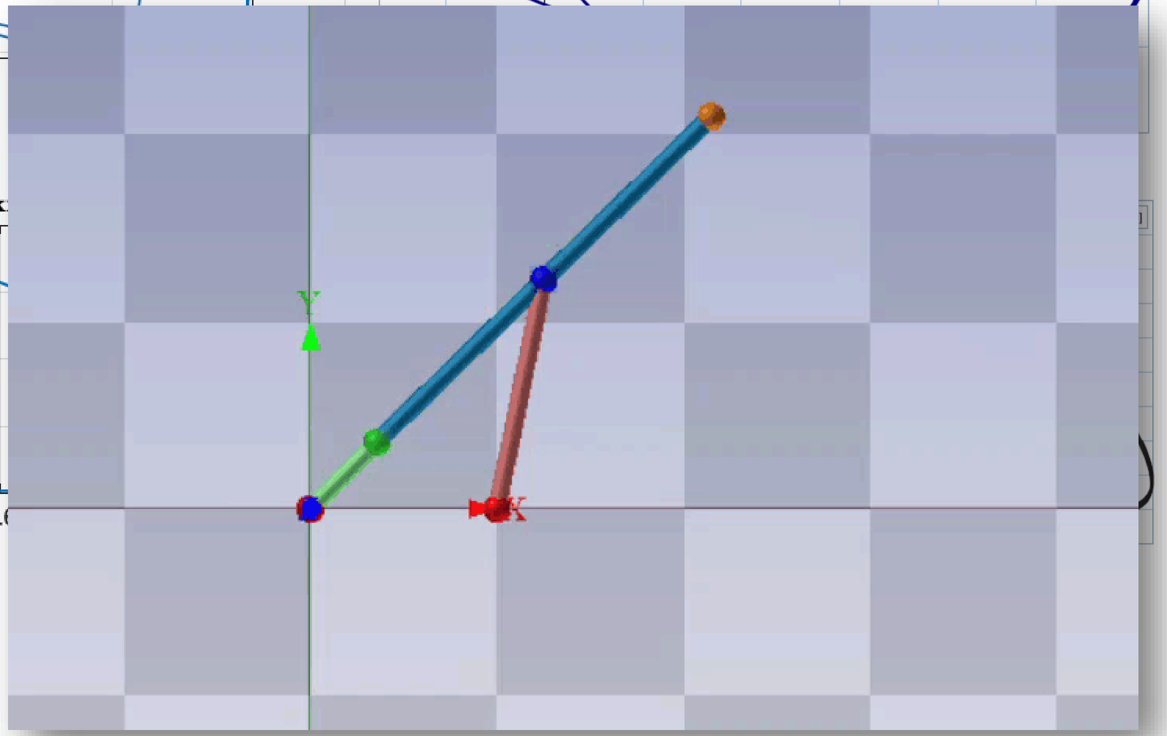
Рычажный механизм

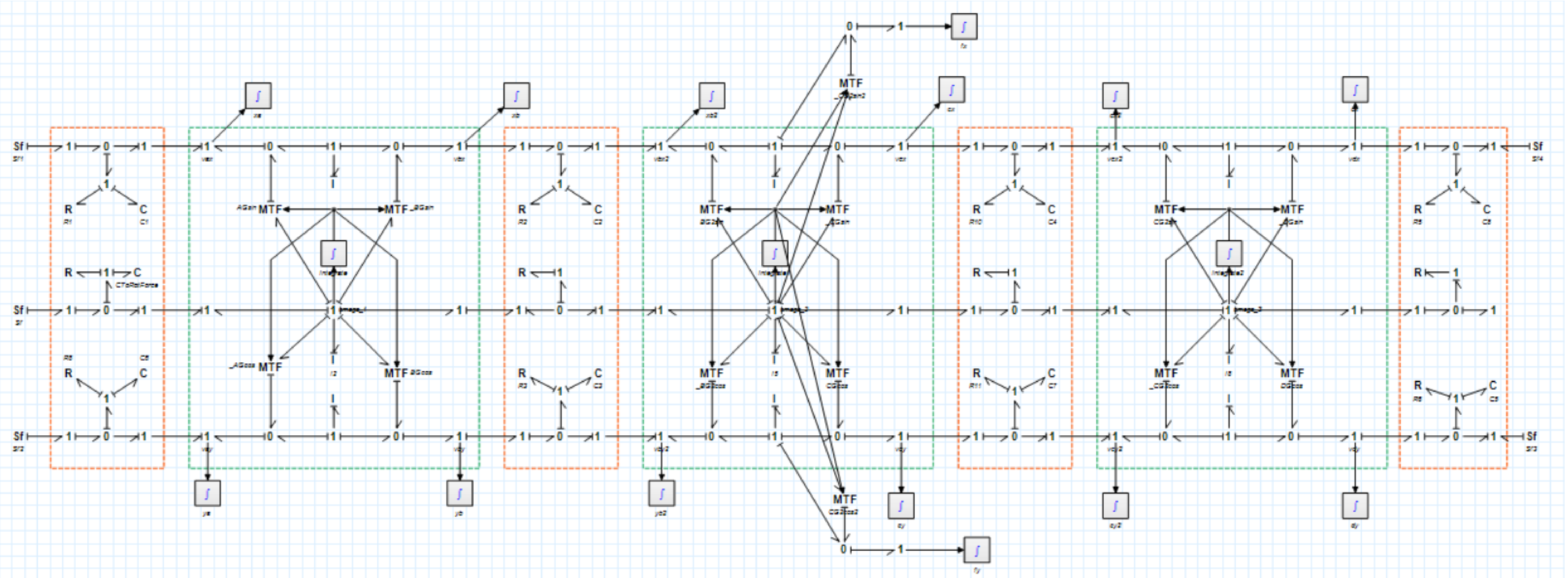


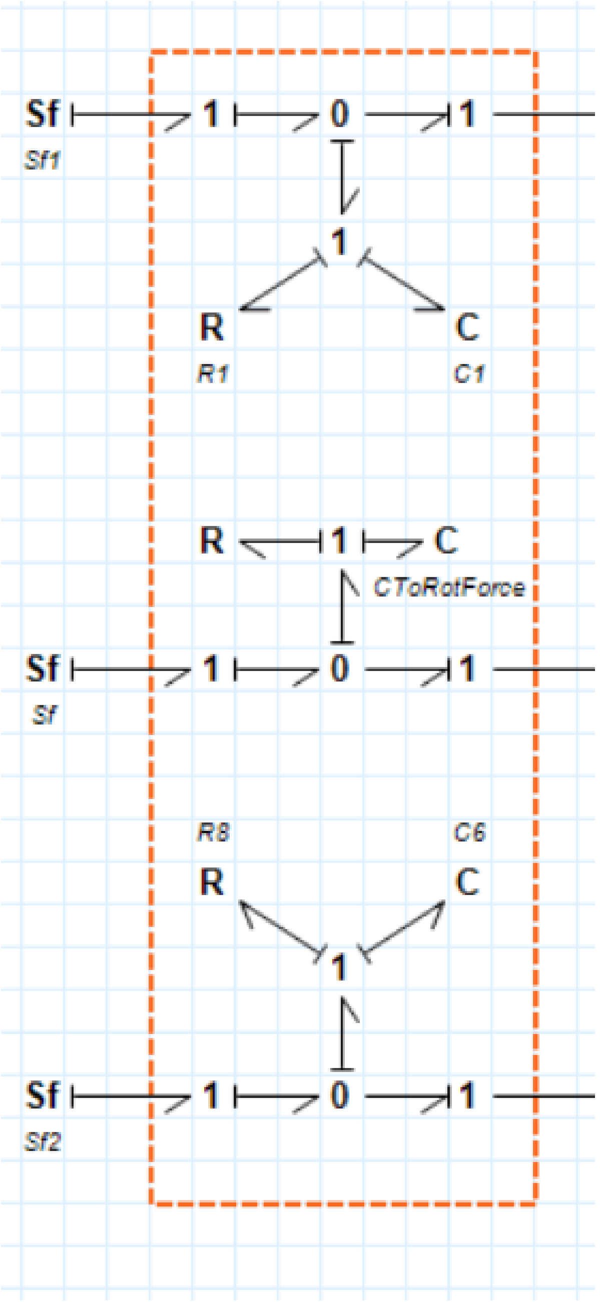


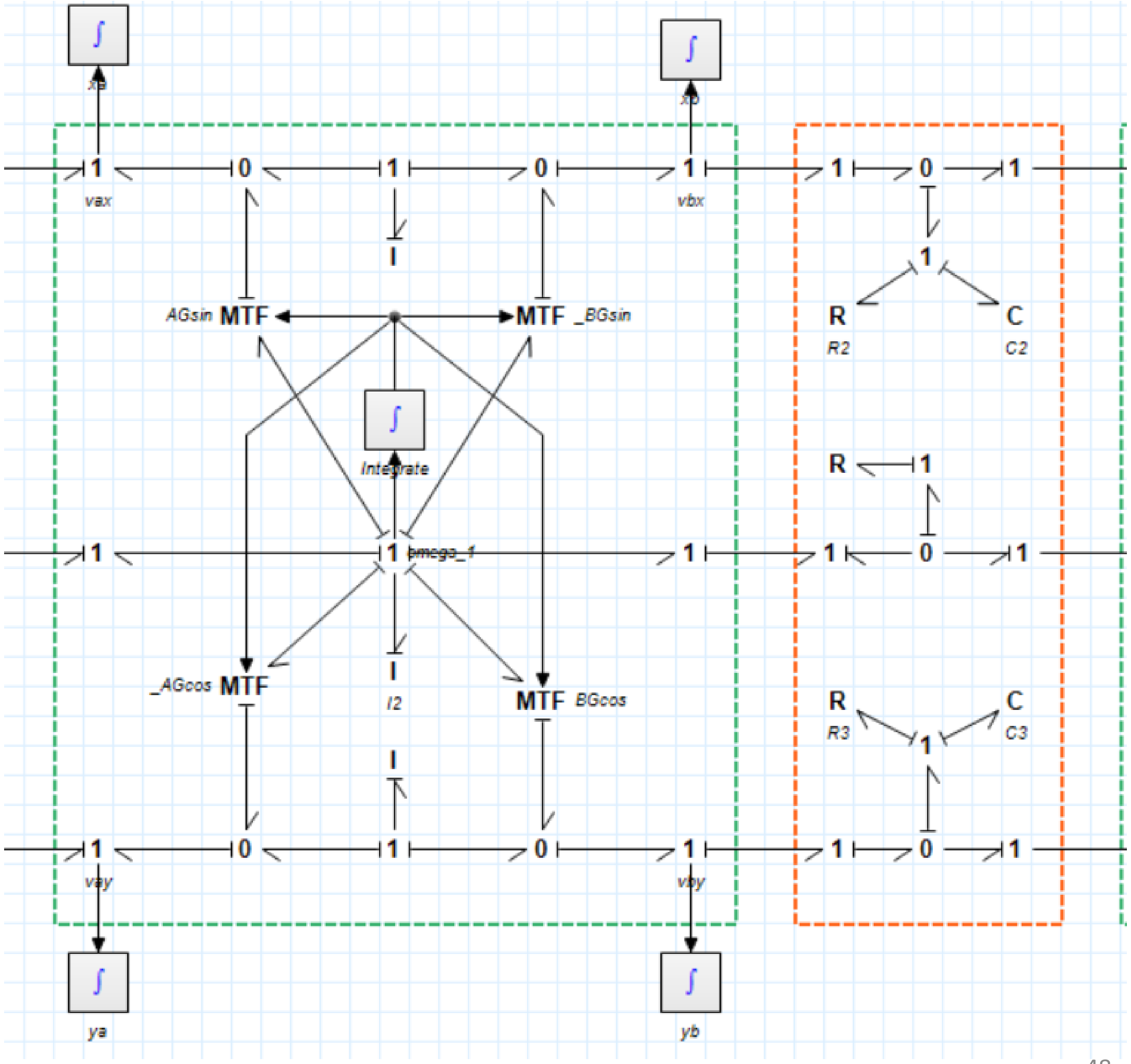









Sf
Sf1
R
R1
C
C1
R
C
CToRotForce
Sf
Sf
R8
C6
R
C
Sf
Sf2

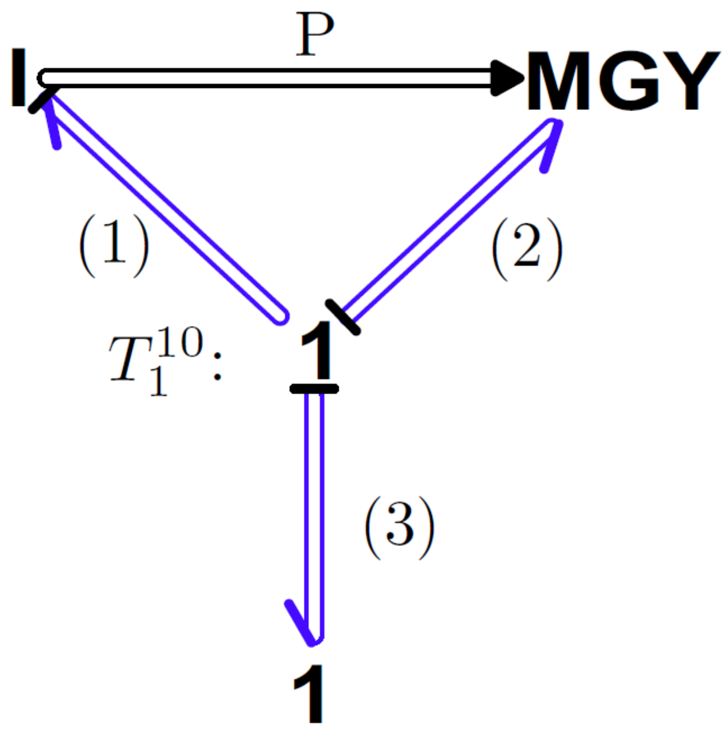

vax
vbx
AGsin MTF
MTF _BGsin
Integrate
_AGcos MTF
MTF BGcos
I2
vay
vby
ya
yb
R
R2
C
C2
R
R
R3
C
C3

Динамика тела в бонд-графах

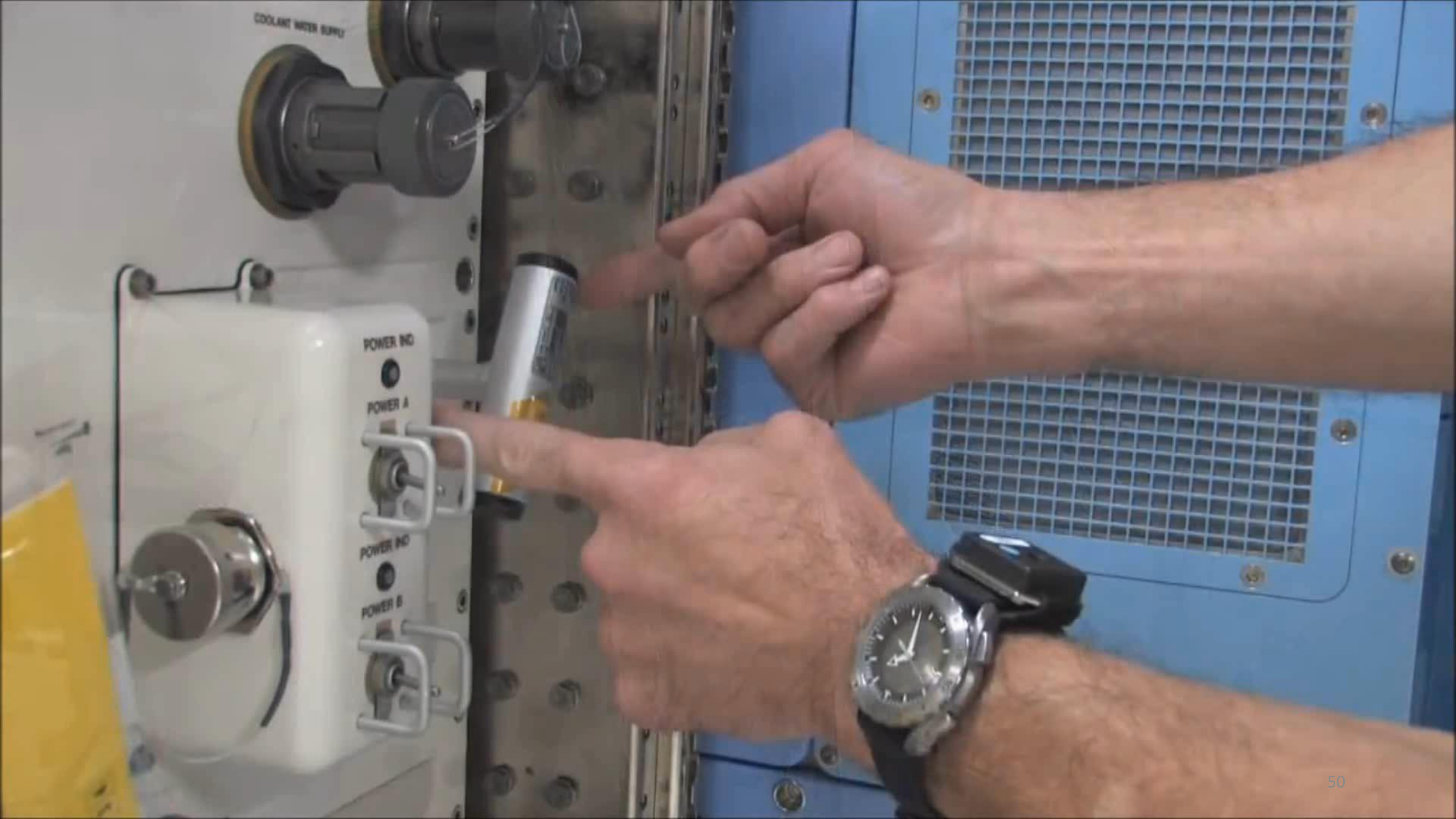
$$\left(\dot{\mathcal{P}}^i\right)^\top = ad^\top_{T_i^{i,0}}\left(\mathcal{P}^i\right)^\top + \left(W^i\right)^\top$$

$$\dot{\mathcal{P}}^i = \mathcal{P}^i ad_{T_i^{i,0}} + W^i$$

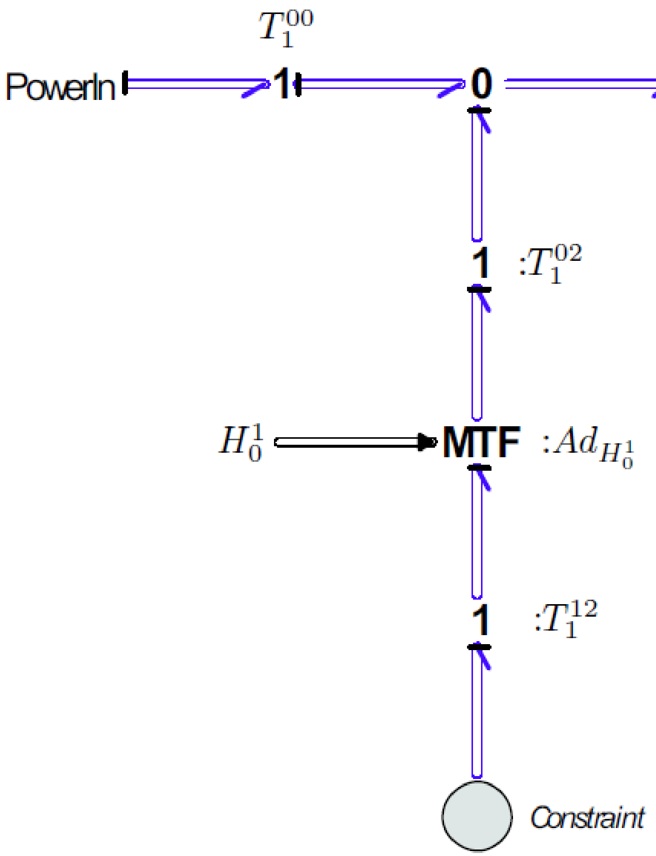
$$\underbrace{\dot{\mathcal{P}}^i T_i^{i,0}}_{1} = \underbrace{\mathcal{P}^i ad_{T_i^{i,0}} T_i^{i,0}}_{2} + \underbrace{W^i T_i^{i,0} T_i^{i,0}}_{3}$$



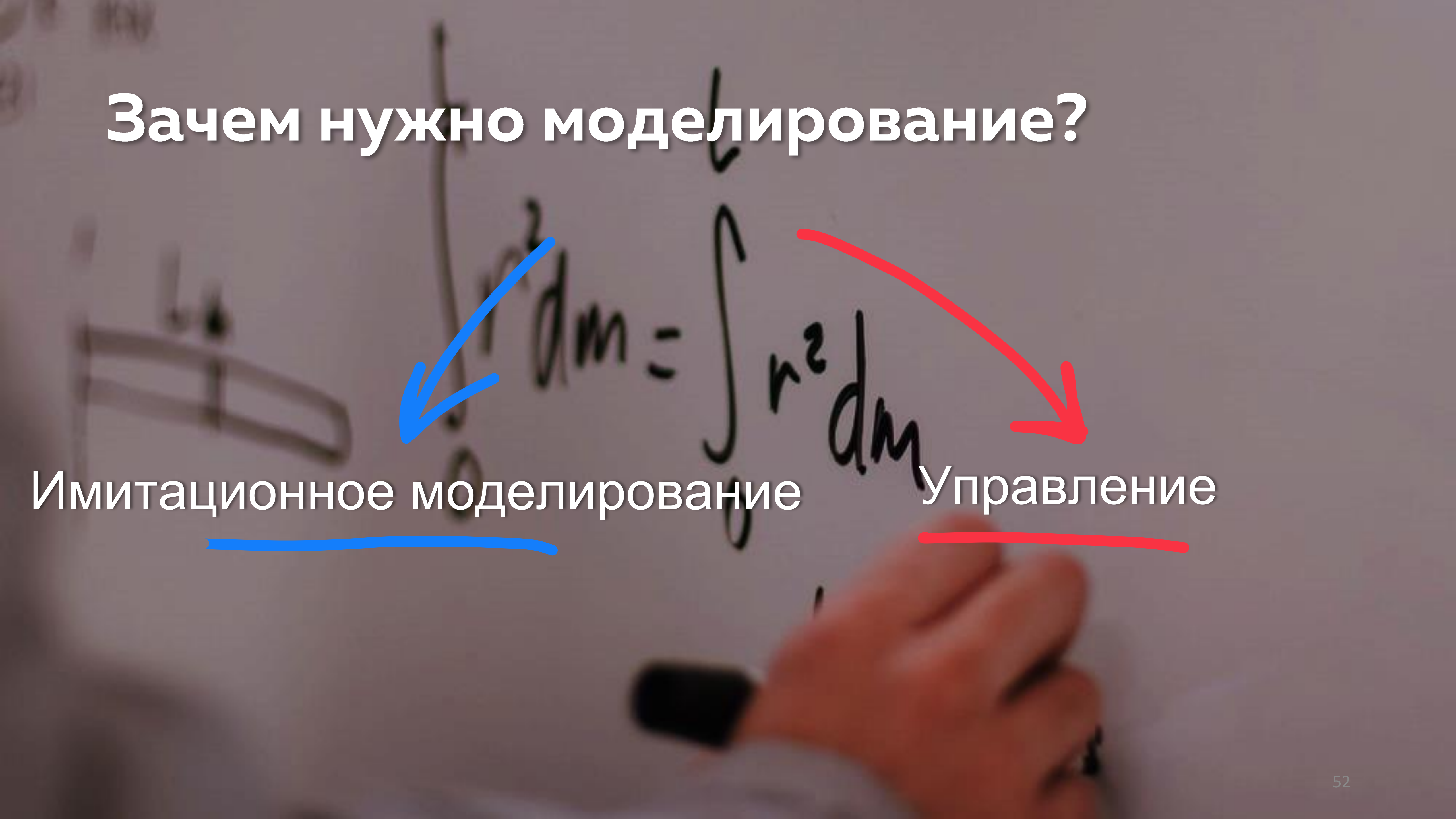
В системе координат тела!


COOLANT WATER SUPPLY
POWER IND
POWER A
POWER IND
POWER B

Сочленение тела в бонд-графах



Зачем нужно моделирование?



Имитационное моделирование

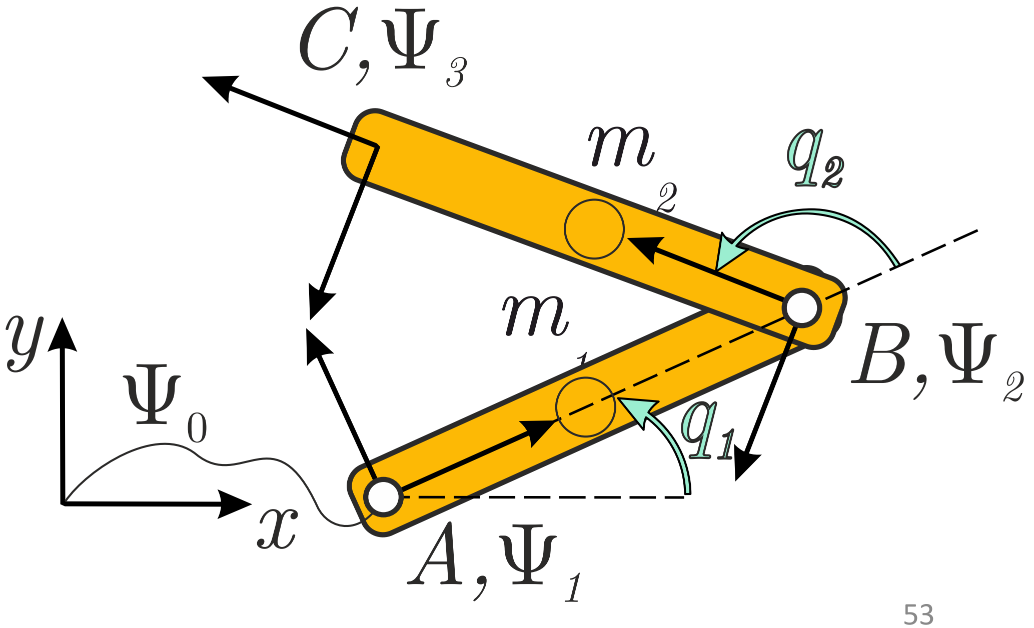
Управление

Управление по положению

Если робототехническое устройство изолировано и не взаимодействует с человеком или объектами окружающей среды

$$F(t) = 0,\ \forall t,$$

и $q(t)$ зависит только от состояния робота



Управление по силе

Если робототехническое устройство спозиционировано и не перемещается

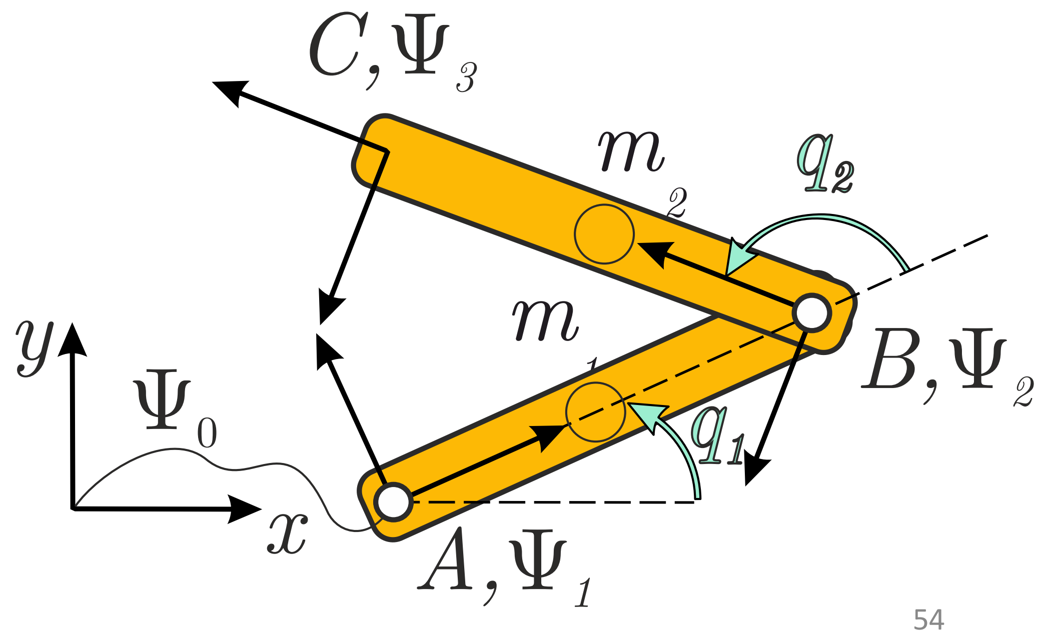
$$\dot{x}(t) = 0,\ \forall t,$$

сила $F(t)$ зависит только от состояния робота

$$F v_C = \tau_i \dot{q} = \mathcal{P}$$

$$F J \dot{q} = (J^T F^T)^T \dot{q} = \tau_i \dot{q} = \mathcal{P}$$

$$\tau_i^T = J^T F^T$$



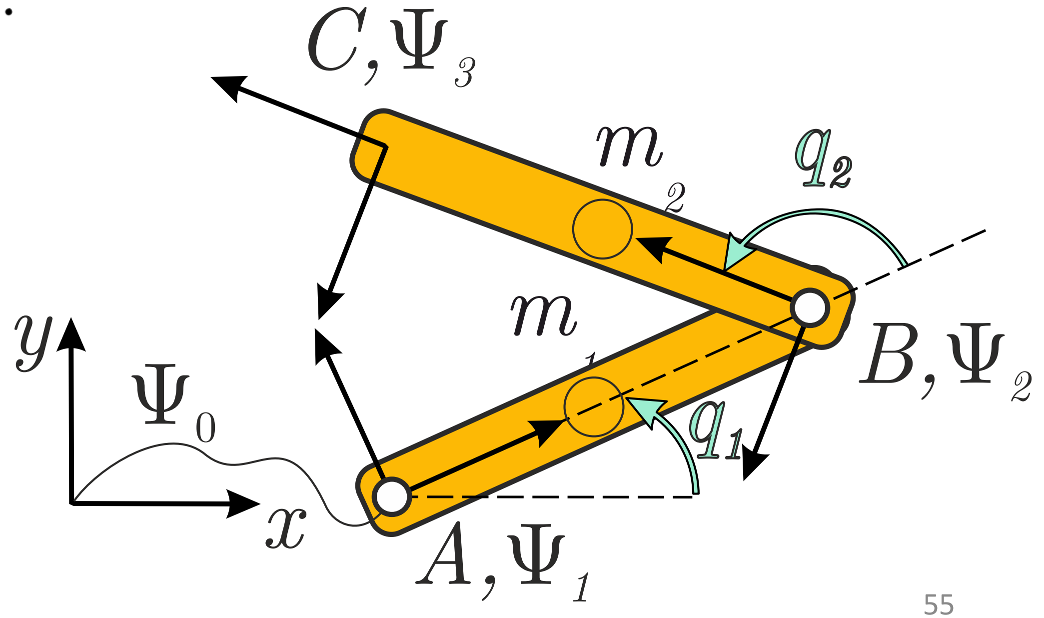
Управление по импедансу

При управлении по динамическому взаимодействию как сила $F(t)$, так и положение $q(t)$ зависят как от состояния робота, так и от состояния окружающей среды. Это приводит к уникальному решению для $F(t)$ и $q(t)$. Мы не можем контролировать силу $F(t)$ и / или положение $q(t)$ независимо от состояния окружающей среды, но мы можем контролировать состояние робота независимо от окружающей среды.

$$FJ\dot{q} = (J^T F^T)^T \dot{q} = \tau_i \dot{q} = \mathcal{P}$$

$$\tau_i^T = J^T F^T$$

$$F^T = K(\tilde{p} - p) + D(\tilde{v} - v)$$



Линеаризация по обратной связи

Общий случай

У нас есть динамическая модель

$$\ddot{q} = f_1(q, \dot{q}, t) + f_2(q, \dot{q}, t)u$$

Давайте предположим, что мы выбираем закон управления u

$$u = f_2^{-1}(q, \dot{q}, t)[-f_1(q, \dot{q}, t) + u']$$

Подставляем

$$\ddot{q} = f_1(q, \dot{q}, t) + f_2(q, \dot{q}, t) f_2^{-1}(q, \dot{q}, t)[-f_1(q, \dot{q}, t) + u'] =$$

$$= f_1(q, \dot{q}, t) - f_1(q, \dot{q}, t) + u'$$

В итоге получаем

$$\boxed{\ddot{q} = u'}$$

Линеаризация по обратной связи

У нас есть динамическая модель

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q}) + N(q) = u$$

$$\ddot{q} = M(q)^{-1}[u - C(q,\dot{q}) - N(q)]$$

$$\ddot{q} = -M(q)^{-1}[C(q,\dot{q}) + N(q)] + M(q)^{-1}u$$

$$\ddot{q} = f_1(q,\dot{q},t) + f_2(q,\dot{q},t)u$$

$$f_1(q,\dot{q},t) = -M(q)^{-1}[C(q,\dot{q}) + N(q)]$$

$$f_2(q,\dot{q},t) = M(q)^{-1}$$

Линеаризация по обратной связи

$$\ddot{q} = f_1(q, \dot{q}, t) + f_2(q, \dot{q}, t)u$$

$$f_1(q, \dot{q}, t) = -M(q)^{-1}[C(q, \dot{q}) + N(q)]$$

$$f_2(q, \dot{q}, t) = M(q)^{-1}$$

Выбираем закон управления u

$$u = f_2^{-1}(q, \dot{q}, t)[-f_1(q, \dot{q}, t) + u'] = M(q)[M(q)^{-1}(C(q, \dot{q}) + N(q)) + u']$$

Подставляем

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + N(q) = M(q)[M(q)^{-1}(C(q, \dot{q}) + N(q)) + u']$$

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + N(q) = C(q, \dot{q}) + N(q) + M(q)u'$$

$$\boxed{\ddot{q} = u'}$$

Управление по положению

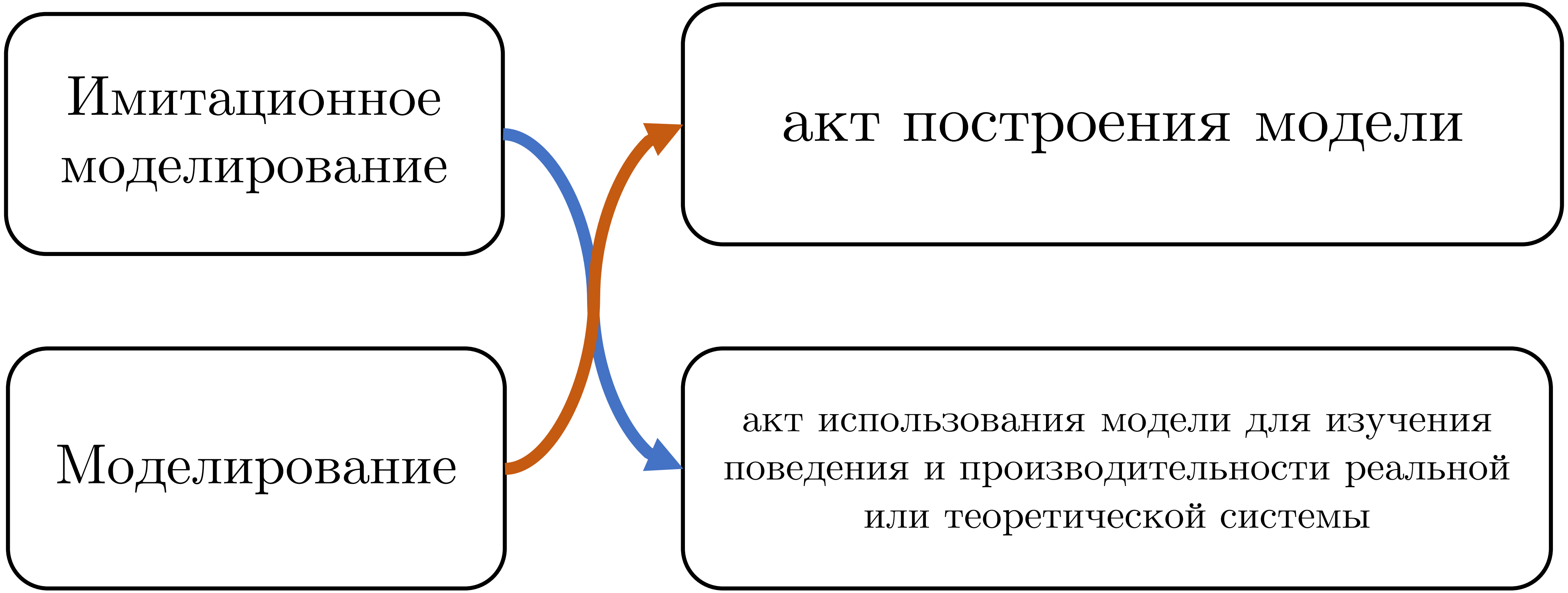
Можем выбрать закон управления для управления по положению

$$u' = \ddot{q}_d + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}_a) + K_p(q_d - q_a)$$

В итоге момент должен быть равен

$$\tau = M(q)u' + C(q, \dot{q}) + N(q)$$

Итого


Имитационное моделирование
Моделирование
акт построения модели
акт использования модели для изучения поведения и производительности реальной или теоретической системы

Зачем нужно моделирование?

Имитационное моделирование

Управление

Бонд графы против блок-схем

Блок схемы: Аналитическая математическая модель → Графическое представление

Бонд графы: Графическое представление → Аналитическая математическая модель

Всё!