Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Факультет систем управления и робототехники

Отчет по лабораторной работе №1
«Моделирование линейных динамических систем»
по дисциплине «Теория автоматического управления»

Выполнил: студент гр. R3238,
Кирбаба Д.Д.

Преподаватель: Перегудин А.А.,
ассистент фак. СУиР

Санкт-Петербург 2021

Цель работы

Ознакомление с основными представлениями и принципами построения линейных стационарных динамических систем, а также приемами моделирования в программной среде MATLAB/Simulink.

Начальные данные

13 вариант

Параметры одноканальной модели вход-выход:

a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2
2	9	8	8	2	6

Начальные условия одноканальной модели вход-выход: $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 0.2$, $\ddot{y}(0) = 0.6$

Параметры многоканальной модели вход-выход:

$a_{11}(p)$	$a_{12}(p)$	$a_{21}(p)$	$a_{22}(p)$	$b_{11}(p)$	$b_{12}(p)$	$b_{21}(p)$	$b_{22}(p)$
p + 16	p + 7	p + 3	p + 8	9	3	1	8

Параметры одноканальной модели вход-состояния-выход:

A	B	$C^\top$
$\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$

Начальные условия одноканальной модели вход-состояние-выход: $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0.6$

Параметры многоканальной модели вход-состояние-выход:

A	B	$C^\top$
$\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$

Выполнение работы

1. *Исследование модели вход-выход*

1.1.

Исследуемое дифференциальное уравнение:

$$2\ddot{y} + 9\dot{y} + 8y = 8\ddot{u} + 2\dot{u} + 6u$$

$$2p^2y + 9py + 8y = 8p^2u + 2pu + 6u$$

$$y = 4u + \frac{1}{p}(u - 4.5y) + \frac{1}{p^2}(3u - 4y)$$

Передаточная функция: $W = \frac{8p^2+2p+6}{2p^2+9p+8} = 4 - \frac{34p+26}{2p^2+9p+8}$

Относительный динамический порядок = 0, тип Proper. Исходя из вида передаточной функции можно предположить, что при вынужденном движении в t = 0, значение выхода y(0) = 4u(0).

Схема моделирования одноканальной линейной динамической системы:

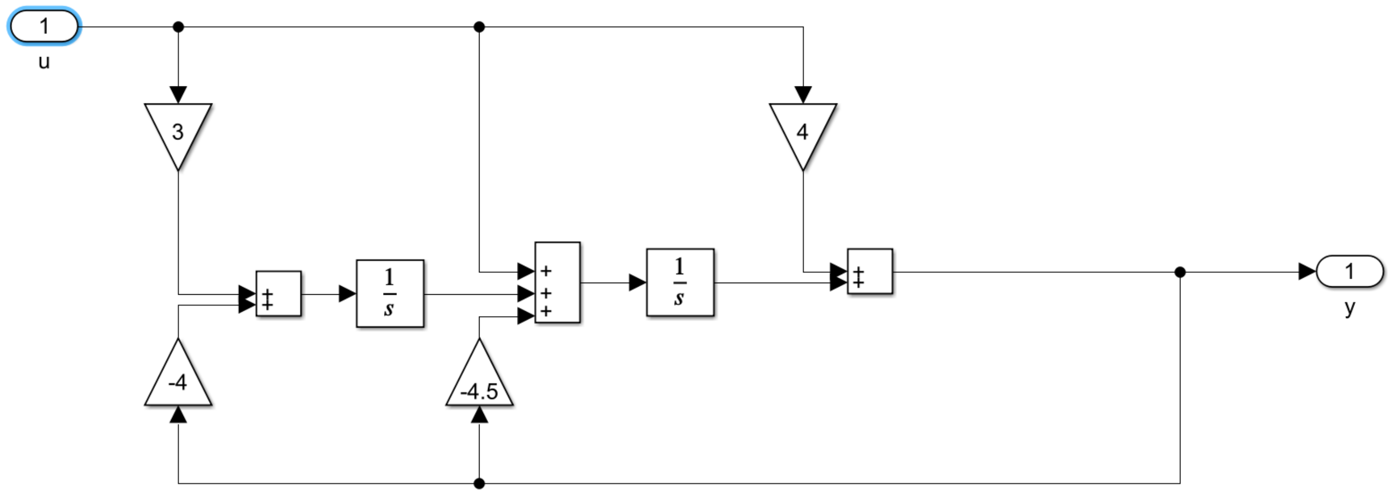

Рисунок 1: Схема моделирования одноканальной линейной динамической системы

1.2.

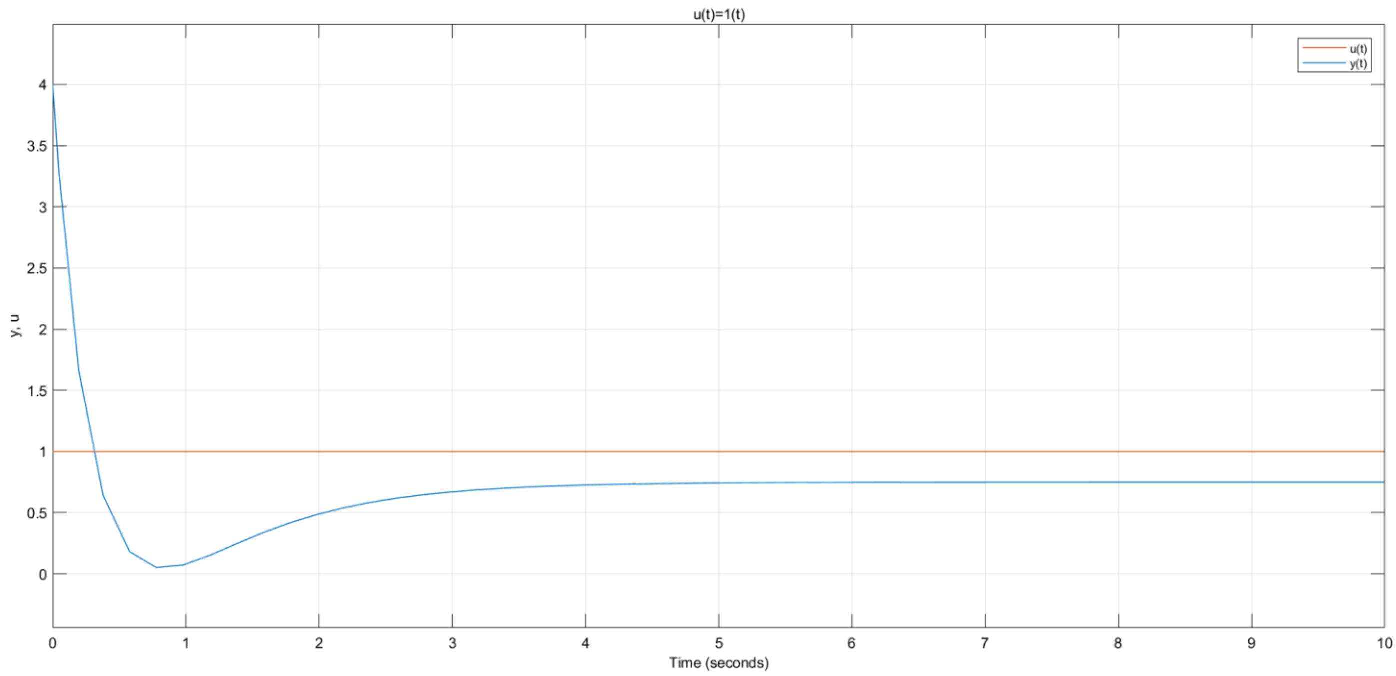

Рисунок 2: Графики сигналов u(t), y(t) при u(t) = 1(t)

График вынужденного движения y(t) начинается с y(0) = 4, так как имеется точка разрыва первого рода при t = 0, а именно y(-0) = {начальные условия} = 0, тогда как y(0) = 4u(0) = 4

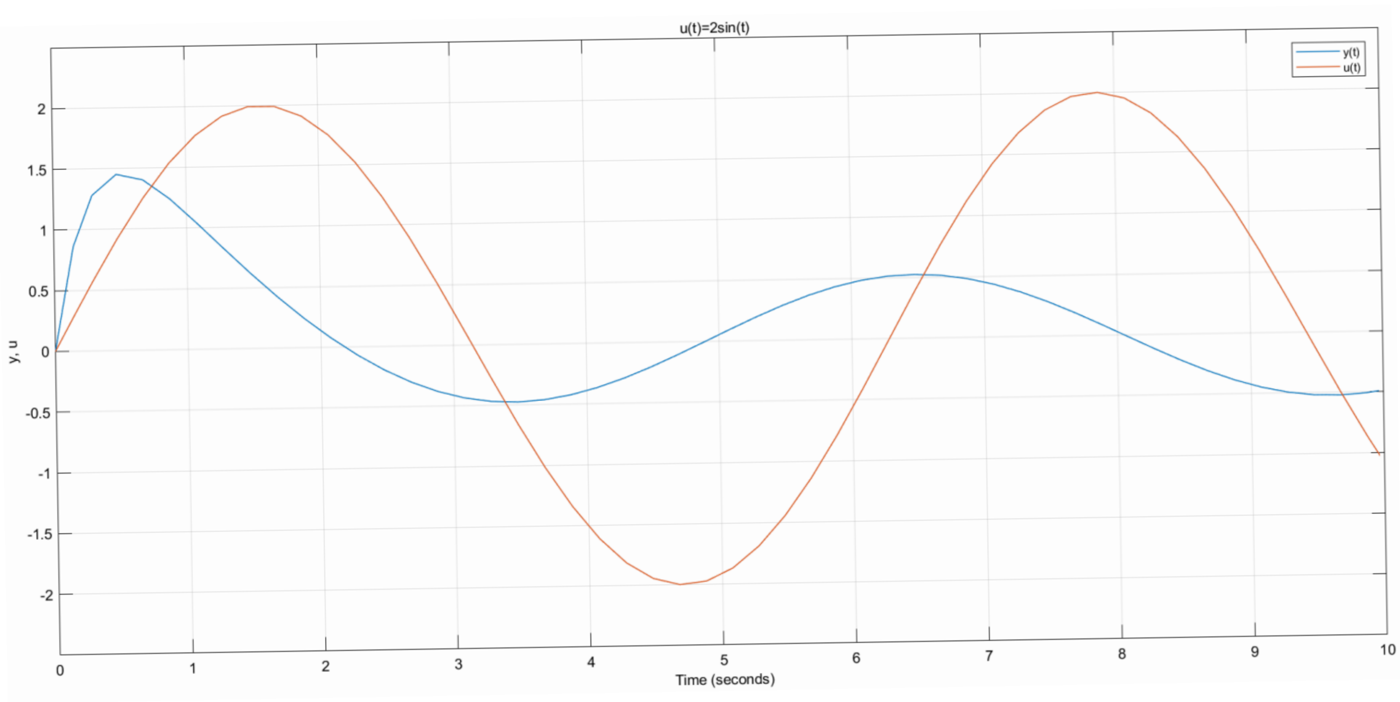

Рисунок 3: Графики сигналов u(t), y(t) при u(t) = 2sin(t).

1.3.

Расчет начальных значений интеграторов:

$$z_1 = y - 4u$$
$$z_1(0) = y(0) - 4u(0) = 1$$
$$z_2 = \dot{y} - 4\dot{u} - 4 + 4.5y$$
$$z_2(0) = \dot{y}(0) - 4\dot{u}(0) - 4 + 4.5y(0) = 0.2 - 4 + 4.5 = 0.7$$

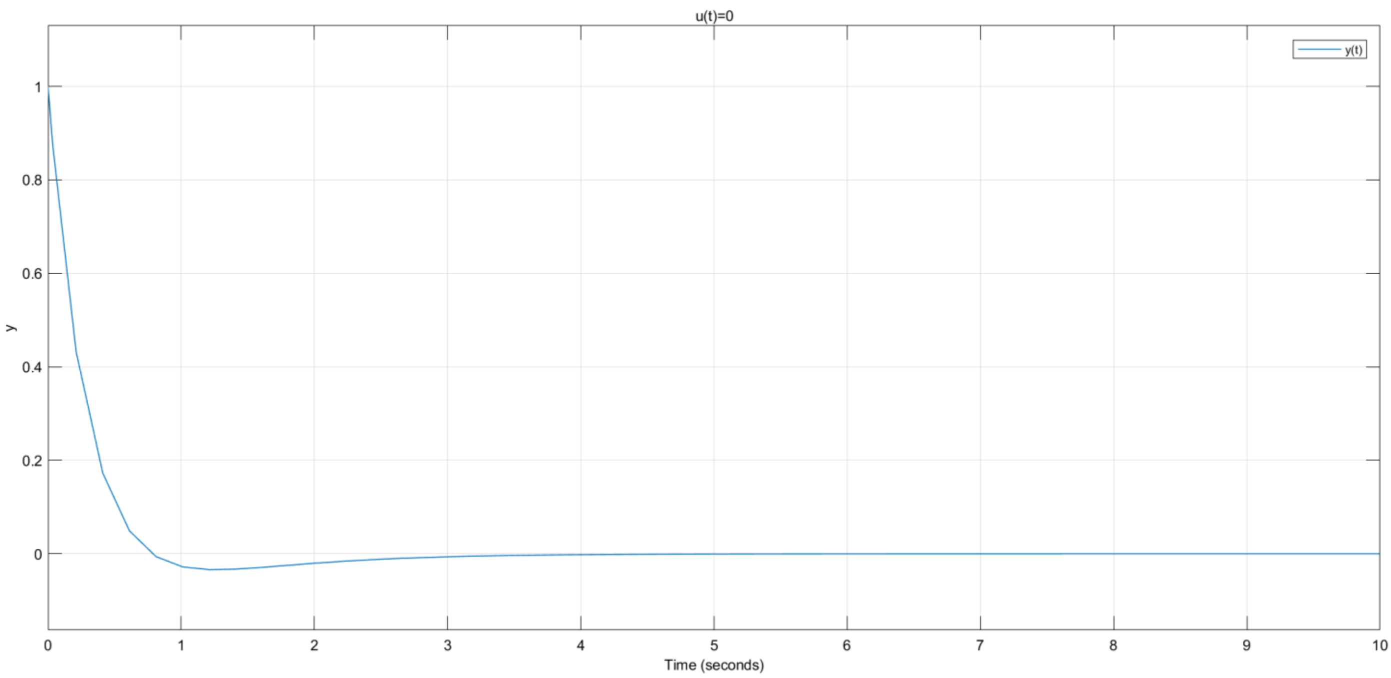

Рисунок 4: График y(t) при свободном движении системы

1.4.

$$A = \begin{bmatrix} p+16 & p+7 \\ p+3 & p+8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{14p+107}\begin{bmatrix} p+8 & -p-7 \\ -p-3 & p+16 \end{bmatrix}$$

$$W = A^{-1} \times B = \frac{1}{14p+107}\begin{bmatrix} 8p+65 & -5p-32 \\ -8p-11 & 5p+119 \end{bmatrix}$$

$$Y = W \times B$$

Так как все передаточные функции имеют относительный динамический порядок = 0 и тип Proper, то при вынужденном движении значение выхода при t = 0, будет равно Y(0) = k*U(0), где k – матрица 2x2.

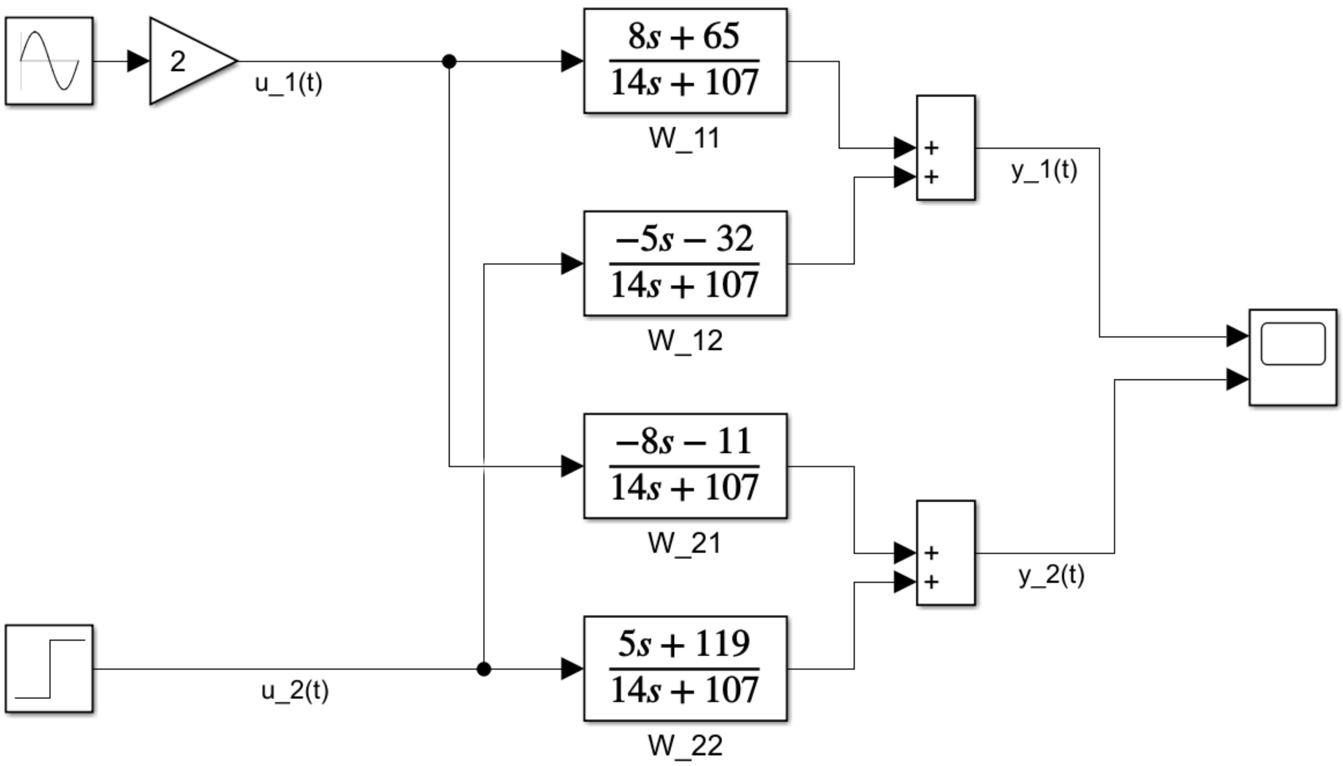

Рисунок 5: Схема моделирования многоканальной линейной динамической системы

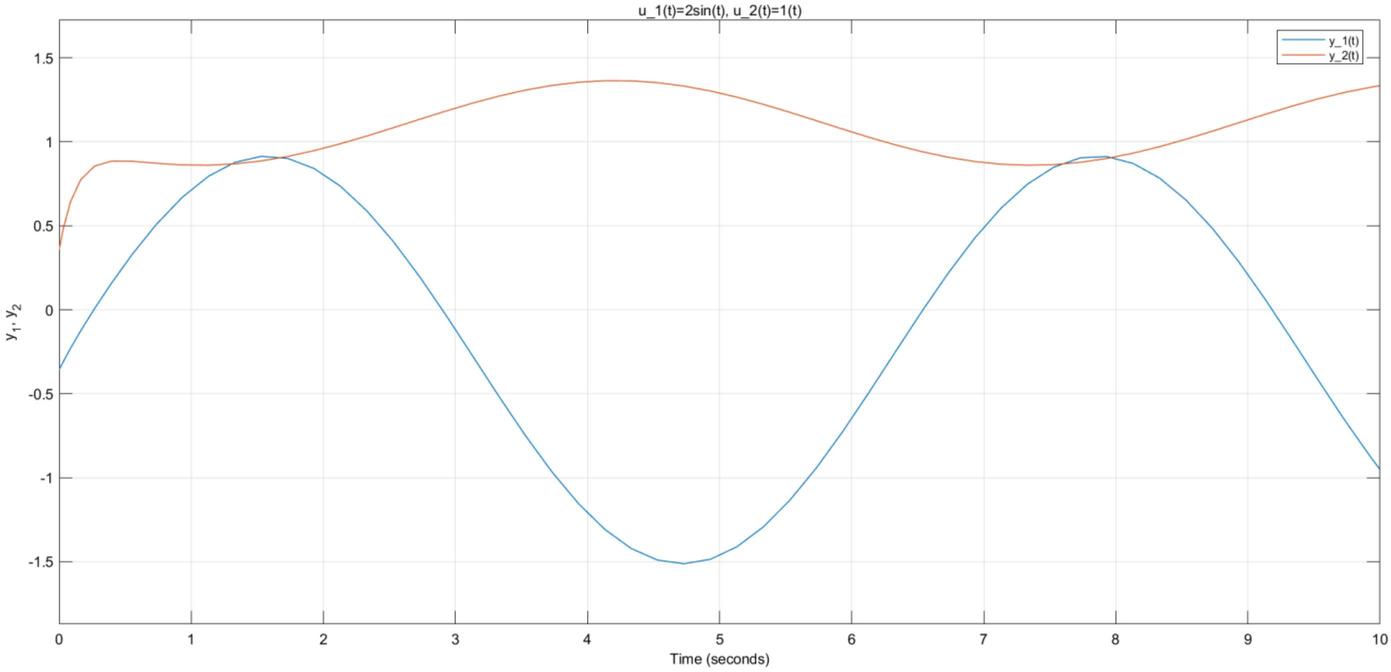

Рисунок 6: Графики $y_1(t)$, $y_2(t)$ для многоканальной системы при входных воздействиях $u_1(t) = 2sin(t)$, $u_2 = 1(t)$ и нулевых начальных условиях

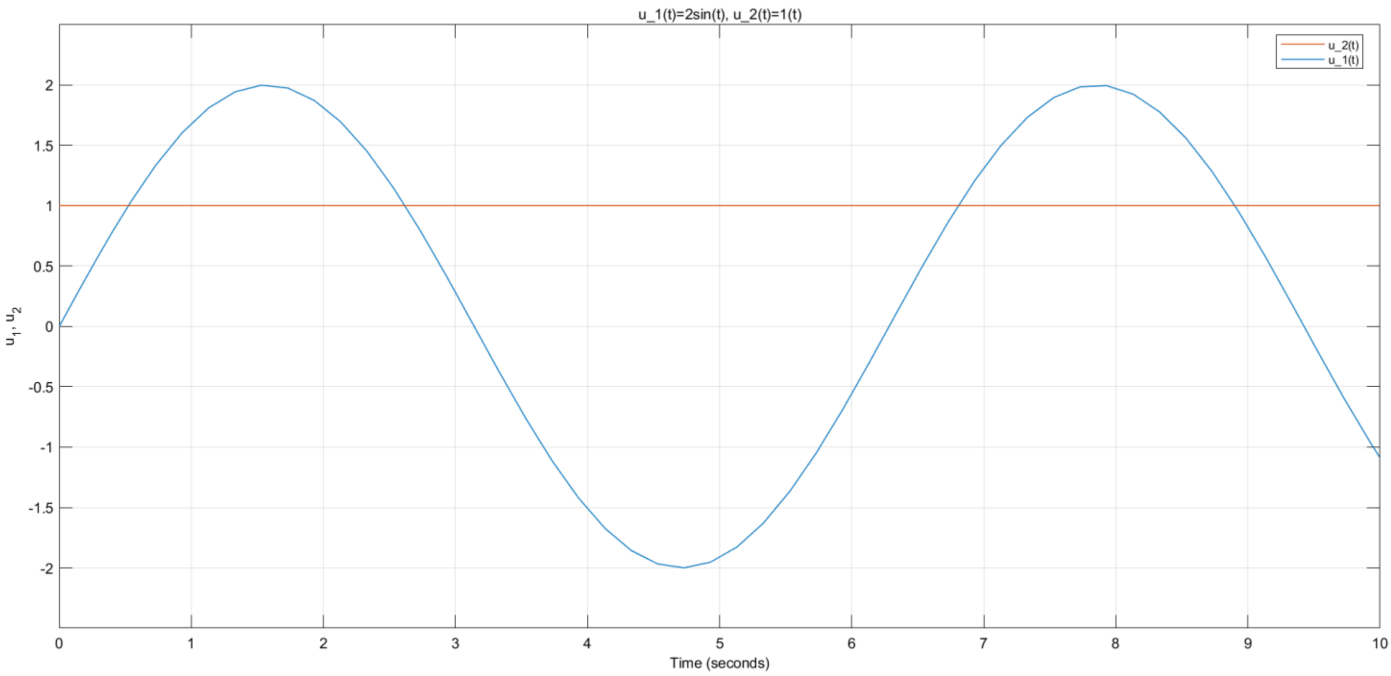

Рисунок 7: Графики входных воздействий $u_1(t) = 2sin(t)$, $u_2 = 1(t)$ для многоканальной системы

2. Исследование модели вход-состояние-выход

2.1.

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} u \\ \quad y = \begin{bmatrix} 2 & 6 \end{bmatrix} X \end{cases}, \text{где } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3\dfrac{1}{p}(u - x_2) \\ x_2 = \dfrac{1}{p}(x_1 - 4x_2 + 7u) \\ y = 2x_1 + 6x_2 \end{cases}$$

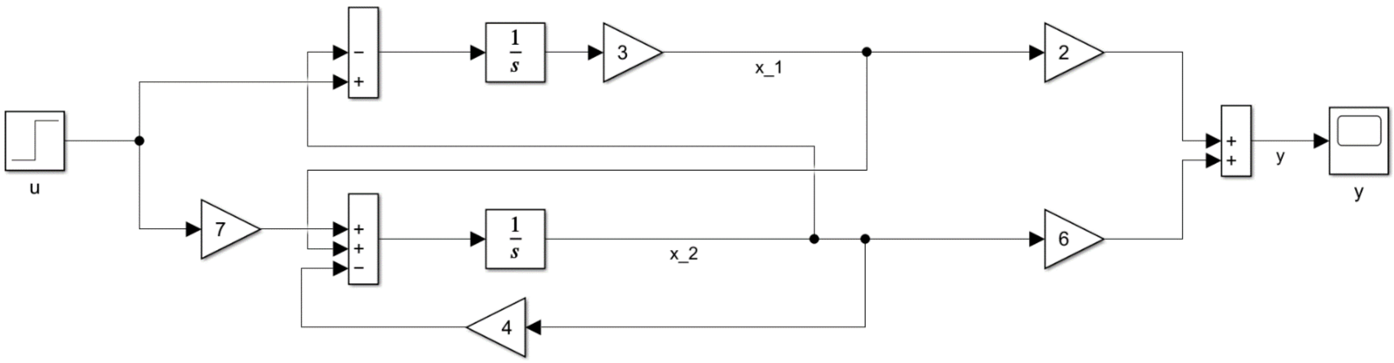

Рисунок 8: Схема моделирования одноканальной линейной динамической системы ВСВ

2.2.

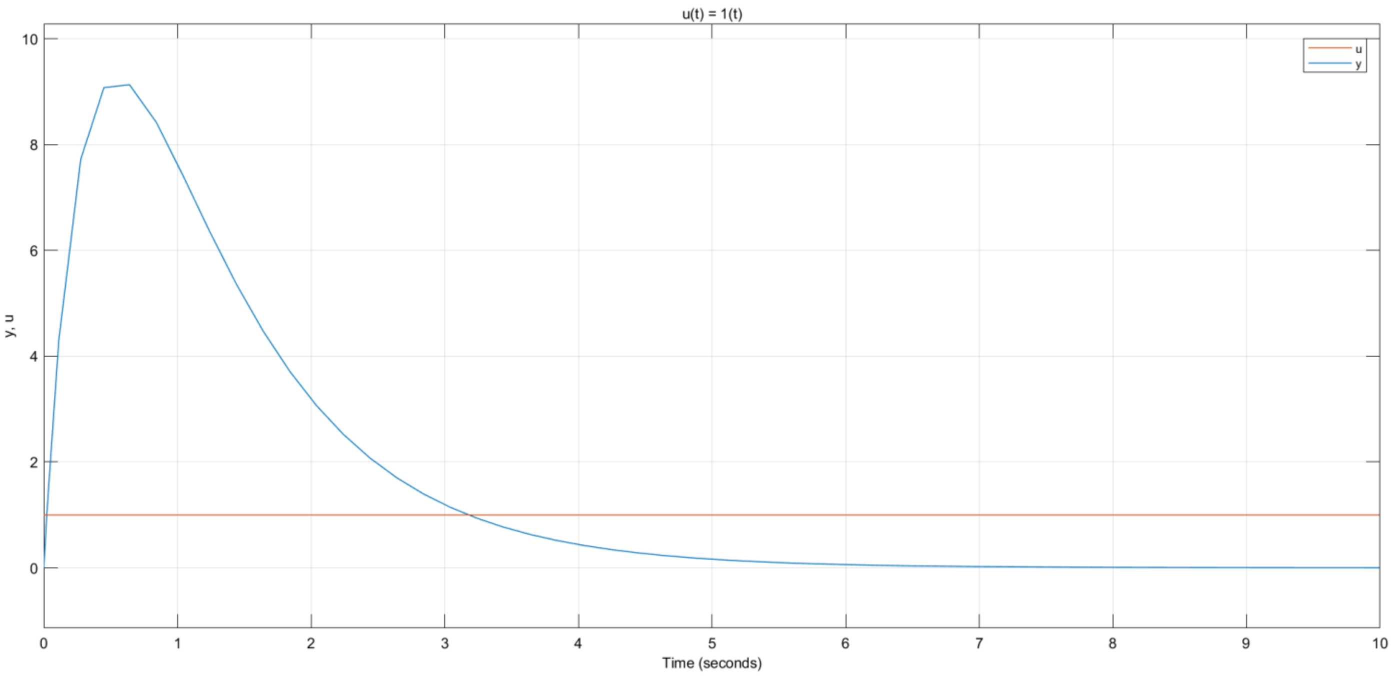

Рисунок 9: Графики сигналов u(t), y(t) при u(t) = 1(t).

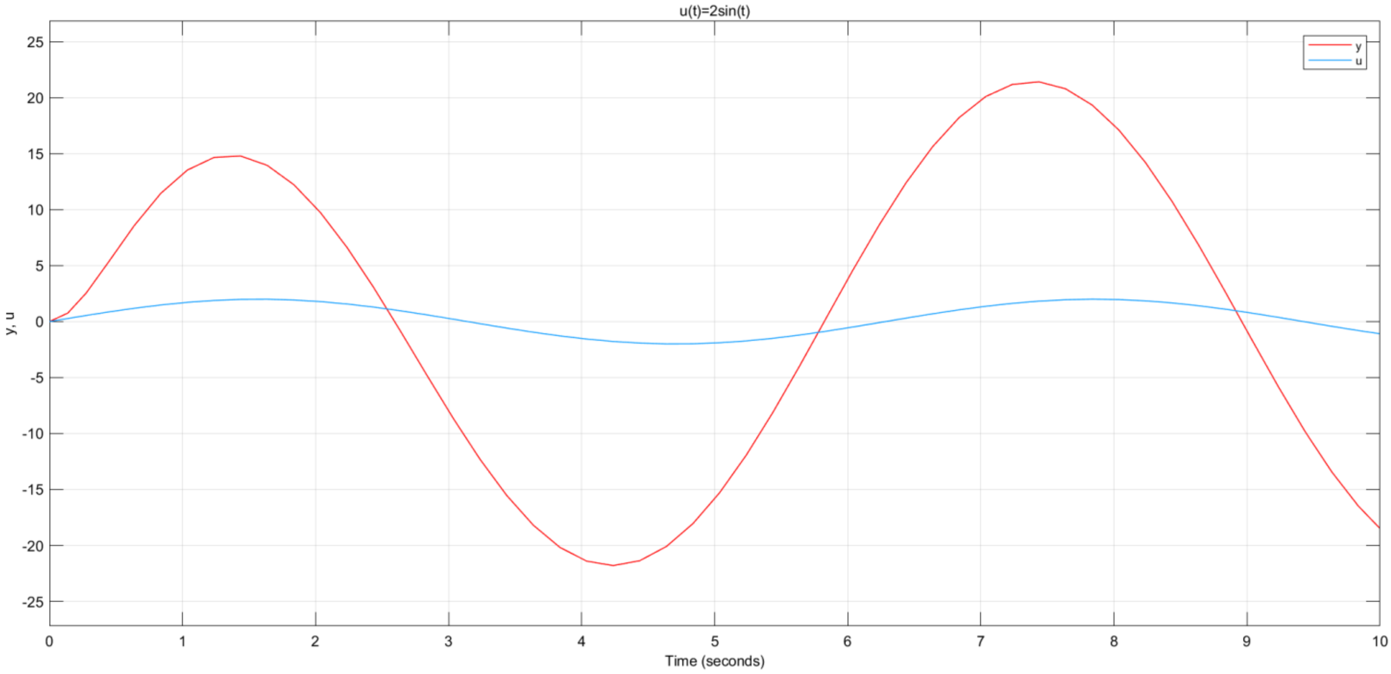

Рисунок 10: Графики сигналов u(t), y(t) при u(t) = 2sin(t).

2.3.

Расчет начальных значений интеграторов:

$$z_1 = \frac{1}{3}x_1$$
$$z_1(0) = \frac{1}{3}x_1(0) = \frac{1}{3}$$
$$z_2 = x_2$$
$$z_2(0) = x_2(0) = 0.6$$

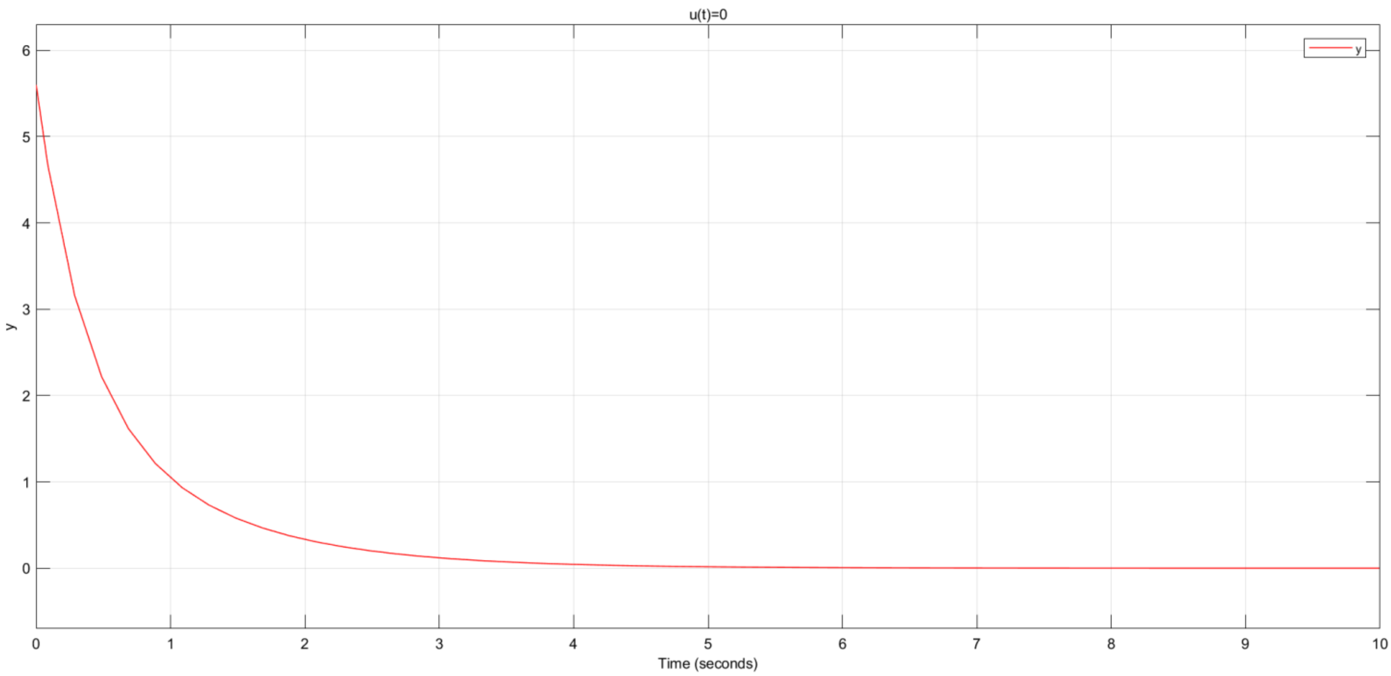

Рисунок 11: График y(t) при свободном движении системы

2.4.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}, C^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} U \\ Y = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} X \end{cases}, \text{где } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{p}(3u_1 + 2u_2 - 3x_2) \\ x_2 = \frac{1}{p}(5u_1 + u_2 + x_1 - 4x_2) \\ y_1 = 2x_1 + 8x_2 \\ y_2 = 3x_1 + 5x_2 \end{cases}$$

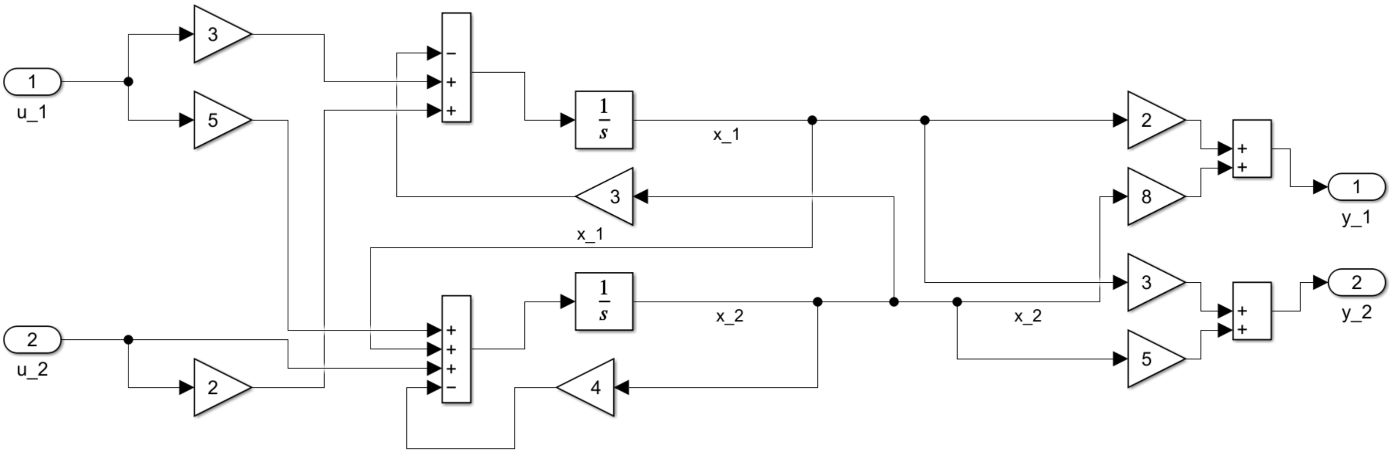

Рисунок 12: Схема моделирования многоканальной линейной динамической системы ВСВ

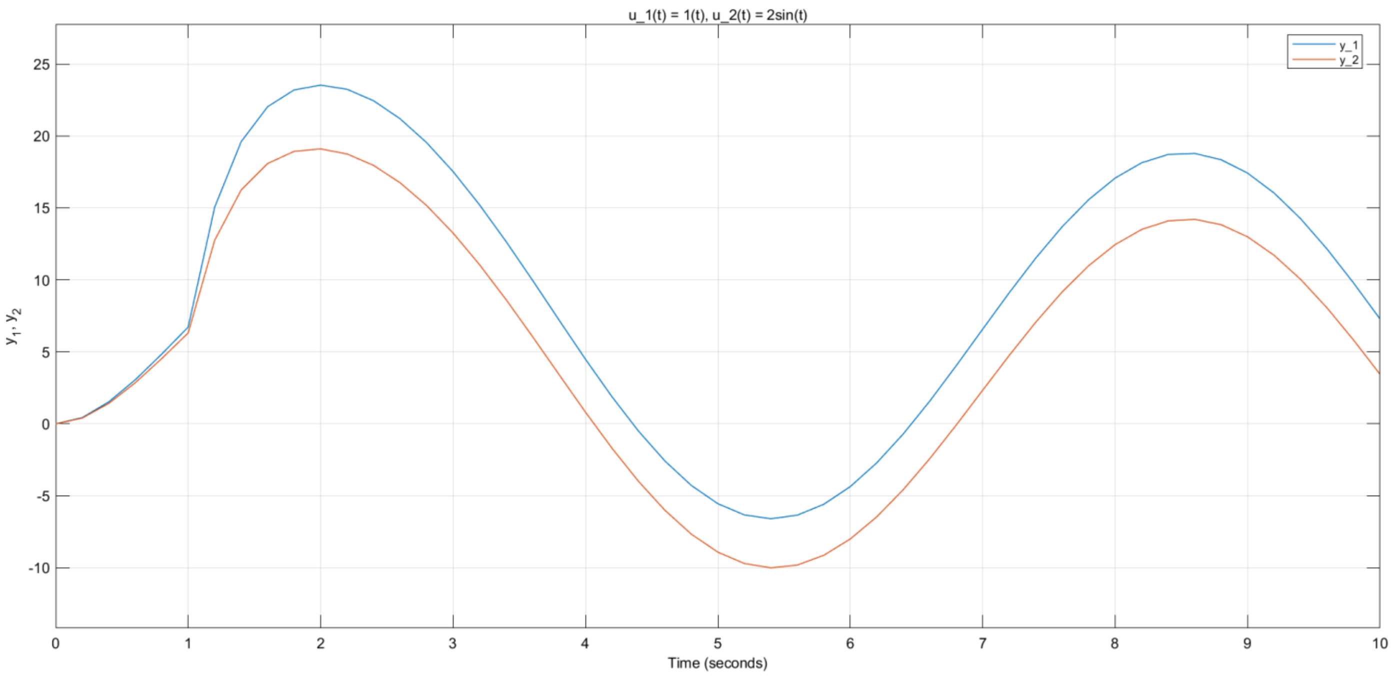

Рисунок 13: Графики y1(t), y2(t) для многоканальной системы при входных воздействиях u1(t) = 2sin(t), u2 = 1(t)

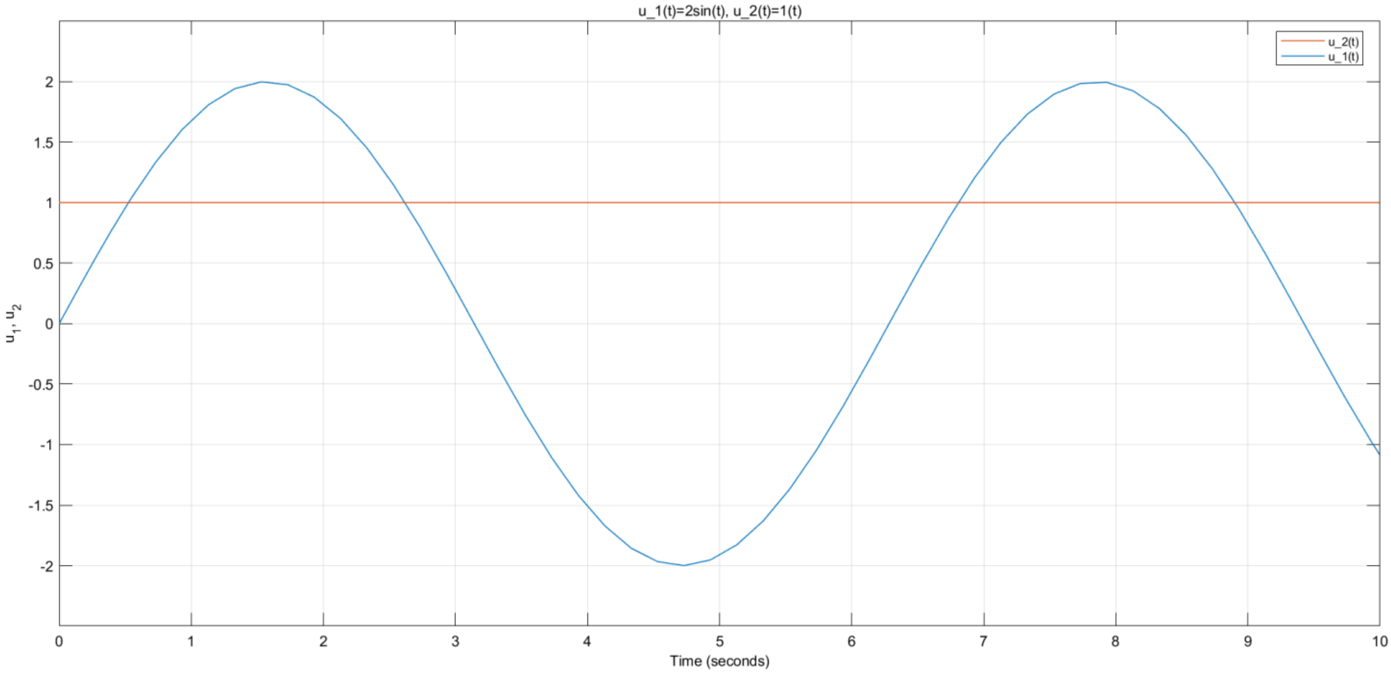

Рисунок 14: Графики входных воздействий u1(t) = 2sin(t), u2 = 1(t) для многоканальной системы

Выводы

В данной лабораторной работе были построены математические модели динамических одноканальных и многоканальных систем в форме ВВ и ВСВ, а также произведено моделирование вынужденного и свободного движений.

В рассмотренных случаях свободного движения (Рисунок 4, 11) функция выхода зависит только от начальных условий, и её передаточная функция имеет вид $W = \frac{k}{q(p)}$.

В случаях вынужденных движений наблюдались два сценария: значение y(0) = 0 (Рисунок 3, 10, 13) и значение y(0) ≠ 0 (Рисунок 2, 6).

- При y(0) = 0 системы имели относительный динамический порядок > 0 (вид передаточной функции $W = \frac{h(q)}{q(p)}$), а значит в точке t = 0 не было разрыва и y(-0) = y(0) = 0.
- При y(0) ≠ 0 относительный динамический порядок передаточных функций систем был равен 0 (вид передаточной функции $W = n + \frac{h(q)}{q(p)}$, где $n = const$), следовательно в точке t = 0 был разрыв первого рода y(-0) = 0, y(0) = nu(0).