Задание 1. Возьмите матрицы A и B из таблицы 1 в соответствии с вашим вариантом и рассмотрите систему

$$\dot{x} = Ax + Bu.$$

Выполните следующие шаги и приведите в отчёте результаты всех вычислений, схемы моделирования, графики и выводы:

- Найдите матрицу управляемости системы, определите её ранг, сделайте вывод об управляемости системы.
- Найдите собственные числа матрицы A и жорданову форму системы. Определите управляемость каждого собственного числа двумя способами: на основе жордановой формы и с помощью рангового критерия.
- Принадлежит ли точка x_1 из таблицы 1 управляемому подпространству системы?
- Найдите Грамиан управляемости системы относительно времени $t_1 = 3$, вычислите его собственные числа.
- Найдите управление, переводящее систему из $x(0) = 0$ в $x(t_1) = x_1$ за время $t_1 = 3$.
- Выполните моделирование системы с рассчитанным управлением, постройте графики компонент вектора $x(t)$ до времени $t_1 = 3$, а также график сигнала управления $u(t)$.

Задание 2. Возьмите матрицы A и B из таблицы 2. Проверьте обе точки x_1' и x_1'' из таблицы 2 на принадлежность управляемому подпространству системы. В качестве целевой точки x_1 возьмите ту из них, которая принадлежит управляемому подпространству системы. Выполните все шаги задания 1 для этих матриц A, B и точки x_1, включая поиск соответствующего управляющего воздействия и моделирование.

Задание 3. Возьмите матрицы A и C из таблицы 3 в соответствии с вашим вариантом и рассмотрите систему

$$\dot{x} = Ax, \quad y = Cx.$$

Выполните следующие шаги и приведите в отчёте результаты всех вычислений, схемы моделирования, графики и выводы:

- Найдите матрицу наблюдаемости системы, определите её ранг, сделайте вывод о наблюдаемости системы.
- Найдите собственные числа матрицы A и жорданову форму системы. Определите наблюдаемость каждого собственного числа двумя способами: на основе жордановой формы и с помощью рангового критерия.
- Найдите Грамиан наблюдаемости системы относительно времени $t_1 = 3$, вычислите его собственные числа.

- Представьте, что вам известна следующая информация: выход y системы в течение времени $t \in [0, t_1]$ подчинялся закону $y(t)$, приведенному в таблице 3. Найдите какой-нибудь вектор $x(0)$ начальных условий, которые могла иметь система.
- Могла ли система иметь какие-то другие начальные условия кроме тех, которые вы нашли? Обоснуйте свой ответ.
- Выполните моделирование системы с найденными начальными условиями, постройте графики компонент вектора $x(t)$ до времени $t_1 = 3$, а также график сигнала выхода $y(t)$.

Задание 4. Возьмите матрицы A и C, а также сигнал $y(t)$ из таблицы 4. Выполните все шаги задания 3. Если сигнал $y(t)$ мог быть порожден различными векторами $x(0)$ начальных условий, то приведите хотя бы три таких вектора и выполните требуемое моделирование для каждого из них.

Таблица 1: Исходные данные для задания 1

Номер варианта	Матрица A	Матрица B	Точка x_1
Вариант 1	$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 6 \\ 4 & -3 & 4 \\ -4 & 2 & -5 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$
Вариант 2	$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & -4 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$
Вариант 3	$A = \begin{bmatrix} 7 & -7 & 8 \\ 6 & -5 & 6 \\ -6 & 4 & -7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$
Вариант 4	$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 9 \\ 6 & -5 & 6 \\ -6 & 3 & -8 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$
Вариант 5	$A = \begin{bmatrix} 13 & -11 & 14 \\ 10 & -7 & 10 \\ -10 & 6 & -11 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$
Вариант 6	$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 8 \\ 4 & -4 & 4 \\ -4 & 0 & -8 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Вариант 7	$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 8 \\ 4 & -3 & 4 \\ -4 & 0 & -7 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \\ 7 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$
Вариант 8	$A = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 4 \\ 4 & -5 & 4 \\ -4 & 4 & -5 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$	$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Таблица 2: Исходные данные для задания 2

Номер варианта	Матрица A	Матрица B	Точки x_1' и x_1''
Вариант 1	$A=\begin{bmatrix}5&-4&6\\4&-3&4\\-4&2&-5\end{bmatrix}$	$B=\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix}$	$x_1'=\begin{bmatrix}2\\2\\-1\end{bmatrix},\quad x_1''=\begin{bmatrix}3\\2\\-2\end{bmatrix}$
Вариант 2	$A=\begin{bmatrix}1&-2&3\\2&-3&2\\-2&1&-4\end{bmatrix}$	$B=\begin{bmatrix}3\\1\\-1\end{bmatrix}$	$x_1'=\begin{bmatrix}4\\3\\-3\end{bmatrix},\quad x_1''=\begin{bmatrix}3\\3\\-2\end{bmatrix}$
Вариант 3	$A=\begin{bmatrix}7&-7&8\\6&-5&6\\-6&4&-7\end{bmatrix}$	$B=\begin{bmatrix}2\\0\\0\end{bmatrix}$	$x_1'=\begin{bmatrix}5\\3\\-3\end{bmatrix},\quad x_1''=\begin{bmatrix}4\\3\\-2\end{bmatrix}$
Вариант 4	$A=\begin{bmatrix}7&-6&9\\6&-5&6\\-6&3&-8\end{bmatrix}$	$B=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$	$x_1'=\begin{bmatrix}-6\\-3\\4\end{bmatrix},\quad x_1''=\begin{bmatrix}-5\\-3\\3\end{bmatrix}$
Вариант 5	$A=\begin{bmatrix}13&-11&14\\10&-7&10\\-10&6&-11\end{bmatrix}$	$B=\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix}$	$x_1'=\begin{bmatrix}-3\\-1\\1\end{bmatrix},\quad x_1''=\begin{bmatrix}-6\\-1\\4\end{bmatrix}$
Вариант 6	$A=\begin{bmatrix}4&-2&8\\4&-4&4\\-4&0&-8\end{bmatrix}$	$B=\begin{bmatrix}4\\1\\-1\end{bmatrix}$	$x_1'=\begin{bmatrix}-4\\0\\2\end{bmatrix},\quad x_1''=\begin{bmatrix}-2\\0\\0\end{bmatrix}$
Вариант 7	$A=\begin{bmatrix}5&-2&8\\4&-3&4\\-4&0&-7\end{bmatrix}$	$B=\begin{bmatrix}-1\\-3\\3\end{bmatrix}$	$x_1'=\begin{bmatrix}-2\\-3\\3\end{bmatrix},\quad x_1''=\begin{bmatrix}-3\\-3\\4\end{bmatrix}$
Вариант 8	$A=\begin{bmatrix}3&-6&4\\4&-5&4\\-4&4&-5\end{bmatrix}$	$B=\begin{bmatrix}11\\7\\-7\end{bmatrix}$	$x_1'=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix},\quad x_1''=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$

Таблица 3: Исходные данные для задания 3

Номер варианта	Матрица A	Матрица C	Сигнал $y(t)$
Вариант 1	$A = \begin{bmatrix} -9 & 0 & -10 \\ -4 & -1 & -6 \\ 6 & -2 & 5 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$	$y(t) = -3e^{-3t}\cos(2t) - 2e^{-3t}\sin(2t)$
Вариант 2	$A = \begin{bmatrix} -8 & -3 & -12 \\ -3 & -2 & -6 \\ 6 & 0 & 7 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$	$y(t) = 2e^{-2t}\cos(3t) + e^{-2t}\sin(3t)$
Вариант 3	$A = \begin{bmatrix} -7 & -6 & -14 \\ -2 & -3 & -6 \\ 6 & 2 & 9 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	$y(t) = 4e^{-t}\cos(4t) + 6e^{-t}\sin(4t)$
Вариант 4	$A = \begin{bmatrix} -10 & 3 & -8 \\ -5 & 0 & -6 \\ 6 & -4 & 3 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$	$y(t) = -3e^{-4t}\cos(t) + 3e^{-4t}\sin(t)$
Вариант 5	$A = \begin{bmatrix} -10 & -7 & -18 \\ -3 & -4 & -8 \\ 8 & 2 & 11 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$	$y(t) = e^{-2t}\cos(5t) - 2e^{-2t}\sin(5t)$
Вариант 6	$A = \begin{bmatrix} -13 & 2 & -12 \\ -6 & -1 & -8 \\ 8 & -4 & 5 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 9 & -2 & 9 \end{bmatrix}$	$y(t) = 21e^{-5t}\cos(2t) - 7e^{-5t}\sin(2t)$
Вариант 7	$A = \begin{bmatrix} -7 & 9 & 1 \\ -5 & 3 & -3 \\ 3 & -7 & -3 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 \end{bmatrix}$	$y(t) = -3e^{-4t}\cos(2t) + 2e^{-4t}\sin(2t)$
Вариант 8	$A = \begin{bmatrix} -11 & -9 & -21 \\ -3 & -5 & -9 \\ 9 & 3 & 13 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	$y(t) = 6e^{-2t}\cos(6t) + 9e^{-2t}\sin(6t)$

Таблица 4: Исходные данные для задания 4

Номер варианта	Матрица A	Матрица C	Сигнал $y(t)$
Вариант 1	$A = \begin{bmatrix} -9 & 0 & -10 \\ -4 & -1 & -6 \\ 6 & -2 & 5 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$y(t) = -3e^{-3t}\cos(2t) - 2e^{-3t}\sin(2t)$
Вариант 2	$A = \begin{bmatrix} -8 & -3 & -12 \\ -3 & -2 & -6 \\ 6 & 0 & 7 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$y(t) = 2e^{-2t}\cos(3t) + e^{-2t}\sin(3t)$
Вариант 3	$A = \begin{bmatrix} -7 & -6 & -14 \\ -2 & -3 & -6 \\ 6 & 2 & 9 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$	$y(t) = 4e^{-t}\cos(4t) + 6e^{-t}\sin(4t)$
Вариант 4	$A = \begin{bmatrix} -10 & 3 & -8 \\ -5 & 0 & -6 \\ 6 & -4 & 3 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}$	$y(t) = -3e^{-4t}\cos(t) + 3e^{-4t}\sin(t)$
Вариант 5	$A = \begin{bmatrix} -10 & -7 & -18 \\ -3 & -4 & -8 \\ 8 & 2 & 11 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$y(t) = e^{-2t}\cos(5t) - 2e^{-2t}\sin(5t)$
Вариант 6	$A = \begin{bmatrix} -13 & 2 & -12 \\ -6 & -1 & -8 \\ 8 & -4 & 5 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 7 \end{bmatrix}$	$y(t) = 21e^{-5t}\cos(2t) - 7e^{-5t}\sin(2t)$
Вариант 7	$A = \begin{bmatrix} -7 & 9 & 1 \\ -5 & 3 & -3 \\ 3 & -7 & -3 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	$y(t) = -3e^{-4t}\cos(2t) + 2e^{-4t}\sin(2t)$
Вариант 8	$A = \begin{bmatrix} -11 & -9 & -21 \\ -3 & -5 & -9 \\ 9 & 3 & 13 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	$y(t) = 6e^{-2t}\cos(6t) + 9e^{-2t}\sin(6t)$