

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО  
Факультет систем управления и робототехники

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ  
Лабораторная работа №4  
Удержание заданного положения надводного судна

Выполнил студент:  
Кирбаба Д.Д. R3338

Преподаватель:  
Бобцов А.А.

г. Санкт-Петербург  
2023

## Цель работы

Стабилизация положения надводного судна с помощью трех регуляторов:

- ПИД;
- Последовательный компенсатор;
- Регулятор на основе наблюдателя с высоким коэффициентом усиления (High-gain).

## Постановка задачи

Рассмотрим линеаризованную модель надводного судна

$$M\ddot{y} + D\dot{y} = \tau + \tau_d,$$

где  $y = [X \ Y \ \Phi]^T$  - вектор координат надводного судна относительно параллельной системы координат, связанной с судном,

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \tau_d = \begin{bmatrix} \tau_{d1} \\ \tau_{d2} \\ \tau_{d3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

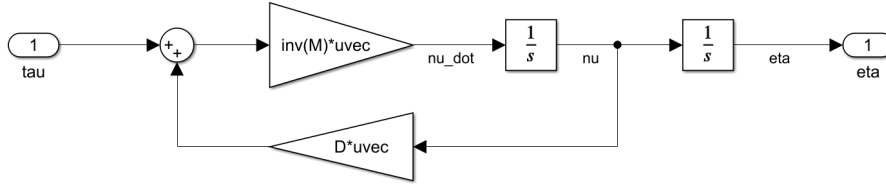


Рис. 1: Линеаризованная модель.

Выполним моделирование задачи удержания заданного положения в базовой системе координат

$$y_r^b = \begin{bmatrix} X_r^b \\ Y_r^b \\ \Phi_r^b \end{bmatrix},$$

которое на каждом такте преобразуется в систему координат, связанную с судном с помощью

$$y_r = \begin{bmatrix} \cos \Phi & \sin \Phi & 0 \\ -\sin \Phi & \cos \Phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Необходимо синтезировать закон управления обеспечивающий выполнение целевого условия для сколь угодно малого  $\epsilon > 0$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{y} \leq \epsilon,$$

где  $\tilde{y} = y(t) - y_r(t)$  — ошибка между выходом объекта  $y(t)$  и референсной траекторией, которая в данном случае задается точкой  $y_r(t) = y_r$ . Точка  $y_r$  для моделирования может

быть назначена произвольным образом, однако, стоит обратить внимание, что в дальнейшей экспериментальной апробации точка должна находиться в пределах рабочей области бассейна, которая составляет  $[1920 \times 840]$ px, при этом предпочтительнее располагать ее ближе к центральной области.

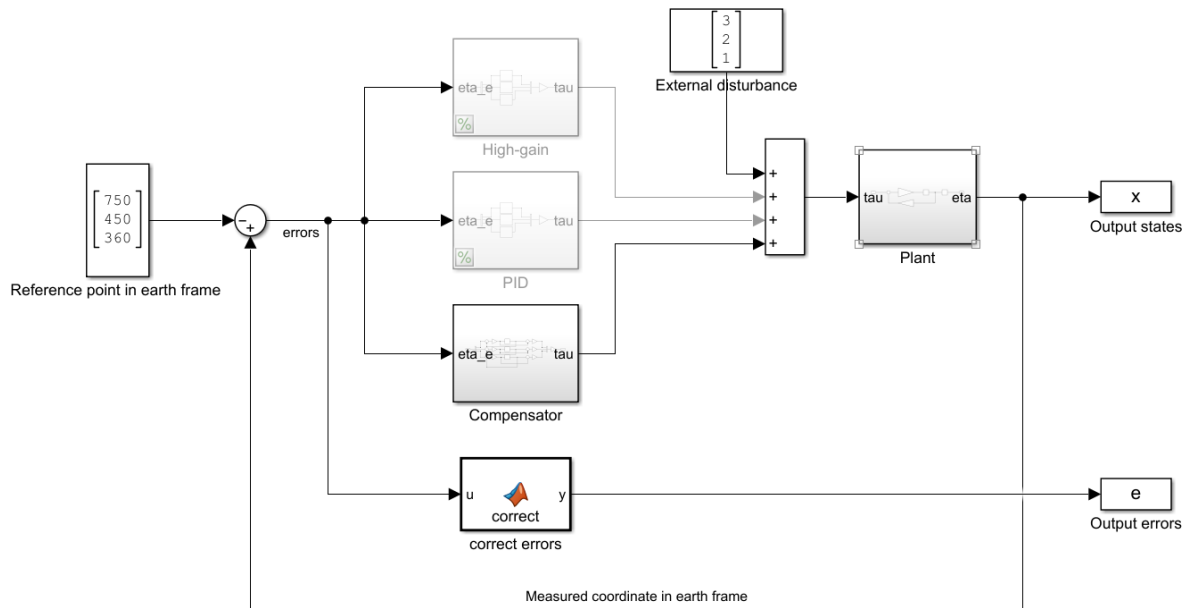


Рис. 2: Блок-схема линейной модели судна.

## ПИД-регулятор

Пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор - это механизм управления, использующий обратную связь.

Математическая форма:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}.$$

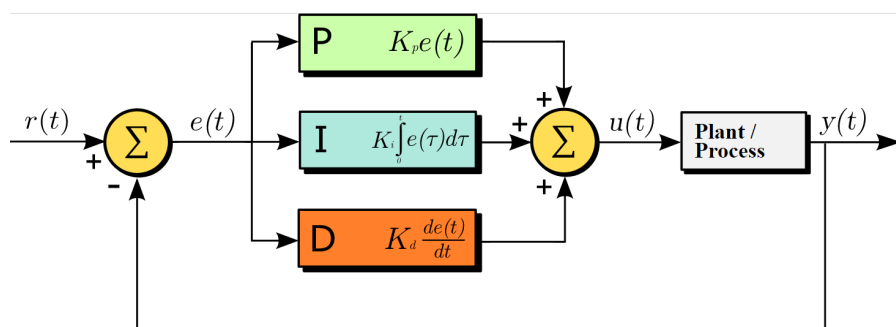


Рис. 3: Блок-схема ПИД-регулятора.

Встроим ПИД-регулятор для всех трех компонент вектора состояний судна.

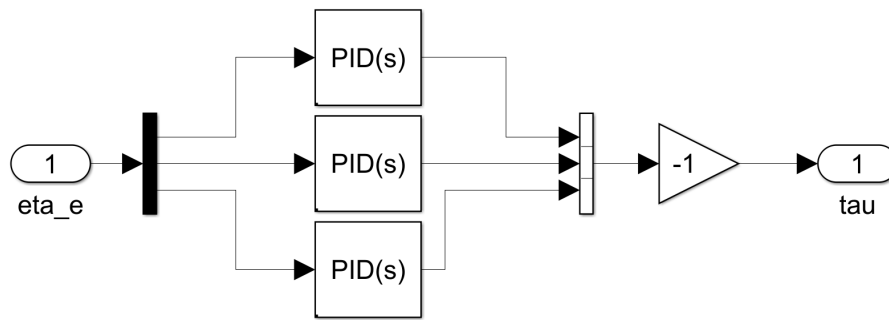


Рис. 4: Схема ПИД-регулятора для каждого компонента вектора состояний.

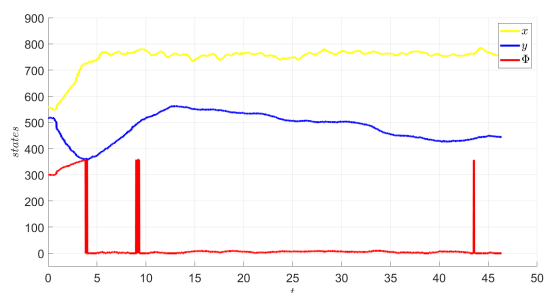
Итого, необходимо подобрать 9 коэффициентов.

Подобранные коэффициенты:

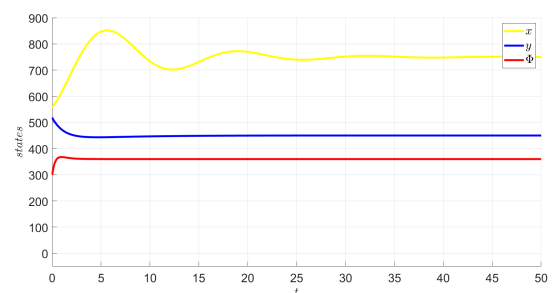
$$K = \begin{bmatrix} 30 & 20 & 200 \\ 1 & 1 & 1 \\ 100 & 100 & 100 \end{bmatrix}$$

Цель управления:  $y_{goal} = \begin{bmatrix} 750 \\ 450 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Начальное положение:  $y_{initial} = \begin{bmatrix} 559 \\ 517 \\ 301 \end{bmatrix}$ .

Приведем графики эксперимента и моделирования:

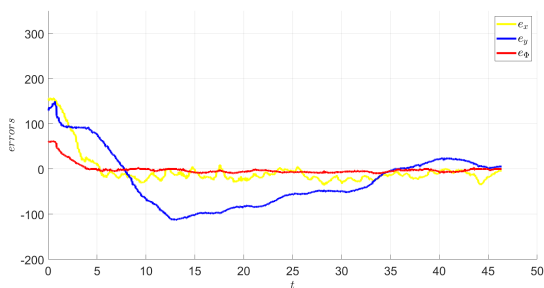


(a) эксперимент

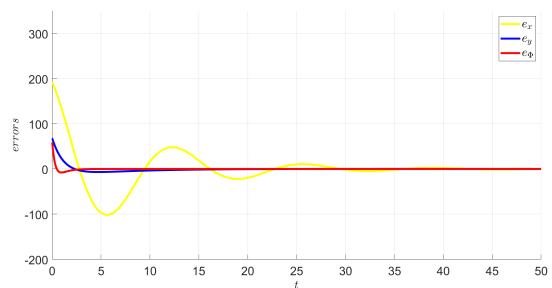


(b) моделирование

Рис. 5: Графики переходных процессов.



(a) эксперимент



(b) моделирование

Рис. 6: Графики ошибок.

ПИД-регулятор смог стабилизировать систему, однако время переходного процесса составило около 40 секунд при эксперименте. Преимуществом данного метода является простота математического аппарата.

Также подбор коэффициентов не являлся сложным из-за их понятной интерпретации ( $K_p$  - обычная пропорциональная составляющая ошибки,  $K_i$  - учитывает прошлые значения ошибок и накапливает их с течением времени,  $K_d$  - оценка будущего тренда ошибки, основанная на текущем темпе её изменения).

## Последовательный компенсатор

Выберем закон управления на основе метода последовательного компенсатора:

$$\begin{cases} u(t) = \mu_i(\dot{\xi}_i + \xi_i) \\ \dot{\xi}_i = \sigma_i(-\xi_i + e_i), \end{cases}$$

где  $\mu_i$ ,  $\sigma_i$ ,  $i = x, y, \varphi$  настраиваемые коэффициенты регулятора.

Выбранные параметры:

$$\sigma = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad \mu = \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \\ 300 \end{bmatrix}$$

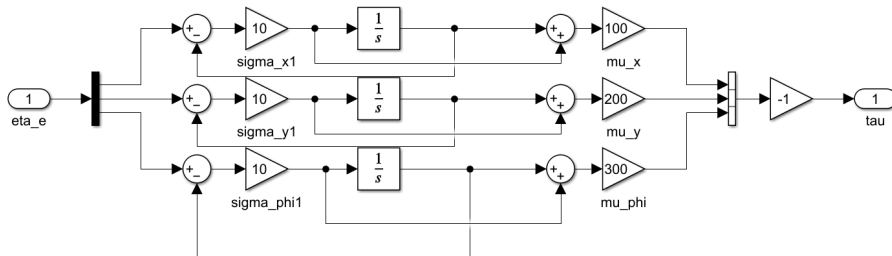


Рис. 7: Последовательный компенсатор.

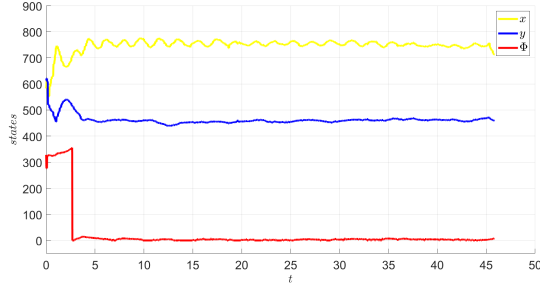
Эксперимент с последовательным компенсатором был проведен при следующем начальном условии:

$$y_{initial} = \begin{bmatrix} 559 \\ 517 \\ 301 \end{bmatrix}.$$

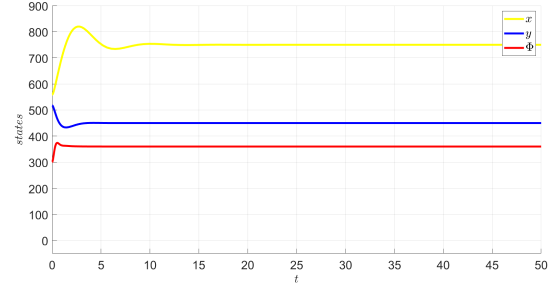
Референсная точка:

$$y_{goal} = \begin{bmatrix} 750 \\ 450 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Приведем графики эксперимента и моделирования:

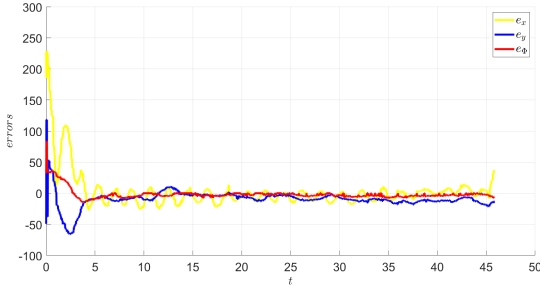


(a) эксперимент

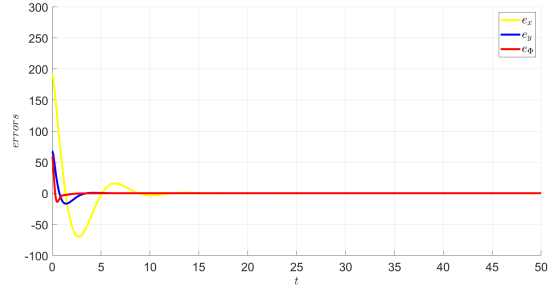


(b) моделирование

Рис. 8: Графики переходных процессов.



(a) эксперимент



(b) моделирование

Рис. 9: Графики ошибок.

Последовательный компенсатор смог за 5 секунд стабилизировать судно. Также, увеличилась точность регулятора в сравнении с обычным ПИД-регулятором.

## Управление на основе наблюдателя с высоким коэффициентом усиления

Рассмотрим систему управления на основе наблюдателя с высоким коэффициентом усиления:

$$\dot{\hat{\xi}} = A_0 \hat{\xi} + B_0 \tilde{y},$$

где

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\kappa C_2 & I \\ -\kappa^2 C_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} \kappa C_2 \\ \kappa^2 C_1 \end{bmatrix},$$

где  $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  - единичная матрица,  $C_1, C_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  - положительно определенные матрицы такие, что матрица

$$\begin{bmatrix} -C_2 & I \\ -C_1 & 0 \end{bmatrix}$$

гурвицева,  $\kappa > 0$  - высокий коэффициент усиления.

Закон управления задается в виде

$$\hat{u}_s = \text{sat}_L(K \hat{\xi}),$$

где  $\text{sat}_L(\cdot)$  - гладкая функция насыщения с ограничениями  $\pm L$ ,  $\hat{\xi}$  - состояние наблюдателя,  $K \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$  - матрица настраиваемых коэффициентов.

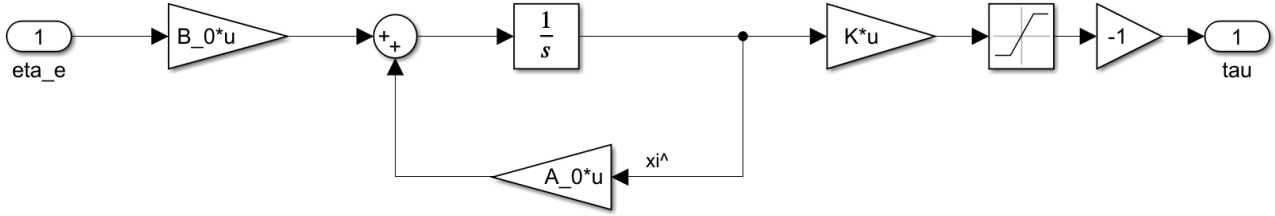


Рис. 10: Блок-схема наблюдателя с высоким коэффициентом усиления.

Выбранные параметры модели:

$$K = \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 75 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\kappa = 7, \quad \lambda = 10.$$

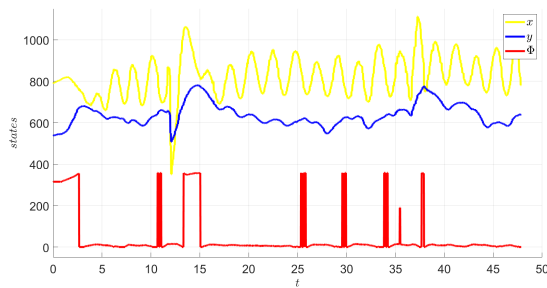
Эксперимент с high-gain наблюдателем был проведен при следующем начальном условии:

$$y_{initial} = \begin{bmatrix} 788 \\ 567 \\ 317 \end{bmatrix}.$$

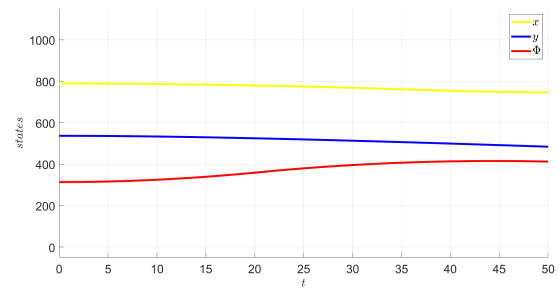
Референсная точка:

$$y_{goal} = \begin{bmatrix} 750 \\ 450 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Приведем графики эксперимента и моделирования:

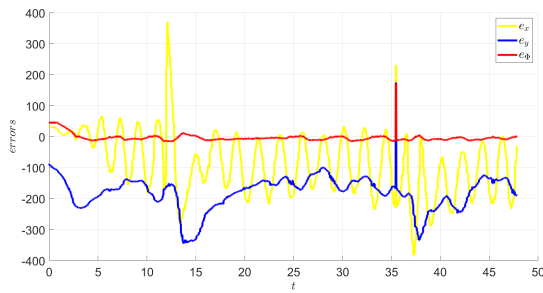


(a) эксперимент

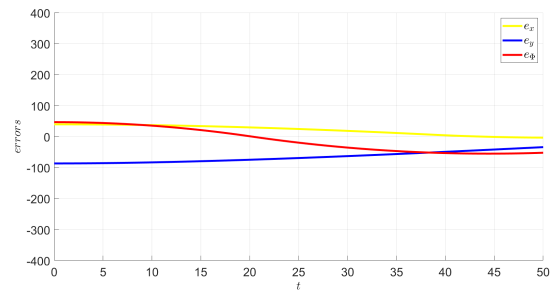


(b) моделирование

Рис. 11: Графики переходных процессов.



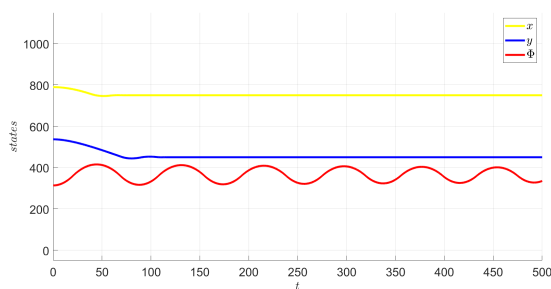
(а) эксперимент



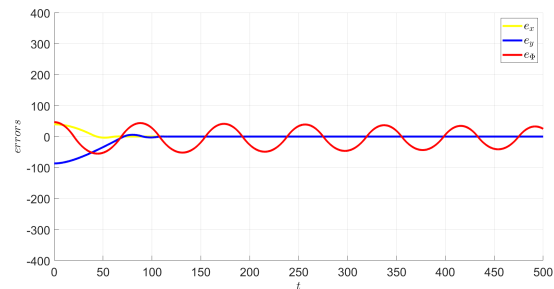
(b) моделирование

Рис. 12: Графики ошибок.

Увеличим время моделирования до 500 секунд:



(а) состояния



(b) ошибки

Рис. 13: Моделирование 500 секунд.

Как видно по графикам, подобрать оптимальные значения параметров не удалось. Если в ходе моделирования данный регулятор смог стабилизировать положение за 40 секунд и по углу была колеблющаяся ошибка, то при эксперименте достичь сходимости ошибки не удалось совсем.

## Выводы

В данной лабораторной работе была рассмотрена задача стабилизации надводного судна (его линеаризованной модели) с помощью регуляторов трех типов (ПИД, последовательный компенсатор и наблюдатель с высоким коэффициентом усиления).

В начале требовалось реализовать данные регуляторы в Simulink, промоделировать поведение судна и подобрать оптимальные для моделирования коэффициенты.

Затем проводилась экспериментальная апробация алгоритмов. Результаты экспериментов для ПИД-регулятора и последовательного компенсатора были удовлетворительны, поведение системы было похоже на смоделированные графики переходных процессов и ошибок с точностью до внешних возмущений, колебаний воды, а также нелинейности системы. Эксперимент с high-gain наблюдателем не удался, так как подобранные в результате моделирования параметры не подошли для реальных опытов.

Наиболее эффективным методом управления в ходе данной работы стал последовательный компенсатор - у него более точная и быстрая стабилизация.