

## 1. Формы представления линейных систем.

- Форма Вход-Выход. Дифференциальное уравнение и операторная форма.
- Форма Вход-Состояние-Выход. Матричное представление линейных систем.
- Динамический порядок, относительный динамический порядок, условие физической реализуемости, proper и strictly proper системы.
- SISO и MIMO системы, их представление в формах Вход-Состояние-Выход и Вход-Выход, размерность соответствующих матриц.
- Примеры физических систем и их представление в различных формах.

## 2. Переходы между формами представления.

- Замена базиса в форме Вход-Состояние-Выход, подобные системы.
- Диагональная и жорданова форма системы. Как к ним перейти?
- Каноническая управляемая и каноническая наблюдаемая формы. В каких случаях от системы, заданной в форме Вход-Состояние-Выход можно перейти к канонической управляемой/наблюдаемой форме? В каких случаях от системы, заданной в форме Вход-Выход можно перейти к канонической управляемой/наблюдаемой форме?
- Переход от В-С-В к В-В. Формула и её доказательство.
- Переход от В-В к В-С-В. Какие есть способы это сделать?

## 3. Свободное движение в форме Вход-Выход.

- Как найти свободное движение системы в форме Вход-Выход? Характеристическое уравнение и моды системы.
- Комплексная точка зрения на моды системы при комплексных корнях характеристического уравнения.
- Виды устойчивости, корневой критерий, критерий Гурвица и его следствия.
- Поиск свободного движения и анализ устойчивости для нескольких физических примеров, заданных в форме Вход-Выход.

## 4. Свободное движение в форме Вход-Состояние-Выход.

- Как найти свободное движение системы в форме Вход-Состояние-Выход?
- Матричная экспонента и способы её вычисления.
- Виды устойчивости, критерий устойчивости для формы Вход-Состояние-Выход.
- Поиск свободного движения и анализ устойчивости для нескольких физических примеров, заданных в форме Вход-Состояние-Выход.

## 5. Преобразование Лапласа.

- Определение. Вычисление изображений Лапласа некоторых функций согласно определению.
- Таблица изображений Лапласа всех основных функций + изображение Лапласа матричной экспоненты.
- Основные свойства преобразования Лапласа. Связь с дифференцированием, связь с интегрированием, связь со свёрткой.
- Формулировка теоремы о конечном значении.
- Какие есть применения у преобразования Лапласа в теории управления?

## 6. Вынужденное движение.

- Как найти вынужденное движение с помощью преобразования Лапласа?
- Весовая, переходная и передаточная функции системы, связь между ними.
- Определение свёртки. Вынужденное движение системы как свёртка.
- Полное движение системы в форме Вход-Состояние-Выход: формулы для функции времени  $y(t)$  и для изображения Лапласа  $Y(s)$ .
- Пример поиска полного движения физической системы.

## 7. Задача слежения и астатизмы.

- Задача слежения в форме Вход-Выход, схема системы.
- Передаточная функция разомкнутой системы, замкнутой системы по выходу, замкнутой системы по ошибке.
- Порядок астатизма. Определение, связь с передаточными функциями.
- Физические примеры систем с различными порядками астатизма.
- Принципы синтеза обобщённых ПИД-регуляторов.

## 8. Частотные характеристики.

- Как преобразуется абстрактный сигнал вида  $e^{j\omega t}$  при прохождении через линейную систему? Как преобразуется синусоидальный сигнал вида  $a \sin(\omega t + b)$  при прохождении через линейную систему?
- Частотная передаточная функция, АЧХ и ФЧХ.
- Основы понимания частотных характеристик: АЧХ proper и strictly proper систем, резонансы, статический коэффициент усиления. Как предсказать сдвиг фазы на высоких частотах по передаточной функции системы?
- Вычисление АЧХ и ФЧХ сложного звена.

- Альтернативные способы представления частотных характеристик: годограф Найквиста, ЛАЧХ и ЛФЧХ.

#### 9. Типовые динамические звенья.

- Пропорциональное, апериодическое первого порядка, апериодическое второго порядка, колебательное, консервативное, идеальное дифференцирующее, реальное дифференцирующее, идеальное интегрирующее, интегрирующее с замедлением, звено чистого запаздывания.
- Передаточная функция, переходная функция и моды каждого звена.
- Частотные характеристики каждого звена.
- По одному физическому примеру для каждого звена.

#### 10. Критерий Найквиста.

- Полная формулировка критерия Найквиста.
- Формулировка критерия Найквиста для случая, когда разомкнутая система асимптотически устойчива.
- Запасы устойчивости по амплитуде и по фазе.
- Использование критерия Найквиста для определения критического времени запаздывания в системе.
- Пример анализа устойчивости физической системы с запаздыванием.

#### 11. Управляемость.

- Определение управляемости.
- Матрица управляемости, управляемое подпространство.
- Критерий управляемости Калмана и его полное доказательство.
- Программное управление.
- Управляемость собственных чисел, матрица Хаутуса, стабилизируемость.

#### 12. Наблюдаемость.

- Определение наблюдаемости.
- Матрица наблюдаемости, ненаблюдаемое подпространство.
- Критерий наблюдаемости Калмана и его полное доказательство.
- Программное наблюдение (восстановление начальных условий).
- Наблюдаемость собственных чисел, матрица Хаутуса, обнаруживаемость.

## 13. Модальные регуляторы и наблюдатели.

- Регулятор по состоянию, основная идея модального управления.
- Вывод уравнений регулятора. Существование и единственность решения.
- Наблюдатель состояния, вывод динамического уравнения ошибки наблюдателя, основная идея модального наблюдения.
- Вывод уравнений наблюдателя. Существование и единственность решения.
- Модальное управление по выходу.

## 14. Матричные неравенства и уравнение Ляпунова.

- Знакоопределённые матрицы: определение и критерий Сильвестра.
- Линейные и нелинейные матричные неравенства и области, задаваемые ими.
- Матричное неравенство Ляпунова, и откуда оно берётся.
- Матричное уравнение Ляпунова, его аналитическое решение с доказательством, связь с Грамианами управляемости и наблюдаемости.
- Двойственные матричные неравенства.

## 15. Анализ и синтез с помощью LMI.

- Экспоненциальная устойчивость, степень устойчивости, LMI-критерий экспоненциальной устойчивости с доказательством.
- Синтез регуляторов с заданной степенью устойчивости.
- Синтез регуляторов с заданной степенью устойчивости при наличии ограничения на управление.
- Синтез наблюдателей с заданной степенью устойчивости динамики ошибки.

## 16. Линейно-квадратичный регулятор (LQR).

- Постановка задачи о линейно-квадратичном регуляторе.
- Вывод уравнений линейно-квадратичного регулятора (полностью).
- Порядок синтеза линейно-квадратичного регулятора.

## 17. Линейно-квадратичный наблюдатель (LQE) и регулятор по выходу (LQG).

- Постановка задачи о линейно-квадратичном наблюдателе.
- Постановка задачи о фильтре Калмана.
- Порядок синтеза LQE и фильтра Калмана.
- Управление по выходу: порядок синтеза LQG и separation principle.

## 18. Грамианы и эллипсоиды.

- Аналитические выражения для Грамианов управляемости и наблюдаемости и соответствующие им матричные уравнения.
- Геометрический смысл Грамиана управляемости, его собственных чисел и собственных векторов, их связь с управляемостью системы. Какие эллипсоиды (по состоянию и по выходу) с ним связаны?
- Геометрический смысл Грамиана наблюдаемости, его собственных чисел и собственных векторов, их связь с наблюдаемостью системы. Какие эллипсоиды (по входу и по состоянию) с ним связаны?
- Геометрический смысл Грамианов конечного времени. Какие эллипсоиды они определяют? Какова интерпретация этих эллипсоидов в терминах норм входных и выходных сигналов?

## 19. Gain'ы и нормы линейных систем.

- Что такое Impulse-to-Energy, Energy-to-Peak и Energy-to-Energy Gain'ы?
- Вычисление  $\Gamma_{ie}$ ,  $\Gamma_{ep}$  и  $\Gamma_{ee}$  на основе матриц системы (без доказательства).
- Что такое  $\mathcal{H}_2$  и  $\mathcal{H}_\infty$  нормы передаточных функций/передаточных матриц?
- Вычисление  $\mathcal{H}_2$ -нормы на основе матриц системы (с доказательством).
- Связь  $\mathcal{H}_\infty$ -нормы с  $\Gamma_{ee}$  (с доказательством).

20.  $\mathcal{H}_2$ -управление.

- Постановка задачи  $\mathcal{H}_2$ -управления, её отличие от  $\mathcal{H}_\infty$ -управления.
- Уравнения и порядок синтеза  $\mathcal{H}_2$ -регулятора. Чем является решение соответствующего уравнения Риккати для замкнутой системы? Докажите свой ответ. Связь  $\mathcal{H}_2$ -регулятора с LQR.
- Уравнения и порядок синтеза  $\mathcal{H}_2$ -наблюдателя. Чем является решение соответствующего уравнения Риккати для замкнутой системы? Докажите свой ответ. Связь  $\mathcal{H}_2$ -наблюдателя с LQE.
- $\mathcal{H}_2$ -управление по выходу. Постановка задачи, уравнения для синтеза регулятора, separation principle.

21.  $\mathcal{H}_\infty$ -регулятор.

- Постановка задачи  $\mathcal{H}_\infty$ -управления, её отличие от  $\mathcal{H}_2$ -управления.
- Вывод уравнений  $\mathcal{H}_\infty$ -регулятора (полностью).
- Какое внешнее возмущение будет наихудшим для системы и почему?
- Порядок синтеза  $\mathcal{H}_\infty$ -регулятора.

22.  $\mathcal{H}_\infty$ -наблюдатель и  $\mathcal{H}_\infty$ -управление по выходу.

- Постановка задачи об  $\mathcal{H}_\infty$ -наблюдателе.
- Порядок синтеза  $\mathcal{H}_\infty$ -наблюдателя.
- Управление по выходу: постановка задачи, отличие в структуре наблюдателя, что происходит с separation principle.
- Порядок синтеза  $\mathcal{H}_\infty$ -регулятора по выходу: уравнения регулятора и наблюдателя, условие согласованности, влияние параметра  $\gamma$  на результат синтеза.

## 23. Слежение и компенсация.

- В чём заключаются задачи слежения и компенсации?
- Основная теорема (необходимое и достаточное условие того, что выход расширенной системы стремится к нулю) с доказательством.
- Управление по состоянию: постановка задачи, вывод уравнений регулятора, порядок его синтеза.
- Управление по выходу: постановка задачи и порядок синтеза регулятора.

## 24. Принцип внутренней модели.

- Формулировка и смысл принципа внутренней модели (internal model principle).
- Как связан принцип внутренней модели с обобщёнными ПИД-регуляторами и порядком астатизма системы?
- Доказательство принципа внутренней модели для задачи слежения в форме Вход-Вход. Синтез специальных регуляторов и их область применимости.
- Принцип внутренней модели в форме Вход-Состояние-Выход, необходимые структурные свойства регулятора общего вида для решения задач слежения и компенсации.