Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

КУРСОВАЯ РАБОТА

по курсу «Дискретные системы управления»

СИНТЕЗ П-РЕГУЛЯТОРА ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕГО ЗАДАННЫЕ КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

Вариант № 2

Автор работы: Кирбаба Д.Д.

Группа: R3438

Преподаватель: Чепинский С.А.

Санкт-Петербург

2024

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель работы

Синтез регулятора для объекта управления, представленного в виде импульсного элемента, последовательных двух апериодических и интегрирующего звеньев. Регулятор должен обеспечивать в замкнутой системе требуемое время переходного процесса и заданное значение перерегулирования.

2. Ход работы

1. Исходные данные

T, c	K_1	T_1, c	K_2	T_2, c	K_3	T_3, c	Тип регулятора	t_n, c	$\sigma, \%$
0.005	85	0.09	70	0.1	0.02	И	П	0.165	10

Таблица 1 - Исходные данные.

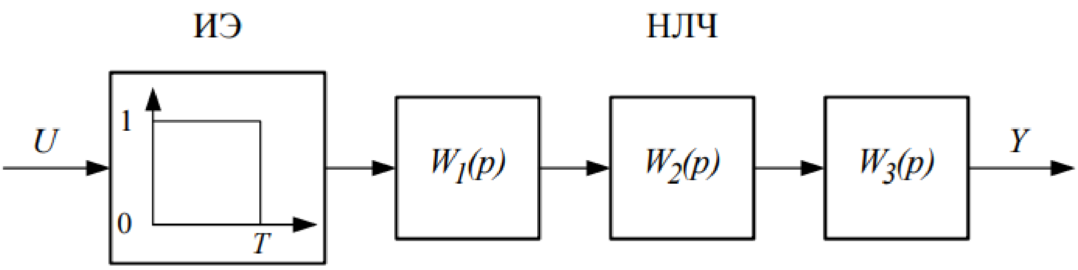

Рисунок 1 - Структура объекта управления.

$$W_1(p) = \frac{85}{0.09p + 1}; \quad W_2(p) = \frac{70}{0.1p + 1}; \quad W_3(p) = \frac{0.02}{p}$$

2. Формирование дискретного объекта управления

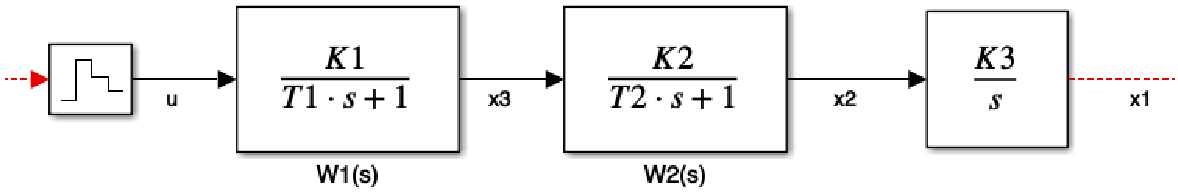

Рисунок 2 - Объект управления.

Передаточной функции интегрирующего звена $W_3 = \frac{0.02}{s}$ соответствует дифференциальное уравнение $\dot{x}_1 = 0.02x_2$.

Передаточной функции интегрирующего звена $W_2 = \frac{70}{0.1s+1}$ соответствует дифференциальное уравнение

$$0.1\dot{x}_2 = -x_2 + 70x_3$$

$$\dot{x}_2 = -10x_2 + 700x_3$$

Передаточной функции звена $W_1 = \frac{85}{0.09s+1}$ соответствует дифференциальное уравнение

$$0.09\dot{x}_3 = -x_3 + 85u$$

$$\dot{x}_3 = -11.1x_3 + 944.4u$$

Объединяя уравнения модели в одну систему, получим описание объекта в непрерывном времени в форме вход-состояние-выход. В результате получаем:

$$\begin{cases} \dot{X} = A_{\text{н}}X + B_{\text{н}}U \\ Y = CX \end{cases}$$

где $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$, $A_{\text{Н}} = \begin{bmatrix} 0 & 0.02 & 0 \\ 0 & -10 & 700 \\ 0 & 0 & -11.1 \end{bmatrix}$, $B_{\text{Н}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 944.4 \end{bmatrix}$, $C = [1 \quad 0 \quad 0]$.

Перейдем к дискретному описанию объекта по формулам, причем матрица C остается неизменной:

$$A = e^{A_{\text{н}}T} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0001 & 0.0002 \\ 0 & 0.9512 & 3.3202 \\ 0 & 0 & 0.9460 \end{bmatrix}$$

$$B = \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{T^i A_{\text{н}}^{i-1}}{i!}\right) B_{\text{н}} = \begin{bmatrix} 0.0003 \\ 7.9786 \\ 4.5934 \end{bmatrix}$$

Конвертируем полученную модель в передаточную функцию с помощью формулы

$$W(z) = C(zI - A)^{-1}B$$

Получаем дискретную передаточную функцию объекта управления:

$$W(z) = \frac{(0.0003z^2 + 0.0010z + 0.0003)}{z^3 - 2.9z^2 + 2.8z - 0.9}$$

Схема моделирования, позволяющая сравнить реакции на единичное ступенчатое воздействие непрерывной и дискретной моделей объекта управления представлена на рисунке 3, а график полученной переходной функции – на рисунке 4.

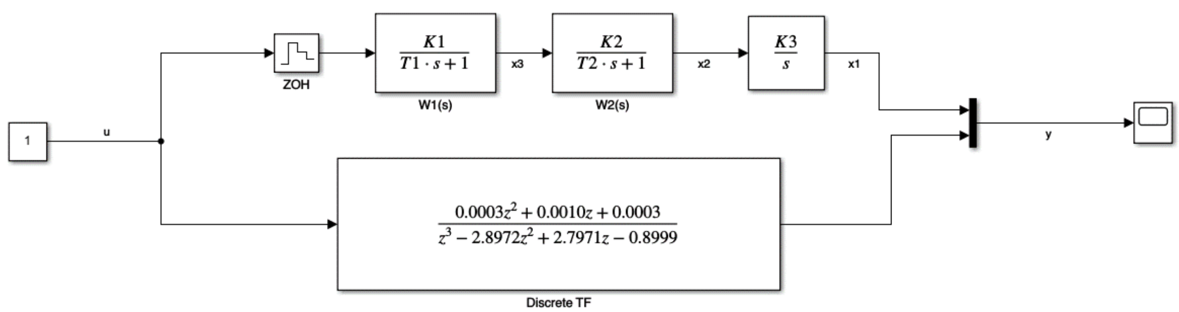

Рисунок 3 - Схема моделирования дискретной и непрерывной моделей ОУ.

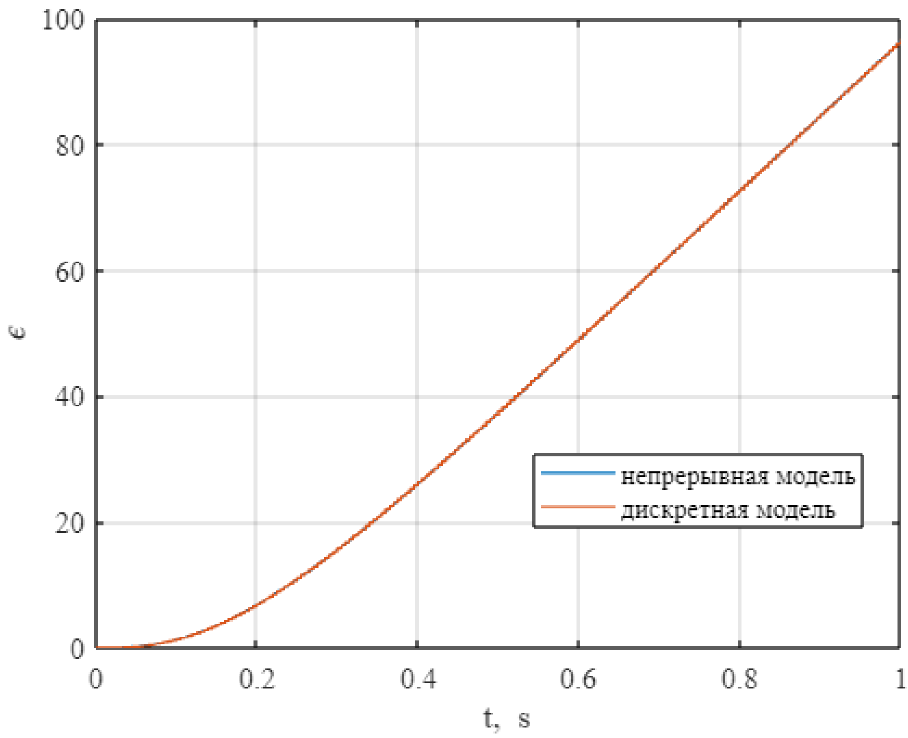

Рисунок 4 - Результаты моделирования дискретной и непрерывной модели ОУ.

По результату моделирования поведения объекта управления (переходной характеристики) можно увидеть, что реакции моделей совпадают, т. е. переход от непрерывного времени к дискретному выполнен корректно.

3. Синтез П-регулятора

Синтезируем П-регулятор для заданной системы. Сведем задачу синтеза к выбору матриц эталонной модели Γ, H, то есть решению уравнения Сильвестра:

$$M\Gamma - AM = -BH$$

и вычислению обратных связей $K = HM^{-1}$ системы управления.

С учетом того, что П-регулятор задается передаточной функцией $W(s) = K$, порядок уравнения системы не меняется. Исходя из заданных показателей качества, выберем корни характеристического полинома непрерывной системы. Выберем стандартный полином Баттерворта третьей степени $p^3 + 2\omega_0 p^2 + 2\omega_0^2 p + \omega_0^3$, для которого $t_п^* = 6.0$. По заданию время переходного процесса $t_п = 0.165$ с. Затем найдем ω_0 по формуле:

$$\omega_0 = \frac{t_п^*}{t_п} = 36.36$$

Полученные корни полинома Баттерворта:

$$\lambda_{1,2} = -18.18 \pm 31.4887j, \;\; \lambda_3 = -36.36$$

Сформируем матрицу $\Gamma_н$ эталонной модели замкнутой системы в непрерывном времени:

$$\Gamma_н = \begin{bmatrix} -18.18 & 31.4887 & 0 \\ -31.4887 & -18.18 & 0 \\ 0 & 0 & -36.36 \end{bmatrix}$$

Составим также матрицу выходов H из условия полной наблюдаемости пары (H, Γ).

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Произведем вычисление матрицы G эталонной модели для дискретного времени:

$$G = e^{\Gamma_н * T} = \begin{bmatrix} 0.9018 & 0.1432 & 0 \\ -0.1432 & 0.9018 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8338 \end{bmatrix}$$

Решим уравнение типа Сильвестра в пакете MatLab с помощью функции «*sylvester*»:

$$M = sylvester(-A, G, -BH)$$

$$M = \begin{bmatrix} -0.3 & -0.2 & 0.6 \\ 559.5 & -347.1 & -1088.8 \\ 9 & 29.3 & 40.9 \end{bmatrix}$$

Используя равенство $K = HM^{-1}$, находим матрицу коэффициентов обратных связей:

$$K = \begin{bmatrix} 3.1948 & 0.0028 & 0.0516 \end{bmatrix}$$

Проверим полученное решение, вычислив собственные числа характеристических полиномов для эталонной и синтезированной систем. Собственные числа матрицы G эталонной системы (дискретное время) равны

$$\lambda_{1,2} = 0.9018 \pm 0.1432j, \;\; \lambda_3 = 0.8338$$

Собственные числа матрицы синтезированной замкнутой системы (дискретное время) вычислим как

$$e = eig(A - B * K)$$

Они равны $\lambda_{1,2} = 0.9018 \pm 0.1432j,\ \ \lambda_3 = 0.8338$, что подтверждает корректность выполненных расчетов.

Итоговая схема моделирования системы управления непрерывным объектом с использованием дискретного аналога П-регулятора представлена на рисунке 5, а результаты моделирования – на рисунке 6.

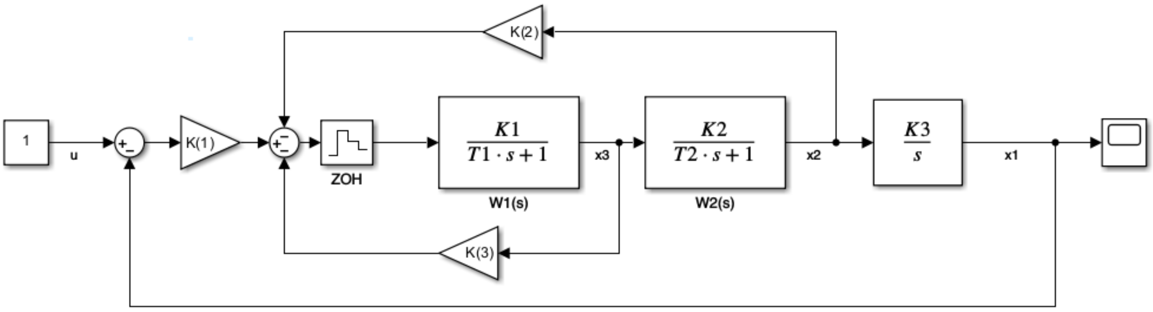

Рисунок 5 - Схема моделирования замкнутой системы.

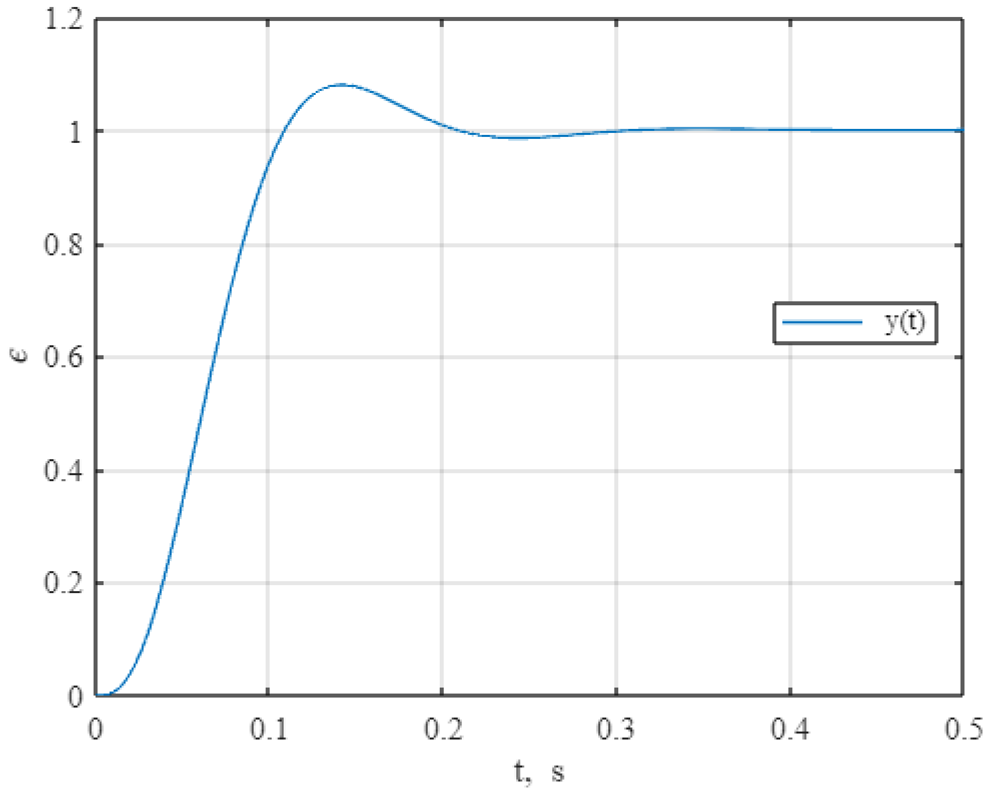

Рисунок 6 - Результаты моделирования (переходная характеристика замкнутой системы).

В результате моделирования получили следующие показатели качества замкнутой системы:

1. Время переходного процесса t_1 (первый вход в 5% зону): 0.101 с
2. Время переходного процесса t_2 (окончательный вход в 5% зону): 0.164 с
3. Перерегулирование σ: $7.97\% < 10\%$

3. Выводы

В ходе выполнения данной работы был синтезирован дискретный П-регулятор, работающий с заданным периодом квантования времени 0.005 с.

В качестве эталона, исходя из требуемых критериев качества, был выбран полином Баттерворта 3-й степени.

Коэффициенты дискретного П-регулятора были вычислены через решение уравнения Сильвестра, все операции были проведены в среде MatLab.

Моделирование работы системы в непрерывном времени показало, что время реакции системы на единичное ступенчатое воздействие не превосходит 0.165 с, а перерегулирование не превышает 10%, что соответствует требованиям технического задания.