**Министерство образования и науки Российской Федерации**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

**по курсу «Дискретные системы управления»**

## СИНТЕЗ ДИСКРЕТНОГО УСТРОЙСТВА ОЦЕНКИ ПОЛНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Вариант № 2

Автор работы: Кирбаба Д.Д.

Группа: R3438

Преподаватель: Краснов А.Ю.

Санкт-Петербург

2023

# СОДЕРЖАНИЕ

## 1. Цель работы

Ознакомление с принципами построения дискретного динамического регулятора с устройством оценки полной размерности.

## 2. Постановка задачи

Дан следующий дискретный ОУ с неполной информацией:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ y_и(k) = C_и x(k) \end{cases}$$

Требуется построить такую динамическую систему, которая по текущей информации об измеряемых переменных, вырабатывает оценки переменных состояния.

Цель:

$$\lim_{k\to\infty}\big(x(k) - \hat{x}(k)\big) = 0,$$

где $\hat{x}$ – вектор состояния устройства оценки полной размерности, который вычисляется из следующего разностного уравнения:

$$\hat{x}(k+1) = A_d\hat{x}(k) + L\big(y_и(k) - C_и\hat{x}(k)\big) + B_d u(k),$$

где $L$ – матрица входа устройства оценки полной размерности.

Итак, задача синтеза устройства оценки полной размерности состоит в выборе такой матрицы входов $L$, которая обеспечивает собственные числа матрицы $F_z = (A_d - LC_и)$ по модулю меньше нуля.

Матрица $L$ рассчитывается из системы следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} M_z\Gamma_z - A_d^T M_z = -C_и^T H_z \\ L^T = H_z M_z^{-1} \end{cases},$$

где $\Gamma_z, H_z$ – матрицы, описывающие эталонную модель, которая имеет необходимые показатели качества устройства оценки полной размерности.

## 3. Ход работы

### 1. Синтез динамического регулятора с устройством оценки полной размерности для разработанной в лабораторной работе №4 системы стабилизации

Дискретный объект управления:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) = C_и x(k) \end{cases},$$

где

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0.3888 \\ 0 & 0.5908 \end{bmatrix}, \qquad B_d = \begin{bmatrix} 0.1057 \\ 0.3888 \end{bmatrix}, \qquad C_и = \begin{bmatrix} 0.526 \\ 0 \end{bmatrix}^T.$$

Проверим ОУ на полную управляемость.

Матрица управляемости:

$$C_d = [B_d \quad A_d B_d] = \begin{bmatrix} 0.1057 & 0.2568 \\ 0.3888 & 0.2297 \end{bmatrix}$$

$$\det[C_d] = -0.0756$$

Так как определитель не равен нулю, то ОУ полностью управляем.

Проверим ОУ на полную наблюдаемость.

Матрица наблюдаемости:

$$O_d = \begin{bmatrix} C_и \\ C_и A_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.526 & 0 \\ 0.14 & 0.245 \end{bmatrix}$$

$$\det[O_d] \neq 0$$

Так как определитель не равен нулю, то ОУ полностью наблюдаем.

Построим эталонную, оптимальную по быстродействию, модель, то есть $z_i^* = 0$ при $i = \overline{1,2}$:

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \Gamma_d \xi(k) \\ \nu(k) = H_d \xi(k) \end{cases}$$

$$\Gamma_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad H_d = [1 \quad 0]$$

Данная эталонная модель задаёт нам качество переходных процессов как при стабилизации, так и при оценки полной размерности.

Синтезируем устройство оценки полной размерности:

$$\begin{cases} M_z \Gamma_d - A_d^T M_z = -C_и^T H_d \\ L^T = H_d M_z^{-1} \end{cases} \Rightarrow L = \begin{bmatrix} 3.0224 \\ 1.7055 \end{bmatrix}$$

Найдем корни характеристического уравнения замкнутой системы оценки:

$$F_z = A_d - LC_и, \qquad eig(F_z) = \{0{,}0\}$$

Так как корни равны нулю, то показатели качества совпадают с желаемыми, значит синтез наблюдателя был проведен верно.

Синтезируем стабилизирующий регулятор, который будет использовать вектор оценки. Используем тот же алгоритм, что и в ЛР №4.

Переведем дискретную систему в канонически управляемую форму:

$$A_{d_k} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.5908 & 1.5908 \end{bmatrix}, \qquad B_{d_k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Данная система является полностью управляемой.

Матрица управляемости:

$$C_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1.5908 \end{bmatrix}$$

Тогда матрица преобразования:

$$M = C_d C_k^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0887 & 0.1057 \\ -0.3888 & 0.3888 \end{bmatrix}$$

Коэффициенты обратных связей в канонически управляемом виде вычисляются следующим образом:

$$k_1^k = -0.5908, \qquad k_2^k = 1.5908$$

В результате матрица линейных стационарных обратных связей в канонически управляемом базисе имеет вид:

$$K^k = [-0.5908 \quad 1.5908]$$

Нахождение матрицы линейных стационарных обратных связей в исходном базисе:

$$K_d = K^K M^{-1} = [5.1446 \quad 2.6935]$$

Итого, имеем следующую систему:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ y = C_и x(k) \\ \hat{x}(k+1) = A_d \hat{x}(k) + L\big(y_и(k) - C_и \hat{x}(k)\big) + B_d u(k) \\ u(k) = K_d \hat{x}(k) \end{cases}$$

## 2. Моделирование системы стабилизации с устройством оценки полной размерности

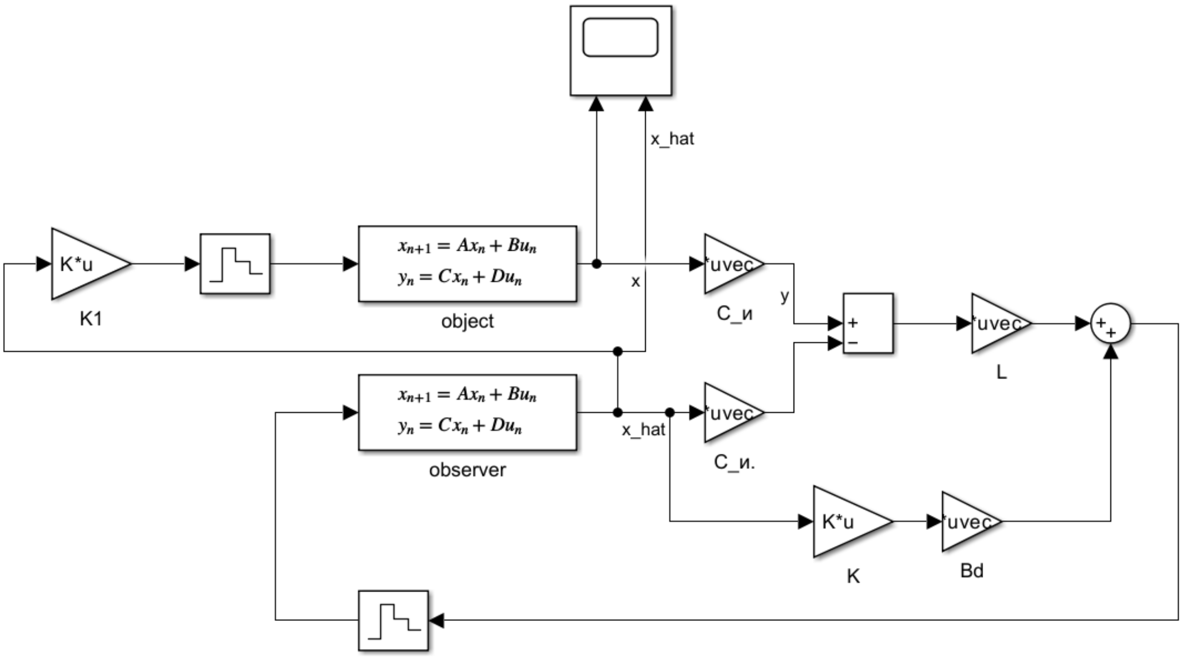


Рисунок 1. Схема моделирования системы стабилизации ОУ с наблюдателем полного порядка.

Моделирование производим при следующих начальных условиях:

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \hat{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

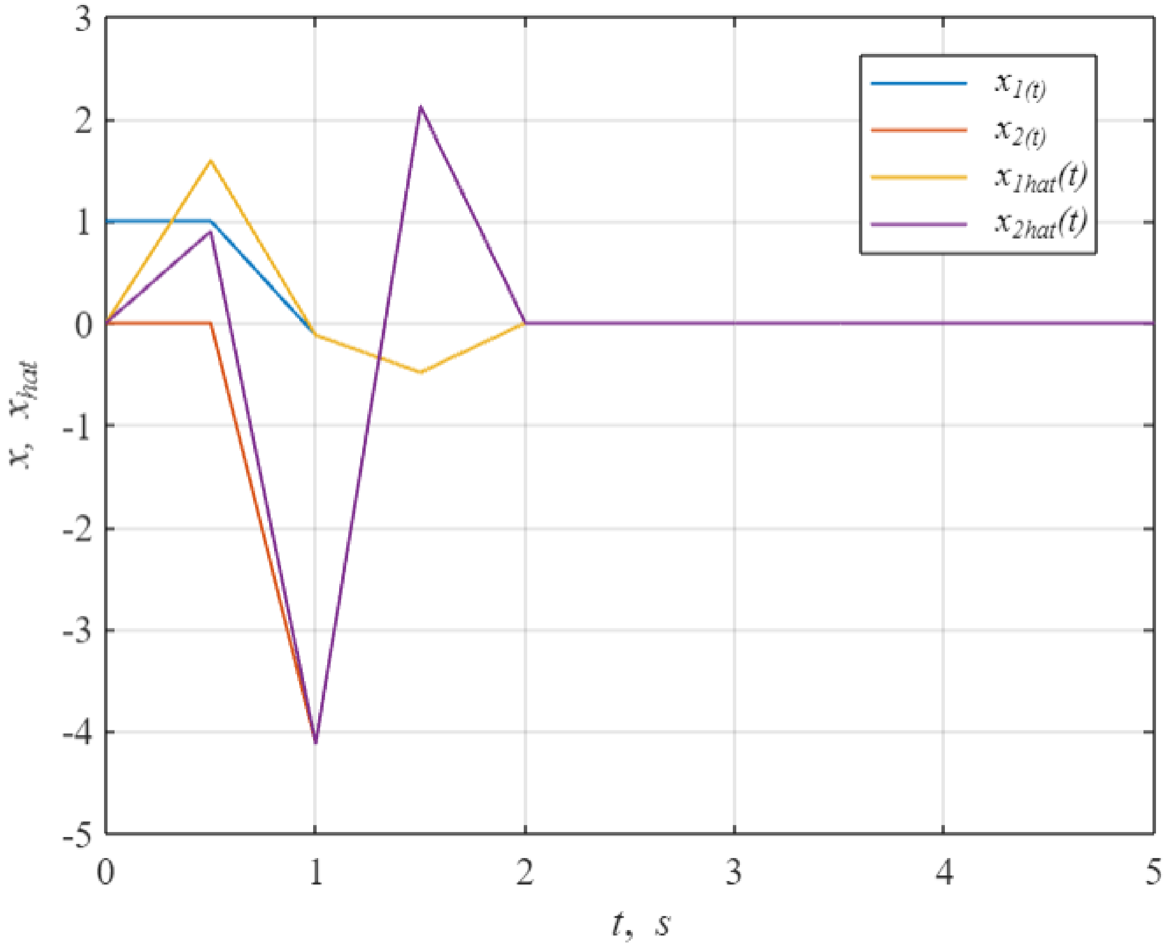


Рисунок 2. Графики компонент вектора состояний объекта и наблюдателя.

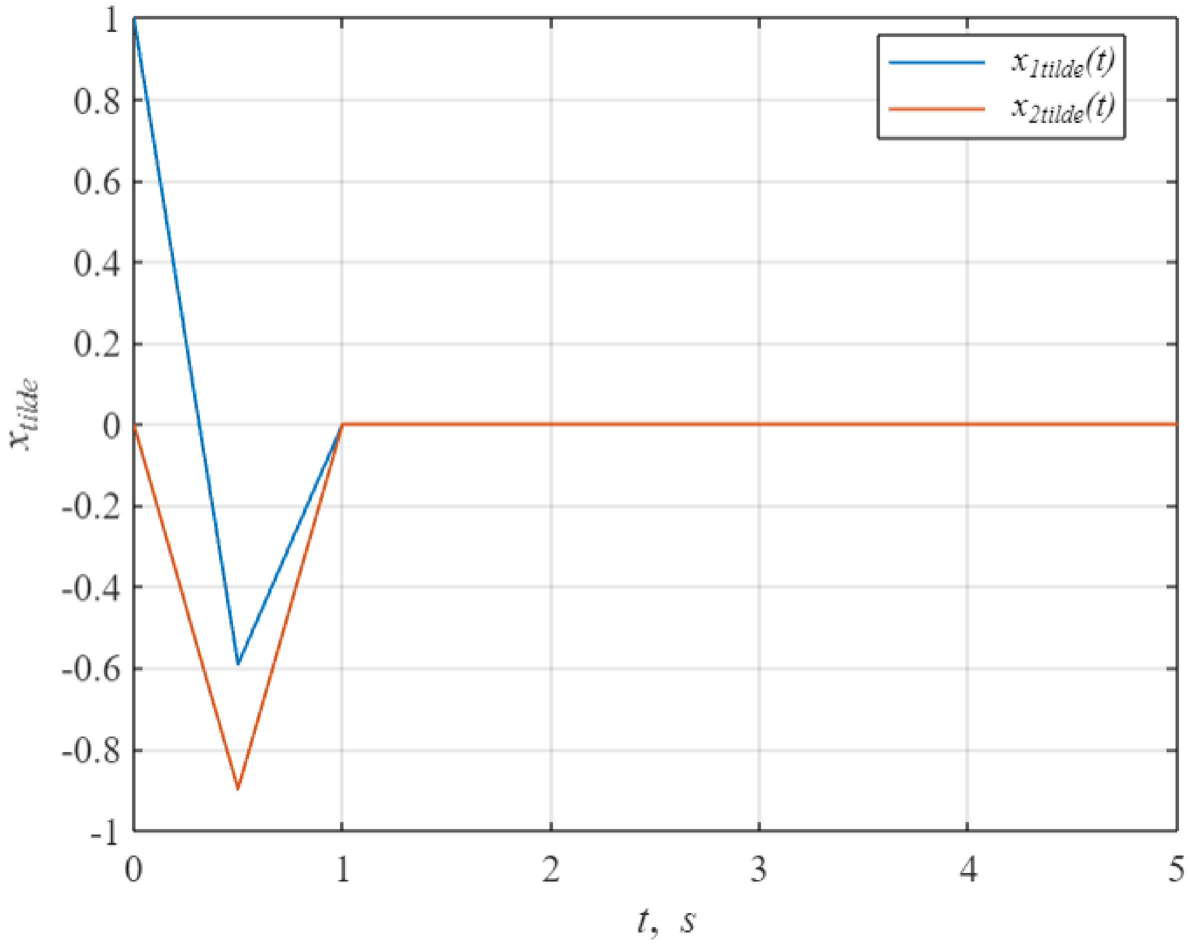


Рисунок 3. Графики компонент вектора невязки.

Итак, как мы видим, синтезированный регулятор с наблюдателем успешно выполнили цель управления, а именно:

1. Вектор оценки $\hat{x}(k)$ стал равным вектору $x(k)$ за 2 шага дискретизации (оптимальность по времени, так как порядок системы 2)
2. Произошла стабилизация $x(k)$ также за 2 шага дискретизации

## 3. Моделирование системы слежения, синтезированной в ЛР №5, при наличии возмущения

Теперь добавим наблюдатель полного порядка к системе слежения за сигналом задания с внешним возмущением.

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) + B_{df} f(k) \\ y = C_{\text{и}} x(k) \\ \hat{x}(k+1) = A_d \hat{x}(k) + L\big(y_{\text{и}}(k) - C_{\text{и}} \hat{x}(k)\big) + B_d u(k) + B_{df} f(k), \\ u(k) = K_{\text{ос}} e(k) + L_g \xi_g(k) - L_f \xi_f(k) \\ e(k) = M_g \xi_g(k) - \hat{x}(k) \end{cases}$$

где $L_g$ − матрица коэффициентов прямых связей по задающему воздействию, $L_f$ − матрица коэффициентов прямых связей по возмущающему воздействию.

Цель управления

$$\lim_{t\to\infty} e(k) = 0.$$

Командный генератор задающего воздействия:

$$\Gamma_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad H_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Командный генератор возмущающего воздействия:

$$\Gamma_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad H_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

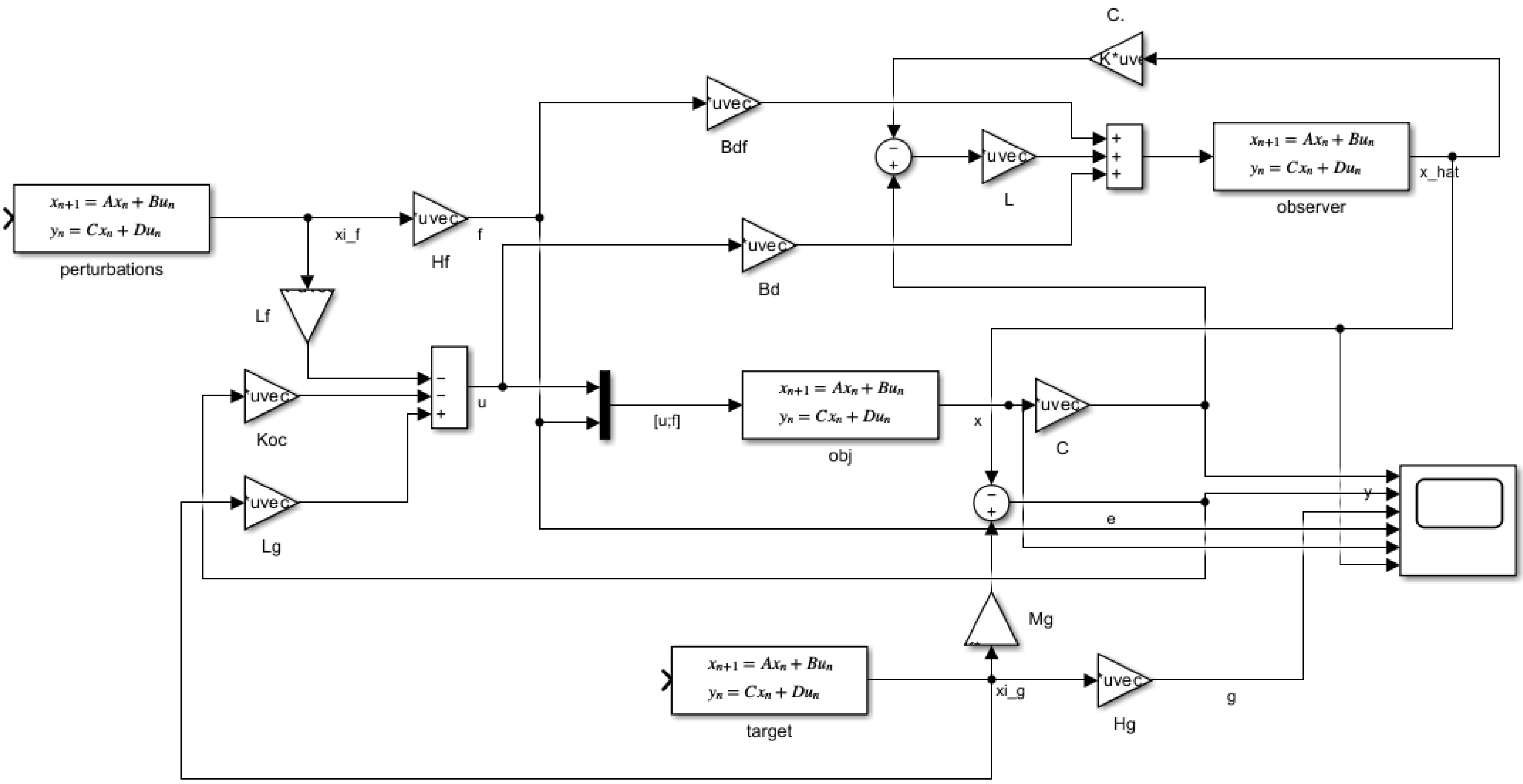


Рисунок 4. Схема моделирования системы слежения за задающим сигналом с наблюдателем полного порядка с наличием возмущений.

Произведем моделирование при следующих начальных условиях:

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad \hat{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \xi_g(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 + 2T \end{bmatrix}, \qquad \xi_f(0) = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.3 - 0.5T \end{bmatrix}.$$

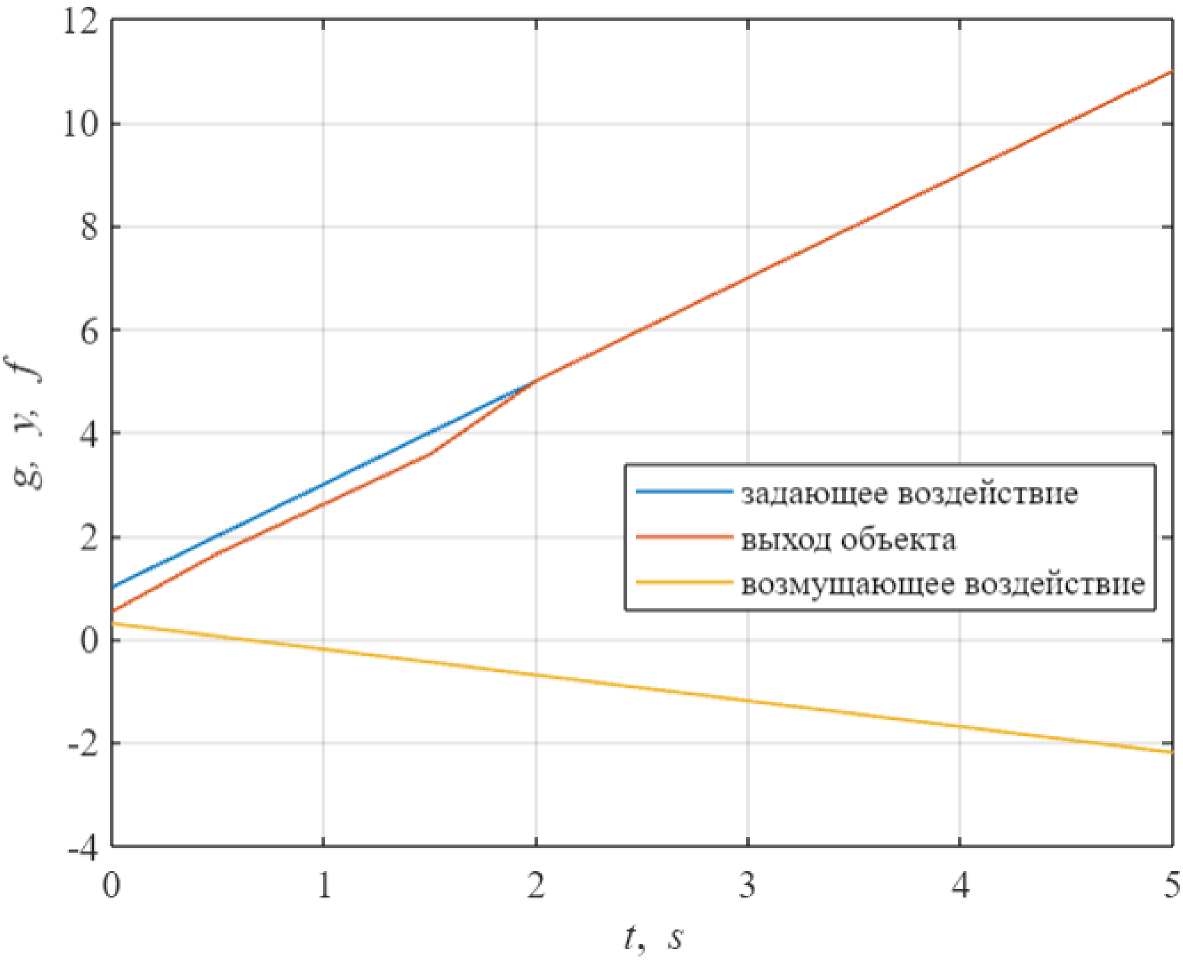


Рисунок 5. Графики задающего и возмущающего воздействий и выхода объекта управления.

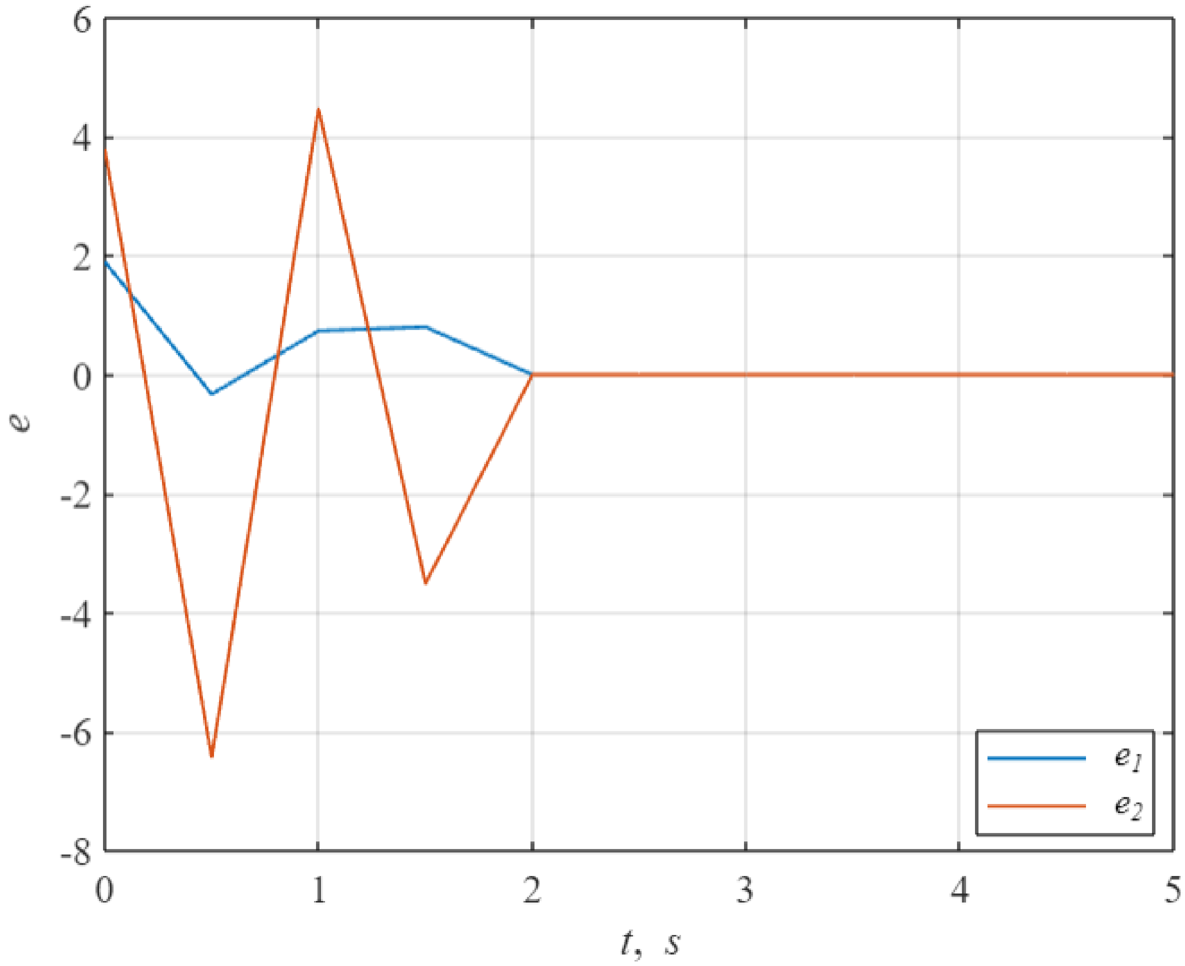


Рисунок 6. Графики компонент ошибки слежения.

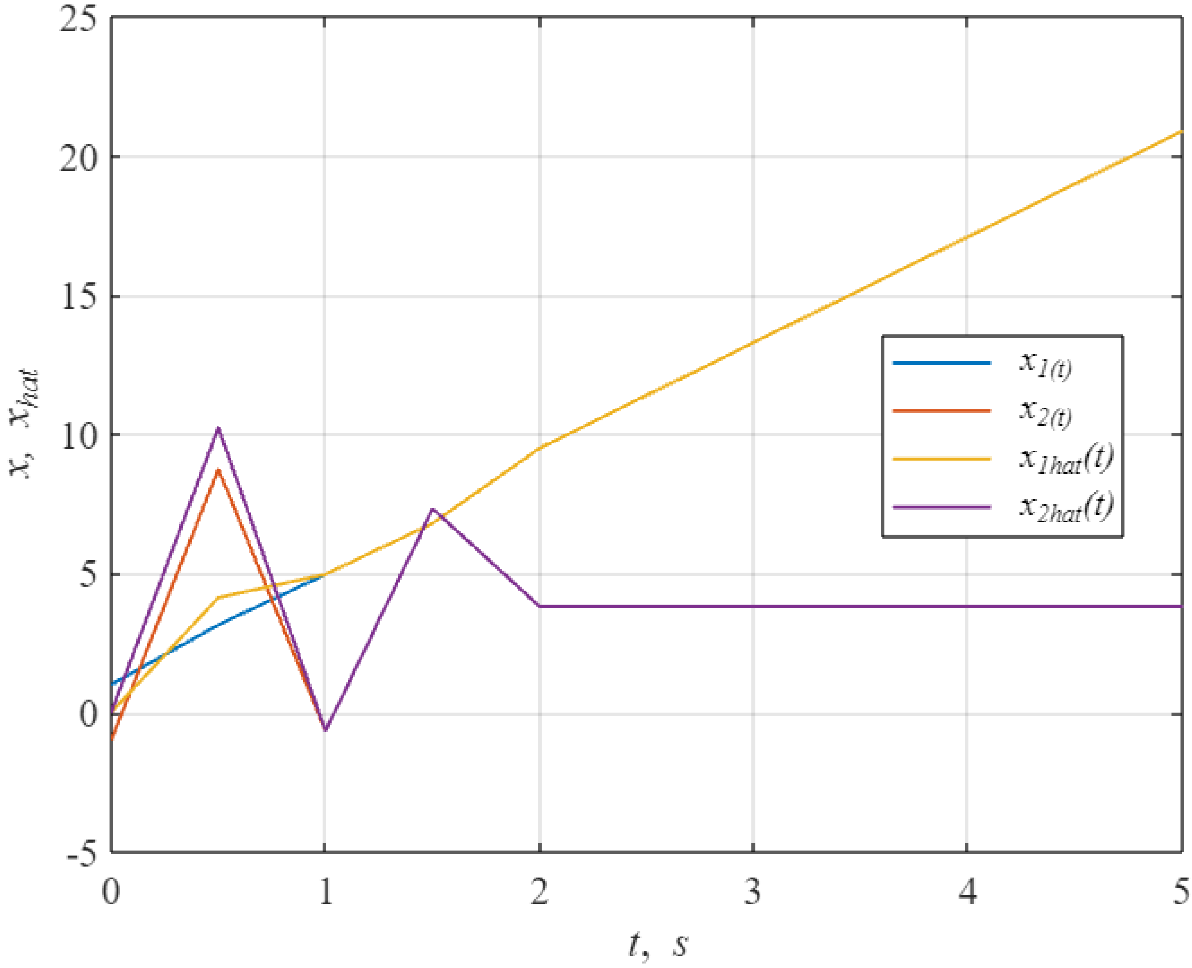


Рисунок 7. Графики компонент вектора состояний объекта и наблюдателя.

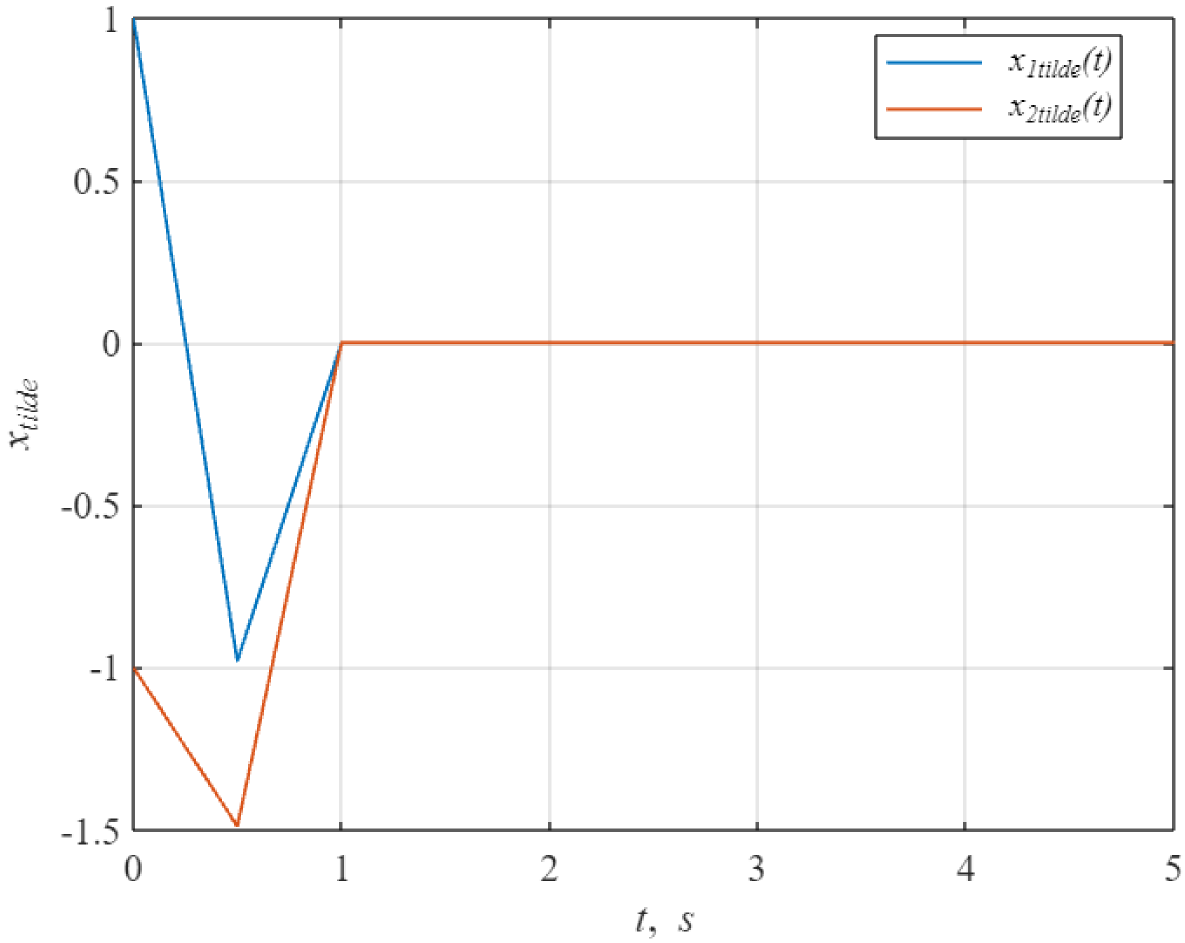


Рисунок 8. Графики компонент невязки.

Анализируя графики, можно сказать, что синтез наблюдателя полного порядка был проведен верно, так как невязка $\tilde{x}(k)$ сошлась к нулю за 2 шага моделирования (оптимальность по времени).

Также была достигнута цель управления

$$\lim_{t\to\infty} e(k) = 0.$$

Она уже была достигнута за 4 шага дискретизации, так как вначале необходимо было закончить процесс оценки (2 шага), а уже затем свести выход системы к выходу командного генератора задающего воздействия (2 шага).

## 4. Выводы

В данной лабораторной работе изучался наблюдатель полного порядка. В работе предполагалось, что исходные системы являются системами с неполной информацией, то есть не все компоненты вектора состояний доступны для измерения, поэтому для применения алгоритмов управления, в которых требуется знание вектора состояний необходимо синтезировать оценку этого вектора.

Динамическая система, оценивающая вектор состояния системы, называется наблюдателем.

Построить наблюдатель полного порядка можно только в том случае, если система полностью наблюдаема, далее матрица наблюдателя $L$ находится из уравнения Сильвестра с заранее заданными показателями качества переходного процесса оценивания вектора состояния (матрицы $\Gamma, H$).

В первой части работы наблюдатель полного порядка использовался в системе стабилизации ОУ. Были решены два уравнения Сильвестра для поиска матрицы регулятора и наблюдателя, с условием оптимальности по времени.

Во второй части работы наблюдатель встроился в систему слежения за задающим воздействием с возмущениями. Задача также была выполнена успешно.