Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

по курсу «Дискретные системы управления»

ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ ЗАДАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Вариант № 2

Автор работы: Кирбаба Д.Д.

Группа: R3438

Преподаватель: Краснов А.Ю.

“28” октября 2023 г.

Работа выполнена с оценкой ___

Дата защиты “__” ________ 2023 г.

Санкт-Петербург

2023

Оглавление

Цель работы

Ознакомление с принципами построения дискретных моделей внешних воздействий – сигналов задания и возмущения.

Ход работы

Исходные данные:

$$T = 0.2\ c, \qquad A = -1.42, \qquad \omega = 0.02.$$

Задание 1.

Построим математическую модель командного генератора для дискретного гармонического сигнала

$$g(k) = A \cdot \sin(\omega \cdot k \cdot T).$$

Воспользуемся методом последовательного взятия разностей (последовательное взятие разностей внешних воздействий и приведение их к разностному уравнению n порядка).

$$\xi_{g_1}(k) = A\sin(\omega k T)$$

$$g(k+1) = A\sin(\omega T)\cdot\cos(\omega k T) + g(k)\cdot\cos(\omega T)$$

$$\xi_{g_2}(k) = g(k+1)$$

$$g(k+2) = \frac{\sin(2\omega T)}{\sin(\omega T)}\cdot\left(g(k+1) - g(k)\cdot\cos(\omega T)\right) + g(k)\cdot\cos(2\omega T)$$

$$g(k+2) = -g(k) + 2\cos(\omega T)\cdot g(k+1)$$

Получили следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \xi_{g_1}(k+1) = \xi_{g_2}(k) \\ \xi_{g_2}(k+1) = -g(k) + 2\cos(\omega T)\cdot g(k+1) \\ g(k) = \xi_{g_1}(k) \end{cases}$$

Теперь сформируем вектор начальных условий $\xi_g(0)$:

$$\xi_g(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ Asin(\omega T) \end{bmatrix}$$

Таким образом, дискретная модель командного генератора имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \xi_{g_1}(k+1) \\ \xi_{g_2}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2\cos\,(\omega T) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \xi_{g_1}(k) \\ \xi_{g_2}(k) \end{bmatrix},$$

$$g(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{g_1}(k) \\ \xi_{g_2}(k) \end{bmatrix}.$$

$$\Gamma_{\mathrm{d}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2\cos(\omega T) \end{bmatrix}, \qquad H_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Задание 2.

Схема моделирования командного генератора:

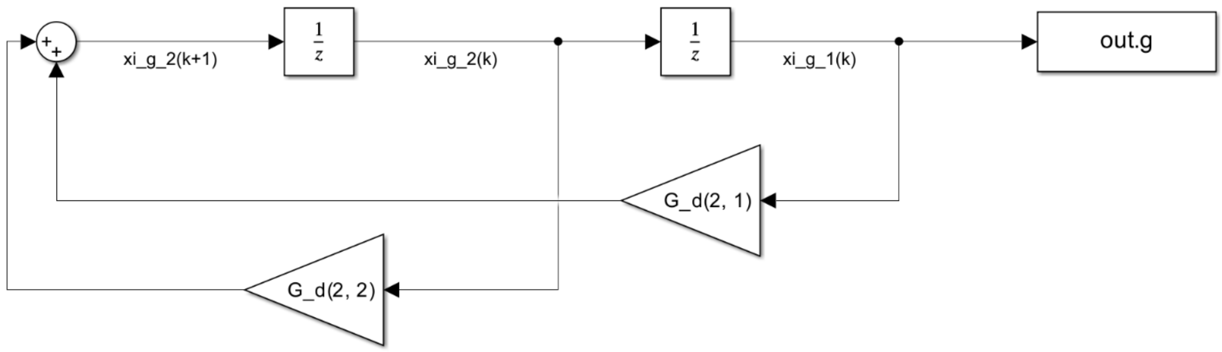

Рисунок 1. Схема моделирования командного генератора.

Задание 3.

Промоделируем работу генератора:

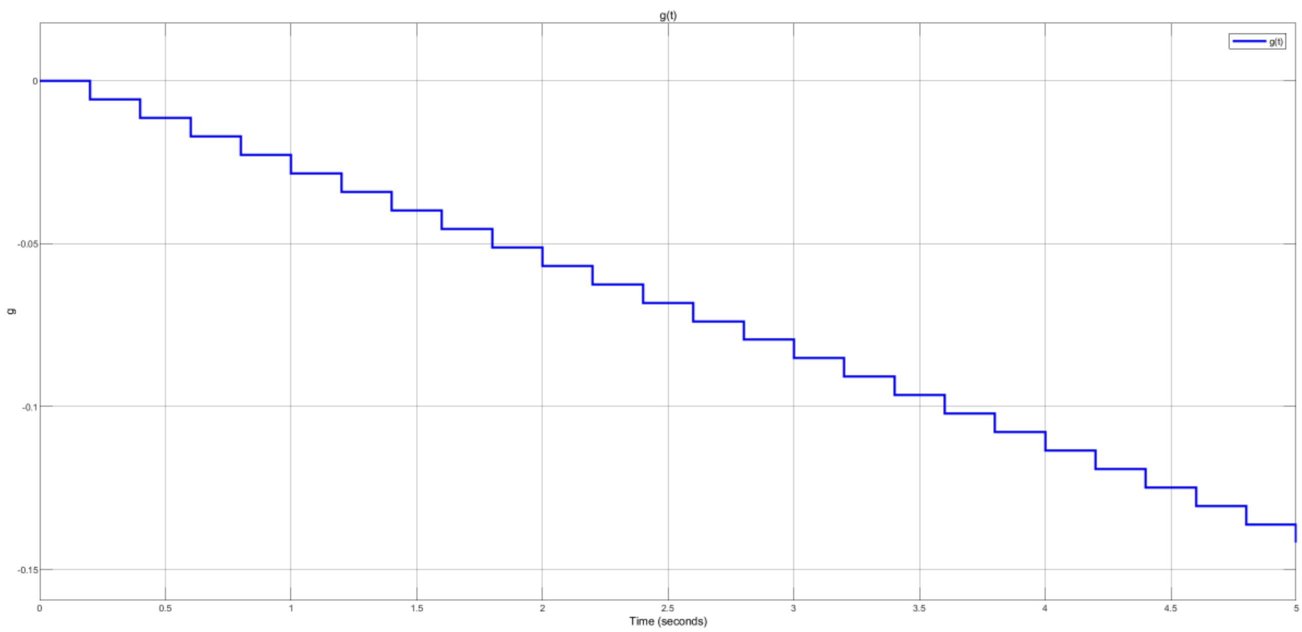

Рисунок 2. График дискретной реализации внешнего воздействия $g(t)$ при $t = 5$ с.

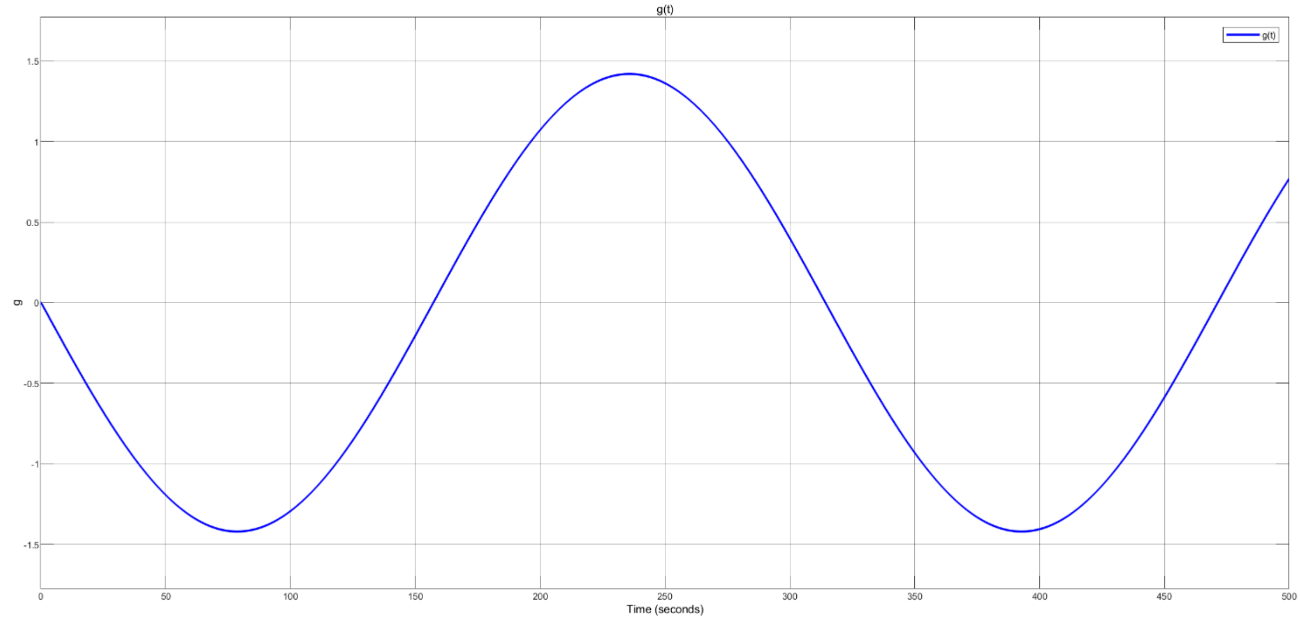

Рисунок 3. График дискретной реализации внешнего воздействия $g(t)$ при $t = 500$ с.

На графике мы видим сгенерированную синусоидальную волну с амплитудой $A = -1.42$ и периодом колебания $T = \frac{\omega}{2\pi} = 314.15927$. Что и было дано по условию.

Задание 4.

Построим модель дискретного возмущающего воздействия:

$$g(k) = 2\sin(2kT) + 3\cos(5kT).$$

Разделим выражение на слагаемые, и к каждой части применим метод последовательного взятия разностей:

$$g_1(k) = 2\sin(2kT), \qquad g_2(k) = 3\cos(5kT).$$

Для $g_1(k)$ получим:

$$\begin{cases} \xi_{g_{1_1}}(k+1) = \xi_{g_{1_2}}(k) \\ \xi_{g_{1_2}}(k+1) = -g_1(k) + 2\cos(2T) \cdot g_1(k+1) \\ g_1(k) = \xi_{g_{1_1}}(k) \end{cases}$$

$$\xi_{g_1}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2sin(2T) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \xi_{g_{1_1}}(k+1) \\ \xi_{g_{1_2}}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2\cos(2T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{g_{1_1}}(k) \\ \xi_{g_{1_2}}(k) \end{bmatrix},$$

$$g_1(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{g_{1_1}}(k) \\ \xi_{g_{1_2}}(k) \end{bmatrix}.$$

$$\Gamma_{\mathrm{d}_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2\cos(2T) \end{bmatrix}, \qquad H_{g_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для $g_2(k)$:

$$\begin{cases} \xi_{g_{2_1}}(k+1) = \xi_{g_{2_2}}(k) \\ \xi_{g_{2_2}}(k+1) = -g_2(k) + 2\cos(5T) \cdot g_2(k+1) \\ g_2(k) = \xi_{g_{2_1}}(k) \end{cases}$$

$$\xi_{g_2}(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 3\cos(5T) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \xi_{g_{2_1}}(k+1) \\ \xi_{g_{2_2}}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2\cos(5T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{g_{2_1}}(k) \\ \xi_{g_{2_2}}(k) \end{bmatrix},$$

$$g_2(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{g_{2_1}}(k) \\ \xi_{g_{2_2}}(k) \end{bmatrix}.$$

$$\Gamma_{\mathrm{d}_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2\cos(5T) \end{bmatrix}, \qquad H_{g_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Теперь составим требуемую модель, используя вычисления выше:

$$\begin{cases} \xi_{g_{1_1}}(k+1) = \xi_{g_{1_2}}(k) \\ \xi_{g_{1_2}}(k+1) = -g_1(k) + 2\cos(2T) \cdot g_1(k+1) \\ g_1(k) = \xi_{g_{1_1}}(k) \\ \xi_{g_{2_1}}(k+1) = \xi_{g_{2_2}}(k) \\ \xi_{g_{2_2}}(k+1) = -g_2(k) + 2\cos(5T) \cdot g_2(k+1) \\ g_2(k) = \xi_{g_{2_1}}(k) \\ g(k) = g_1(k) + g_2(k) \end{cases},$$

Начальные условия:

$$\xi_g(0) = \begin{bmatrix} \xi_{g_1}(0) \\ \xi_{g_2}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\sin(2T) \\ 3 \\ 3\cos(5T) \end{bmatrix}$$

Итого, получаем следующие матрицы:

$$\Gamma_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2\cos(2T) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2\cos(5T) \end{bmatrix},$$

$$H_g = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0].$$

Задание 5.

Построим модель для командного генератора:

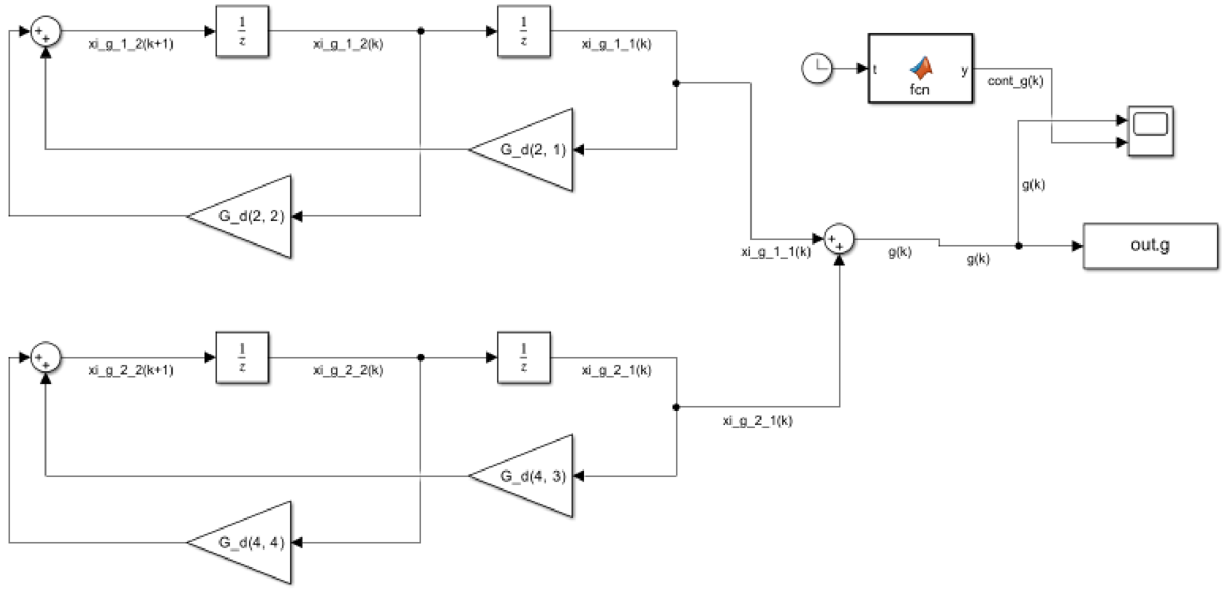

Рисунок 4. Схема моделирования для командного генератора 4-го порядка.

Задание 6.

Смоделируем работу генератора при $T = 0.25$ с.

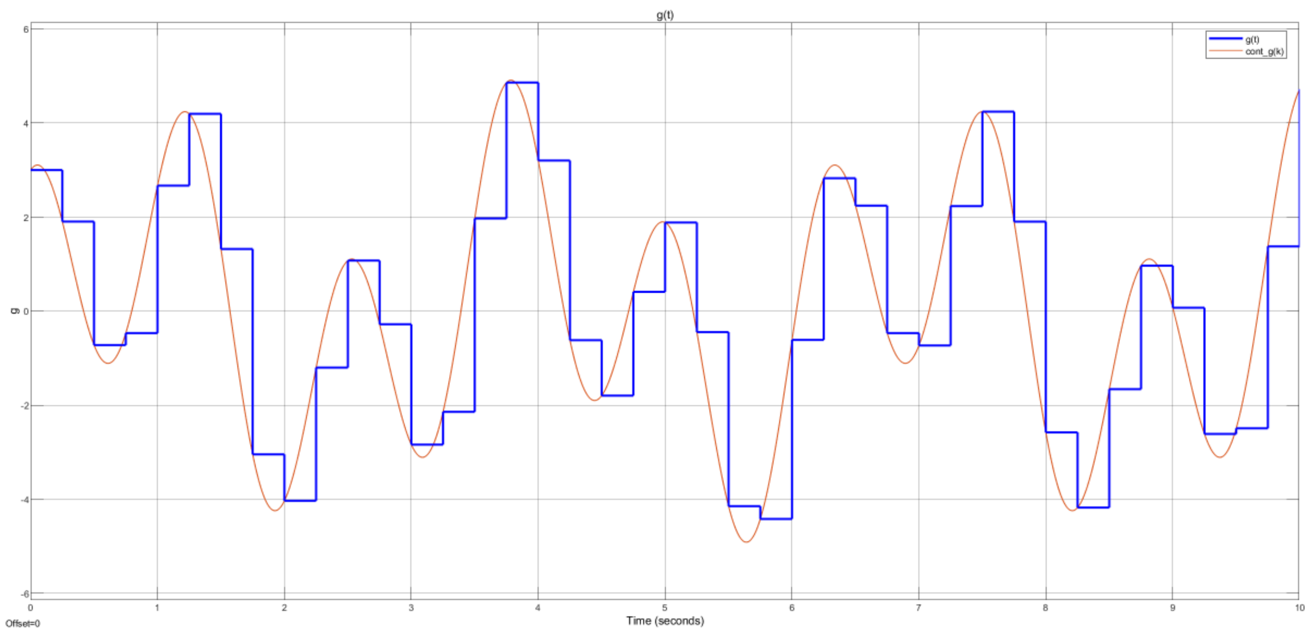

Рисунок 5. Выход генератора и непрерывной эталонной функции.

Как видим, графики совпадают в точках $kT, k = 1,2, \dots$, это означает, что выведенная модель генератора действительно задаёт дискретную эталонную модель желаемого поведения. Естественно, при уменьшении периода дискретизации, дискретная модель будет иметь меньшее отклонение от непрерывной.

Выводы

В данной лабораторной работе исследовались командные генераторы. Цель их применения – построить дискретную эталонную модель внешних воздействий (сигнала задания и возмущений) желаемого поведения. Основным методом построения генераторов внешних воздействий – метод последовательного взятия разностей.

Исходя из этого метода, можно разбить на слагаемые функцию непрерывной эталонной модели и к каждому слагаемому применить данный метод, далее совместить все решения и получить требуемые матрицы для моделирования.