

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ**  
**ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ**  
**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4**  
**по курсу «Дискретные системы управления»**  
**СИНТЕЗ ДИСКРЕТНЫХ СТАБИЛИЗИРУЮЩИХ АЛГОРИТМОВ**  
**УПРАВЛЕНИЯ**

Вариант № 2

Автор работы: Кирбаба Д.Д.,

Группа: R3438

Преподаватель: Краснов А.Ю.

“24” ноября 2023 г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_

Дата защиты “\_\_” \_\_\_\_\_ 2023 г.

Санкт-Петербург

2023

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель работы .....	2
2. Постановка задачи .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
3. Ход работы .....	3
1. Исходные данные .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
4. Выводы.....	5

### 1. Цель работы

Ознакомление с принципами синтеза дискретных регуляторов систем автоматического управления, работающих в режиме стабилизации.

## 2. Исходные данные

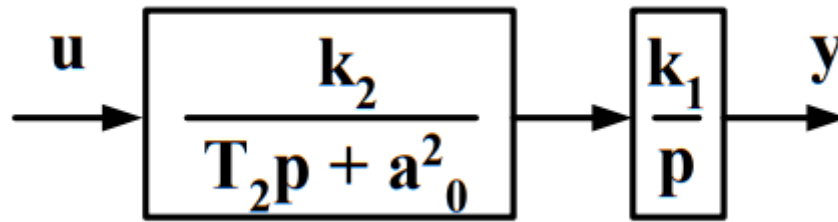


Рисунок 1. Вид ОУ.

$k_1$	$a_0^1$	$T_1$	$\xi$	$k_2$	$a_0^2$	$T_2$	$T$
1	0	0	0	0.5	1	0.95	0.5

Таблица 1. Параметры ОУ.

## 3. Ход работы

### 1. Переход в пространство состояний

Для заданного непрерывного объекта управления получим модель в пространстве состояний.

Произведем переход к ВСВ в управляемой канонической форме:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a_0^2/T_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = [k_2 k_1/T_2 \quad 0] x \end{cases}$$

### 2. Переход к дискретному ОУ

$$A_d = e^{AT} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i T^i}{i!}, \quad B_d = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^{i-1} T^i}{i!} B$$

Вычислим приближенное значение дискретных матриц при  $i = \overline{0,5}$ .

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0.3888 \\ 0 & 0.5908 \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} 0.1057 \\ 0.3888 \end{bmatrix}$$

### 3. Моделирование непрерывного и дискретного ОУ

Промоделируем при входном сигнале  $u = \sin(t)$ .

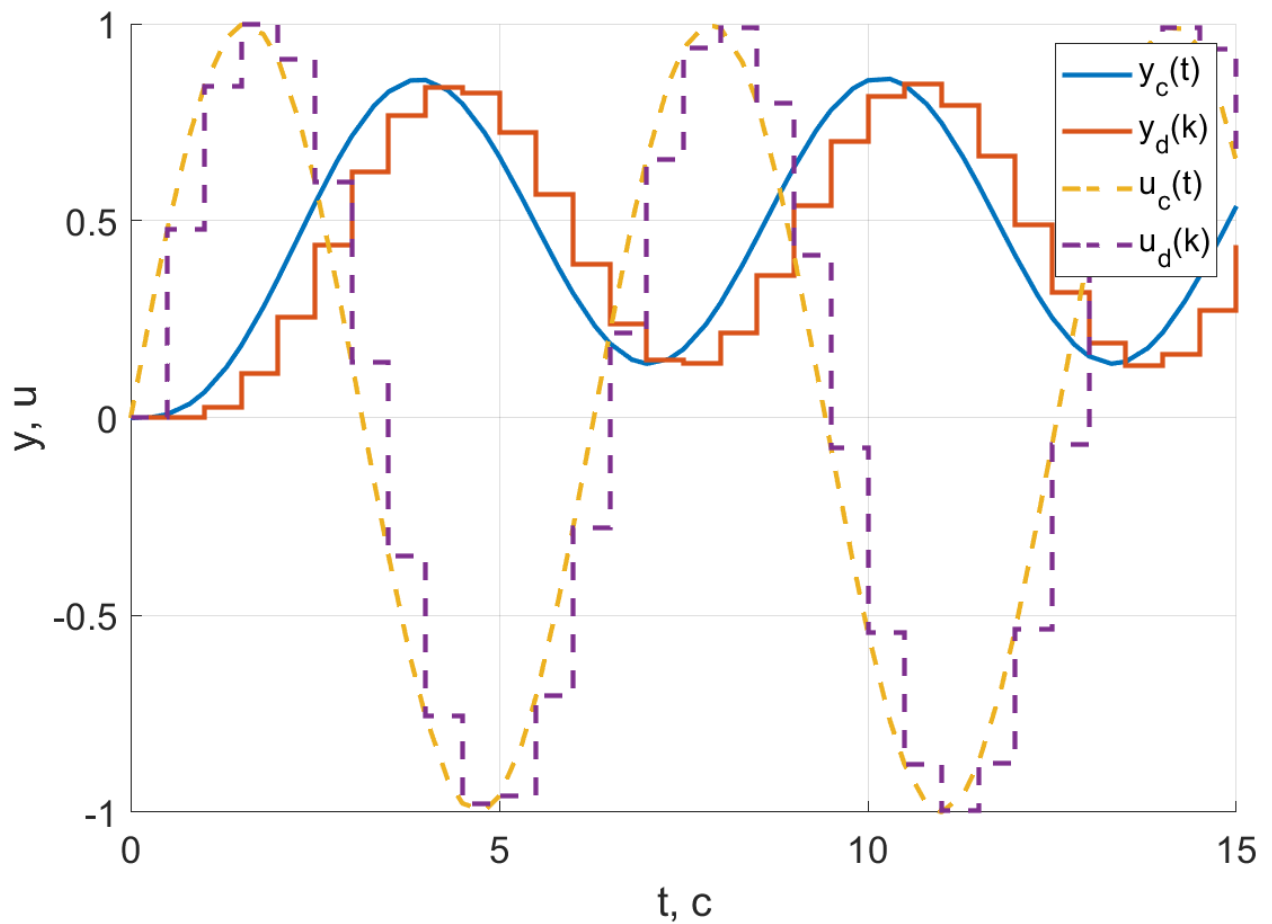


Рисунок 2. Моделирование дискретной и непрерывной систем.

Преобразование непрерывного ОУ в дискретный вид было произведено верно, так как качественное поведение систем совпадают при синусоидальном входном воздействии.

#### 4. Исследование ОУ на управляемость и устойчивость

Проверим дискретный ОУ на полную управляемость.

Матрица управляемости:

$$U_d = [B_d \quad A_d B_d] = \begin{bmatrix} 0.1057 & 0.2568 \\ 0.3888 & 0.2297 \end{bmatrix}$$

$$\det[U_d] = -0.0756$$

Так как определитель не равен нулю, то ОУ полностью управляем.

Теперь проанализируем устойчивость ОУ, для этого составим характеристический полином и найдем его корни:

$$D(z) = z^2 - 1.5908z + 0.5908$$

$$z_1 = 1, \quad z_2 = 0.5908$$

Система является устойчивой по Ляпунову, но не является асимптотически устойчивой, так как присутствует корень  $z_1 = 1$ , то в решениях системы будет присутствовать статическая неколебательная ошибка.

## 5. Построение эталонной модели

Построим эталонную модель для корней оптимальной дискретной системы по быстродействию, то есть  $z_i^* = 0$  при  $i = \overline{1,2}$ .

Переведем дискретную систему в канонически управляемую форму:

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.5908 & 1.5908 \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Данная система является полностью управляемой.

Матрица управляемости:

$$U_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1.5908 \end{bmatrix}$$

Тогда матрица преобразования:

$$M = U_d U_k^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0887 & 0.1057 \\ -0.3888 & 0.3888 \end{bmatrix}$$

Эталонная модель:

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \Gamma_d \xi(k) \\ v(k) = H_d \xi(k) \end{cases}$$

$$\Gamma_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H_d = [1 \quad 0]$$

Характеристический полином:

$$D^*(z) = z^2$$

## 6. Поиск матрицы линейных стационарных обратных связей

Коэффициенты обратных связей в канонически управляемом виде вычисляются следующим образом:

$$k_1^k = -0.5908, \quad k_2^k = 1.5908$$

В результате матрица линейных стационарных обратных связей в канонически управляемом базисе имеет вид:

$$K^k = [-0.5908 \quad 1.5908]$$

Нахождение матрицы линейных стационарных обратных связей в исходном базисе:

$$K_d = K^k M^{-1} = [5.1446 \quad 2.6935]$$

## 7. Моделирование замкнутой системы

Матрица замкнутой системы вычисляется по формуле:

$$F_d = A_d - B_d K_d = \begin{bmatrix} 0.4563 & 0.1041 \\ -2 & -0.4564 \end{bmatrix}$$

Найдем дискретный характеристический полином замкнутой системы:

$$D_{closed}(z) = z^2$$

Он совпадает с желаемым полиномом эталонной системы. Следовательно синтез стабилизирующих управляющих воздействий был произведен верно.

Осуществим моделирование замкнутой системы при начальных условиях  $y(0) = 1, \dot{y}(0) = 0$ .

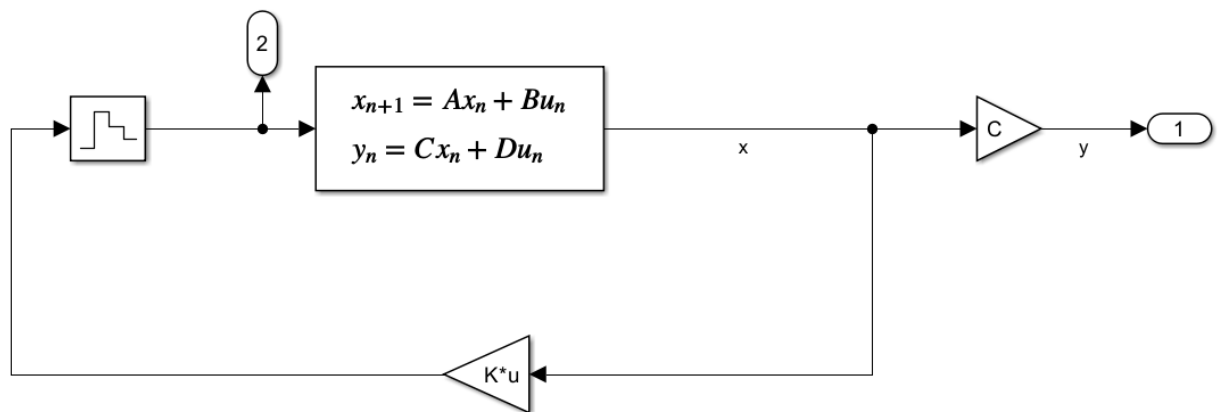


Рисунок 3. Схема моделирования замкнутой системы.

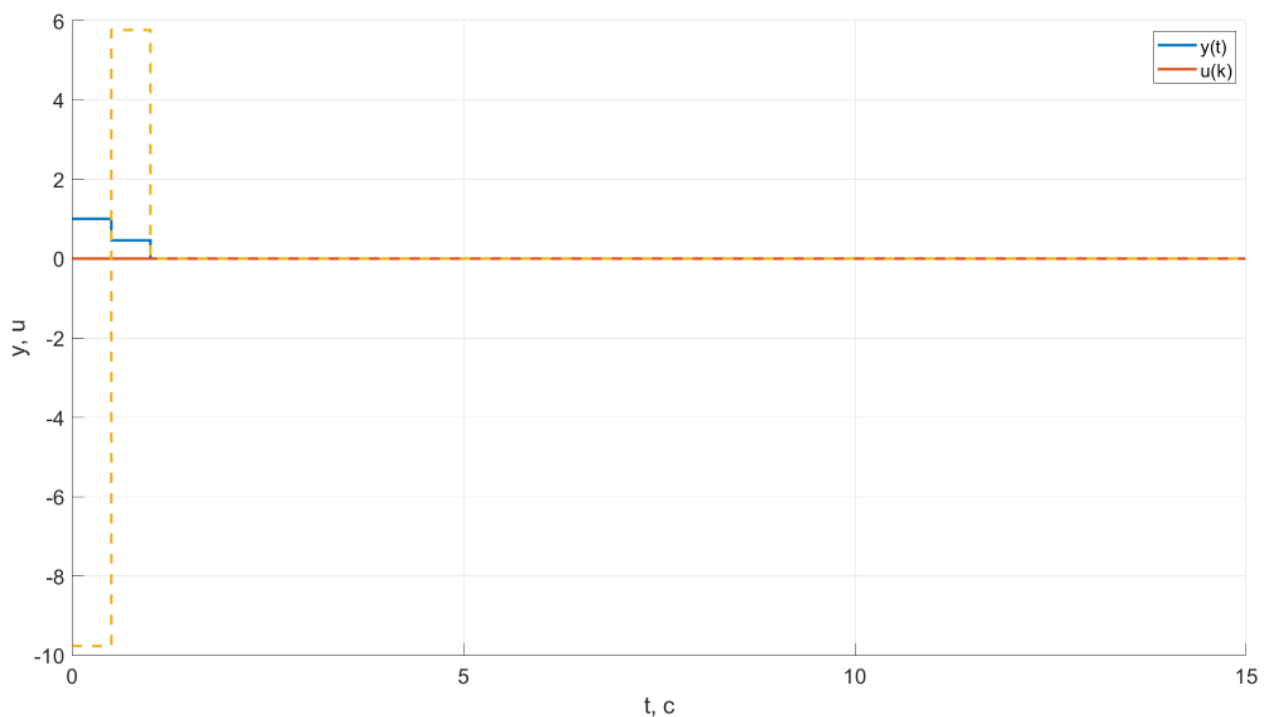


Рисунок 4. Графики выходной переменной и входного воздействия.

Желаемое поведение системы достигнуто модальным управлением. Можем наблюдать стабилизацию ОУ за 2 шага дискретизации.

Так как для эталонной модели мы выбрали два совпадающих оптимальных по быстродействию корня  $z_{1,2} = 0$ , то мы не должны были наблюдать перерегулирование и колебательности, что мы и видим на построенных графиках переходного процесса. Следовательно, работа выполнена успешно.

#### 4. Выводы

В данной лабораторной работе исследовался синтез стабилизирующих регуляторов для дискретных систем. ОУ в нашем случае был с полной информацией, то есть все переменные вектора состояния были доступны для измерения. Стабилизирующее управление мы искали на основе принципа Беллмана, как линейную функцию всех переменных состояния.

Задача синтеза пропорционального регулятора (стабилизирующих управлений), заключалась в отыскании таких параметров матрицы ЛСОС, которая обеспечивает замкнутой системе, динамика которой определяется матрицей  $F_d = A_d - B_d K$  наперед заданные желаемые свойства, показателей качества процессов.

Желаемые свойства замкнутой системы мы выбирали с помощью построения эталонной модели. Эталонная модель были выбрана с такими корнями характеристического уравнения, которые являются оптимальными по быстродействию, то есть  $z_i = 0$ .

После проведения всех расчетов, было проведено моделирование и визуализация переходных процессов замкнутой системы. По результатам моделирования было установлено, что качество процессов соответствует желаемым, значит работа выполнена верно.