НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет систем управления и робототехники

Моделирование динамических систем
Лабораторная работа №6
Дескрипторный метод

Вариант 2

Выполнил студент:
Кирбаба Д.Д. R3338

Преподаватель:
Семенов Д.М.

г. Санкт-Петербург
2023

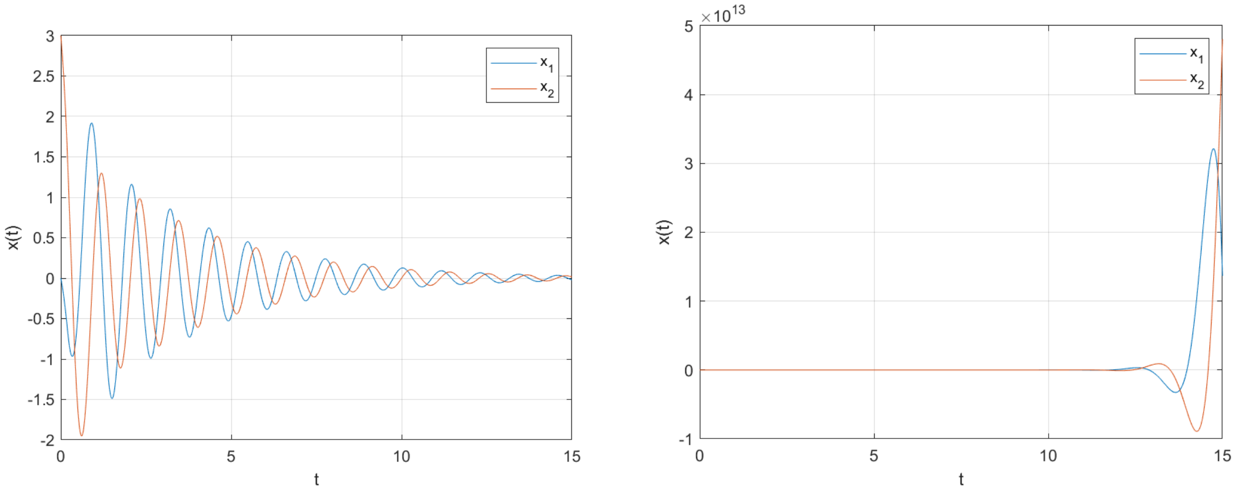
Ход работы

Дана система с произвольной постоянной задержкой h:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1 x(t-h),$$

где $x \in \mathbb{R}$, $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $A_1 = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$.

Промоделируем данную систему в при разных задержках. Выберем одно значение, при которой система будет устойчивой, и другое, при которой она будет неустойчивой.



(a) устойчивый случай ($h = 0.2$) (b) неустойчивый случай ($h = 0.5$)

Рис. 1: Моделирование системы при различных задержках.

Теперь, используя дескрипторный метод, найдем максимальную задержку, при которой данная система будет устойчивой.
Для этого необходимо решить следующую систему линейных матричных неравенств:

$$\begin{bmatrix} \Psi & P - P_2^T(A+A_1)^T P_3 & -hP_2^T A_1 \\ * & -P_3 - P_3^T + hR & -hP_3^T A_1 \\ * & * & -hR \end{bmatrix} < 0,$$
$$\Psi = P_2^T(A+A_1) + (A+A_1)^T P_2, \; P > 0, \; R > 0.$$

Здесь P_2 и P_3 – произвольные матрицы. В результате решения матричного неравенства в MATLAB получена максимальная задержка $h = 0.211$, при которой система является устойчивой.

Теперь построим регулятор $u(t) = Kx(t)$ такой, что замкнутая система

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1 x(t-h) + Iu(t) = (A+K)x(t) + A_1 x(t-h)$$

была устойчивой при любых задержках h.
Для этого достаточно решить матричное неравенство:

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}^T P + P\tilde{A} + Q & PA_1 \\ A_1^T P & -Q \end{bmatrix} < 0,$$

где $P = P^T > 0,\ Q = Q^T > 0,\ \tilde{A} = A + K.$
С помощью вычислений, нашли следующую матрицу:

$$K = 10^8 * \cdot \begin{bmatrix} -7.3845 & 3.7655 \\ 3.7655 & -5.3991 \end{bmatrix}$$

Выводы

В данной лабораторной работе был исследован дескрипторный метод для анализа систем с задержками. Суть данного метода в том, что он гарантирует устойчивость системы с запаздыванием при задержке, принадлежащей некоторому промежутку.

В первой части работы, используя дескрипторный метод, было найдено максимальное значение задержки, при котором система остается устойчивой $h = 0.221\ sec.$
Во второй части работы был синтезирован регулятор, стабилизирующий систему с любыми задержками. Для этого требовалось решить систему матричных неравенств, и для проверки устойчивости замкнутой системы использовать метод функционалов Ляпунова-Красовского.

В результате, система с данным регулятором действительно устойчива.