

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1
по курсу «Электрический привод»
МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИКИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Вариант № 4

Автор работы: Кирбаба Д.Д.

Группа: R3438

Преподаватель: Маматов А.Г.

“16” октября 2023 г.

Работа выполнена с оценкой ____

Дата защиты “__” _____ 2023 г.

Санкт-Петербург

2023

Оглавление

Цель работы	3
Ход работы	3
Задание 1. Расчет кинематической схемы	3
1. Постановка задачи	3
2. Решение задачи	4
Задание 2. Расчет кинематической схемы винтового домкрата с электроприводом	6
1. Постановка задачи	6
2. Решение задачи	7
Задание 3. Определение параметров расчетных схем и резонансных частот	10
1. Пяти-массовая система тел.	11
2. Трех-массовая система тел.	13
3. Двух-массовая система тел.	14
Задание 4. Моделирование двух-массовой нагрузки в Simulink	14
1. Постановка задачи	14
2. Задание 1.	15
3. Задание 2.	16
4. Задание 3.	16
5. Задание 4.	17
Выводы	20

Цель работы

Освоение принципов расчета кинематических схем, определения их параметров и резонансных частот, а также моделирования механики электропривода.

Ход работы

Задание 1. Расчет кинематической схемы

1. Постановка задачи

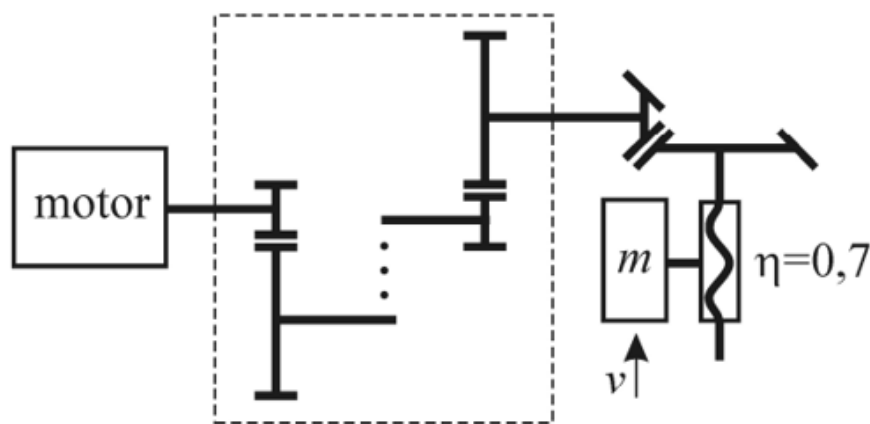


Рисунок 1. Кинематическая схема винтового домкрата с электроприводом.

Исходные данные:

$$G_{load} = 5000 \text{ кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \text{вес груза};$$

$$v_{load} = 1 \frac{\text{см}}{\text{с}} - \text{требуемая скорость подъема груза};$$

$$n_{eng} = 725 \frac{\text{об}}{\text{мин}} - \text{скорость вращения двигателя};$$

$$\eta_{tooth} = 0.9 - \text{КПД зубчатой передачи};$$

$$\eta_{scr} = 0.7 - \text{КПД винтовой передачи};$$

$$j_{max} = 5 - \text{максимально возможное передаточное число};$$

$$s = 12 \text{ мм} - \text{шаг винта}.$$

Определить:

- Передаточное отношение и число степеней редуктора;

- Мощность и вращающий момент двигателя;
- Момент инерции, приведенный к валу двигателя, считая моменты инерции валов всех ступеней редуктора равными $0.02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Передачу с числом $j < j_{max}$ отнести к выходному валу редуктора. Момент инерции входного вала редуктора принять равным $J_1 = 0.005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

2. Решение задачи

Найдем требуемую скорость вращения домкрата:

$$\omega_{scr} = \frac{2\pi v}{s} = 5.236 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Определим передаточное число редуктора:

$$j = \frac{\omega_{eng}}{\omega_{scr}} = 14.5$$

Определим количество степеней редуктора:

$$\log_5 14.5 = 1.6615 \rightarrow \text{количество степеней редуктора} = 2$$

$$j_{12} = 5$$

$$j_{23} = 2.9$$

Определим развиваемый нагрузкой момент:

$$M_{load} = \frac{G_{load} v_{load}}{\omega_{scr}} = 9.5493 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Приведем момент нагрузки к валу двигателя:

$$M'_{load} = \frac{M_{load}}{j_{12} \cdot j_{23} \cdot \eta_{tooth}^2 \cdot \eta_{scr}} = 1.1615 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Рассчитаем мощность двигателя:

$$P_{eng} = M'_{load} \cdot \omega_{eng} = 88.1834 \text{ Вт}$$

Найдем приведенные моменты инерции элементов системы:

$$J'_1 = J_1 = 0.005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_2 = J_2 \cdot \frac{1}{j_{12}^2} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_3 = J_2 \cdot \frac{1}{j_{12}^2 \cdot j_{23}^2} = 9.5 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_{load} = \frac{G_{load}}{g} \cdot \left(\frac{v_{load}}{\omega_{eng}} \right)^2 = 8.85 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Найдем суммарный приведенный момент инерции:

$$J'_{sum} = J'_1 + J'_2 + J'_3 + J'_{load} = 0.0059 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

```

1 %% initials
2
3 G_load = 5000; % kg * m / s^2
4 g = 9.8; % gravity constant
5 m_load = G_load / g;
6 v_load = 1 / 100; % m / s
7
8 n_eng = 725; %
9 w_eng = n_eng / 60 * (2 * pi); % rad / s
10
11 eta_scr = 0.7;
12 eta_tooth = 0.9;
13
14 j_max = 5;
15 s = 12 * 10^(-3); % m
16
17 J_1 = 0.005; % kg * m^2
18 J_2 = 0.02; % kg * m^2
19 J_3 = J_2;
20
21 %% calculation
22
23 w_scr = 2 * pi * v_load / s; % rad / s
24 j = w_eng / w_scr;
25 deg_red = log(j) / log(5);
26
27 %% results
28
29 j_12 = j_max;
30 j_23 = j / j_max;
31
32 %% calculation
33
34 M_load = G_load * v_load / w_scr;
35 M_load_s = M_load / (j_12 * j_23 * eta_tooth^2 * eta_scr);
36 P_eng = M_load_s * w_eng;
37
38 J_1_s = J_1;
39 J_2_s = J_2 / j_12^2;
40 J_3_s = J_3 / j_12^2 / j_23^2;
41 J_load_s = m_load * (v_load / w_eng)^2;
42 J_sum_s = J_1_s + J_2_s + J_3_s + J_load_s;

```

Листинг 1. MATLAB код расчета задания 1.

Таблица 1. Исходные данные.

2. Решение задачи

Определим скорость вращения на выходном валу винтового домкрата:

$$n_{scr} = 60 \frac{v_{load}}{z \cdot s} = 96 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$$

Найдем передаточные числа ременной передачи и степеней редукторов:

$$j_{12} = \frac{d_2}{d_1} = 1.333, \quad j_{23} = \frac{z_2}{z_1} = 1.8235$$
$$j_{34} = \frac{z_4}{z_3} = 2.4545, \quad j_{45} = \frac{z_6}{z_5} = 3.454$$

Тогда передаточное число к валу двигателя:

$$j_{15} = j_{12} \cdot j_{23} \cdot j_{34} \cdot j_{45} = 20.6164$$

Рассчитаем теперь скорость вращения двигателя:

$$n_{eng} = n_{scr} \cdot j_{15} = 1979.2 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$$
$$\omega_{eng} = 207.259 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Радиус приведения к валу двигателя усилия $P_{load} = m_{load} \cdot g$:

$$\tilde{r}_{load} = \frac{v_{load}}{\omega_{eng}} = 7.719 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

Определим суммарный статический момент нагрузки, приведенный к валу двигателя:

$$M_c = \sum_{k=1}^p \frac{M_k}{j_{1k} \eta_{1k}} + \sum_{i=1}^q \frac{F_i r_i}{\eta_{1i}} - \text{общий вид}$$

В нашем случае:

$$M_c = \frac{\frac{m}{2} \cdot g \cdot \tilde{r}_{load}}{\eta_{belt} \cdot \eta_{tooth}^3 \cdot \eta_{scr}} + \frac{\frac{m}{2} \cdot g \cdot \tilde{r}_{load}}{\eta_{belt} \cdot \eta_{tooth}^3 \cdot \eta_{scr} \cdot \eta_{chain}} =$$
$$\frac{\frac{m}{2} \cdot g \cdot \tilde{r}_{load}}{\eta_{belt} \cdot \eta_{tooth}^3 \cdot \eta_{scr}} \cdot \left(1 + \frac{1}{\eta_{chain}}\right) = 8.1348 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

И тогда мощность двигателя:

$$N_{eng} = M_{eng} \cdot \omega_{eng} = 1686 \text{ Вт}$$

Выберем ближайший по мощности АД: 5A80MB2.

Таблица 22.1

Технические характеристики двигателей основного исполнения, степень защиты IP54, класс нагревостойкости изоляции «F», 2р=2; n = 3000 об/мин

Тип двигателя	Номинальная мощность, кВт	Номинальная частота вращения, об/мин	Коэффициент полезного действия, %	Коэффициент мощности	Номинальный ток при 380 В, А	Номинальный момент, Нм	Индекс механической характеристики	Отношение пускового момента к номинальному моменту	Отношение пускового тока к номинальному току	Отношение максимального момента к номинальному моменту	Динамический момент инерции ротора, кг·м ²	Масса IM1001, кг	Сервис-фактор
5A80MB2	2,2	2850	81,0	0,85	4,9	7,4	I	2,7	6,5	2,8	0,0021	15,5	1,15

Таблица 2. Технические характеристики выбранного двигателя.

$$N_{nom} = 2.2 \text{ кВт}, \quad M_{nom} = 7.4 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$n_0 = 3000 \frac{\text{об}}{\text{мин}}, \quad n_{nom} = 2850 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$$

$$\omega_0 = 2\pi \cdot \frac{n_0}{60} = 314.1593 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad \omega_{nom} = \frac{2\pi \cdot n_{nom}}{60} = 298.4513 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$J_{eng} = 0.0021 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Так как номинальная скорость не соответствует расчетной, то требуется корректировка диаметра шкива.

Найдем момент вала второго шкива:

$$M_2 = M_{nom} \cdot j_{12} \cdot \eta_{belt} = 9.3733 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Найдем аналогично скорость вращения второго шкива:

$$\omega_2 = \frac{\omega_{eng}}{j_{12}} = 155.44 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Жесткость из линеаризованной механической характеристики:

$$h = \frac{M_{nom}}{\omega_0 - \omega_{nom}} = 0.4711$$

Теперь определим новый диаметр шкива, а именно найдем новое передаточное число:

$$j_{new} = \frac{\omega_0}{2\omega_2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4M_2\omega_2}{\eta_{belt}h\omega_0^2}} \right) = 1.9520$$

Тогда диаметр шкива:

$$d_1 = \frac{d_2}{j_{new}} = 0.1025 \text{ м}$$

Новое передаточное число системы:

$$j_{15} = j_{new} \cdot j_{23} \cdot j_{34} \cdot j_{45} = 30.1827$$

Итого:

- скорость вращения двигателя: $n_{eng} = n_{out} \cdot j_{15} = 2897.5 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$
- момент на валу: $M_{eng} = 5.5565 \text{ Н} \cdot \text{м}$
- мощность: $N_{eng} = 1686 \text{ Вт}$

```
%% calculations
1 n_scr = 60 * v_load / (z * s); % rpm
2 w_scr = 2 * pi * n_scr / 60; % rad/s
3
4 j_12 = d_2 / d_1;
5 j_23 = z_2 / z_1;
6 j_34 = z_4 / z_3;
7 j_45 = z_6 / z_5;
8 j_15 = j_12 * j_23 * j_34 * j_45;
9
10 n_eng = n_scr * j_15; % rpm
11 w_eng = 2 * pi * n_eng / 60; % rad/s
12
13 r_load_wave = v_load / w_eng;
14
15 M_c = m_load / 2 * g * r_load_wave / (eta_belt * eta_tooth^3 * eta_scr) * (1 + 1
16 / eta_chain);
17 N_eng = M_c * w_eng;
18
19 %% engine 5A80MB2 data
20 N_nom = 2200;
21 M_nom = 7.4;
22 n_0 = 3000;
23 w_0 = 2 * pi * n_0 / 60;
24 n_nom = 2850;
25 w_nom = 2 * pi * n_nom / 60;
26 J_eng = 0.0021;
27
28 %% recalculating the d_1
29 M_2 = M_nom * j_12 * eta_belt;
30 w_2 = w_eng / j_12;
31 h = M_nom / (w_0 - w_nom);
32 j_12_new = w_0 / 2 / w_2 * (1 + sqrt(1 - (4 * M_2 * w_2) / (eta_belt * h *
33 w_0^2)));
34 d_1_new = d_2 / j_12_new;
35 j_15_new = j_12_new * j_23 * j_34 * j_45;
36
37 n_eng_new = n_scr * j_15_new;
38 w_eng_new = 2 * pi * n_eng_new / 60;
39 r_load_wave_new = v_load / w_eng_new;
40 M_c_new = m_load / 2 * g * r_load_wave_new / (eta_belt * eta_tooth^3 * eta_scr) *
41 (1 + 1 / eta_chain);
N_eng_new = M_c_new * w_eng_new;
```

Листинг 2. Код для расчета 2 задания.

Задание 3. Определение параметров расчетных схем и резонансных частот

Динамический момент инерции ротора:

$$J'_1 = J_1 = J_{eng} = 0.0021 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Рассчитаем приведенные моменты инерции отдельных звеньев:

$$J'_2 = J_2 = 0.14 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_3 = \frac{J_3}{j_{12}^2} = 0.0850 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_4 = \frac{J_4}{j_{12}^2} = 0.0212 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_5 = \frac{J_5}{j_{12}^2 \cdot j_{23}^2} = 0.0212 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_6 = \frac{J_6}{j_{12}^2 \cdot j_{23}^2} = 0.0083 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_7 = \frac{J_7}{j_{12}^2 \cdot j_{23}^2 \cdot j_{34}^2} = 0.0061 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_8 = \frac{J_8}{j_{12}^2 \cdot j_{23}^2 \cdot j_{34}^2} = 0.0016 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_9 = \frac{J_9}{j_{12}^2 \cdot j_{23}^2 \cdot j_{34}^2 \cdot j_{45}^2} = 0.00037 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_{10_1} = \frac{\frac{m}{2} \cdot \left(\frac{v}{\omega_{eng}} \right)^2}{j_{12}^2 \cdot j_{23}^2 \cdot j_{34}^2 \cdot j_{45}^2} = 6.73 \cdot 10^{-9} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_{10_2} = J'_{10_1}$$

Жесткость c_1 :

$$c'_1 = c_1 = c_{sl} = 15 \cdot 10^6 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$$

Приведенные жесткости:

$$c'_2 = \frac{c_{belt}}{j_{12}^2} = 7.8797 \cdot 10^5 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$$

$$c'_3 = \frac{c_{sl}}{j_{12}^2 \cdot j_{23}^2 \cdot j_{34}^2} = 1.967 \cdot 10^5 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$$

$$c'_4 = \frac{c_{chain}}{j_{12}^2 \cdot j_{23}^2 \cdot j_{34}^2 \cdot j_{45}^2} = 1.32 \cdot 10^4 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$$

Для поиска резонансных частот для каждой системы будем исследовать матрицы вида:

$-\frac{b_{12}}{J_1}$	$\frac{b_{12}}{J_1}$	0	0	...	0	0	$-\frac{1}{J_1}$	0	0	...	0
$\frac{b_{12}}{J_2}$	$-\frac{b_{12} + b_{23}}{J_2}$	$\frac{b_{23}}{J_2}$	0	...	0	0	$\frac{1}{J_2}$	$-\frac{1}{J_2}$	0	...	0
0	$\frac{b_{23}}{J_3}$	$-\frac{b_{23} + b_{34}}{J_3}$	$\frac{b_{34}}{J_3}$...	0	0	0	$\frac{1}{J_3}$	$-\frac{1}{J_3}$...	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
0	0	0	0	...	$-\frac{b_{(n-2)(n-1)} + b_{(n-1)n}}{J_{(n-1)}}$	$\frac{b_{(n-1)n}}{J_{(n-1)}}$	0	...	$\frac{1}{J_{(n-1)}}$	$-\frac{1}{J_{(n-1)}}$	0
0	0	0	0	...	$\frac{b_{(n-1)n}}{J_n}$	$-\frac{b_{(n-1)n}}{J_n}$	0	...	0	$\frac{1}{J_n}$	$-\frac{1}{J_n}$
c_{12}	$-c_{12}$	0	0	...	0	0	0	0	0	...	0
0	c_{23}	$-c_{23}$	0	...	0	0	0	0	0	...	0
0	0	c_{34}	$-c_{34}$...	0	0	0	0	0	...	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
0	0	...	0	$c_{(n-2)(n-1)}$	$-c_{(n-2)(n-1)}$	0	0	0	0	...	0
0	0	...	0	0	$c_{(n-1)n}$	$-c_{(n-1)n}$	0	0	0	...	0

Рисунок 3. Матрица исследуемой системы.

Однако так как в нашем случае мы не учитываем демпфирование, то коэффициенты $b_{ij} = 0, \forall i, \forall j$.

1. Пяти-массовая система тел.

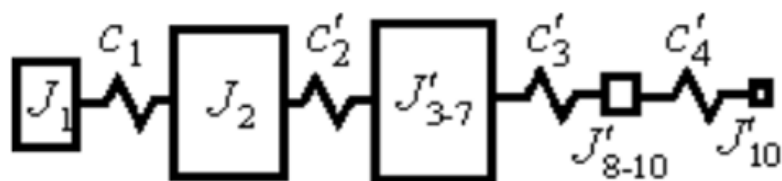


Рисунок 4. Схема системы.

Рассчитаем параметры системы:

$$J_1 = 0.0021 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J_2 = 0.14 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_{3-7} = J'_3 + J'_4 + J'_5 + J'_6 + J'_7 = 0.1419 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_{8-10} = J'_8 + J'_9 + J'_{10_1} = 0.002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_{10} = 6.73 \cdot 10^{-9} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$c_1 = 15 \cdot 10^6 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$$

$$c'_2 = 7.8797 \cdot 10^5 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$$

$$c'_3 = 1.967 \cdot 10^5 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$$

$$c'_4 = 1.32 \cdot 10^4 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$$

Теперь рассчитаем резонансные частоты данной системы. Для этого составим матрицу на основе параметров системы:

$$A_{5mass} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/J_2 & -1/J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/J'_{3-7} & -1/J'_{3-7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/J'_{8-10} & -1/J'_{8-10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/J'_{10} \\ c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c'_2 & -c'_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c'_3 & -c'_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c'_4 & -c'_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Найдем ее собственные числа и поделим их на $2 \cdot \pi$:

$$\lambda_0 = 0, \quad \lambda_{1,2} = \pm 528i, \quad \lambda_{3,4} = \pm 1607i, \quad \lambda_{5,6} = \pm 13552i, \\ \lambda_{7,8} = \pm 222823i$$

Тогда резонансные частоты пяти-массовой системы:

$$528.1739 \text{ Гц}$$

$$1607.458 \text{ Гц}$$

$$13551.63 \text{ Гц}$$

$$222823.5 \text{ Гц}$$

2. Трех-массовая система тел.



Рисунок 5. Схема системы.

Рассчитаем параметры системы:

$$J'_{1-7} = J'_1 + J'_2 + J'_3 + J'_4 + J'_5 + J'_6 + J'_7 = 0.2840 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_{8-10} = J'_8 + J'_9 + J'_{10_1} = 0.002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_{10} = 6.73 \cdot 10^{-9} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$c'_3 = 1.967 \cdot 10^5 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$$

$$c'_4 = 1.32 \cdot 10^4 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$$

Теперь рассчитаем резонансные частоты данной системы. Для этого составим матрицу на основе параметров системы:

$$A_{3mass} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1/J'_{1-7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/J'_{8-10} & -1/J'_{8-10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/J'_{10} \\ c'_3 & -c'_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c'_4 & -c'_4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Найдем ее собственные числа и поделим их на $2 \cdot \pi$:

$$\lambda_0 = 0, \quad \lambda_{1,2} = \pm 1601i, \quad \lambda_{3,4} = \pm 222823i$$

Тогда резонансные частоты пяти-массовой системы:

$$1601.3 \text{ Гц}$$

$$222823.5 \text{ Гц}$$

3. Двух-массовая система тел.

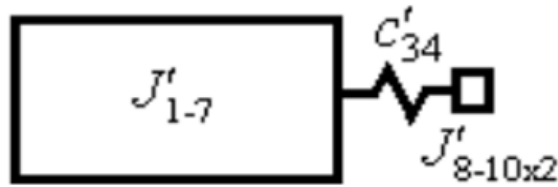


Рисунок 6. Схема системы.

Рассчитаем параметры системы:

$$J'_{1-7} = J'_1 + J'_2 + J'_3 + J'_4 + J'_5 + J'_6 + J'_7 = 0.2840 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$J'_{8-10x2} = J'_8 + J'_9 + J'_{10_1} + J'_{10_2} = 0.002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$c'_{34} = \frac{1}{\left(\frac{1}{c'_3} + \frac{1}{c'_4}\right)} = 12355 \frac{\text{Нм}}{\text{рад}}$$

Теперь рассчитаем резонансные частоты данной системы. Для этого составим матрицу на основе параметров системы:

$$A_{3mass} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/J'_{1-7} \\ 0 & 0 & 1/J'_{8-10x2} \\ c'_{34} & -c'_{34} & 0 \end{bmatrix}$$

Найдем ее собственные числа и поделим их на $2 \cdot \pi$:

$$\lambda_0 = 0, \quad \lambda_{1,2} = \pm 401i$$

В итоге получим резонансные частоты двух-массовой системы:

$$401.3669 \text{ Гц}$$

Задание 4. Моделирование двух-массовой нагрузки в Simulink

1. Постановка задачи

Дана система:

$$\begin{cases} J_1 \frac{d\omega_1(t)}{dt} = M(t) - M_{s12}(t) - b_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)) - M_{L1}(t), \\ \frac{dM_{s12}(t)}{dt} = K_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)) \\ J_2 \frac{d\omega_2(t)}{dt} = M_{s12}(t) + b_{12}(\omega_1(t) - \omega_2(t)) - M_{L2}(t). \end{cases}$$

, где

J_1 – момент инерции первой массы;

J_2 – момент инерции второй массы;

K_{12} – коэффициент жесткости;

b_{12} – коэффициент демпфирования;

M_{L1} – статический момент действующий на первую массу (сухое трение);

M_{L2} – статический момент действующий на вторую массу (активный момент);

M – момент электрического двигателя.

J_1	J_2	K_{12}	b_{12}	M_{L1}	M_{L2}	M
5.8	36.8	10^6	10^2	2	10	20

Таблица 3. Исходные данные для задания 4.

2. Задание 1.

Получить передаточную функцию (ПФ) от момента двигателя к скорости вращения первой массы.

Преобразуем систему в матричный вид:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{b_{12}}{J_1} & \frac{b_{12}}{J_1} & -\frac{1}{J_1} \\ \frac{b_{12}}{J_2} & -\frac{b_{12}}{J_2} & \frac{1}{J_2} \\ K_{12} & -K_{12} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} M(t) + \begin{bmatrix} -\frac{M_{L1}}{J_1} \\ -\frac{M_{L2}}{J_2} \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ где}$$

$$x = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ M_{s12} \end{bmatrix}.$$

Для того, чтобы найти передаточную функцию $M(\omega_1)$, создадим систему в MATLAB и используя матричные преобразования, выразим необходимую нам ПФ.

```
1 %% initial data
2
3 J_1 = 5.8;
4 J_2 = 36.8;
5 K_12 = 10^6;
6 b_12 = 100;
7 M_L1 = 2;
8 M_L2 = 10;
9 M = 20;
10
11 %% evaluate the system
```

```

12
13 A = [-b_12/J_1 b_12/J_1 -1/J_1;
14      b_12/J_2 -b_12/J_2 1/J_2;
15      K_12 -K_12 0];
16 B = [1/J_1;
17      0;
18      0];
19
20 sys = ss(A, B, [1 0 0], 0);
21 syms p
22 W = [1 0 0] * inv(1i * p * eye(3) - A) * B

```

Листинг 3. Поиск ПФ с помощью MATLAB.

Итого,

$$W(p) = -\frac{5(-46p^2 + 125ip + 1\,250\,000)}{1334ip^3 + 26\,625p^2 - 266\,250\,000ip}$$

3. Задание 2.

Аналитически посчитать частоты анти-резонанса и резонанса.

Для поиска частот резонанса и анти-резонанса необходимо построить АЧХ по вычисленной уже ПФ и найти её экстремумы, то есть продифференцировать и приравнять к нулю. Воспользуемся MATLAB для данных операций.

```

1 W_real = real(W);
2 W_imag = imag(W);
3 amp_freq_char = sqrt(W_real^2 + W_imag^2);
4 diff_amp_freq_char = diff(amp_freq_char);
5 answer = double(solve(diff_amp_freq_char == 0, p, Real=true))

```

Листинг 4. Расчет частот резонанса и анти-резонанса.

Итого,

Резонансная частота: 446.82 Гц

Анти – резонансная частота: 164.84 Гц

4. Задание 3.

Построить АЧХ по полученной ПФ, убедиться, что частоты анти-резонанса и резонанса совпадают с рассчитанными.

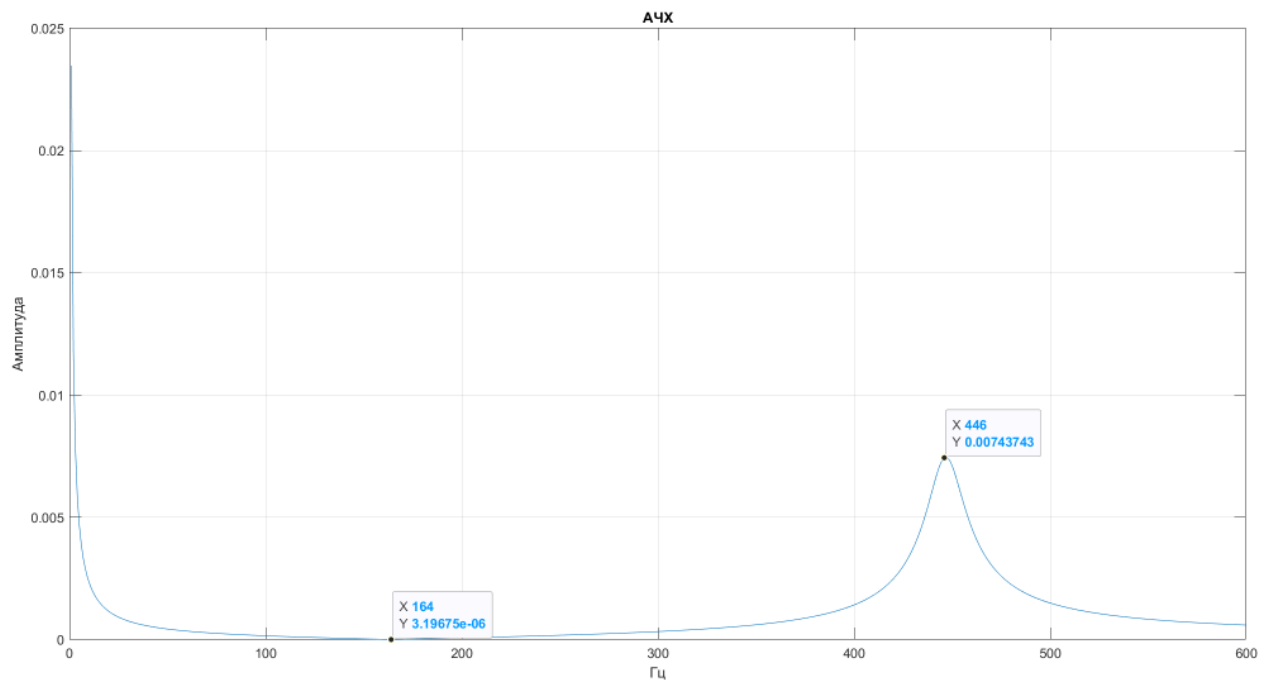


Рисунок 7. АЧХ системы.

Как видно, минимум и максимум действительно соответствуют аналитически рассчитанным значениям.

5. Задание 4.

Построить модели двух-массовой нагрузки в Simulink и Simscape. Убедиться, что модели работают идентично. Убедиться, что частота колебаний скорости соответствует рассчитанной резонансной частоте.

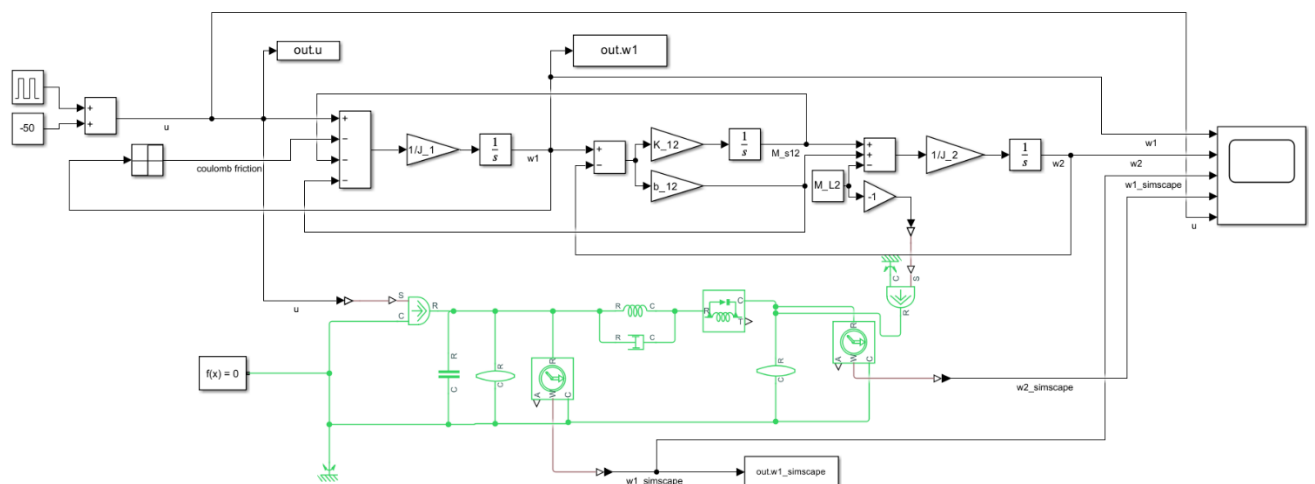


Рисунок 8. Схема модели системы в Simulink и Simscape.

Итак, запустим моделирование при частоте входящего сигнала 50 Гц.

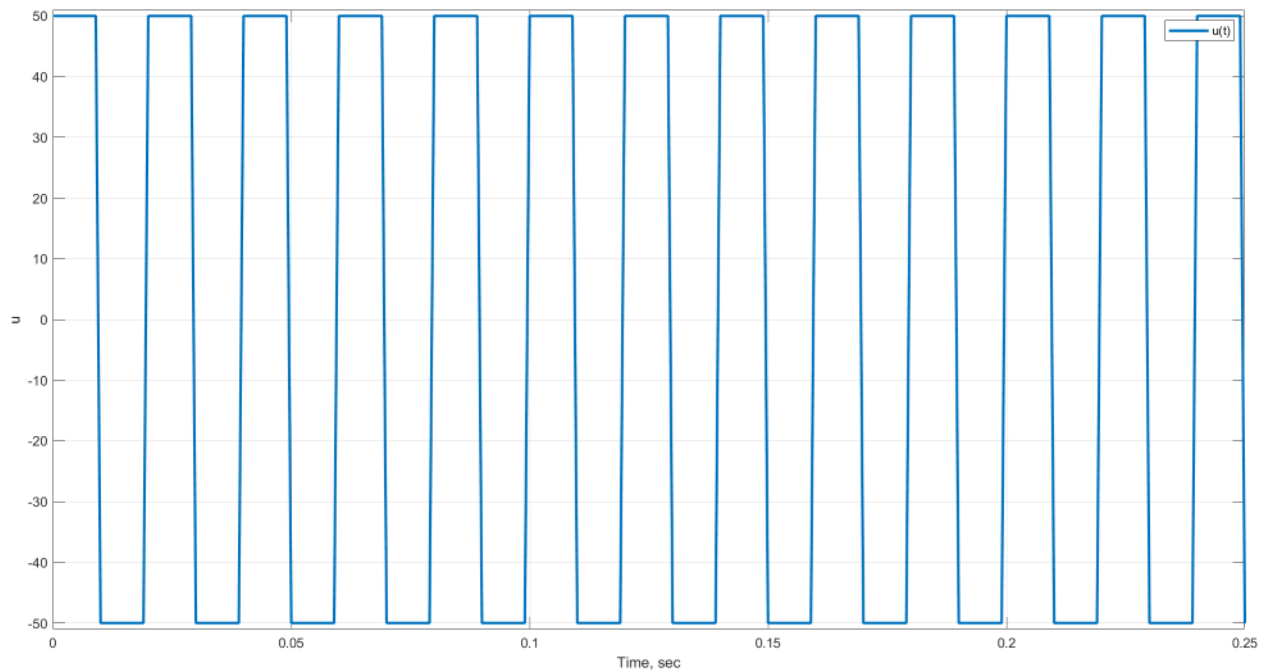


Рисунок 9. Входной сигнал при 50 Гц.

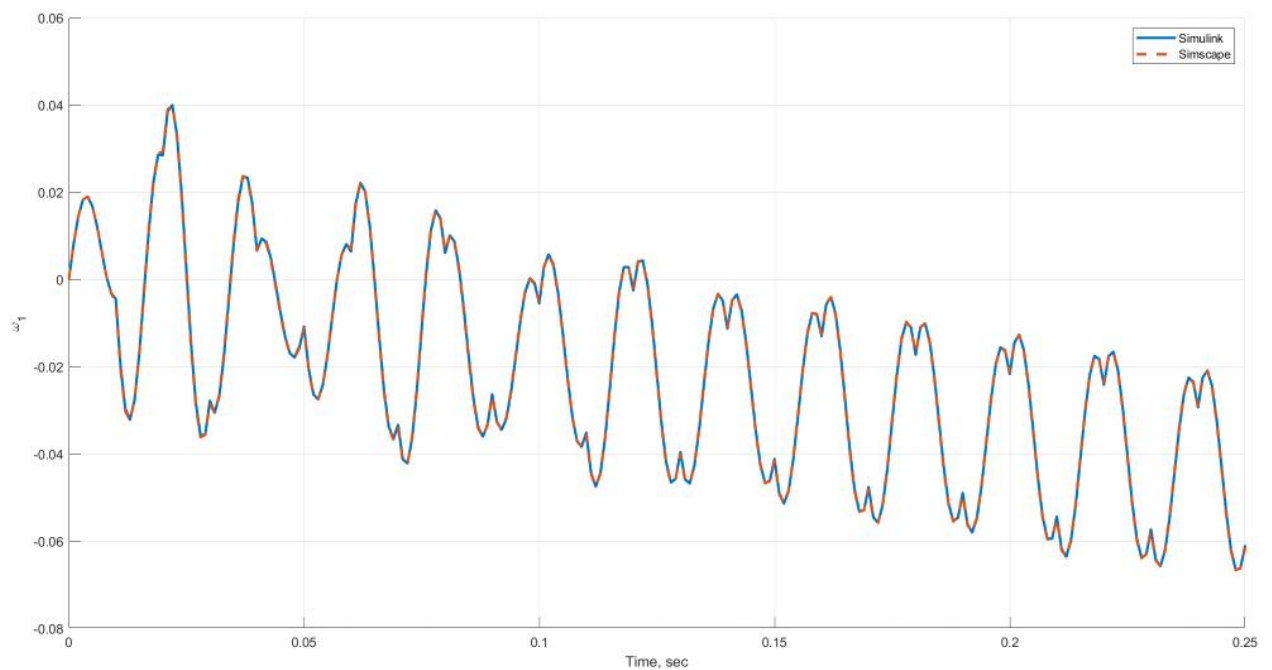


Рисунок 10. Графики ω_1 моделей Simulink и Simscape.

Как видим, частота ω_1 точно выше, частоты входящего воздействия. Однако точную величину установить не удастся из-за округления моделирования.

Смоделируем поведение системы при частоте входного воздействия равной рассчитанной ранее резонансной 446.82 Гц.

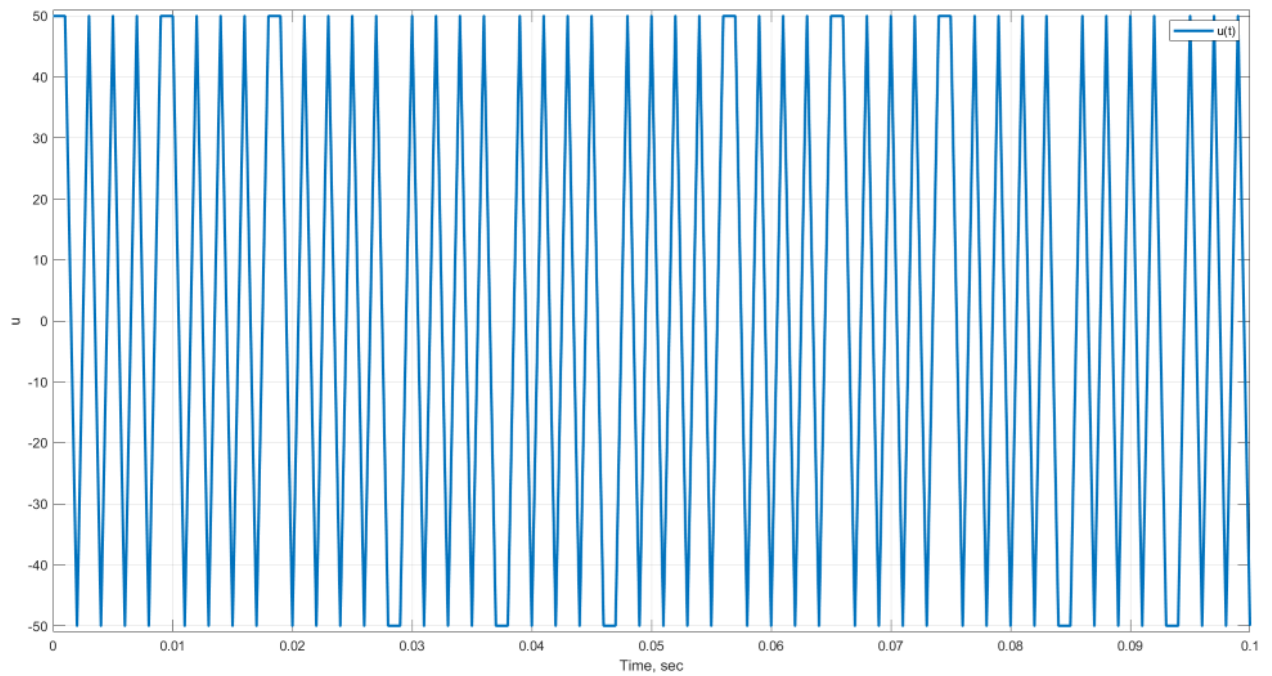


Рисунок 11. Входное воздействие с частотой 446.82 Гц.

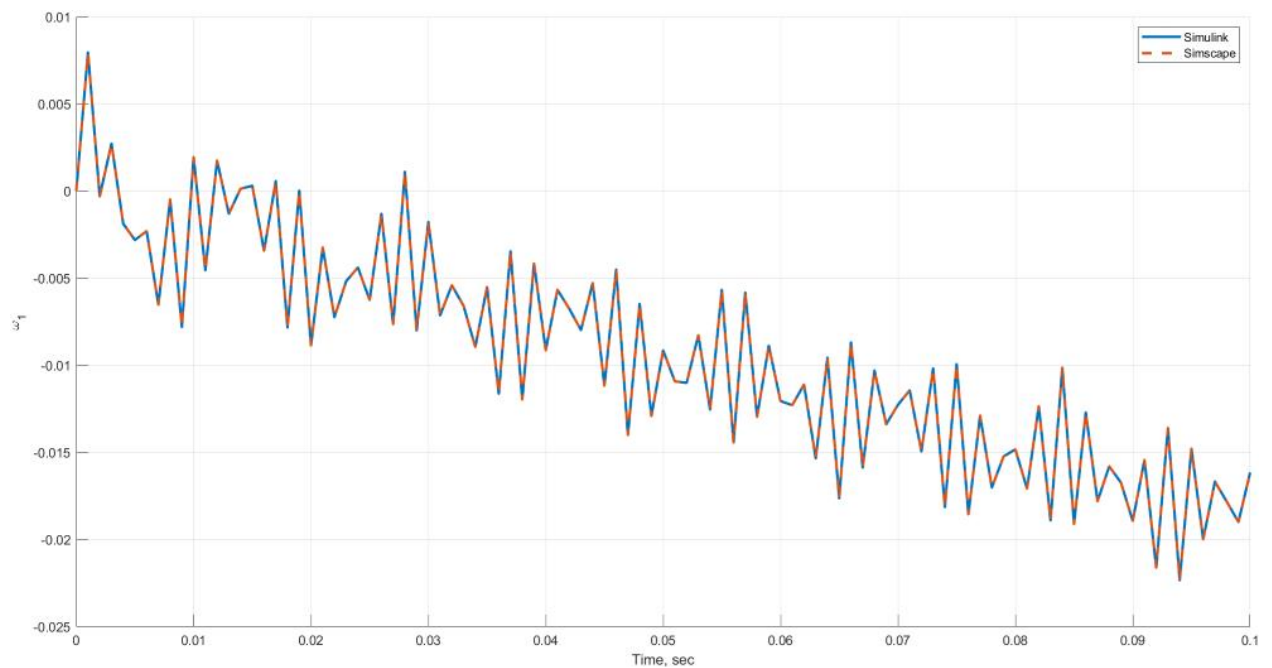


Рисунок 12. Графики ω_1 моделей Simulink и Simscape при входном воздействии с резонансной частотой.

Здесь частота ω_1 соответствует резонансной.

Также отметим, что так как графики переходных процессов моделей Simulink и Simscape совпадают, то построенные модели идентичны.

Выводы

В данной лабораторной работе исследовалась механика электропривода.

В первой части работы были произведены расчеты кинематических схем двух моделей с различными звеньями. Находились передаточные отношения, числа степеней редуктора, мощность и вращающий момент двигателей, приведенные моменты инерции. По рассчитанным значениям был произведен выбор подходящего электропривода для условий задачи. После этого пересчитывались характеристики двигателя с измененным диаметром шкива для того, чтобы выбранный электродвигатель работал в номинальном режиме.

Во второй части работы был проведен анализ двух-массовой системы (определялись параметры расчетных схем и значения резонансных частот) с последующим моделированием системы в двух пакетах MATLAB: Simulink и Simscape. Результаты расчетов и построения моделей сошлись с ожидаемыми предположениями. Модели идентичны, а рассчитанные параметры соответствуют поведению смоделированных систем.