

# Список вопросов к экзамену по математической статистике

Осенний семестр 2022-2023

Сам перечень:

1. Выборка. Эмпирическая функция распределения и её свойства. Способы визуализации выборки.
2. Выборочные моменты и их свойства.
3. Выборочное среднее, выборочная дисперсия и их свойства. Несмещенная выборочная дисперсия.
4. Выборочные квантили. Распределения порядковых статистик.
5. Теорема об асимптотическом поведении среднего члена вариационного ряда. Теорема об асимптотическом поведении крайних членов вариационного ряда (идея доказательства).
6. Линейные и квадратичные статистики от выборок из нормального распределения: лемма о независимости линейной и квадратичной статистик, лемма о независимости двух квадратичных статистик.
7. Линейные и квадратичные статистики от выборок из нормального распределения: распределение квадратичных статистик, теорема Фишера.
8. Постановка задачи точечного оценивания параметров. Свойства оценок. Метод моментов.
9. Метод максимального правдоподобия и его свойства. Примеры.
10. Информация Фишера. Неравенство Рао-Крамера. Примеры.
11. Экспоненциальное семейство распределений и его свойства.
12. Байесовские оценки.
13. Минимаксные оценки.
14. Доверительные интервалы. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения.
15. Доверительные интервалы. Доверительные интервалы для функций от параметров двух независимых выборок из нормального распределения.
16. Доверительные интервалы. Построение доверительного интервала с помощью статистики  $-\sum \ln F(X_i)$ .
17. Асимптотические доверительные интервалы. Построение асимптотического доверительного интервала с помощью ЦПТ и следствий из нее. Асимптотический доверительный интервал для математического ожидания и дисперсии.
18. Асимптотические доверительные интервалы. Примеры построения с помощью предельных теорем для средних/крайних членов вариационного ряда.

19. Постановка задачи проверки статистических гипотез. Нулевая и альтернативная гипотезы. Статистический критерий. Области принятия и опровержения гипотезы.  $p$ -value. Ошибки первого и второго рода.
20. Связь проверки гипотез и доверительных интервалов.
21. Критерий согласия Колмогорова.
22. Критерий согласия Пирсона Хи-квадрат.
23. Критерий квантилей. Критерий знаков.
24. Критерий однородности Смирнова.
25. Критерий однородности Хи-квадрат.
26. Критерий однородности Хи-квадрат для случая  $2 \times 2$ . Статистика  $Z$ .
27. Критерий Манна-Уитни.
28. Критерий Спирмена.
29. Критерий Кендала.
30. Критерий независимости Хи-квадрат.
31. Критерий независимости Хи-квадрат для случая  $2 \times 2$ . Статистика  $Z$ .
32. Критерий отношения правдоподобия для двух простых гипотез в непрерывном случае. Лемма Неймана-Пирсона.
33. Критерий отношения правдоподобия для двух сложных гипотез в дискретном случае.
34. Критерий отношения правдоподобия для сложных гипотез.
35. Модель линейной регрессии. Минимальные предположения. Метод наименьших квадратов. Аналитическое представление оценки наименьших квадратов.
36. Свойства оценки наименьших квадратов при минимальных предположениях.
37. Оценка остаточной дисперсии.
38. Оценка наименьших квадратов при линейных ограничениях.
39. Модель линейной регрессии при нормальности ошибок. Оценка наименьших квадратов как оценка максимального правдоподобия. Основная теорема о линейной регрессии.
40. Следствия из основной теоремы о линейной регрессии. Доверительные интервалы для параметров регрессии и прогноза.  $t$ -критерий.
41.  $F$ -критерий.
42. Модель однофакторного дисперсионного анализа.
43. Модель двухфакторного дисперсионного анализа.
44. Модель ковариационного анализа (случай одной переменной и одного фактора).
45. Обобщенные линейные модели. Модель логистической регрессии.