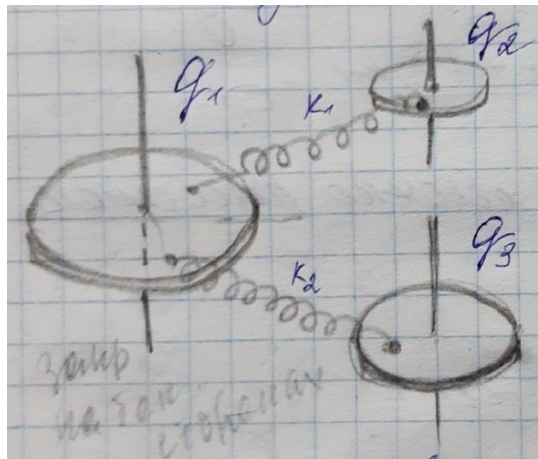


Диски, соединенные пружинами



q_1, q_2, q_3 – углы поворота диска (обобщенные координаты)

K_1, K_2 – жесткость пружин

J_1, J_2, J_3 – моменты инерции дисков

r_1, r_2, r_3 – радиусы дисков

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ – координаты центров дисков

l_{12}, l_{13} – ближайшее расстояние между дисками

Лагранжиан: $L = T - U$

$$T = \frac{J_1 \dot{q}_1^2}{2} + \frac{J_2 \dot{q}_2^2}{2} + \frac{J_3 \dot{q}_3^2}{2} - \text{кинетическая энергия}$$

$$U = \frac{K_1(p(q_1, q_2) - l_{12})^2}{2} + \frac{K_2(p(q_1, q_3) - l_{13})^2}{2} - \text{потенциальная энергия}$$

Будем считать, что пружина не растянута, если её длина меньше либо равно, чем расстояние между дисками.

$$p(q_1, q_3) = \sqrt{(x_1 + r_1 \cos q_1 - x_3 - r_3 \cos q_3)^2 + (y_1 + r_1 \sin q_1 - y_3 - r_3 \sin q_3)^2}$$

$$p(q_1, q_2) = \sqrt{(x_1 + r_1 \cos q_1 - x_2 - r_2 \cos q_2)^2 + (y_1 + r_1 \sin q_1 - y_2 - r_2 \sin q_2)^2}$$

Уравнение Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{\delta L}{\delta q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{q}_i} = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta q_i} = \frac{\delta U}{\delta q_i}, \quad \frac{\delta L}{\delta \dot{q}_i} = \frac{\delta L}{\delta \dot{q}_i} = J_i \dot{q}_i, \quad \frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{q}_i} = J_i \ddot{q}_i$$

$$\frac{\delta U}{\delta q_i} - J_i \ddot{q}_i = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

Используя разностную схему:

$$\ddot{q}_i = \frac{q_{i,i+1} - 2q_{i,i} + q_{i,i-1}}{h_t^2}, \quad q_{i,i+1} = \frac{h_t^2}{J_i} \frac{\delta U}{\delta q_i} + 2q_{i,i} - q_{i,i-1}$$