

Задание 3

Рассмотрим систему двойного перевернутого маятника на подвижной платформе (рис. 1), где

q_1	Положение платформы
q_2	Угол отклонения нижнего звена маятника
q_3	Угол отклонения верхнего звена маятника
u	Приложенная сила (управляющее воздействие)
m_1	Масса платформы
m_2	Масса нижнего звена маятника
m_3	Масса верхнего звена маятника
l_1	Длина нижнего звена маятника
l_2	Длина верхнего звена маятника
g	Ускорение свободного падения

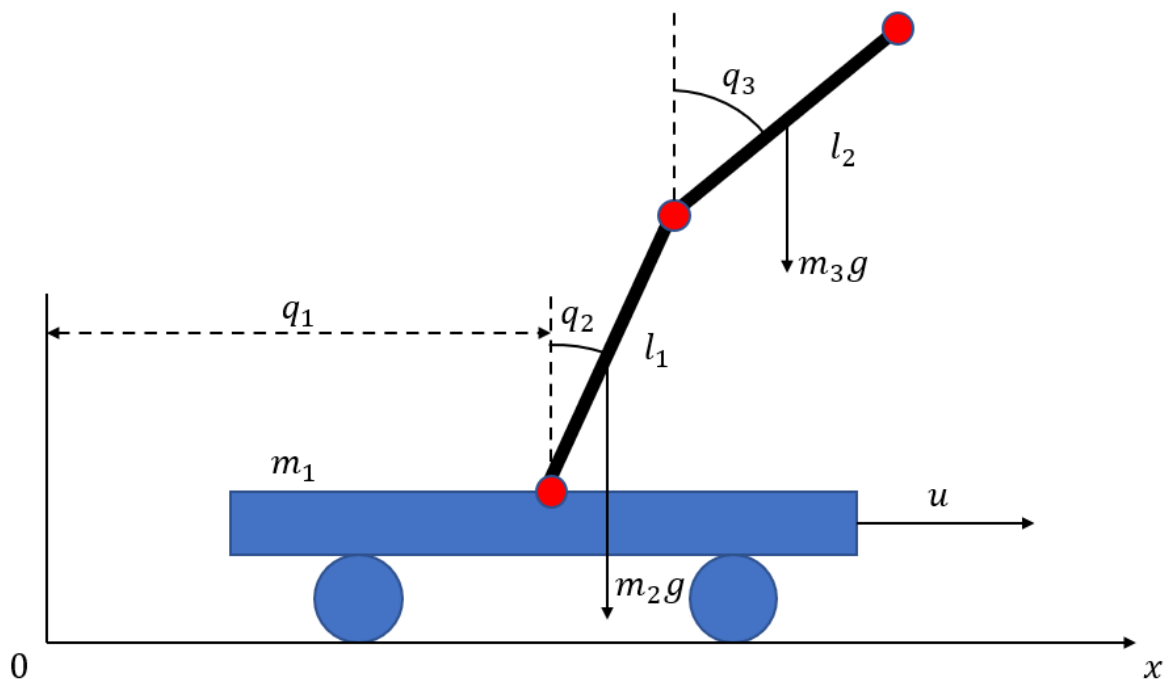


Рис. 1. Система двойного перевернутого маятника на подвижной платформе

Динамику системы можно описать в следующей стандартной форме:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Hu, \quad (1)$$

где

$q = [q_1, q_2, q_3]^T$	Обобщенный вектор состояния
$M(q)$	Матрица масс
$C(q, \dot{q})$	Центробежные и кориолисовы силы
$G(q)$	Силы тяжести
H	Матрица управления

$$M(q) = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \cos q_2 & a_3 \cos q_3 \\ a_2 \cos q_2 & a_4 & a_5 \cos(q_2 - q_3) \\ a_3 \cos q_3 & a_5 \cos(q_2 - q_3) & a_6 \end{bmatrix},$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -a_2 \sin q_2 \dot{q}_2 & -a_3 \sin q_3 \dot{q}_3 \\ 0 & 0 & a_5 \sin(q_2 - q_3) \dot{q}_3 \\ 0 & -a_5 \sin(q_2 - q_3) \dot{q}_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ -g_1 \sin q_2 \\ -g_2 \sin q_3 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} a_1 &= m_1 + m_2 + m_3, & a_5 &= \frac{1}{2} m_3 l_1 l_2, \\ a_2 &= \left(\frac{1}{2} m_2 + m_3\right) l_1, & a_6 &= \frac{1}{3} m_3 l_2^2, \\ a_3 &= \frac{1}{2} m_3 l_2, & g_1 &= \left(\frac{1}{2} m_2 + m_3\right) l_1 g, \\ a_4 &= \left(\frac{1}{3} m_2 + m_3\right) l_1^2, & g_2 &= \frac{1}{2} m_3 l_2 g \end{aligned}$$

1. Пусть все переменные измеримы. Выбирая вектор состояния в виде $x = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3]^T$, представьте рассматриваемую систему в форме Вход-Состояние-Выход.

2. Смоделируйте полученную модель с $u = 1$ и параметрами из Таблицы 1 (k равно последней цифре ID).

3. Линеаризовать систему в положении $x_{eq} = 0, u_{eq} = 0$.

4. Синтезировать стабилизирующее линейное управление $u(x) = -Kx$ с 0% перерегулированием для полученной линейной системы.

5. Проведите моделирование исходной модели с разработанным управлением.

Таблица 1. Параметры системы

k	m_1	m_2	m_3	l_1	l_2
0 1	$m_1 = 3$	$m_2 = 1$	$m_3 = 1.5$	$l_1 = 0.75$	$l_2 = 1$
2 3 4	$m_1 = 4$	$m_2 = 1.5$	$m_3 = 1.5$	$l_1 = 0.5$	$l_2 = 0.75$
5 6	$m_1 = 3.5$	$m_2 = 1.5$	$m_3 = 2$	$l_1 = 1$	$l_2 = 1.5$
7 8 9	$m_1 = 3$	$m_2 = 1$	$m_3 = 1$	$l_1 = 1.25$	$l_2 = 1.5$