

### Задание 2

1. Для каждой из следующих систем используйте кандидат квадратичной функции Ляпунова, чтобы показать, что начало координат асимптотически устойчиво:

1)  $\dot{x}_1 = -x_1 + x_1 x_2$

$$\dot{x}_2 = -2x_2$$

2)  $\dot{x}_1 = -x_2 - x_1(1 - x_1^2 - x_2^2)$

$$\dot{x}_2 = x_1 - x_2(1 - x_1^2 - x_2^2)$$

3)  $\dot{x}_1 = x_2(1 - x_1^2) - 2x_1$

$$\dot{x}_2 = -(x_1 + x_2)(1 - x_1^2)$$

4)  $\dot{x}_1 = -3x_1 - x_2$

$$\dot{x}_2 = 2x_1 - x_2^3$$

В каком из случаев система глобально устойчива в начале координат?

2. Рассмотрим скалярную систему  $\dot{x} = ax^p + h(x)$ , где  $p$  — натуральное число, а  $h(x)$  удовлетворяет условию  $|h(x)| \leq k|x|^{p+1}$  в некоторой окрестности точки начала координат. При каких условиях система асимптотически устойчива?