

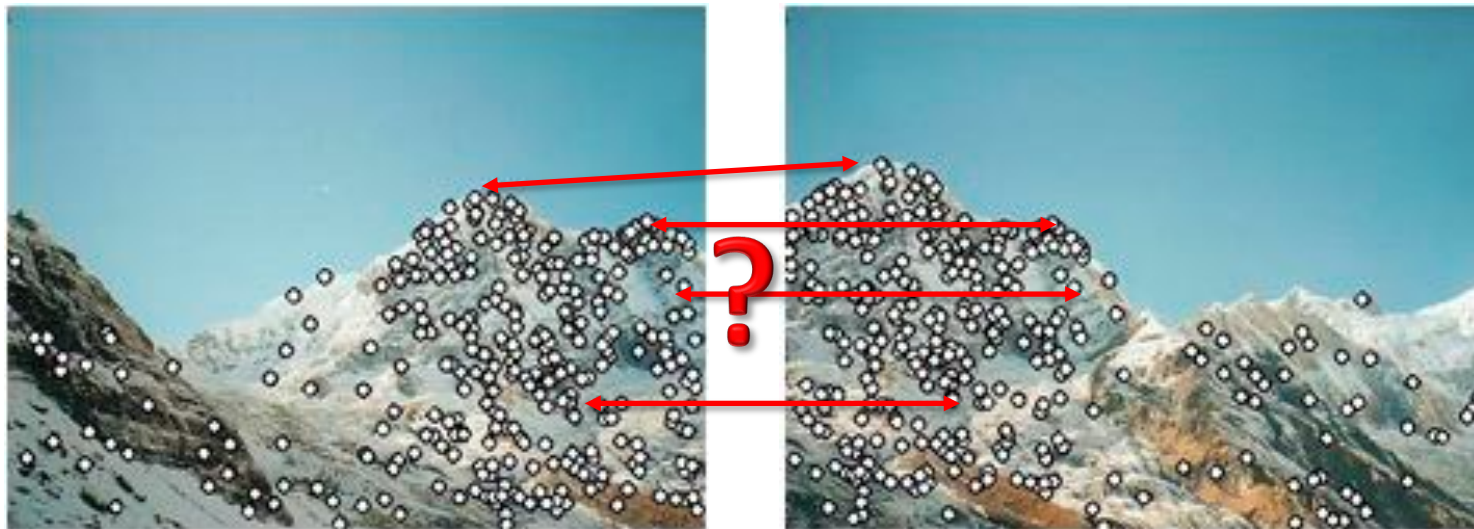


**ІІТМО**

**Описание характеристических  
особенностей  
Техническое зрение**

# Проблема сопоставления

- Как сопоставить характеристические точки на разных изображениях?
- Мы должны описать признаки, чтобы иметь возможность сравнивать их.

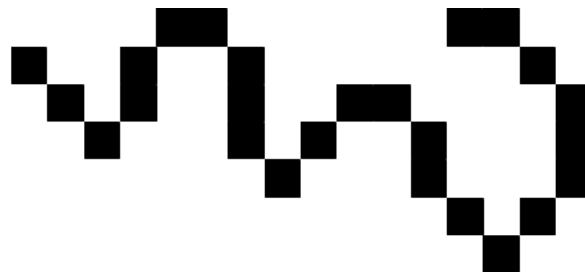
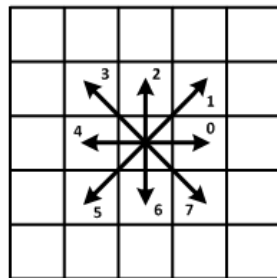
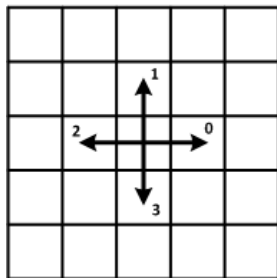


# **Описание контуров**

- Результатом работы детекторов и алгоритмов сегментации является множество особых точек, для которых необходимо построить математическое описание.

# Контурные (цепные) коды

- Начиная с первой точки, производится обход контура по часовой стрелке, при этом каждая последующая точка кодируется числом **от 0 до 7**, в зависимости от своего расположения.



- Пример кодирования кривой: 771210766711076771122334.

- **Недостатки:**
  - зависимость от начальной точки кодирования;
  - не обладают свойством инвариантности к вращению;
  - неустойчивость к зашумлению, локальные изменения контура могут привести к различным результатам кодирования.

# Кусочно-полиномиальная аппроксимация **ІТМО**

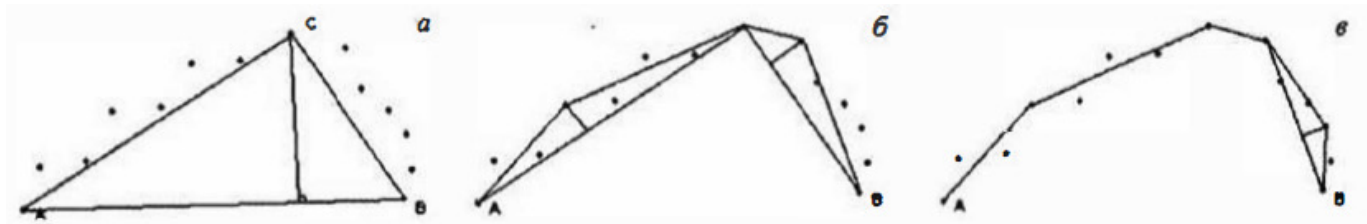
- Поиск кривой, проходящей вблизи заданного множества точек контура.
- Кривая разбивается отдельными узлами на отрезки, при этом аппроксимирующая функция на каждом из отрезков имеет вид:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n,$$

где  $a_i$  – коэффициенты полинома, подлежащие определению на каждом отрезке.

- Для каждой пары узлов необходимо определить **два коэффициента**  $a_0$  и  $a_1$ , **общее число коэффициентов**, подлежащих определению, равно  $2(n + 1)$ , где  $n$  – общее число узлов.
- Для кусочно-линейной аппроксимации может быть использован **итеративный алгоритм подбора** концевых точек:
  - Концевые точки контура  $A$  и  $B$  соединяются **прямой линией**.
  - Для оставшихся точек вычисляются **расстояния до прямой  $AB$** .
  - Точка, имеющая **наибольшее отклонение** от прямой  $AB$ , берется в качестве **дополнительного узла**.
  - Кривая заменяется **двумя отрезками**  $AC$  и  $CB$ .
- Процедура продолжается до тех пор, пока максимальное значение отклонения точек **меньше заданного порога**. Точность аппроксимации прямыми линиями определяется величиной порога.





Итеративный подбор конечных точек: слева – первый этап;  
по центру – второй этап; справа – третий этап

- **Недостатки:**

- аппроксимирующая функция не является гладкой (первые производные терпят разрыв в узлах сетки);
- зависимость результатов аппроксимации от исходных экспериментальных данных.

- На практике для аппроксимации часто используются **кубические сплайны**.
- Кубические сплайны дают высокую точность приближения и гладкость функции.
- Если аппроксимируемая функция имеет **сильные перегибы**, то в ряде случаев **кубический сплайн дает выбросы**.
- Сплайн **первой степени** в указанной ситуации **выбросов не допускает**, однако **трудно обеспечить необходимую точность** аппроксимации.
- Значительные трудности возникают в случае аппроксимации функций с **большими значениями кривизны**.
- Применение как кубических сплайнов, так и сплайнов первой степени связано с **большим числом узлов интерполяции**.

- Сочетают в себе свойства сплайнов первой степени и кубических, позволяют аппроксимировать функции с большими значениями кривизны и с точками излома.
- **Рациональным сплайном** называется функция  $S_R(x)$ , которая на каждом отрезке  $[x_i, x_{i+1}]$  имеет вид:

$$S_R(x) = a_i t + b_i(1 - t) + \frac{c_i t^3}{1 + p_i(1 - t)} + \frac{d_i(1 - t)^3}{1 + q_i t}$$

где  $t = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}$ ,  $p_i, q_i$  – заданные числа, причем  $0 < p_i, q_i < \infty$ .

- Параметры  $p_i, q_i$  определяют свойства рациональных сплайнов:
  1. Если  $p_i, q_i$  близки к нулю, то рациональный сплайн становится кубическим;
  2. Если  $p_i, q_i$  достаточно велики, то оценки погрешности сплайна сопоставимы со сплайнами первой степени.
- В большинстве случаев принято полагать  $p_i = q_i$ .

- Естественное представление кривой подразумевает отсутствие на контурах точек соединений и разветвлений.
- Контур представляют в виде одномерной функции какого-либо атрибута от длины дуги.
- Длину дуги  $l_j$  дискретного контура в точке  $P(j) = (x_j, y_j)$  можно аппроксимировать:

$$l_j = \sum_{i=1}^{j-1} \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}.$$

- Часто используют представление контура как **функцию кривизны**  $K(l)$ , вычисляемой по формуле:

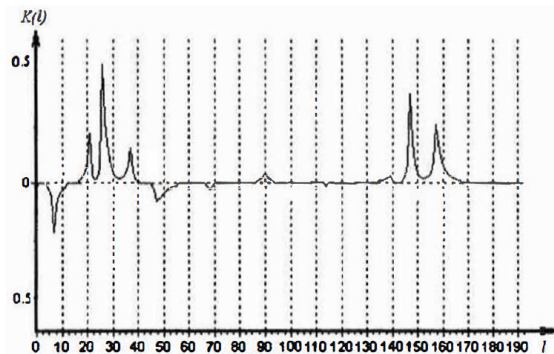
$$K(l) = K(x(l), y(l)) = \frac{f'_x f''_y - f''_x f'_y}{\sqrt{(f'^2_x + f'^2_y)^3}},$$

где  $f'_x, f'_y$  – первые производные по  $x$  и  $y$  соответственно;

$f''_x, f''_y$  – вторые производные по  $x$  и  $y$ .

# Естественное представление кривой

- **Достоинства функции кривизны:**
  - инвариантность к сдвигу и повороту.
- **Недостатки:**
  - отсутствие инвариантности к масштабу;
  - прямолинейные контура не могут быть представлены в виде функции кривизны;
  - необходимость аппроксимации кривых для точного вычисления производных в точке.



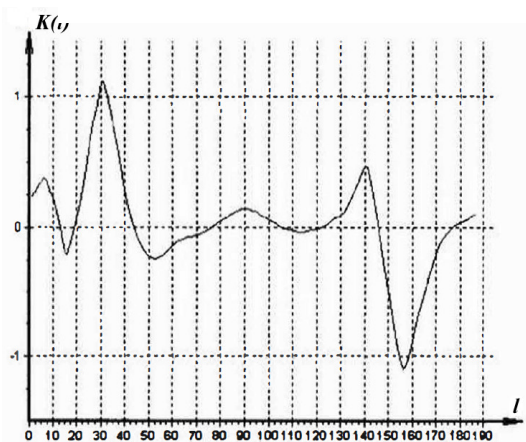
Функция кривизны

- Аналогом кривизны является **величина перегиба контура в точке**.
- Для получения величины перегиба не требуется аппроксимация кривой, а используется **дискретное представление кривой** в виде последовательности пиксельных координат точек контура.
- Для вычисления значения перегиба в точке  $P(i)$  необходимо:
  - **выбрать две точки** последовательности  $P(i - k)$  и  $P(i + k)$ , равноудаленные от  $P(i)$  на  $k$  точек;
  - **определить наклон** в левую  $K\{L\}$  и правую  $K\{R\}$  стороны от точки  $P(i)$ :
$$K\{L\} = \alpha_1 = \arctg \left( \frac{y_i - y_{i-k}}{x_i - x_{i-k}} \right), K\{R\} = \alpha_2 = \arctg \left( \frac{y_{i+k} - y_i}{x_{i+k} - x_i} \right);$$
  - **вычислить разность** между углами наклона  $K\{L\}$  и  $K\{R\}$ :
$$K' = \alpha = K\{L\} - K\{R\},$$

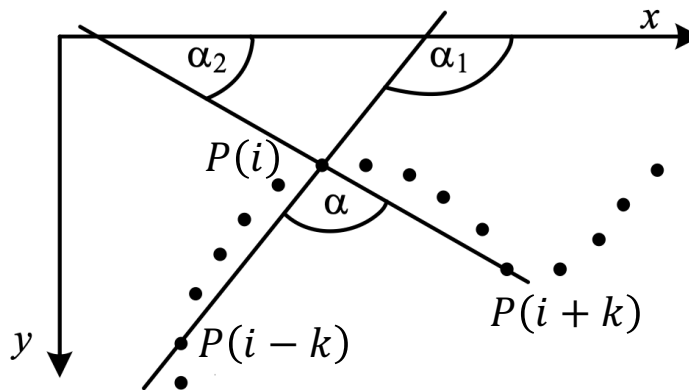
где  $K'$  – величина перегиба в точке.

# Естественное представление кривой

- Если контур не содержит точек ветвления (соединения), то его можно представить в виде одномерной функции перегиба  $K'(l)$ .



Функция перегиба



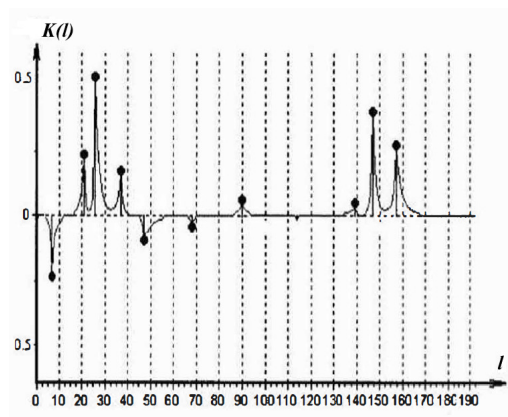
Вычисление перегиба в точке

- В качестве характерных признаков можно использовать число и положения особых точек контура (точки максимального перегиба, локальные экстремумы функции кривизны, концевые точки, точки ветвления).
- В первую очередь, на контуре стараются выделить угловые точки, т.к. концевые точки и точки ветвления являются недостаточно надежными признаками и в значительной степени подвержены влияниям шумов.
- Надежным способом выделения особых точек является поиск экстремальных значений какого-либо атрибута контура, например, экстремумы функции кривизны, для поиска которых необходимо:
  - 1. Выполнить кусочно-полиномиальную аппроксимацию контура;
  - 2. Построить функцию кривизны;
  - 3. Найти все локальные экстремумы кривизны.



# Особые точки контуров

- Кусочно-полиномиальная аппроксимация кривой позволяет более точно вычислить значения первых двух производных по направлениям в точках, а, следовательно, и значение самой кривизны.

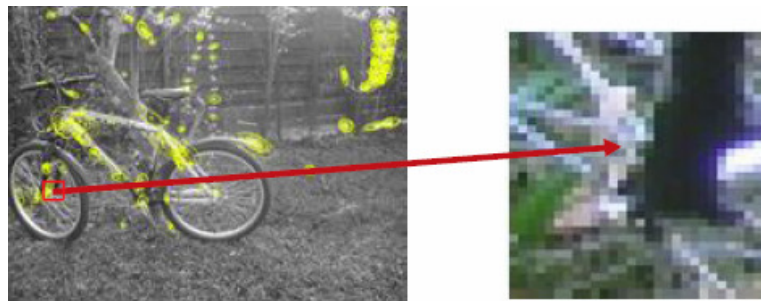


Локальные экстремумы функции кривизны

# **Описание выделенных областей**

# Описание выделенных областей

- Дескрипторы (descriptor) – вектор-признаки окрестности точки.
- Признаки строятся на основании информации об интенсивности, цвете и текстуре особых точек.
- Необходимо каждую интересную точку описать неким набором параметров.



Характеристическая точка на изображении

# Типовой набор признаков для областей

- **Топологические признаки:**
  - **число несвязных компонент** (число отдельных объектов в составе образа);
  - **число дыр** (есть ли дыры внутри объекта);
  - **число Эйлера** (число объектов минус число дыр).
- **Геометрические признаки (характеризуют форму образа):**
  - **площадь образа  $S$** , рассчитывается как число ненулевых элементов образа;
  - **положение центра тяжести образа**, рассчитываются через статические моменты:

$$x_c = \frac{\int_{\Omega} B(x, y) x dx}{\iint_{\Omega} B(x, y) dx dy}, y_c = \frac{\int_{\Omega} B(x, y) y dy}{\iint_{\Omega} B(x, y) dx dy},$$

где  $\Omega$  – образ в декартовой системе координат  $(x, y)$ ;

$B(x, y)$  – значение функции интенсивности в точке  $(x, y)$ .

# Типовой набор признаков для областей

- **Геометрические признаки:**

- **положение центра тяжести образа**, рассматриваемого как бинарный:

$$x_c = \frac{\sum_{\Omega} x}{S}, y_c = \frac{\sum_{\Omega} y}{S},$$

- для полутонового изображения:

$$x_c = \frac{\sum_{\Omega} x B(x, y)}{\sum_{\Omega} B(x, y)}, y_c = \frac{\sum_{\Omega} y B(x, y)}{\sum_{\Omega} B(x, y)}$$

- **периметр образа** равен сумме модулей элементарных векторов контура, соединяющих два соседних элемента (по 8-связности);

$$P = \sum_{k=1}^{N1} |P_1| + \sqrt{2} \sum_{k=N1+1}^N |P_2|$$

где  $P_1$  и  $P_2$  – элементарные векторы, ориентированные соответственно по сетке и под углом  $45^\circ$ .

- **отношение квадрата периметра** к площади образа;

# Типовой набор признаков для областей

- **Геометрические признаки:**

- формат:

- Для вычисления значения признака  $F$  (формата) по контурным точкам образа строится матрица рассеяния:

$$E = \begin{pmatrix} S_{20} & S_{11} \\ S_{11} & S_{02} \end{pmatrix},$$
$$S_{pq} = \sum_{(x,y) \in D_{\Omega}} (x - x_c)^p (y - y_c)^q$$

и ищутся собственные числа матрицы рассеяния:

$$\lambda_i = \frac{s_{20} + s_{02}}{2} \pm \sqrt{\frac{(s_{20} + s_{02})^2}{4} + s_{11}^2}$$

- Собственные числа  $\lambda_{1,2} > 0$  и  $\lambda_{1,2} = 0$  в случаях, когда образ является прямой линией. Формат рассчитывается по формуле ( $\lambda_1 \geq \lambda_2$ ):

$$F = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

# Типовой набор признаков для областей

- Геометрические признаки:

- компактность рассчитывается по формуле:

$$Z = \frac{S}{S_u - S}$$

где  $S$  – площадь образа,  $S_u$  – площадь описанного прямоугольника, ориентированного как эквивалентный эллипс.



- Для определения ориентации находятся собственные векторы матрицы рассеяния:

$$\begin{pmatrix} S_{20} - \lambda_1 & S_{11} \\ S_{11} & S_{02} - \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

- **Геометрические признаки:**

- **Величина проекции** контурной точки образа  $(x, y)$  на один из собственных векторов (например,  $(x_1, y_1)$ , соответствующий собственному числу  $\lambda_1$ ) определяется по формуле:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \sin \left( \arctg \frac{y}{x} - \arctg \frac{y_1}{x_1} \right)$$

- Подставляя значения собственных векторов, получаем:

$$R_1 = \left( y - \frac{\lambda_1 - S_{20}}{S_{11}} x \right) \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}, R_2 = \left( y - \frac{\lambda_2 - S_{02}}{S_{11}} x \right) \frac{1}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}},$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – стороны описанного прямоугольника, ориентированного по собственным векторам (проекция образа на собственные вектора).



# Типовой набор признаков для областей

- **Геометрические признаки:**

- **периметр и площадь описанного прямоугольника** минимальной площади;
- **отношение площади** описанного прямоугольника к площади образа;
- **отношение квадрата периметра** описанного прямоугольника к его площади;
- **формат описанного прямоугольника;**

$$F_1 = \frac{T_1}{T_2},$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – стороны описанного прямоугольника.

- **относительные длина и ширина** образа.

$$P_3 = \frac{P}{T_1}, P_4 = \frac{P}{T_2}.$$

# Типовой набор признаков для областей

- **Моменты:**

- для непрерывного случая:

$$m_{\alpha\beta} = \iint_{\Omega} B(x, y) x^{\alpha} y^{\beta} dx dy$$

- для дискретного случая:

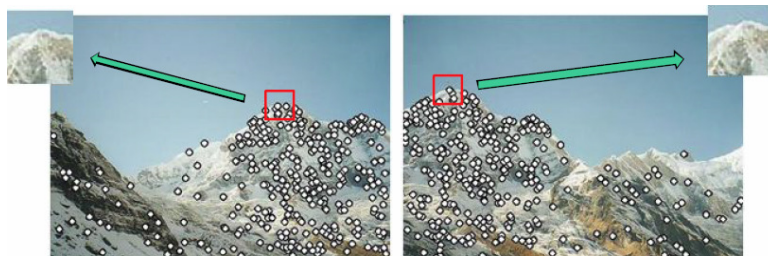
$$m_{pq} = \sum_{(x,y) \in \Omega} x^p y^q B(x, y)$$

- моменты, **инвариантные к смещению**:  $\mu_{pq} = \sum_{(x,y) \in \Omega} (x - x_c)^p (y - y_c)^q B(x, y)$
    - моменты, **инвариантные к масштабу**:  $\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\sum_{i+j=p+q} |\mu_{ij}|}$
    - моменты, **инвариантные к повороту**:  $M_1 = \eta_{02} + \eta_{20}$ , и т.д.

- **Текстурные признаки**

# Подход простой окрестности

- Простейший подход к определению признаков:
  - Взять квадратные окрестности, со сторонами, параллельными строкам и столбцам изображения.
  - Яркости пикселей будут признаками.
  - При сопоставлении точек на изображениях сравнивать будем окрестности как изображения попиксельно.
  - Такая окрестность инвариантна только к сдвигу изображения.



Попиксельное сравнение  
окрестностей особых точек

# Инвариантность к яркости

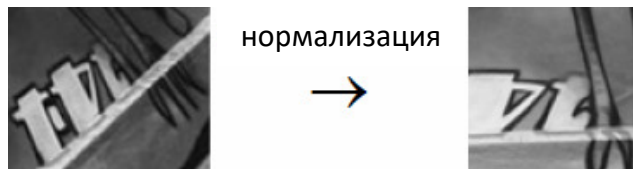
- Чтобы добиться инвариантности к яркости необходимо нормализовать гистограмму яркости изображения следующим образом:

$$I' = \frac{I - \mu}{\sigma}$$

где  $I'$  – нормированная яркость,

$\mu$  – средняя интенсивность,

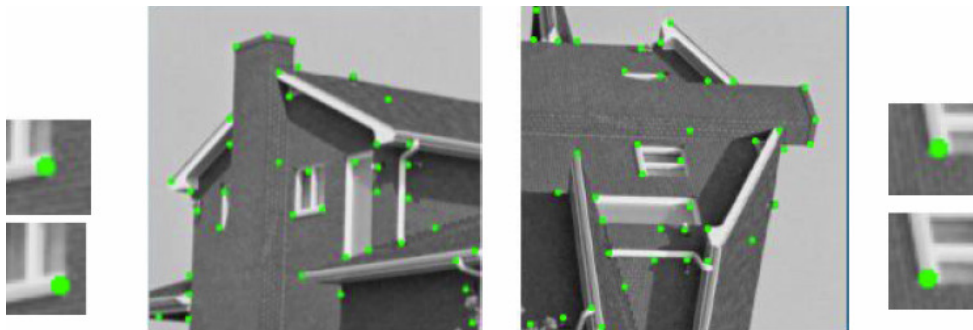
$\sigma$  – дисперсия.



Пример нормализации яркости

# Подход простой окрестности

- Недостатки:
  - Детектор точек инвариантен к повороту, а окрестность – нет;
  - Небольшие сдвиги, т.е. ошибки в нахождении точки, делают невозможным попиксельное сравнение.



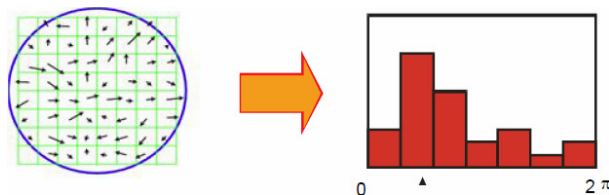
Инвариантность детектора и неинвариантность дескриптора

# SIFT Дескриптор

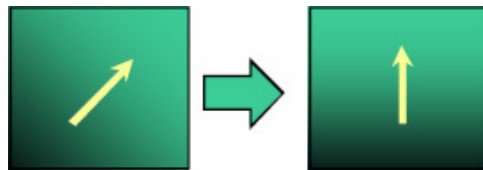
- Scale-Invariant Feature Transform
- Данный дескриптор используется при использовании детектора DoG для определения положения и масштаба особенности и устойчив к изменениям освещенности и небольшим сдвигам.
- Поиск ориентации особой точки основан на идее поиска основного направления градиентов пикселей в окрестности точки.

# Алгоритм дескриптора SIFT

1. Вычислить гистограмму, взвешивая вклад по гауссиане с центром в особой точке:



2. Повернуть фрагмент так, чтобы доминантное направление градиента было направлен вверх:



3. Если локальных максимумов несколько – считаем, что имеется несколько точек

# SIFT Дескриптор

Для каждой найденной особенности теперь знаем характеристические масштаб и ориентацию.

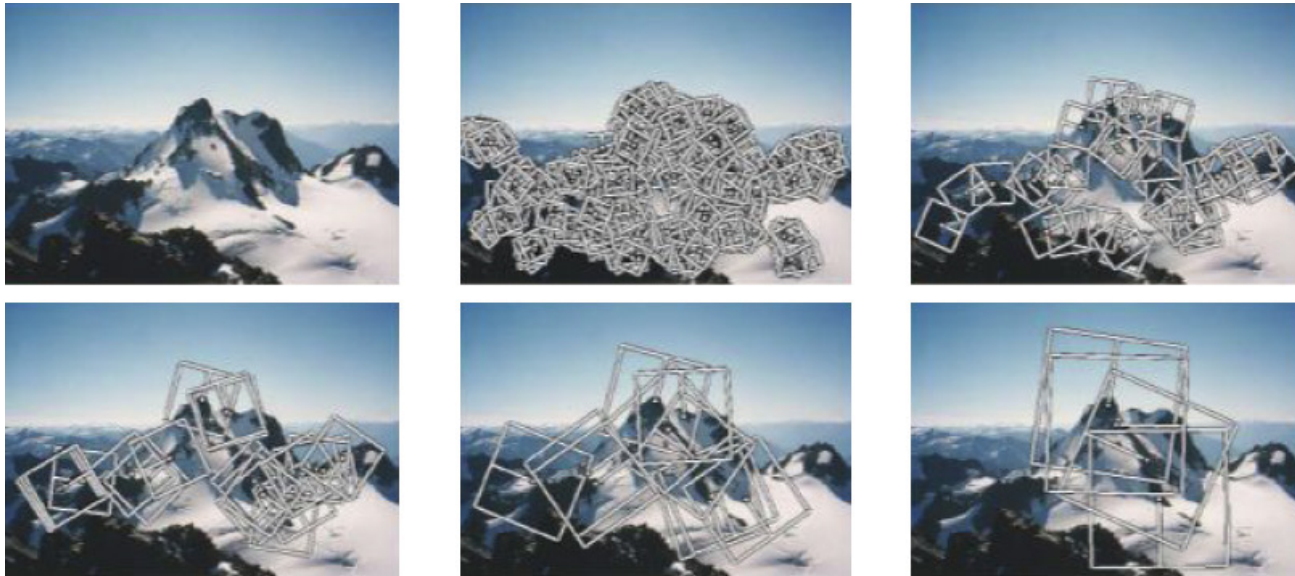
- Выберем соответствующую прямоугольную окрестность (Rotation Invariant Frame)
- Приведем окрестность к стандартному размеру (масштабируем).



Окрестность особенности



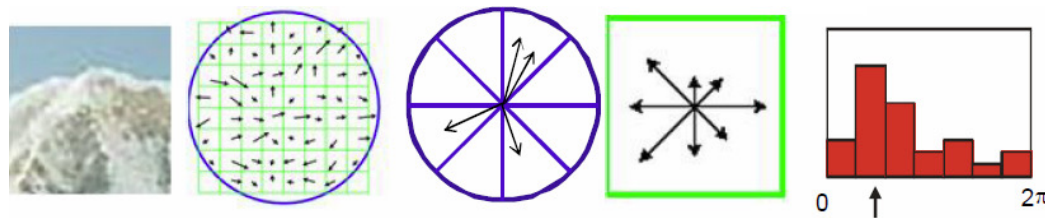
# SIFT Дескриптор



Пример описания локальных особенностей

# Алгоритм дескриптора SIFT

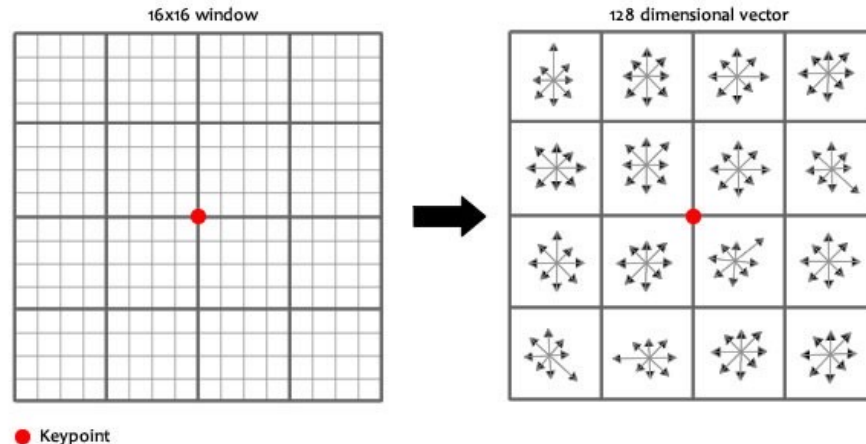
1. Вычисление направления градиента в каждом пикселе;
2. Квантование ориентации градиентов на 8 ячеек (направлений);
  - Отметка каждого пикселя номером ячейки;
3. Вычисление гистограммы направлений градиентов;
  - Для каждой ячейки вычислить количество пикселей с номером этой ячейки;
  - Вклад оценить по гауссиане, с центром в центре окрестности.



Гистограмма ориентаций градиентов

# SIFT Дескриптор

- Для учета локальных свойств разделим окрестность на блоки сеткой, в каждом блоке посчитаем свою гистограмму градиентов.
- Обычно – сетка 4x4, в каждой гистограмма с 8-ю ячейками.
- Стандартная длина вектора-дескриптора – 128 ( $4*4*8$ ).
- Сравниваем как вектор (разные метрики).



# Сравнение признаков SIFT

- Вектор-признак длиной 128 по сути является гистограммой.
- Для сравнения используются следующие метрики:
  - Стандартные метрики  $L_1, L_2$ .
  - Специальные для гистограмм:
    - Пересечение гистограмм:

$$D(h_1, h_2) = \sum_{i=1}^N \min(h_1(i), h_2(i)).$$

- Расстояние  $\chi^2$ :

$$D(h_1, h_2) = \sum_{i=1}^N \frac{(h_1(i) - h_2(i))^2}{h_1(i) + h_2(i)}.$$

# Модификации SIFT

- Для цветных изображений:
  - **RGB-SIFT**
    - Подразумевает 3 дескриптора SIFT для каждого канала
  - **C-SIFT**

- Использует каналы  $O_1$  и  $O_2$ : 
$$\begin{pmatrix} O_1 \\ O_2 \\ O_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R-G}{\sqrt{2}} \\ \frac{R+G-2B}{\sqrt{6}} \\ \frac{R+G+B}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$

- **rgSIFT**

- Использует каналы  $r$  и  $g$ : 
$$\begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R}{R+G+B} \\ \frac{G}{R+G+B} \\ \frac{B}{R+G+B} \end{pmatrix}$$

# Достоинства SIFT

- Детектор SIFT специфичен, устойчив к изменениям освещения, небольшим сдвигам.
- Схема SIFT (детектор, выбор окрестностей, дескриптор) очень эффективный инструмент для анализа изображений.
- Получил широкое распространение.

# PCA-SIFT Дескриптор

- Principal Components Analysis-SIFT
- Для каждой особой точки рассматривается окрестность размером  $41 \times 41$ .
- Получается вектор, содержащий  $2 \times 39 \times 39 = 3042$  элементов.
- Осуществляется снижение размерности векторов до 32 элементов посредством анализа главных компонент (PCA).



(A1) SIFT:  
4/10 correct



(A2) PCA-SIFT ( $n=20$ ):  
9/10 correct



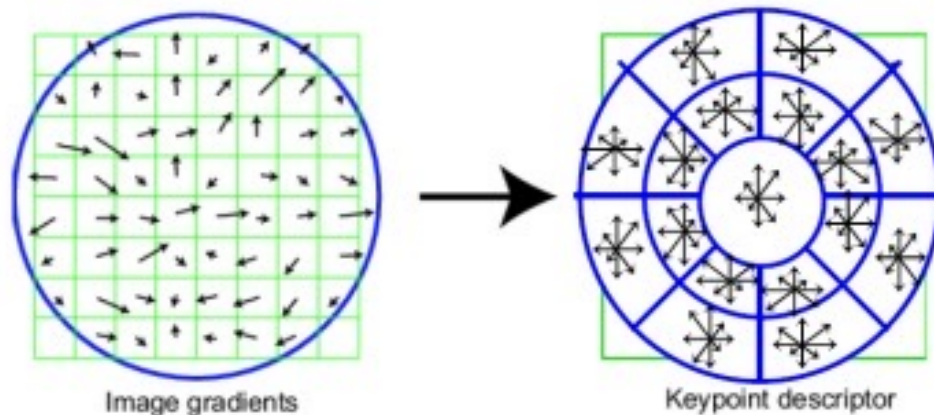
(B1) SIFT:  
6/10 correct



(B2) PCA-SIFT ( $n=20$ ):  
10/10 correct

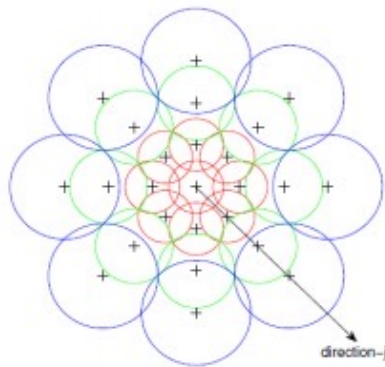
# Дескриптор GLOH

- Gradient Location-Orientation Histogram
- Используется полярная сетка разбиения окрестности на бины: 3 радиальных блока с радиусами 6, 11 и 15 пикселей и 8 секторов.
- Получается вектор, содержащий 272 компоненты, который проецируется в пространство размерности 128 посредством использования анализа главных компонент (PCA).





- Работает на плотном множестве пикселей всего изображения.
- Работает в 66 раз быстрее, чем SIFT, запущенный на плотном множестве пикселей.
- Использованы идеи построения SIFT и GLOH дескрипторов.
- Аналогично GLOH выбирается круговая окрестность особой точки, при этом бины представляются не частичными секторами, а окружностями.



- Для каждого бина выполняются те же действия, что и в алгоритме SIFT, но взвешенная сумма магнитуд градиентов заменяется сверткой исходного изображения с производными Гауссова фильтра, взятыми по 8 направлениям.
- Построенный дескриптор обладает инвариантностью, при этом для решения задачи сопоставления (matching) в случае, когда все пиксели считаются особыми, требует меньших вычислительных затрат.

- Binary Robust Independent Elementary Features
- Обеспечивает распознавание одинаковых участков изображения, которые были сняты с разных точек зрения.
- Алгоритм распознавания сводится к построению случайного леса или наивного Байесовского классификатора на некотором тренировочном множестве изображений и последующей классификации участков тестовых изображений.
- В упрощенном варианте может использоваться метод ближайшего соседа для поиска наиболее похожего патча в тренировочной выборке.
- Небольшое количество операций обеспечивается за счет представления вектора признаков в виде бинарной строки, и как следствие, использования в качестве меры сходства метрику Хэмминга.

- Схема построения векторов признаков:

1. Изображение разбивается на патчи (отдельные перекрывающиеся участки). Допустим патч  $P$  имеет размеры  $S \times S$  пикселей.
2. Из патча выбирается некоторым образом множество пар пикселей  $\{(X, Y), \text{ для } \forall X, Y \text{ в окрестности, } X, Y = (u, v)\}$  для которых строится набор бинарных тестов:

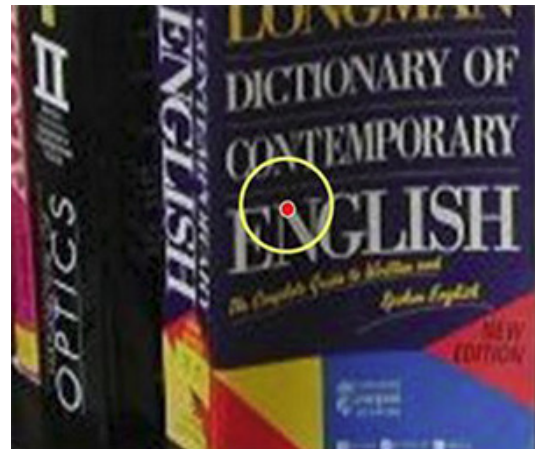
$$\tau(P, X, Y) = \begin{cases} 1, I(X) < I(Y) \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$$

где  $I(X)$  – интенсивность пикселя  $X$ .

3. Для каждого патча выбирается множество, содержащее  $n_d$  пар точек, которые однозначно определяют набор бинарных тестов.
4. На основании этих тестов строится бинарная строка:

$$f_{n_d}(P) = \sum_{i=1}^{n_d} 2^{i-1} \tau(P, X_i, Y_i)$$

# Перспективные искажения



В круглую окрестность попадают разные фрагменты – в левом снимке внутрь окружности попала половина буквы G, в правом она почти не попала

# Перспективные искажения

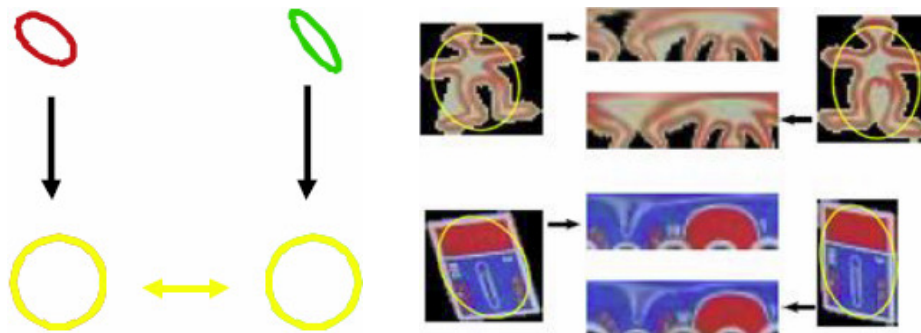
- Необходимо найти соответствующие окрестности и с учетом аффинных преобразований описать их эллипсом.



Эллиптическая окрестность характеристической точки

# Нормализация окрестности

- Для облегчения сравнения фрагментов изображения необходимо найти параметры эллипса вокруг характерной точки или области, и привести эллипсы к «каноническому» виду – «общему знаменателю».



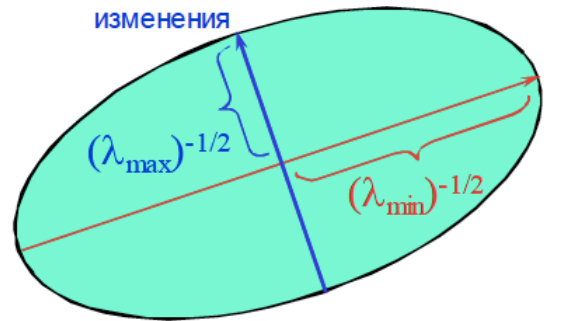
Нормализация эллипсоидов

# Аффинная адаптация

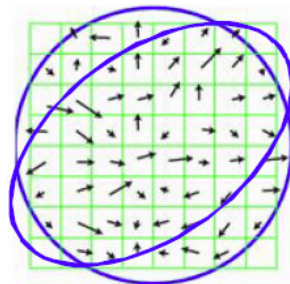
- Матрицу  $M$  можно представить, как эллипс, у которого длины осей определены собственными значениями, а ориентация определена матрицей  $R$ .
- Основной проблемой является то, что мы матрицу  $M$  считаем по круглой (квадратной) окрестности.
- На разных изображениях содержимое будет не совпадать, и мы не сможем выделить одинаковые области (эллипсы).

$$E(u, v) \approx [u \quad v] \mathbf{M} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix},$$

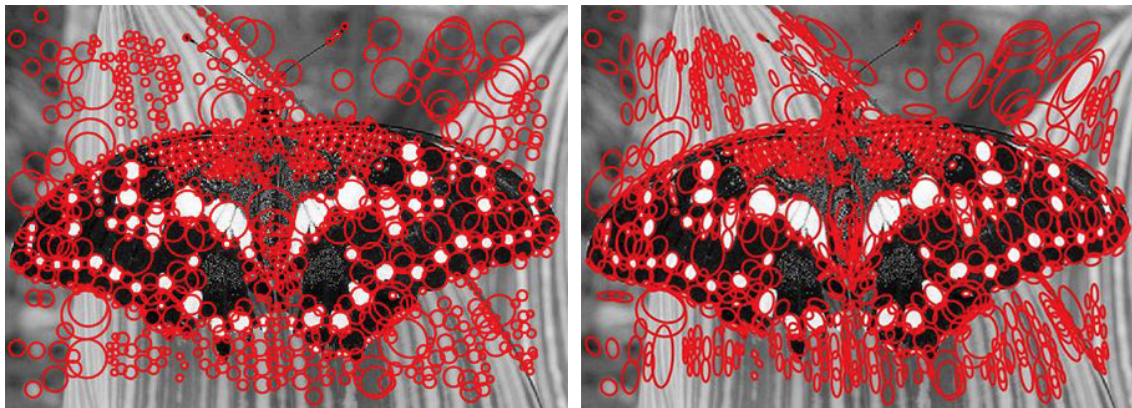
$$\mathbf{M} = \sum_{x,y} w(x, y) \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} R$$



- Решение: итеративная адаптация окрестности.
- В случае аффинных искажений задача состоит в том, что матрица вторых моментов, определенная весами  $w(x, y)$ , должна вычисляться по характерной форме области.
- Алгоритм итеративного уточнения заключается в следующем:
  1. Вычисление матрицы моментов по круглому окну.
  2. Применение аффинной адаптации для получения эллиптического окна.
  3. Пересчет матрицы моментов по нормализованной окрестности. Переход к шагу 1.

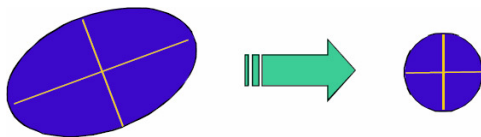




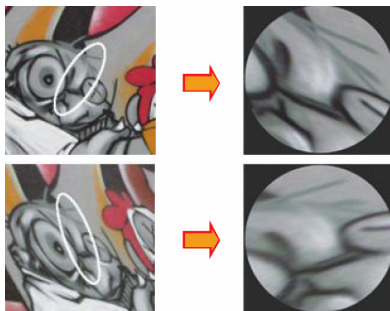


Пример аффинной адаптации, слева независимые от масштаба области (блобы),  
справа – уточненные окрестности блобов.

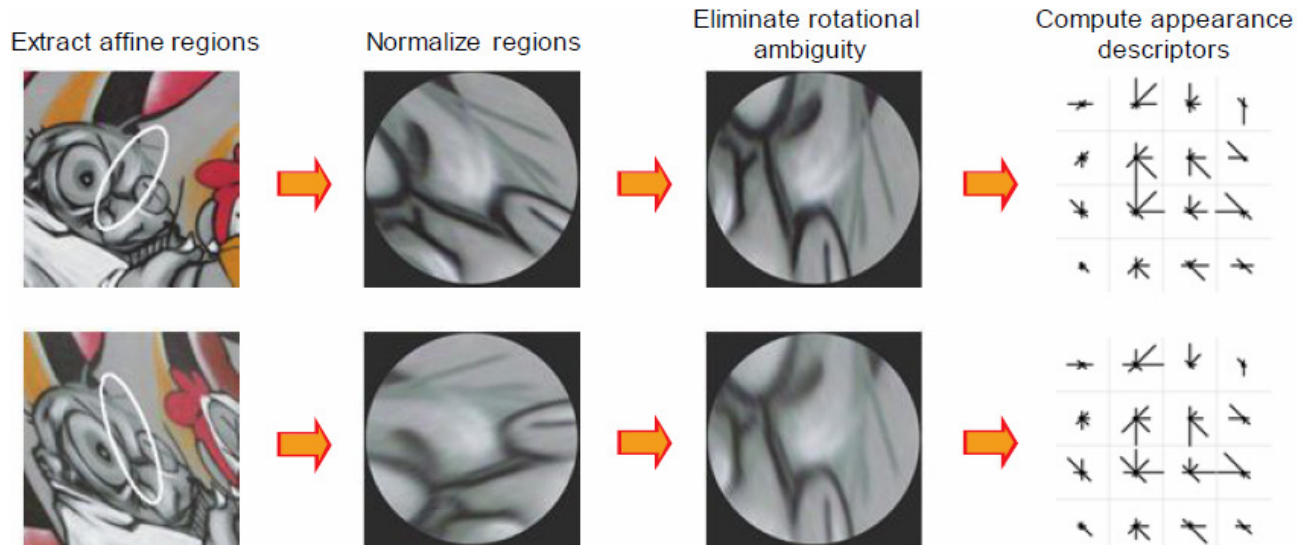
- Нормализуем окрестности, преобразовав эллипсы в круги единичного радиуса.
  - Эллипс вторых моментов можно считать «характеристической формой» области.



- Можно вращать и отражать единичный круг, и он останется единичным кругом.
  - Это свойство можно использовать для поиска нужной ориентации окрестности.
  - После нормализации следует вычислить доминирующий градиент и повернуть окрестность.



# Нормализация окрестности



# Вопросы?

**ITMO** *re than a*  
**UNIVERSITY**

[s.shavetov@itmo.ru](mailto:s.shavetov@itmo.ru)