

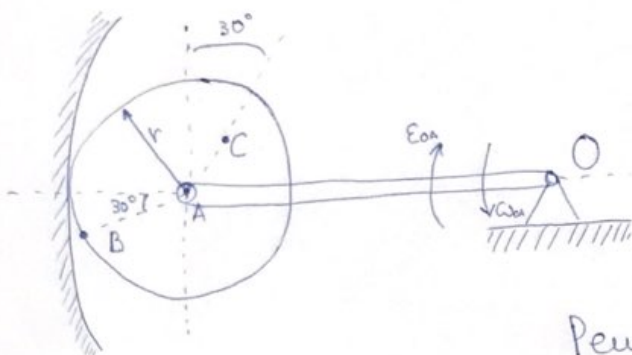
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО  
Факультет систем управления и робототехники

## Теоретическая механика

Лабораторная работа №2  
КИНЕМАТИКА

Студент: Кирбаба Д.Д.  
Группа: R3338  
Преподаватель: Скорых В.А.

г. Санкт-Петербург  
2023



Дано:  $OA = 55 \text{ м}$ ,  $r = 20 \text{ м}$   
 $\omega_{OA} = 2 \text{ рад/с}$ ,  $\epsilon_{OA} = 5 \text{ рад/с}^2$

Определить:  $\vec{v}_B$ ?,  $\vec{a}_B$ ?  
 $\vec{v}_C$ ?,  $\vec{a}_C$ ?  
 $\omega_{AB}$ ?,  $\epsilon_{AB}$ ?

### Решение

#### 1) Определение скоростей

- модуль скорости:  $v_A = \omega_{OA} \cdot OA = 2 \cdot 55 = 110 \text{ м/с}$   
 $\vec{v}_A$  направлен в сторону стрелки  $\omega_{OA}$  и  $\vec{v}_A \perp OA$ .

- МЦС диска расположен в точке его соприкосновения (P).

$$\omega_{AB} = v_A / AP = v_A / r = 5,5 \text{ рад/с}$$

$$PB = \sqrt{PA^2 + BA^2} = 2 \cdot PA \cdot OA \cos 30^\circ \approx 10,35 \text{ м}$$

$$v_B = \omega_{AB} \cdot PB = 56,925 \text{ м/с}$$

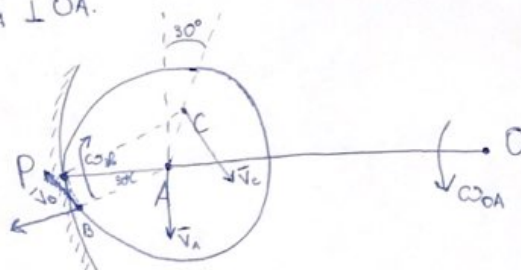
$\vec{v}_B \perp PB$  и направлен в сторону стрелки  $\omega_{AB}$ .

- длина AC не дана по условию, предположим что она равна  $AC = \frac{1}{2} r$

$$PC = \sqrt{PA^2 + AC^2 - 2 \cdot PA \cdot AC \cdot \cos 120^\circ} \approx 26,46 \text{ м}$$

$$v_C = \omega_{AB} \cdot PC = 145,53 \text{ м/с}$$

$\vec{v}_C \perp PC$  и напр. в сторону стрелки  $\omega_{AB}$ .



#### 2) Определение ускорений

- ускорение точки B с использованием правила А векторы складываются из касательного и нормального ускорений:

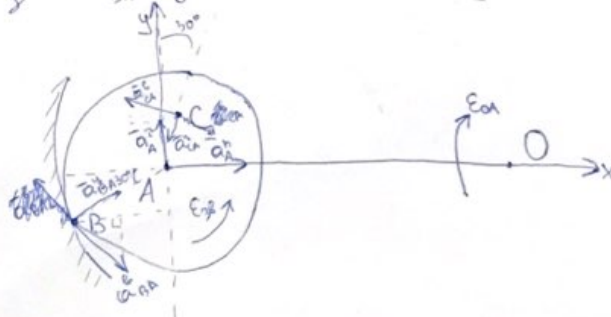
$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^t + \vec{a}_{BA}^n = \vec{a}_A^t + \vec{a}_A^n + \vec{a}_{BA}^t + \vec{a}_{BA}^n, \text{ где } \vec{a}_{BA} - \text{ускорение вращат. движения точки B вокруг точки A.}$$

$$a_A^t = |\epsilon_{OA}| \cdot OA = 275 \text{ м/с}^2$$

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 220 \text{ м/с}^2$$

$\vec{a}_A^t \perp OA$  и напр. в сторону  $\epsilon_{OA}$

$\vec{a}_A^n$  от точки A к точке O



• найдем ускорение звена  $E_{\text{зв}}$

$$\omega = V_A/r = \omega_{OA} \cdot (OA/r) \Rightarrow E_{\text{зв}} = \dot{\omega} = \dot{\omega}_{OA} (OA/r) = \epsilon_{OA} (OA/r)$$

$$E_{\text{зв}} = 13,75 \text{ рад/с}^2$$

т.к.  $\epsilon_{OA}$  и  $\omega_{OA}$  напр. в разн. направлениях, но и  $\omega_{\text{зв}}$  и  $E_{\text{зв}}$  совпадают по направлению в разн. направлениях

$$a_{BA}^{\epsilon} = |E_{\text{зв}}| \cdot AB = 275 \text{ м/с}^2 \quad a_{BA}^{\omega} = \omega_{\text{зв}}^2 \cdot AB = 605 \text{ м/с}^2$$

$\vec{a}_{BA}^{\epsilon} \perp AB$  и напр. в сторону звенья  $E_{\text{зв}}$

$\vec{a}_{BA}^{\omega}$  направлен от точки B к шару A.

• ускорение точки B найдем по его проекциям на оси  $Ax, Ay$ :

$$a_{Bx} = (\vec{a}_A^{\tau})_x + (\vec{a}_A^{\omega})_x + (\vec{a}_{BA}^{\epsilon})_x + (\vec{a}_{BA}^{\omega})_x = 0 + a_A^{\omega} + a_{BA}^{\epsilon} \cdot \cos 60^\circ + a_{BA}^{\omega} \cdot \cos 30^\circ = 881,45 \text{ м/с}^2$$

$$a_{By} = (\vec{a}_A^{\tau})_y + (\vec{a}_A^{\omega})_y + (\vec{a}_{BA}^{\epsilon})_y + (\vec{a}_{BA}^{\omega})_y = a_A^{\tau} + 0 + a_{BA}^{\epsilon} \sin 60^\circ + a_{BA}^{\omega} \cdot \sin 30^\circ = 339,34 \text{ м/с}^2$$

$$\text{Модуль ускорения: } a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = 994,51 \text{ м/с}^2$$

• найдем также модуль ускорения  $a_C$ .

$$a_{CA}^{\epsilon} = |E_{\text{зв}}| \cdot CA = 137,5 \text{ м/с}^2 \quad a_{CA}^{\omega} = \omega_{\text{зв}}^2 \cdot CA = 302,5 \text{ м/с}^2$$

$\vec{a}_{CA}^{\epsilon} \perp CA$  и напр. в сторону звенья  $E_{\text{зв}}$

$\vec{a}_{CA}^{\omega}$  направлен от точки C к шару A.

$$a_{Cx} = (\vec{a}_A^{\tau})_x + (\vec{a}_A^{\omega})_x + (\vec{a}_{CA}^{\epsilon})_x + (\vec{a}_{CA}^{\omega})_x = a_A^{\tau} - a_{CA}^{\epsilon} \cdot \cos 30^\circ -$$

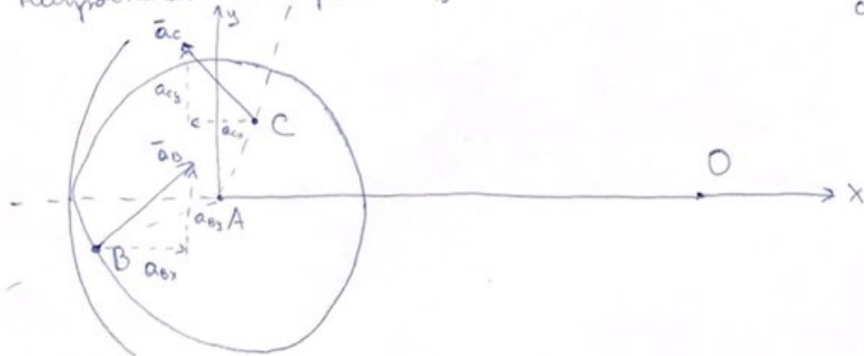
$$- a_{CA}^{\omega} \cdot \cos 60^\circ = -50,33 \text{ м/с}^2$$

$$a_{Cy} = (\vec{a}_A^{\tau})_y + (\vec{a}_A^{\omega})_y + (\vec{a}_{CA}^{\epsilon})_y + (\vec{a}_{CA}^{\omega})_y = a_A^{\tau} + a_{CA}^{\epsilon} \cdot \sin 30^\circ -$$

$$- a_{CA}^{\omega} \cdot \sin 60^\circ = 81,78 \text{ м/с}^2$$

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} = 96,03 \text{ м/с}^2$$

• изобразим направления векторов  $\vec{a}_B$  и  $\vec{a}_C$



Ответ:  $V_B = 56,925 \text{ м/с}$   
 $V_C = 145,53 \text{ м/с}$   
 $a_B = 994,51 \text{ м/с}^2$   
 $a_C = 96,03 \text{ м/с}^2$   
 $\omega_{\text{зв}} = 5,5 \text{ рад/с}$   
 $E_{\text{зв}} = 13,75 \text{ рад/с}^2$