

# Лабораторная работа 1. 3.

## Изучение рассеяния медленных электронов на атомах (эффект Рамзауэра)

Лось Денис (группа 618)

13 сентября 2018

**Цель работы:** исследовать энергетическую зависимость вероятности рассеяния электронов атомами ксенона, определить энергии электронов, при которых наблюдается "просветление" ксенона и оценить размер его внешней электронной оболочки.

### Теоритическое введение

Сделаем учет волной природы электронов и дадим объяснение эффекту Рамзауэра. Схема эксперимента показана на рис.1.

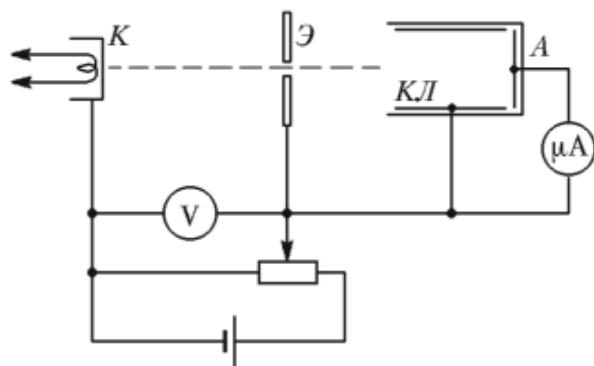


Рис. 1: Схема установки для измерения сечения рассеяния электронов в газах

Пучок электронов, вылетая из накаливаемого катода K, проходит ускоряющую разность потенциалов  $V$ , приложенную между катодом и электродом Э, и при-

облетаем тем самым энергию  $E = \frac{mv^2}{2} = eV$ . При прохождении через газ часть электронов рассеивается на атомах, уходит в сторону и собирается коллектором, а прошедшие без рассеяния электроны попадают на анод А и создают анодный ток  $I$ . Ток  $I$  пропорционален числу прошедших электронов, и поэтому непосредственно характеризует проникаемость газа для электронного пучка в зависимости от его скорости (ускоряющего напряжения). Согласно классическим воззрениям с ростом напряжения  $V$ , как оказалось выше, сечение рассеяния уменьшается, и ток должен монотонно возрастать.

С точки зрения квантовой теории картина рассеяния выглядит иначе. Внутри атома потенциальная энергия налетающего электрона  $U$  отлична от нуля, скорость электрона изменяется, становясь равной  $v'$  в соответствии с законом сохранения энергии

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + U,$$

а значит, изменяется и длина его волны де Бройля. Таким образом, по отношению к электронной волне атом ведет себя как преломляющая среда с относительным показателем преломления

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{1 - \frac{U}{E}}. \quad (1)$$

Для упрощения задачи будем использовать модель прямоугольной потенциальной ямы. В результате рассматриваем задачу о прохождении частицы с энергией  $E$  над потенциальной ямой шириной  $l$  и глубиной  $U_0$ .

Уравнение Шредингера в данном случае имеет вид

$$\psi'' + k^2\psi = 0,$$

где  $k^2 = k_1^2 = 2mE/h^2$  — в областях 1 и 3,  $k^2 = k_2^2 = 2m(E + U_0)/h^2$  — в областях 2.

Коэффициент прохождения равен отношению квадратов амплитуд прошедшей и падающей волн и определяется выражением

$$D = \frac{16k_1^2k_2^2}{16k_1^2k_2^2 + 4(k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2l)}, \quad (2)$$

Можем заметить, что коэффициент прохождения частицы над ямой имеет, в зависимости от её энергии, ряд чередующих максимумов и минимумов. В частности, если  $k_2l = \pi$ , то  $\sin k_2l = 0$  и коэффициент прохождения равен единице,

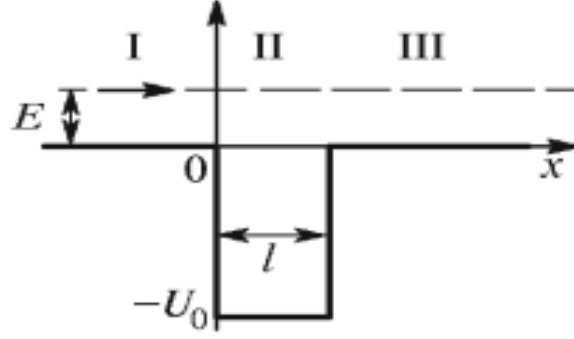


Рис. 2: Схематическое изображение прямоугольной ямы, над которой пролетает частица с энергией  $E$

т.е. отражённая волна отсутствует, и электрон беспрепятственно проходит через атом, что является квантовым аналогом просветления оптики.

Следовательно, коэффициент прохождения электронов максимален при условии

$$k_2 l = \sqrt{\frac{2m(E + U_0)}{h^2}} l = n\pi, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Данное условие мы также можем получить, если будем рассматривать интерференцию электронных волн де Бройля в атоме. Движущемуся электрону соответствует волна де Бройля, длина которой определяется соотношением  $\lambda = h/mv$ . Если кинетическая энергия электрона невелика, то  $E = mv^2/2$  и  $\lambda = h/\sqrt{2mE}$ . При движении электрона через атом длина волны де Бройля становится меньше и равна  $\lambda' = h/\sqrt{2m(E + U_0)}$ , где  $U_0$  — глубина атомного потенциала. При этом, волна де Бройля отражается от поверхности атома и происходит интерференция прошедшей через атом волны и отраженной от передней и задней границы атома (эти волны когерентны).

Прошедшая волна усилится отраженной волной, если геометрическая разность хода между ними  $\Delta = 2l = \lambda'$ , что соответствует условию первого интерференционного максимума, т.е. при условии

$$2l = \frac{h}{\sqrt{2m(E_1 + U_0)}}$$

С другой стороны, прошедшая волна ослабится, если  $\Delta = 2l = (3/2)\lambda'$  (усло-

вие первого интерференционного минимума), т.е. при условии

$$2l = \frac{3}{2} \frac{h}{\sqrt{2m(E_2 + U_0)}}$$

Решив совместно эти два уравнения и исключив  $U_0$ , можем найти эффективный размер атома

$$l = \frac{h\sqrt{5}}{\sqrt{32m(E_2 - E_1)}} \quad (4)$$

Так как энергии  $E_1$  и  $E_2$  соответствуют энергиям электронов, прошедших разность потенциалов  $V_1$  и  $V_2$ , т.е.  $E_1 = eV_1$  и  $E_2 = eV_2$ , то по измеренным величинам  $E_1$  и  $E_2$  можем рассчитать эффективную глубину потенциальной ямы атома:

$$U_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1.$$

## Экспериментальная установка

В работе для изучения эффекта Рамзауэра используется тиратрон, заполненный инертным газом. Схематическое изображение тиратрона и его конструкция приведены на рис.3.

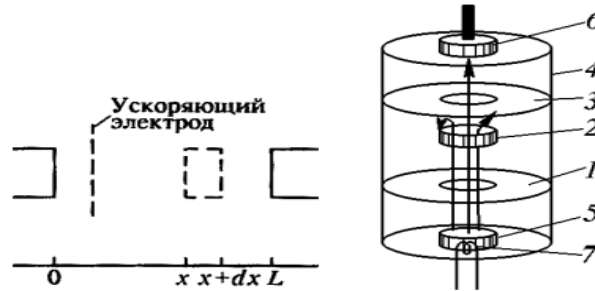


Рис. 3: Схематическое изображение тиратрона и его конструкция

Электроны, эмитируемые катодом тиратрона, ускоряются напряжением  $V$ , приложенным между катодом и ближайшей к нему сеткой. Затем электроны рассеиваются на атомах инертного газа (ксенона). Все сетки 1, 2, 3 соединены между собой и имеют одинаковых потенциал, примерно равный потенциалу анода 6. Поэтому между первой сеткой и анодом практически нет поля.

Рассеянные электроны отклоняются в сторону и уходят на сетку, а оставшееся часть электронов достигает анода и создаёт анодный ток  $I_a$ . Таким образом, поток электронов  $N(x)$  на расстоянии  $x$  от ускоряющей сетки (т.е. число электронов, проходящих через поперечное сечение лампы в точке  $x$  в единицу времени) уменьшается с ростом  $x$  от начального значения  $N_0$  у катода (в точке  $x = 0$ ) до некоторого значения  $N_a$  у анода (в точке  $x = L$ ).

Рассмотрим теперь, какова должна быть реальная вольтамперная характеристика тиратрона. Выделим в газе на расстоянии  $x$  от катода тонкий слой с площадью поперечного сечения  $S$  и толщиной  $dx$ . Этот слой содержит  $dv = n_a S dx$  атомов газа ( $n_a$  — концентрация атомов газа в лампе). Суммарное рассеивающая поверхность этих атомов (суммарное эффективное сечение рассеяния)  $\Delta = v \Delta_a$ , где  $\Delta_a$  — площадь поперечного сечения атома. Обозначим через  $dN$  убыль потока электронов в результате прохождения слоя  $dx$ , тогда  $dN/N(x)$  есть доля рассеянных электронов, или вероятность рассеяния в слое. Для рассеяния электрона в слое необходимо выполнение двух независимых событий — вероятности для электрона в слое  $dx$  встретить атома (она равна  $\Delta/S$  — доли площади поперечного сечения слоя, перекрываемого атомами) и вероятности рассеяния на атоме  $\omega(V)$ :

$$-\frac{dN}{N(x)} = \frac{\Delta}{S} \omega(V) = n_a \Delta_a \omega(V) dx. \quad (5)$$

Интегрируя это соотношение от 0 до  $L$  и заменяя поток электронов на ток  $I = Ne$ , получаем уравнение ВАХ:

$$I_a = I_0 e^{-C\omega(V)}, \quad C = Ln_a \Delta_a, \quad (6)$$

где  $I_0 = eN_0$  — ток катода,  $I_a = eN_a$  — анодный ток.

Согласно классическим представлениям сечение рассеяния электрона на атоме должно падать монотонно с ростом  $V$  (обратно пропорционально скорости электрона, т.е. обратно пропорционально квадратному корню из его энергии), а значит, ВАХ будет монотонно возрастающей функцией, как показано на рисунке а). По квантовым соображениям вероятность рассеяния электронов и соответствующая ВАХ должны иметь вид, показанный на рисунке б).

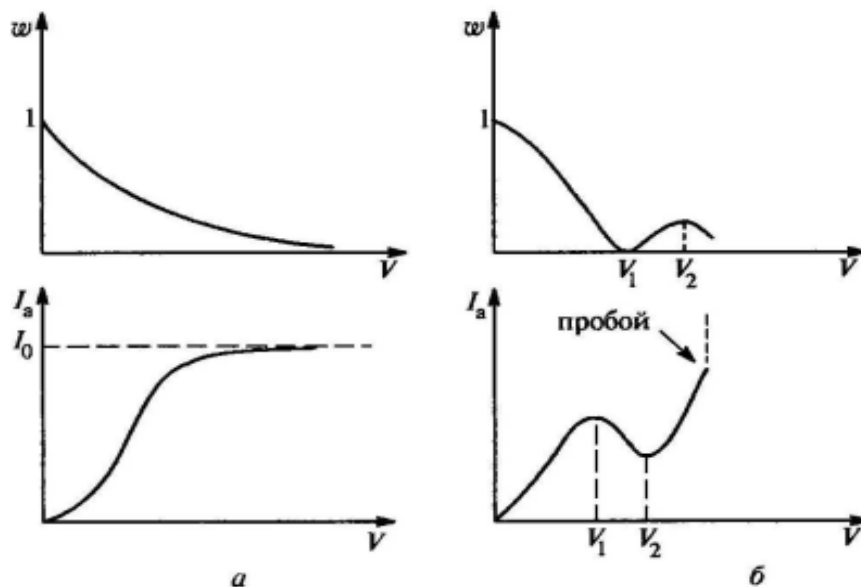


Рис. 4: Качественный вид вероятности рассеяния электрона атомом инертного газа и ВАХ тиратрона при классическом (а) и квантовом (б) рассмотрении

Согласно формуле 6 по измеренной ВАХ тиратрона можно определить зависимость вероятности рассеяния электрона от его энергии из соотношения

$$\omega(V) = -\frac{1}{C} \ln \frac{I_a(V)}{I_0}. \quad (7)$$

Блок схема используемой экспериментальной установки выглядит как

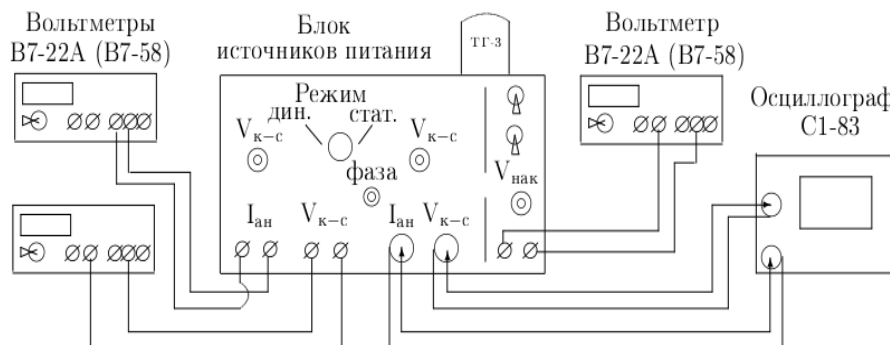


Рис. 5: Блок схема экспериментальной установки

## Ход работы и результаты измерений

Мы хотим получить изображения ВАХ эффекта на осциллографе, измерить расстояние между характерными точками в вольтах, снять ВАХ в статическом режиме; по результатам измерений рассчитать размер электронной оболочки атома, оценить глубину потенциальной ямы и потенциал ионизацию газа, заполняющего лампу.

### Вольт-амперная характеристика тиратрона $I_a = f(U_c)$ в динамическом режиме

Установим напряжение накала равным  $V_{\text{накала}} \approx 3$  В и  $V_{\text{накала}} \approx 2.8$  В. При максимальном ускоряющем напряжении отражённое относительно вертикальной оси изображение вида ВАХ тиратрона:

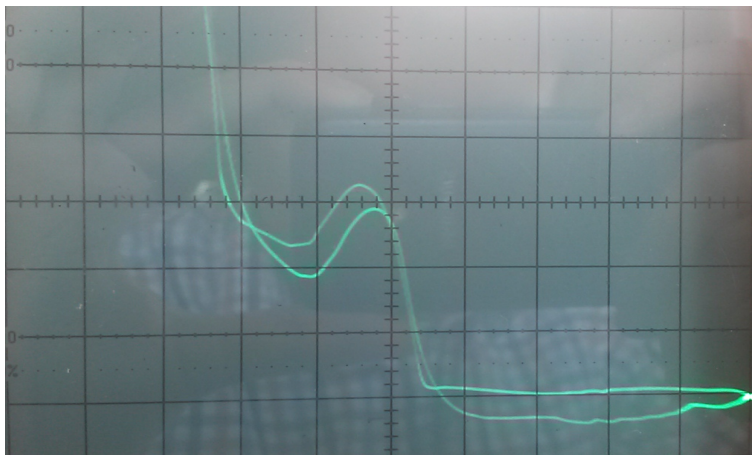


Рис. 6: Осциллограмма при  $V_{\text{накала}} = 3$  В

Измерим напряжения между катодом и сеткой, соответствующие первому максимуму и минимуму на осциллограмме. Оценим также напряжение пробоя, соответствующее резкому скачку тока в конце кривой. Чувствительность канала X равна 5В/дел. Ноль по оси X находится в точке  $U_x = 4$  В (4 доли деления). Однако мы видим характерный пологий участок на обоих графиках и графиков со статического режима.

$U_{\max 1}, \text{ В}$	3
$U_{\min 1}, \text{ В}$	8
$U_{\text{пробоя}}, \text{ В}$	12

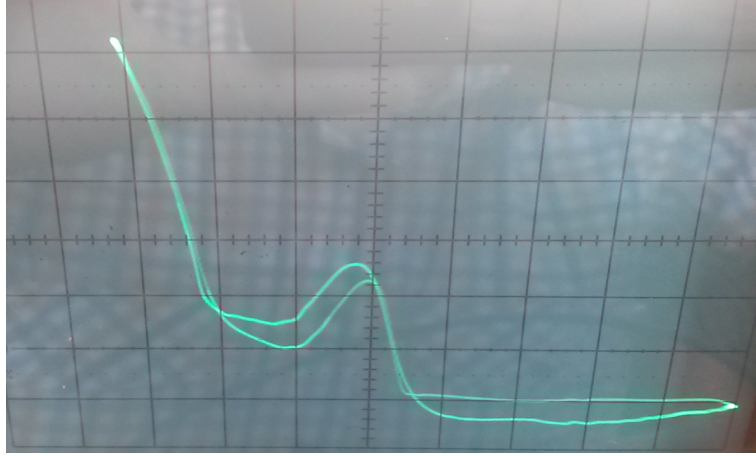


Рис. 7: Осциллограмма при  $V_{\text{накала}} = 2.8 \text{ В}$

Так как напряжение пробоя практически совпадает с потенциалом ионизации, то ионизационный потенциал газа равен 12 эВ, что подтверждает информацию от том, что используется в установке газ ксенон с ионизационным потенциалом 12.1 эВ.

Оценим глубину потенциальной ямы  $U_0 = e * (4/5 * U_{\max 1} - 1.8 * U_{\min 1}) = 1 \text{ эВ}$ .

Оценим размер электронной оболочки атома газа, используя  $E_2 = eU_{\min 1}$ , и  $E_1 = eU_{\max 1}$

$$l = \frac{h\sqrt{5}}{\sqrt{32m(E_2 - E_1)}}$$

В результате получим  $l = 0.3 \text{ нм}$ , что в принципе достаточно сильно отличается от табличного значения, так как согласно табличным данным  $l = 2a = 0.216 \text{ нм}$ .

## Вольт-амперная характеристика $I_a = f(U_c)$ в статическом режиме

В данном случае ток анода  $I_a$  будет определяться по показанию вольтметра, делённому на сопротивление 100 кОм, включённое в цепь анода. Проведём из-



мерения ВАХ тиратрона также для 2-х значений напряжения накала (тех же что и в динамическом режиме).

Проведём измерения для напряжения накала  $V_{\text{накала}} = 3 \text{ В}$  и  $V_{\text{накала}} = 2.8 \text{ В}$  и построим графики ВАХ.

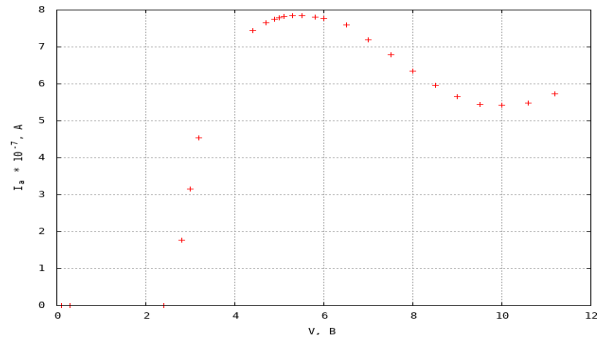


Рис. 8: ВАХ при  $V_{\text{накала}} = 3 \text{ В}$

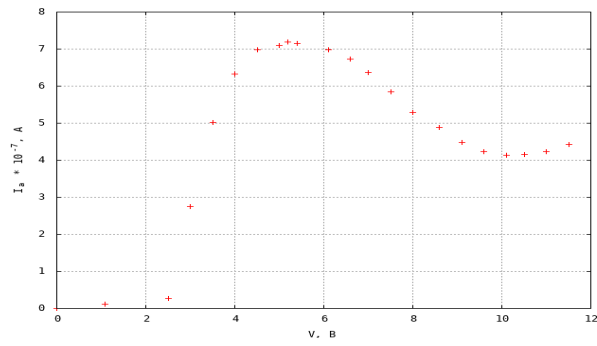


Рис. 9: ВАХ при  $V_{\text{накала}} = 2.8 \text{ В}$

$U$ , В	$I_a * 10^{-7}$ , А
0.1	0
0.3	0.01
2.4	0.01
2.8	1.76
3.0	3.16
3.2	4.53
4.4	7.45
4.7	7.66
4.9	7.74
5.0	7.78
5.0	7.79
5.1	7.83
5.5	7.85
5.3	7.84
5.8	7.82
6.0	7.77
6.5	7.60
7.0	7.20
7.5	6.78
8.0	6.35
8.5	5.96
9.0	5.65
9.5	5.44
10.0	5.42
10.6	5.48
11.2	5.72

Таблица 1: Измерения для  $V_{\text{накала}} = 3$  В

$U$ , В	$I_a * 10^{-7}$ , А
1.1	0.11
2.5	0.27
3.0	2.75
3.5	5.02
4.0	6.32
5.0	7.10
6.1	6.98
5.4	7.16
4.5	6.98
5.2	7.20
6.6	6.74
7.0	6.36
7.5	5.84
8.0	5.28
8.6	4.88
9.1	4.49
9.6	4.24
10.1	4.14
10.5	4.15
11.0	4.24
11.5	4.43

Таблица 2: Измерения для  $V_{\text{накала}} = 2.8$  В