

Работа 4.7.2

Эффект Поккельса

Лось Денис (группа 611)

11 марта 2018

Цель работы: исследование интерференции рассеянного света, прошедшего кристалл; определение его двойного лучепреломления; наблюдение изменения характера поляризации света при наложении на кристалл электрического поля.

В работе используются: гелий-неоновый лазер, поляризатор, кристалл ниобата лития, матовая пластинка, экран, источник высоковольтного переменного и постоянного напряжения, фотодиод, осциллограф, линейка.

Теоритическая часть: двойное лучепреломление

Для малых отклонений от положения равновесия потенциальную энергию электрона вблизи узлов решётки кристалла можно выразить как

$$U = a_x x^2 + a_y y^2 + a_z z^2.$$

Если все три коэффициента a_x, a_y, a_z различны, то кристалл называется **двуосным**, если два коэффициента равны — **одноосным**, если все три коэффициента равны, то потенциальная яма является сферически-симметричной, а вещество соответственно сферически изотропным. На практике, как правило, большее значение имеют одноосные кристаллы. Если положить $a_y = a_z = a_{\perp}$, $a_x = a_{\parallel}$, то ось x будет называться **оптической осью кристалла**.

Для вектора электрической индукции можем написать

$$D = \varepsilon_{\perp} E_{\perp} + \varepsilon_{\parallel} E_{\parallel}, \quad (1)$$

где ε_{\perp} , ε_{\parallel} — диэлектрические проницаемости кристалла вдоль и поперёк его оптической оси соответственно.

Напишем условия, при выполнении которых в одноосных кристаллах могут распространяться плоские монохроматические электромагнитные волны, которые в общем случае можно записать в виде

$$E = E_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad H = H_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad D = D_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}.$$

Для этого запишем соотношения на **D**, **H** и **E**, полученные при учетывании уравнений Максвелла

$$D = -\frac{c}{\omega} \mathbf{k} \times H, \quad H = \frac{c}{\omega} \mathbf{k} \times E. \quad (2)$$

Закономерный вывод о взаимном расположении \mathbf{D} , \mathbf{H} , и \mathbf{k} : эти векторы взаимно перпендикулярны, т.е. плоские волны поперечны в отношении \mathbf{D} и \mathbf{H} , но в общем случае не поперечны в отношении \mathbf{E} . Кроме того, вектор \mathbf{E} должен лежать в одной плоскости с векторами \mathbf{D} и \mathbf{k} .

Одновременное выполнение условий (1) и (2) возможно только в двух случаях:

1. Если вектор \mathbf{D} перпендикулярен плоскости, в которой лежат оптическая ось кристалла и волновой вектор \mathbf{k} , которая называется **главным сечением**.
2. Если вектор \mathbf{D} лежит в главном сечении.

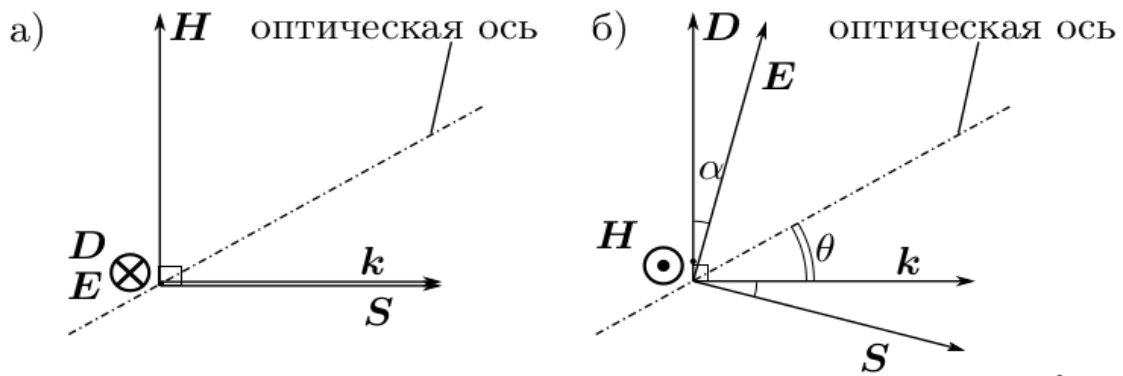


Рис. 1: Обыкновенная (а) и необыкновенная (б) волны. Плоскость рисунка — главное сечение

В первом случае плоская волна называется **обыкновенной**, а во втором — **необыкновенной** волной. Так как уравнения Максвелла линейны, то в общем случае любое монохроматическое поле в кристалле можно представить в виде суперпозиции обыкновенной и необыкновенной волн.

Обыкновенная и необыкновенная волны распространяются в кристалле с разной скоростью. Для обыкновенной волны фазовая скорость $v = \omega/k$ не зависит от направления \mathbf{k} и равна

$$v_o = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\perp}}} = \frac{c}{n_o}.$$

У необыкновенной волны векторы индукции и напряжённости электрического поля в общем случае неколлинеарны, а фазовая скорость такой волны зависит от угла θ между оптической осью и волновым вектором \mathbf{k}

$$v_e = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{c}{n(\theta)}, \quad \text{где } \varepsilon = \frac{1}{\frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon_{\parallel}} + \frac{\cos^2 \theta}{\varepsilon_{\perp}}}. \quad (3)$$

Таким образом плоская монохроматическая волна, попадающая из изотропной среды в анизотропный одноосный кристалл, распадается в общем случае на две взаимно ортогонально поляризованные плоские волны, распространяющиеся в общем случае в разных направлениях и с разными скоростями.

Теоритическая часть: эффект Поккельса

Эффектом Поккельса называется изменение показателя преломления света в кристалле под действием электрического поля, причём это изменение пропорционально напряжённости электрического поля. Вследствие эффекта Поккельса в кристалле либо появляется двойное лучепреломление, либо меняется его величина (если кристалл был двулучепреломляющим в отсутствие поля), либо кристалл может стать двуосным.

Изменение показателя преломления кристаллов под действием внешнего электрического поля происходит за счёт анизотропных свойств кристаллов. Под действием постоянного электрического поля электроны смещаются в сторону того или иного иона, при этом меняется поляризуемость среды и связанный с ней показатель преломления. В первом приближении это изменение линейно относительно внешнего электрического поля. Эффект Поккельса может наблюдаться только в кристаллах, не обладающих центром симметрии.

Наблюдение интерференционной картины. Экспериментальная установка. Методика измерений.

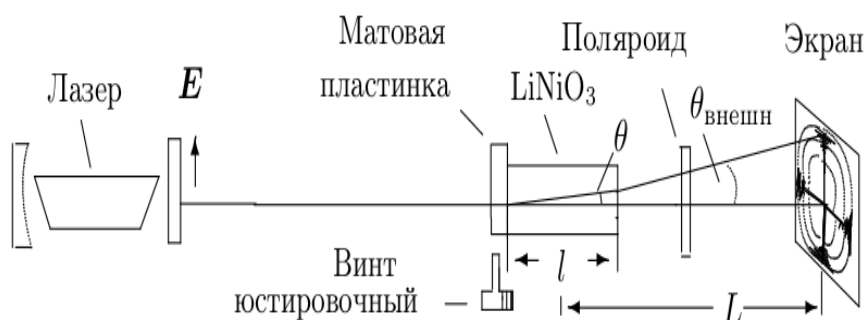


Рис. 2: Схема для наблюдения интерференционной картины

Свет гелий-неонового лазера, поляризованный в вертикальной плоскости, проходя сквозь матовую пластинку, рассеивается и падает на двоякопреломляющий кристалл под различными углами. Кристалл ниобата лития с размерами $3 \times 3 \times 26$ мм вырезан вдоль оптической оси z . На экране, расположенном за скрещённым поляризатором, видна интерференционная картина. В нашем эксперименте мы не будем ставить входной поляризатор, так как мы используем лазер, излучение которого поляризовано.

Благодаря матовой пластинке, после которой лучи рассеиваются под различными углами, на экране, расположенном за поляризатором, мы видим тёмные концентрические окружности — результат интерференции обыкновенной и необыкновенной волн, или точнее, проекцию их электрических полей на разрешённое направление выходного поляризатора.

Разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами, приобретаемая

при прохождении через кристалл длиной l , равна

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot l \cdot (n_o - n(\theta))$$

Если считать, что n_o и n_e отличаются незначительно, для малых углов получим, что

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} l \cdot (n_o - n_e) \cdot \theta^2.$$

Как видим, направлениями постоянной разности фаз служат конусы $\theta = \text{const}$, поэтому интерференционная картина представляет собой концентрические окружности. Внутри располагается тёмный крест, который выделяет области, где интерференционная картина отсутствует. В этих направлениях распространяется только одна поляризованная волна (обыкновенная или необыкновенная).

Для случая, когда разрешённое направление анализатора перпендикулярно поляризации лазерного излучения (скрещённые поляризации), получим выражение для радиуса тёмного кольца с номером m :

$$r_m^2 = \frac{\lambda}{l} \frac{(n_o L)^2}{(n_o - n_e)} m, \quad (4)$$

где L — расстояние от центра кристалла до экрана.

В данной экспериментальной установке длина волны гелий-неонового лазера $\lambda = 0.63$ мкм, показатель преломления для обыкновенной волны $n_o = 2.29$ считаются известными величинами. Расстояние L было определено с помощью сантиметровой линейки

$$L = (77.0 \pm 0.5) \text{ см} \quad (\sigma_L = 0.6\%)$$

В вертикальной поляризации лазера мы сможем убедиться, если определим разрешённое направление анализатора. Для этого найдём минимум освещённости дневного света, отражённого от поверхности стола. Минимум отражённого света — вертикальное разрешённое направление поляроида.

Соответственно, измерив радиусы тёмных колец $r(m)$, мы сможем построить график $r^2 = f(m)$. Определив коэффициент наклона прямой графика β с помощью МНК, мы сможем определить двулучепреломление $(n_o - n_e)$ кристалла ниобата лития с помощью (4) как

$$(n_o - n_e) = \frac{\lambda}{l} \frac{(n_o L)^2}{\beta}$$

Погрешность $(n_o - n_e)$ мы сможем найти как

$$\Delta_{(n_o - n_e)} = (n_o - n_e) \cdot \sqrt{(2\sigma_L)^2 + (\sigma_\beta)^2}$$

Изучение двойного лучепреломления в электрическом поле. Экспериментальная установка.

Если убрать рассеивающую пластинку из установки, схема которой приведена на рис. 2 и подать на кристалл постоянное напряжение, то величиной этого напряжения можно будет влиять на поляризацию луча, вышедшего из кристалла. Если заменить экран фотодиодом на той же установке и подать на кристалл переменное напряжение, то можно будет исследовать поляризацию луча с помощью осциллографа. Соответственная схема экспериментальной установки

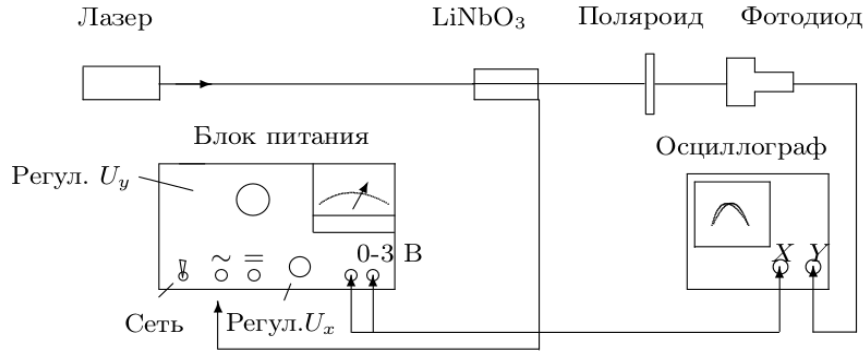


Рис. 3: Схема для изучения двойного лучепреломления в электрическом поле

Рассмотрим случай, когда кристалл помещён в постоянное электрическое поле $E_{эл}$, направленное вдоль оси x , перпендикулярной оптической оси кристалла z . Свойства симметрии кристалла и его электрооптический тензор таковы, что в результате линейного электрооптического эффекта (эффекта Поккельса) в плоскости (xy) возникают два главных направления ξ и η под углами 45° к осям x и y с показателями преломления $(n_o - \Delta n)$ и $(n_o + \Delta n)$, причём $\Delta n = A \cdot E_{эл}$, где A — константа, зависящая только от типа кристалла.

Возьмём на входе в кристалл вертикально поляризованный свет, а на выходе поставим анализатор, пропускающий горизонтальную поляризацию. Учитывая разложение исходного светового вектора $E = E_0 e^{i(\omega t - kz)}$ по осям ξ и η : $E_\xi = E_\eta = E_0/\sqrt{2}$, запишем разность фаз между векторами E_ξ и E_η после прохождения кристалла

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi l}{\lambda} 2\Delta n = \frac{4\pi l}{\lambda} A E_{эл} = \frac{4\pi l}{\lambda} \frac{AU}{d},$$

где $U = E_{эл}d$ — напряжение на кристалле, а d — размер кристалла в поперечном направлении.

Результирующее поле анализатора — сумма проекций E_ξ и E_η на направление x

$$E_{\text{вых}} = \frac{E_0}{2} e^{i(\omega t - kl)} (e^{i\Delta\varphi/2} + e^{-i\Delta\varphi/2}) = E_0 e^{i(\omega t - kl)} \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

Отсюда для интенсивности света получим

$$I_{\text{вых}} = I_0 \sin^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{U}{U_{\lambda/2}} \right). \quad (5)$$

Здесь введено **полуволновое напряжение**

$$U_{\lambda/2} = \frac{\lambda}{4A} \frac{d}{l} \quad (6)$$

При $U = U_{\lambda/2}$ сдвиг фаз между двумя волнами, соответствующим двум собственным поляризациям, $\Delta\varphi = \pi$, а интенсивность света на выходе анализатора достигает максимума.

При параллельных поляризациях лазера и анализатора аналогично можно получить, что

$$I_{\text{вых}} = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{U}{U_{\lambda/2}} \right). \quad (7)$$

Методика измерений

1. Убрав матовую пластинку из установки на рис.2 и подав постоянное напряжение, мы можем проследить как меняется яркость пятна на экране при изменении величины напряжения при скрещенных поляризациях. Исходя из вышеизложенного при $U = U_{\lambda/2}$ мы должны наблюдать максимум, а при $U = 2U_{\lambda/2} = U_{\lambda}$ — минимум и т.д. При параллельных поляризациях при $U = U_{\lambda/2}$ мы должны будем увидеть минимум, а при $U = U_{\lambda}$ — максимум. Соответственно, наблюдая за пятном на экране, мы сможем определить полуволновое напряжение ниобата лития по показаниям на блоке питания, где 1.5 кВ соответствуют 100 делениям шкалы.
2. Подадим на кристалл напряжение $U = 0.5U_{\lambda/2} = U_{\lambda/4}$. Изменим конфигурацию экспериментальной установки: вместо экрана поставим фотодиод и убедимся, что он подключён ко входу y осциллографа, а выход блока питания подключён к x -входу. Таким образом отклонение луча осциллографа по оси x будет пропорционально напряжению U на кристалле, а по оси y — интенсивности прошедшего через анализатор сигнала $I_{\text{вых}}$. Наблюдая на экране фигуры Лиссажу, соответствующие зависимости $I_{\text{вых}}(U)$ для скрещённых поляризаций лазера и анализатора, определим по фигурам полуволновое напряжение ниобата лития $U = U_{\lambda/2}$ как ΔU , соответствующее переходу от максимума к минимуму сигнала на осциллограмме. При этом будем фиксировать наблюдаемые картины при напряжениях $U_{\lambda/2}$, U_{λ} и $U_{3\lambda/2}$, а также смотреть, как меняются фигуры Лиссажу при переходе к параллельным поляризациям.

Проведённые измерения и полученные результаты

Наблюдение интерференционной картины. Определение двулучепреломления $(n_o - n_e)$ ниобата лития

$r_m, \text{см}$	m	$r_m^2, \text{см}^2$	$\Delta_{r_m^2}, \text{см}^2$
2.8	1	7.84	0.28
3.8	2	14.44	0.38
4.7	3	22.09	0.47
5.5	4	30.25	0.55
6.2	5	38.44	0.62
6.8	6	46.24	0.68
7.2	7	51.84	0.72
7.6	8	57.76	0.76
8.1	9	65.61	0.81

Таблица 1: Измерения радиусов тёмных колец r_m

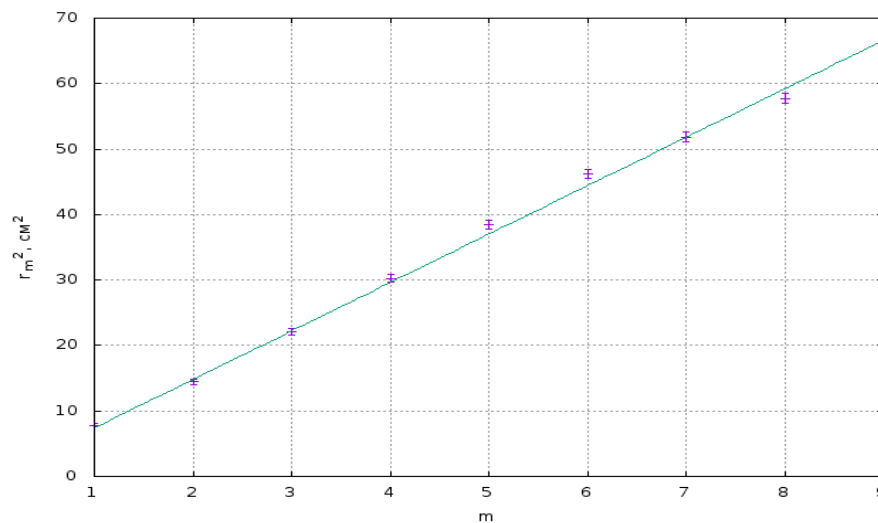


Рис. 4: График зависимости $r^2 = f(m)$

С помощью метода наименьших квадратов найденный коэффициент наклона прямой графика β :

$$\beta = (7.40 \pm 0.07) \text{ см}^2 \quad (\sigma_\beta = 1.0 \%)$$

В результате получим, что двулучепреломление кристалла ниобата лития

$$(n_o - n_e) = (0.1018 \pm 0.0017) \quad (\sigma_{(n_o - n_e)} = 1.7 \%)$$

Приведём изображения наблюдаемых картин:



Рис. 5: Интерференционная картина при скрещенных поляризациях

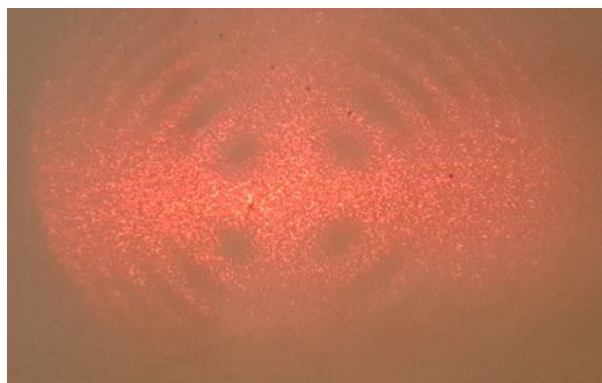


Рис. 6: Интерференционная картина при параллельных поляризациях

Изучение двойного лучепреломления в электрическом поле. Постоянное напряжение. Определение полуволнового напряжения.

Полуволновое напряжение при скрещенных и параллельных поляризациях

$$U_{\lambda/2} = (450 \pm 8) \text{ В}$$

При скрещенных поляризациях полуволновое напряжение соответствует максимуму яркости наблюдаемого пятна, а при параллельных поляризациях — минимуму. Обратная ситуация наблюдается при $U = 2U_{\lambda/2}$.

Изучение двойного лучепреломления в электрическом поле. Переменное напряжение. Фигуры Лиссажу.

Измерения, проведенные для определения полуволнового напряжения по осциллограмме при скрещенных поляризациях

U_{\max} , дел	U_{\min} , дел	ΔU , дел
60	30	30

Полученное полуволновое напряжение

$$U_{\lambda/2} = (450 \pm 11) \text{ В}$$

Отметим, что при переходе к параллельным поляризациям наблюдаемые фигуры Лиссажу инвертируются.

Полученные изображения на экране осциллографа для параллельных поляризаций при напряжениях $U_{\lambda/2}$, U_{λ} и $U_{3\lambda/2}$ соответственно.



Выводы

Во время работы мы наблюдали на экране интерференционную картину в отсутствие напряжения на кристалле. Проведя анализ интерференционной картины, мы определили двулучепреломление $n_o - n_e$ ниобата лития

$$(n_o - n_e) = (0.1018 \pm 0.0017) \quad (\sigma_{(n_o - n_e)} = 1.7 \%)$$

Известные табличные значения, соответствующие использованной нами экспериментальной установке: $n_o = 2.29$, $n_e = 2.20$, и $n_o - n_e = 0.09$.

Мы также исследовали выходную интенсивность света в зависимости от подаваемого напряжения. В результате мы определили полуволновые напряжения для ниобата лития при скрещенных и параллельных поляризациях, используя при этом постоянное и переменное напряжения. Важно отметить, что полученные при постоянном и переменном напряжениях значения оказались равными, но были определены с разной точностью.

Мы также для нескольких характерных напряжений зафиксировали изображения фигур Лиссажу, которые приведены выше.