

# Задача 4.2.5

## Когерентность света

Лось Денис (группа 611)

21 февраля 2018

**Основные цели работы:** настройка интерферометра, определение радиусов, длины, времени когерентности; средней длины волны и ширины спектра источника света.

**В работе используются:** лазер, галогенная лампа с блоком питания, объектив, оптические щели, микроскоп.

### Теоритическая часть

Рассмотрим проблему согласованности световых колебаний от источника в двух точках с координатами  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ . При этом световые колебания будем считать квазимонохроматическими с центральной частотой  $\omega_0$ , а поле будем считать скалярным, т.е. не будем учитывать эффекты, связанные с поляризацией излучения. Если поле световой волны в точке  $\mathbf{r}$  в момент времени  $t$  записать как  $A(\mathbf{r}, t)e^{i\omega_0 t}$ , то за меру когерентности световых колебаний  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  выбирают нормированное среднее произведение амплитуд полей

$$\gamma = \frac{\overline{A(\mathbf{r}_1, t_1)e^{i\omega_0 t_1} \cdot A^*(\mathbf{r}_2, t_2)e^{-i\omega_0 t_2}}}{\sqrt{\overline{|A(\mathbf{r}_1, t_1)|^2} \cdot \overline{|A(\mathbf{r}_2, t_2)|^2}}} \quad (1)$$

Исследуя согласованность колебаний точек, лежащих в одной плоскости, и считая, что случайное световое поле является однородным в пространстве и его статистические характеристики не зависят от времени, придём к выводу, что функция когерентности  $\gamma$  не зависит от координат  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  и моментов времени  $t_1$ ,  $t_2$ , а зависит только от их разности  $\rho = |\rho| = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$  и  $\tau = t_2 - t_1$ .

Считая для выбранной пары точек интенсивность постоянной ( $\overline{|A|^2}$ ), приведём  $\gamma$  к виду

$$\gamma = e^{-i\omega_0 \tau} \frac{\overline{A(\mathbf{r}, t) \cdot A^*(\mathbf{r} + \rho, t + \tau)}}{\overline{|A|^2}} \quad (2)$$

Укажем связь между функцией когерентности  $\gamma$  и видностью, при условии, что оптическая система позволяет наложить друг на друга световые поля  $A(\mathbf{r}, t)e^{i\omega_0 t}$  и

$A(\mathbf{r} + \rho, t + \tau)e^{iw_0(t+\tau)}$  и измерить интенсивность суммарного поля

$$I \approx 2|A|^2 [1 + |\gamma(\rho, \tau)| \cos(w_0\tau - \delta(\rho, \tau))],$$

где  $\delta(\rho, \tau)$  — фаза комплексной амплитуды функции когерентности, которая, если фиксировать расстояние между точками, при малых изменениях времени задержки  $\tau$  меняется пренебрежительно мало по сравнению с  $w_0\tau$ . А следовательно,

$$V(\rho, \tau) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = |\gamma(\rho, \tau)| \quad (3)$$

Вспомним о том, что глаз может различить интерференционную картину при  $V > 0.1$ .

Рассмотрим некоторые частные постановки задач по определению модуля функции когерентности или видности интерференционной картины.

1. Нас интересует когерентность в точках  $A$  и  $B$ , причём расстояние между ними фиксировано  $AB = \rho$ , а поле распространяется в положительном направлении оси  $z$ . Смотреть рисунок 1 приложения к работе.

Если в плоскость, в которой лежат эти точки поместить очень тонкий непрозрачный экран с отверстиями около этих точек, то падающая на экран световая волна будет испытывать дифракцию на границах отверстий, а значит, поместив на достаточно большом от этого экрана с отверстиями и параллельно ему плоскость наблюдения, мы сможем определить интенсивность интерференционной картины, а следовательно, и её видность.

Рассматривая источник пренебрежимо малого углового размера, помещённый в точку  $C$ , запишем выражение для интенсивности в точке  $P$ , регистрируемой инерционным прибором (в данном случае глазом), опуская подробный его вывод

$$I_P = I_0 \left[ 1 + \cos \left( \frac{\rho w_0}{c} (\varphi - \theta) \right) e^{-\left[ \frac{\rho \Omega}{2c} (\varphi - \theta) \right]^2} \right] \quad (4)$$

Здесь  $\Omega$  — ширина спектра излучения источника,  $\theta$  — угол, под которым источник виден из центра экрана, и  $\varphi$  — угол дифракции (показаны на рисунке 1 в приложении к работе), а  $I_0 = \text{const}$ .

На экране это выглядит как интерференционные полосы с меняющейся контрастностью  $e^{-\left[ \frac{\rho \Omega}{2c} (\varphi - \theta) \right]^2}$  картины. Угловые координаты максимумов полос

$$\varphi_m = \theta + \frac{\lambda_0}{\rho} m, \quad (5)$$

где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  — порядок интерференции.

Максимальный порядок наблюдаемой картины интерференции  $m_{\text{ког}}$

$$m_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda_0}{\Delta \lambda} \quad (6)$$

**Длина когерентности** — максимальная разность хода, при которой наблюдается интерференция

$$\Delta_{\text{ког}} = m_{\text{ког}} \lambda_0 = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda} \quad (7)$$

**Время когерентности** — максимальное время задержки  $\tau$

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{\Delta_{\text{ког}}}{c} \quad (8)$$

2. Если теперь вместо точечного источника возьмём тонкую нить, лежащую вдоль оси  $x$ , такую, что её угловой размер  $\theta_0$  мал (так как контрастность изображения в плоскости наблюдения не должна сильно уменьшиться), а сама она равномерно светится по длине и является абсолютно некогерентным источником света, то для интенсивности света в точке  $P$  плоскости наблюдения

$$I_P = I_0 \left\{ 1 + e^{-\left(\frac{\rho \Omega}{2c} \varphi\right)^2} \frac{\sin\left(\frac{\rho \omega_0 \theta_0}{2c}\right)}{\frac{\rho \omega_0 \theta_0}{2c}} \cdot \cos\left(\frac{\rho \omega_0}{c} \varphi\right) \right\} \quad (9)$$

3. Если вместо одного экрана возьмём набор экранов с разными расстояниями между отверстиями, то интенсивность света в точке наблюдения будет являться функцией двух переменных расстояния между точками  $\rho$  и угла дифракции  $\varphi$ . В этих переменных интерференционный максимум порядка  $m$  будет описываться уравнением  $\rho \varphi = m \lambda_0$ , т.е. будет являться гиперболой.

Контрастность интерференционной картины будет уменьшаться не только с увеличением времени задержки  $\tau = \frac{\rho \varphi}{c}$ , что связано с шириной спектра источника  $\Omega$ , но и с увеличением расстояния между точками  $\rho$ , что определяется конечным угловым размером нити  $\theta_0$ . Контрастность будет обращаться в ноль, если расстояние между отверстиями будет равно радиусу поперечной когерентности

$$\rho_{\text{ког}} = \frac{\lambda_0}{\theta_0} \quad (10)$$

Модуль функции когерентности в переменных  $\rho$  и  $\tau$

$$|\gamma(\rho, \tau)| = V(\rho, \tau) = e^{-\left(\frac{\Omega \tau}{2}\right)^2} \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi \theta_0}{\lambda_0} \rho\right)}{\frac{\pi \theta_0}{\lambda_0} \rho} \right| \quad (11)$$

## Экспериментальная установка. Описание интерферометра.

Принципиальная схема интерферометра на рис.1. Стоит обратить внимание, что в работе вместо цилиндрической линзы Л2 используется **сферическая** линза.

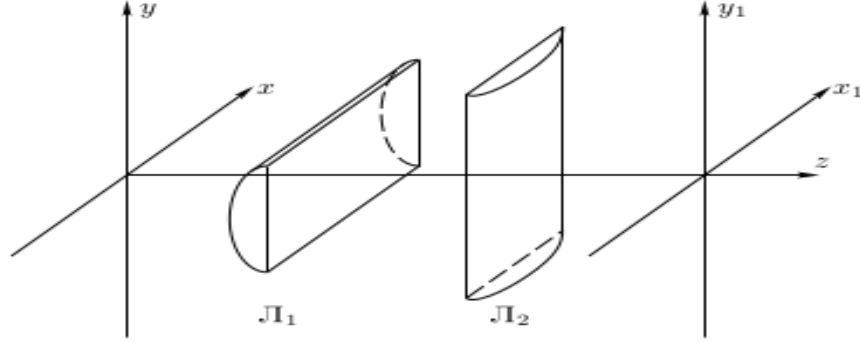


Рис. 1: Принципиальная схема интерферометра

Здесь в плоскость  $(x, y)$  помещается экран, изготовленный в виде двух взаимно перпендикулярных узких щелей, плоскость  $(x_1, y_1)$  является плоскостью наблюдения, а  $z$  — оптическая ось системы. На участках щелей экрана, помещённого в  $(x, y)$  происходит дифракция. Для того чтобы пространственно разделить дифракционные картины от различных симметричных относительно вертикальной оси пары участков мы используем **цилиндрическую линзу Л1**, ось цилиндра которого горизонтальна, а фокусное расстояние линзы  $f_1$  удовлетворяет условию  $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ , где  $a+b$  — расстояние между двумя вышеупомянутыми плоскостями. Для того чтобы совместить главные дифракционные максимумы для каждой симметричной относительно вертикальной оси пар участков мы будем использовать **сферическую линзу** (мы также можем использовать цилиндрическую линзу Л2) с фокусным расстоянием  $f_2 = b$ . Подобная конфигурация позволяет нам получить соответствие интенсивности, получаемой с помощью интерферометра, с интенсивностью из формулы (9). Однако в плоскости наблюдения интерферометра изображение получается в координатах  $x_1$  и  $y_1$ , но мы сможем перевести их в переменные  $\rho$  и  $\varphi$  как

$$\varphi = \frac{x_1}{b} \quad \rho = 2\frac{a}{b}|y_1| = 2\frac{|y_1|}{G}, \quad (12)$$

где  $G$  — это увеличение объектива, образованного двумя описанными выше линзами.

---

Так как процесс непосредственной сборки экспериментальной установки в данной работе является одним из ключевых пунктов в её выполнении, то методику измерений, а также получаемые результаты мы будем приводить по ходу её выполнения.

---

## Ход работы. Сборка экспериментальной установки. Результаты измерений.

**Первоначальная сборка установки. Оценка длины волны излучения лазера.** Соберём экспериментальную установку, показанную на рис.2. (принципиальный ход лучей лазера показан только до поляроида).

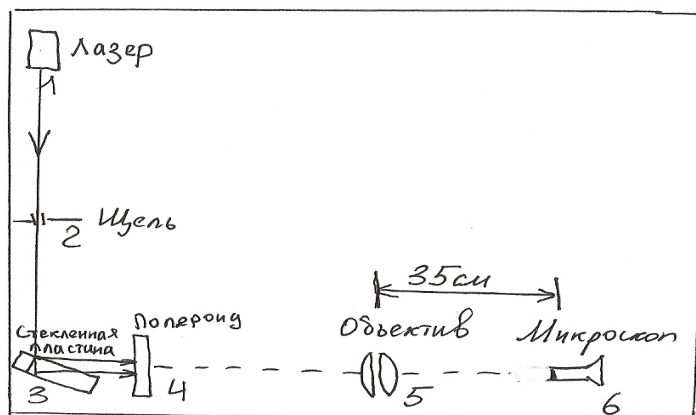


Рис. 2: Схема установки для оценки длины волны лазера

Ширина щели 2, установленной между стеклянной пластиной 3 и лазером 1, выбирается максимальной так, чтобы щель пропускала центральную область лазерного пятна. Объектив 4 установлен на расстоянии  $b = (35.0 \pm 0.5)$  см от объектива микроскопа, что было измерено с помощью сантиметровой линейки. Стеклянная пластинка здесь используется по причине того, что получить в микроскопе картину стандартной дифракции Фраунгофера на щели без неё практически невозможно в силу малости углов схождения лучей в фокальной плоскости объектива. Благодаря отражению от плоскостей пластинки создаются два изображения оптической щели, параллельные друг другу.

В микроскоп мы будем наблюдать интерференционную картину, расстояние между полосами которой  $\Delta$  мы измерим с помощью окулярной шкалы микроскопа с ценой деления 0.02 мм. В результате получим, что  $\Delta = 0.02$  мм. Расстояние между пучками  $u = (9 \pm 1)$  мм, которое мы измерили с помощью миллиметровой линейки.

Длину волны лазера мы можем оценить как

$$\lambda_{\text{лаз}} \approx \frac{\Delta}{b} u = 514 \text{ нм}$$

---

Погрешность для  $\lambda_{\text{лаз}}$  не приводится, так как здесь нашей целью является лишь оценить, чему длина волны равна для используемого зелёного лазера. Более подробная информация приведена в выводах к работе.

---

**Определение предметной плоскости интерферометра** Идея состоит в том, чтобы с помощью дополнительного транспаранта (стальной нити диаметром 1 мм) определить положение плоскости, куда затем будут установлены щели в виде креста. Принципиальная схема установки приведена на рис.3.

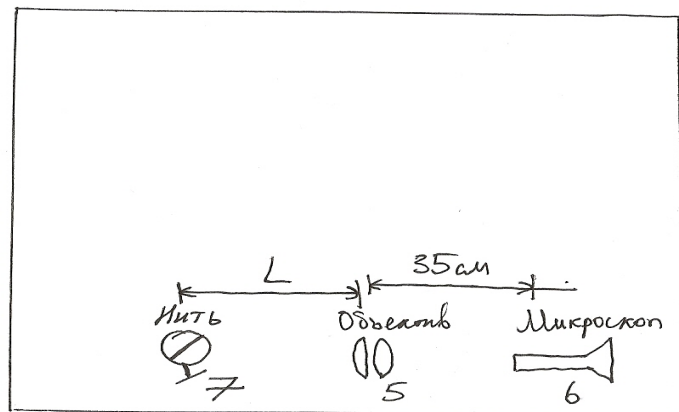


Рис. 3: Схема установки для определения предметной плоскости интерферометра

Перемещая транспарант вдоль оси системы, добъёмся резкого изображения нити, при этом зафиксировав расстояние  $L$  между держателем нити и объективом 5. Заметим, что лишь при перемещении держателя на расстояния свыше 0.5 см вдоль оси системы резкость изображения нити значительно ухудшается. Под значительно-стью ухудшения резкости здесь понимается возможность визуально разделить два положения держателя на более резкое и менее резкое изображения. В результате

$$L = (44.5 \pm 0.5) \text{ см}$$

Измерим по окулярной шкале микроскопа видимый размер нити по вертикали

$$d = (0.66 \pm 0.01) \text{ мм}$$

Следовательно, увеличение объектива

$$G = (0.66 \pm 0.01)$$

**Опыты с лампой** Соберём схему согласно рис.4.

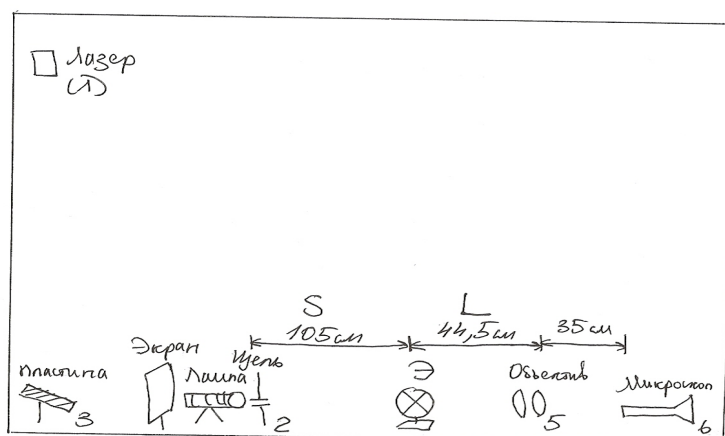


Рис. 4: Схема установки для проведения опытов с лампой

Здесь луч лазера используется для контроля центральности системы. После совмещения центра щелей Э, центра нити лампы и луча лазера, ставится экран и проводятся опыты с лампой.

Для нескольких значений ширины щели  $d$ , которая измеряется с помощью микрометрического винта, измерим радиус поперечной когерентности. Для этого будем искать положения по вертикальной оси (окулярная шкала микроскопа расположена вертикально), в которых интерференционные полосы пропадают, а потом снова возникают с увеличением их вертикальной координаты. Обозначим это вертикальное положение как  $y$ .

Погрешность радиуса когеренции может быть определена согласно (12) как

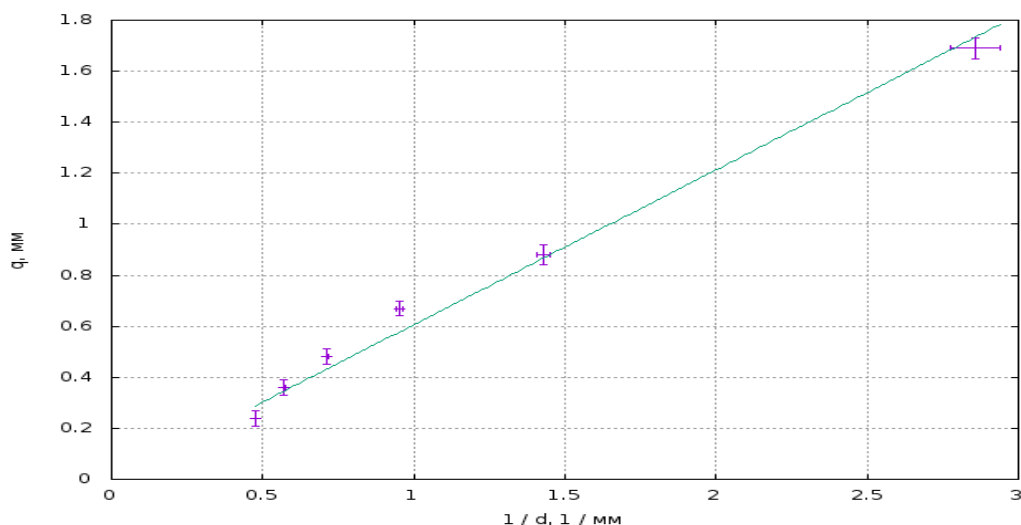
$$\Delta_{\rho_{\text{ког}}} = \rho_{\text{ког}} \cdot \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_G^2}$$

$d$ , мм	$y$ , мм	$\rho_{\text{ког}}$ , мм	$\Delta_{\rho_{\text{ког}}}$ , мм
0.35	0.56	1.69	0.04
0.70	0.29	0.88	0.04
1.05	0.22	0.67	0.03
1.40	0.16	0.48	0.03
1.75	0.12	0.36	0.03
2.10	0.08	0.24	0.03

По результатам измерений построим график зависимости  $\rho_{\text{ког}} = f(1/d)$ , принимая во внимание теоритическую зависимость

$$\rho_{\text{ког}} = \frac{\lambda_0}{d} S,$$

где  $S = (105.0 \pm 0.5)$  см (показано на рисунке).



По коэффициенту наклона прямой графика  $\beta$ , найденному с помощью метода наименьших квадратов, найдём среднюю длину волны света лампы  $\lambda_0$  как

$$\lambda_0 = \frac{\beta}{S}$$

Погрешность определения  $\lambda_0$  мы найдём как (пренебрегая при этом погрешностью  $S$  по сравнению с погрешностью  $\beta$ )

$$\Delta_{\lambda_0} = \frac{\Delta_{\beta}}{S}$$

Полученный коэффициент наклона графика  $\beta$

$$\beta = (0.607 \pm 0.016) \text{ мм}^2$$

Откуда средняя длина волны света лампы

$$\lambda_0 = (578 \pm 16) \text{ нм}$$

Максимальный порядок интерференционной картины

$$m_{\text{ког}} = 5$$

Следовательно,

$$\Delta\lambda = (116 \pm 4) \text{ нм}$$

Длина когеренции

$$\Delta_{\text{ког}} = (2.89 \pm 0.08) \text{ мкм}$$

Время когеренции

$$\tau_{\text{ког}} = (0.96 \pm 0.03) \cdot 10^{-14} \text{ с}$$

При расчёте были использованы формулы, представленные в теоритической части работы. Из них же очевидным образом были получены формулы для расчёта погрешностей.



## Выводы

В ходе работы была оценена длина волны полупроводникового лазера-указки зелёного цвета. Однако точность этой оценки оставляет желать лучшего, так как вместо расстояния между наиболее отдалёнными интерференционными полосами было измерено расстояние между двумя соседними. Также был настроен интерферометр и были определены: средняя длина волны источника света, ширина его спектра излучения, а также длина когеренции и время когеренции.

Полученная средняя длина волна лампы соответствует диапазону длин волн, соответствующих жёлтому спектральному свету.

Наибольшую трудность при выполнении данной работы составила настройка интерферометра, а также последующая поддержка его в готовом для работы состоянии.