Задача 3.2.6
Исследование гальванометра

Лось Денис (группа 611)

11 сентября 2017

Цель работы: изучение работы высокочувствительного зеркального гальванометра магнитоэлектрической системы в режимах измерения постоянного тока и электрического заряда.

В работе используются: зеркальный гальванометр с осветителем и шкалой, источник постоянного напряжения, делитель напряжения, магазин сопротивлений, эталонный конденсатор, вольтметр, переключатель, ключи, линейка.

Введение

Баллистическим гальванометром называют электроизмерительный прибор магнитоэлектрической системы, отличающийся высокой чувствительностью к току и сравнительно большим периодом колебаний подвижной системы(рамки)

Главной частью баллистического гальванометра является подвешенная на вертикальной нити рамка, помещённая в поле постоянного магнита. Вырез цылиндрической формы в полюсах магнита и ферромагнитный цилллиндр на оси системы делают поле в зазоре радиальным. Скреплённое с рамкой зеркальце служит для измерения угла поворота рамки. К рамке прикреплён полый цилиндр, который сильно увеличивает момент инерции и, следовательно, период колебаний подвижной системы, не очень её утяжеляя. Магнит и подвижная система заключены в защитный кожух. В баллистических нальванометрах применяют сильный постоянные магниты и рамки с большим количеством витков, подвешенные на тонких нитях с малой упругостью.

Баллистический гальванометр позволяет измерять как постоянный ток (стационарный режим), так и заряд, протекший через рамку за некоторое время (баллистический режим). В баллистическом режим гальванометр может работать, если время протекания заряда много меньше периода собственных колебаний подвижной рамки. Поэтому период колебаний рамки делают большим (5-15 с).

Уравнение движения подвижной системы На помещённую в магнитное поле рамку гальванометра действуют следующие моменты сил: момент закрученной нити, момент магнитных сил и тормозящий момент, зависящий от сопротивления воздуха и от вихревых токов, вызывающих электромагнитное торможение.

Механический момент M_1 упругих сил нити пропорционален углу поворота рамки:

$$M_1 = -D\varphi,$$

где D — модуль кручения нити, а φ — угол поворота рамки от положения равновесия.

Если рамка с числом витков N, обтекаемая током I, помещена в магнитное поле с индукцией B, то на боковые стороны рамки действуют силы, равные $lBNI$, где l — длина боковой стороны. Обозначив через r расстояние от боковой стороны до оси вращения, найдём момент пары сил

$$M_2 = 2rlBNI = BSNI,$$

где S — площадь одного витка рамки.

Тормозящий момент складывается из моментов сил электромагнитного торможения и сил трения о воздух. В рамке, движущейся в магнитном поел с угловой скоростью $\dot{\varphi}$, наводится ЭДС индукции:

$$\mathscr{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -BSNN\dot{\varphi},$$

где Φ — магнитный поток, пронизиывающий рамку. Пренебрегая самоиндукцией рамки, можно считать, что эта ЭДС вызывает ток индукции $I_{\text{инд}} = -BSN\dot{\varphi}/R_\Sigma$. Здесь R_Σ — полное сопротивлений цепи, состоящее из сопротивления рамки R_0 и сопротивления внешнего участка цепи $R : R_\Sigma = R_0 + R$. Тормозящий момент

$$M_3 = BSNI_{\text{инд}} = -\frac{(BSN)^2}{R_\Sigma}\dot{\varphi}$$

В большинстве случаев данный момент существенной превосходит момент трения рамки воздух, которым, следовательно, можно пренебречь. Уравнение рамки принимает вид:

$$J\ddot{\varphi} = \Sigma M,$$

где J — момент инерции подвижной системы. Объединяя все полученные уравнения можно получить:

$$J\ddot{\varphi} + \frac{(BSN)^2}{R_\Sigma}\dot{\varphi} + D\varphi = BSNI.$$

Разделим обе части уравнения на J и введём обозначения

$$\left.\begin{aligned} \frac{(BSN)^2}{JR_\Sigma} &= 2\gamma \\ \frac{D}{J} &= \omega_0^2 \\ BSN/J &= K \end{aligned}\right\}$$

Уравнение движение рамки примет вид

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = KI \qquad (1)$$

Следует отметить, что ток I в уравнении определяется величиной ЭДС $\mathscr{E}$ внешнего источника, к которому подключён гальванометр $I = \mathscr{E}/R_\Sigma$, а влияние индукционного тока, тормозящего движение рамки, отражает слагамое, пропорциональное $\dot{\varphi}$.

Режим измерения постоянного тока Если через рамку пропускать постоянный ток (достаточно долго, чтобы затухли колебания подвижной системы), то в уравнении (1) можно положить $\ddot{\varphi} = \dot{\varphi} = 0$, тогда для угла поворота

$$\varphi = \frac{K}{\omega_0^2} I = \frac{BSN}{D} I = \frac{I}{C_I}.$$

Величина C_I называется **динамической** постоянной гальванометра.

$$C_I = \frac{I}{\varphi} = \frac{D}{BSN}.$$

Режим измерения заряда Период свободных колебаний баллистического гальванометра благодаря искуственному увеличению момента инерции рамки оказывается очень большим (порядка десятка секунд). Если пропустить через рамку короткий импульс тока, то можно считать, что весь ток успевает пройти при неотклонённом положении рамки. Рамка, однако, при этом получает толчок, в результате которого возникает движение, описываемое уравнением свободных колебаний

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0$$

при начальных условиях $\varphi = 0$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$ при $t = 0$.

Для вычисления скорости $\dot{\varphi}_0$, полученной в результате толчка, умножим уравнение () на dt и проинтегрируем по времени от 0 до τ, где τ — момент окончание токового импульса:

$$\int\limits_0^\tau \ddot{\varphi}\,dt + 2\gamma\int\limits_0^\tau \dot{\varphi}\,dt + \omega_0^2\int\limits_0^\tau \varphi\,dt = K\int\limits_0^\tau I\,dt$$

Второе и третье слагаемые пренебрижимо малы:

$$2\gamma\int\limits_0^\tau \dot{\varphi}\,dt \approx 0, \qquad \omega_0^2\int\limits_0^\tau \varphi\,dt \approx 0$$

В результате мы имеем:

$$\dot{\varphi}(\tau) = K\int\limits_0^\tau I\,dt = Kq,$$

где q — полный электрический заряд, прошедший через рамку за время импульса.

Таким образом, при пропускании коротких импульсов тока через баллистический гальванометр начальная скорость движения раамки пропорциональна полному электрическому заряду, прошедшему через рамку за всё время импульса. Также можно заметить, что наибольший угол, на который отклоняется рамка, также пропорционален q.

Величина $C_Q = q/\varphi_{\max}$ называется **баллистической** постоянной гальванометра. В отличие от динамической постоянной гальванометра, баллистическая постоянная существенно зависит от режима работа гальванометра(от сопротивления цепи).

Расчёт показывает, что максимальный отброс достигается при полном отсутствии затухания (тормозящий индукционный ток отсутствует при обрыве в цепи):

$$\varphi_{\text{max св}} = \frac{\dot{\varphi}(\tau)}{\omega_0} = \frac{Kq}{\omega_0}$$

В этом случае, однако, возникшие в результате отброса колебания рамки не будут успокаиваться, и прибор не скоро может быть использован для повторных измерений.

Обычно удобнее всего работать в режиме, близком к критическому. При этом обеспечивается быстрое затухание колебаний, и чувствительность прибора достаточно высока. В случае критического затухания

$$\varphi_{\text{max кр}} = \frac{Kq}{\omega_0 e}$$

Таким образом, в критическом режиме максимальное отклонение зайчика в e раз меньше, чем в режиме свободных колебаний. Отсюда следует

$$\frac{C_{Q_{\text{кр}}}}{C_{Q_{\text{св}}}} = e$$

Определение динамической постоянной

Схема для исследования гальванометра в стационарном режиме представлена на рис.1

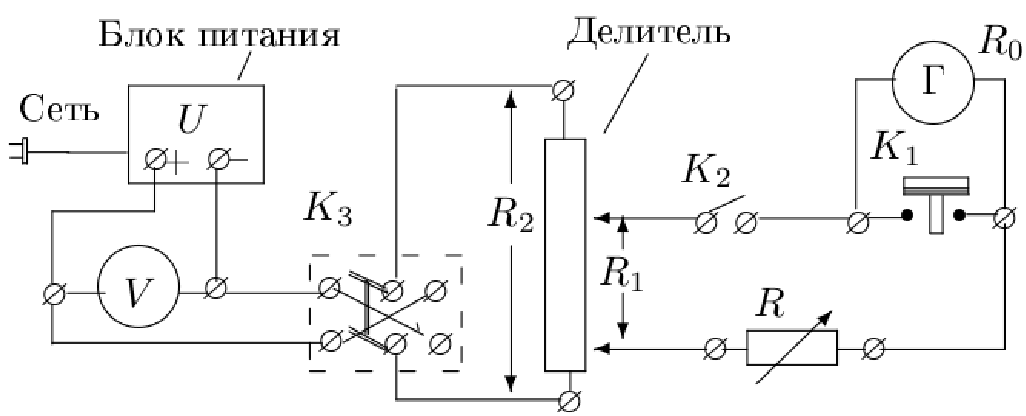

Рис. 1: Схема установки для работы гальванометра в стационарном режиме

При малых R_1 сила тока, протекающего через гальванометр может быть вычислена по формуле:

$$I = U_0 \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{R + R_0},$$

где U_0 — показания вольтметра, R_1/R_2 — положение делителя, R — сопротивлени е магазина, R_0 — внутреннее сопротивление гальванометра.

Угол отклонения рамки от положения равновесия измеряется с помощью осветителя, зеркальца, укреплённого на рамке, и шкалы, на которую отбрасывается луч света от зерькальца. Координата x светового луча на шкале связана с углом отклонения рамки формулой

$$x = \alpha \operatorname{tg}(2\varphi),$$

где a — расстояние от шкалы до зеркальца. При малых углах можно считать, что $\varphi = x/2a$.

Динамическая постояннная:

$$C_I = \frac{I}{\varphi} = \frac{2aI}{x}$$

Определение критического сопротивления гальванометра

Измерение критического сопротивления гальванометра также может быть выполено с помошью схемы, изображённой на рис.1.

При больших R свободное движение рамки носит колебательный характер. С уменьшением R затухание увеличивается, и колебательный режим переходим в апериодический.

Логарифмический декремент затухания Θ:

$$\Theta = \ln \Delta = \gamma T = \ln \frac{x_n}{x_{\mathrm{n+1}}}.$$

Измеряя зависимость логарифмического декремента затухания от сопротивления внешней цепи, можно найти $R_{\text{кр}}$, т.е значение R, при котором $\Theta \to \infty$. Измерения логарифмического декремента при сильном затухании затруднены, поэтому исследуем зависимость Θ от R. Получим, что

$$\Theta = \gamma T = 2\pi \frac{\gamma}{\omega} = \frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} = \frac{2\pi R_3}{\sqrt{\left(R_0 + R_3\right)^2 - R_3^2}}$$

где $R_3 = \frac{(BSN)^2}{2\sqrt{JD}} = R_0 + R_{\text{кр}}$.

Из этого получим, что

$$\frac{1}{\Theta^2} = \frac{\left(R_0 + R\right)^2}{4\pi^2 R_3^2} - \frac{1}{4\pi^2}$$

Последнее уравнение, представленное на графике в координатах $X = \left(R_0 + R\right)^2, Y = 1/\Theta^2$, имеет вид прямой, угол наклона которой позволяет рассчитать критическое сопротивление:

$$R_{\text{кр}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta X}{\Delta Y}} - R_0$$

Определение баллистической постоянной и критического сопротивления гальванометра, работающего в баллистическом режиме

Для изучения работы гальванометра в режиме измерения заряда используется схема, представленная на рис.2

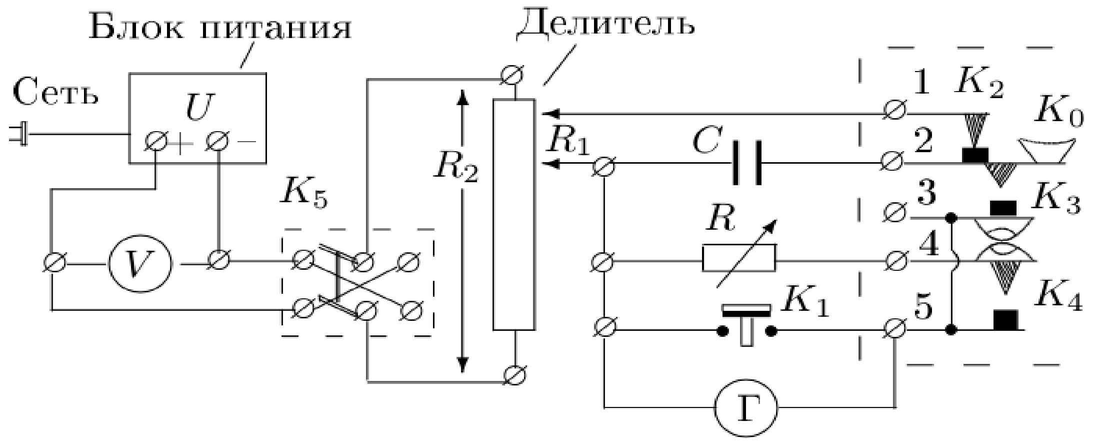

Рис. 2: Схема установки для определения баллистической постоянной

Система ключей устроена так, что нормально ключ K_2 замкнут, а ключи K_3 и K_4 разомкнуты. При нажатии на кнопку K_0 сначала размыкается ключ K_2, затем размыкается ключ K_3 и через некоторое время — K_4.

При нормальном положении кнопки K_0 конденсатор C заряжается до напряжения

$$U_C = \frac{R_1}{R_2} U_0.$$

Заряд конденсатора равен

$$q = CU_C = \frac{R_1}{R_2} U_0 C.$$

При нажатии на кнопку K_0 конденсатор отключается от источника постоянного напряжения и подключается к гальванометру.

Первый отброс зацчика $l_{\max}$ после нажатия на кнопку K_0 зависит от сопротивления внешней цепи, подключённой к гальванометру. Для определения $R_{\text{кр}}$ используется то обстоятельство, что в критическом режиме максимальное отклонение зайчика в e раз меньше, чем у гальванометра без затухания.

Величину максимального отклонения гальванометра без затухания φ_0 можно рассчитать, если при разомкнутой цепи измерены максимальное отклонение рамки φ_1 и логарифмический декремент затухания Θ_0. При $\gamma \ll \omega_0$

$$\varphi_0 = \varphi_1 \cdot e^{\Theta_0/4}$$

Баллистическая постоянная гальванометра $C_{Q_{\text{кр}}}$ определяется при критическом сопротивлении ($R = R_{кр}$):

$$C_{Q_{кр}} = \frac{q}{\varphi_{\max\ кр}} = 2\alpha \frac{R_1}{R_2} \frac{U_0 C}{l_{\max\ кр}}$$

где $l_{\max\ кр}$ — величина первого отброса в критическом режиме(мм), a — расстояние от зеркальца до шкалы(м), а $U_0 C$ — заряд, выраженный в кулонах.

Ход работы

Определение критического сопротивления

1. Соберём схему согласно рис.1 и установим такое значение R, при которым зайчик бы отклонялся почти на всю шкалу. Разомкнём ключ K_2 и измерим два последовательных отклонения зайчика в одну сторону для расчёта логарифмического декремента затухания разомкнутого гальванометра $\Theta_0 = 0.11$. Период свободных колебаний рамки $T_0 \approx 5$с

2. Подберём наибольшее сопротивление магазина R, при котором при размыкании ключа R_3, зайчик не переходит за нулевое значение, которое достаточно близко к критическому сопротивлению цепи $R_{кр}$. В данном случае $R \approx R_{кр} \approx 8990$ Ом.

3. В интервале от $3R_{кр}$ до $10R_{кр}$ будем измерять два последовательных отклонения зайчика в одну сторону после размыкания ключа K_3, чтобы рассчитать логарифмический декремент затухания Θ.

R, Ом	x_n,мм	$x_{\text{n}+1}$, мм	Θ	Δ_Θ	$\sigma_\Theta \cdot \%$
35960	104	37	1.146	0.004	0.3
44950	95	39	0.890	0.005	0.6
53940	88	41	0.764	0.006	0.8
62930	79	41	0.656	0.007	1.1
71920	78	42	0.619	0.008	1.3
80910	70	40	0.560	0.009	1.6
89900	67	41	0.491	0.011	2.2

4. Построим график $1/\Theta^2 = f((R + R_0)^2)$, где $R_0 = 500$ Ом — внутреннее сопротивление гальванометра, в координатах $Y = 1/\Theta^2$ и $X = (R+R_0)^2$ и по наклону прямой рассчитаем критическое сопротивление цепи $R_{кр}$

$$R_{кр} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta X}{\Delta Y}} - R_0$$

X, кОм^2	Y	Δ_Y
1329.3	0.761	0.003
2065.7	1.262	0.011
2963.7	1.713	0.019
4023.4	2.324	0.036
5244.7	2.610	0.048
6627.6	3.189	0.072
8172.2	4.148	0.129

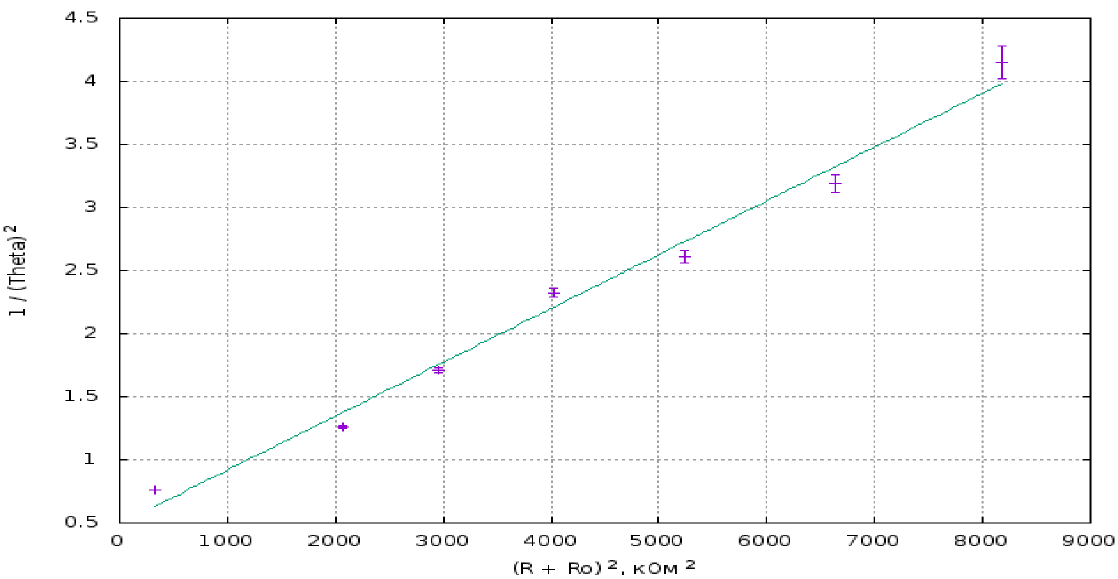

Рис. 3: График зависимости $1/\Theta^2$ от $(R+R_0)^2$

Методом наименьших квадратов находим, что

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = (42.67 \pm 2.18) \cdot 10^{-5}\,\text{кОм}^2$$

Следовательно, для $R_{\text{кр}}$ получаем, что

$$R_{\text{кр}} = (7204 \pm 180)\,\text{Ом}$$

Баллистический режим

1. Соберём схему согласно рис.2 и установим сопротивление $R = 50$ кОм. Для измерения первого отброса зайчика в режиме свободных колебаний ($R = \infty$) разомкнём цепь R, отсоединив одну из клемм магазина. Подберём делитель так, чтобы при замыкании ключа K_0 первый отброс $l_{\max}$ соответствовал отклонению зайчика почти на всю шкалу.

$$l_{\max\ \text{св}} = (21.7 \pm 0.1)\ \text{см}$$

2. Вновь подключим магазин R и, не меняя положения делителя, снимем зависимость первого отброса от величины R.

R, Ом	$1/(R_0+R)\cdot 10^{-5}$, Ом$^{-1}$	$l_{\max}$, см
40000	2.47	16.6
35000	2.82	16.4
30000	3.28	16.3
25000	3.92	15.5
20000	4.88	14.9
15000	6.45	13.1
10000	9.52	10.4
9000	10.53	9.9
8000	11.76	8.5
7000	13.33	7.3
6000	15.38	5.6

В критическом режиме первый отброс в e раз меньше, чем в режиме свободных колебаний. Поэтому будем уменьшать R до тех пор, пока первый отброс не уменьшится до $1/3-1/4$ от максимальной величины.

Положение делителя $R_1/R_2 = 1/30$, ёмкость конденсатора $C = 2$ мкФ, расстояние от шкалы до зеркальца гальванометра $a = (132.0 \pm 0.5)$ см, тогда как $U_0 = 1.38$ В.

Следовательно, баллистическая постоянная гальванометра

$$C_{Q_{\text{кр}}} = 2a\,\frac{R_1}{R_2}\,\frac{U_0C}{l_{\max\ \text{кр}}}$$

$$C_{Q_{\text{кр}}} = (1.64 \pm 0.02)\cdot 10^{-9}\,\frac{\text{Кл}\cdot\text{м}}{\text{мм}}$$

3. Время релаксации $t = R_0C = 10^{-3}\,\text{с} \ll T_0 = 5\,\text{с}$.

4. Построим график $l_{\max} = f[1/\,(R_0+R)]$ (рис.4), т.е. $x = 1/\,(R_0+R)$ Ом$^{-1}$, и определим по нему критическое сопротивление гальванометра.

   Из графика получим, что $l_{\max} = ax + b$, где

   $$a = -\,(87293 \pm 1234)\ \text{Ом}\cdot\text{см} \qquad b = (18.92 \pm 0.11)\ \text{см},$$

   Отсюда находим, что

   $$R_{\text{кр}} = R(l_{\max}/e = 8\text{см}) = (7494 \pm 114)\ \text{Ом}$$

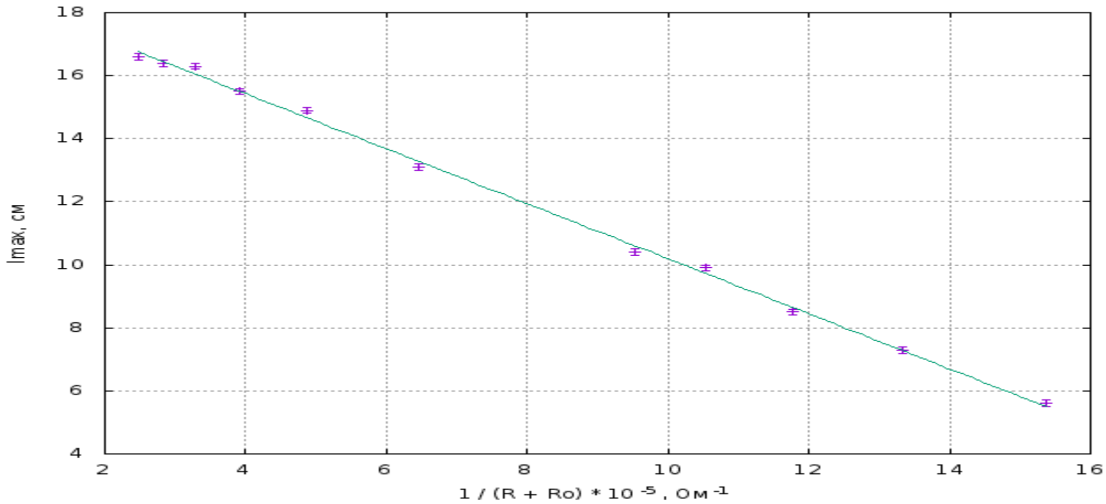

Рис. 4: График зависимости $l_{\max}$ от $1/\left(R_0+R\right)$

Определение динамической постоянной

1. Для выполнения данной части задачи специально была написана программа DyConstGalvanometer, моделирующая выполнение эксперимента. Демонстрация данной программы является частью отчёта.

2. Снимем зависимость отклонения зайчика x от сопротивления магазина R, изменеяя сопротивление магазина, но не меняя делителя. Для данной виртуальной установки:

$$2a = 2.64\,\text{м}$$
$$R_0 = 500\,\text{Ом}$$

3. При малых R_1 сила тока через гальванометр может вычислена как

$$I = U_0 \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{R_0 + R},$$

а при малых углах отклонения, можно считать, что $\varphi = x/2a$.

4. Построим график $I = f(x)$ и по наклону прямой рассчитаем динамическую постоянную C_I:

$$C_I = 2a \frac{\Delta I}{\Delta x}$$

Положение делителя $R_1/R_2 = 1/5000$, напряжение $U_0 = 1.41$ В.

R, Ом	I, нА	x, мм
20000	13.657	45
25000	11.059	36
28000	9.895	32
31000	8.952	29
34000	8.174	26
37000	7.520	24
40000	6.963	22
43000	6.483	21

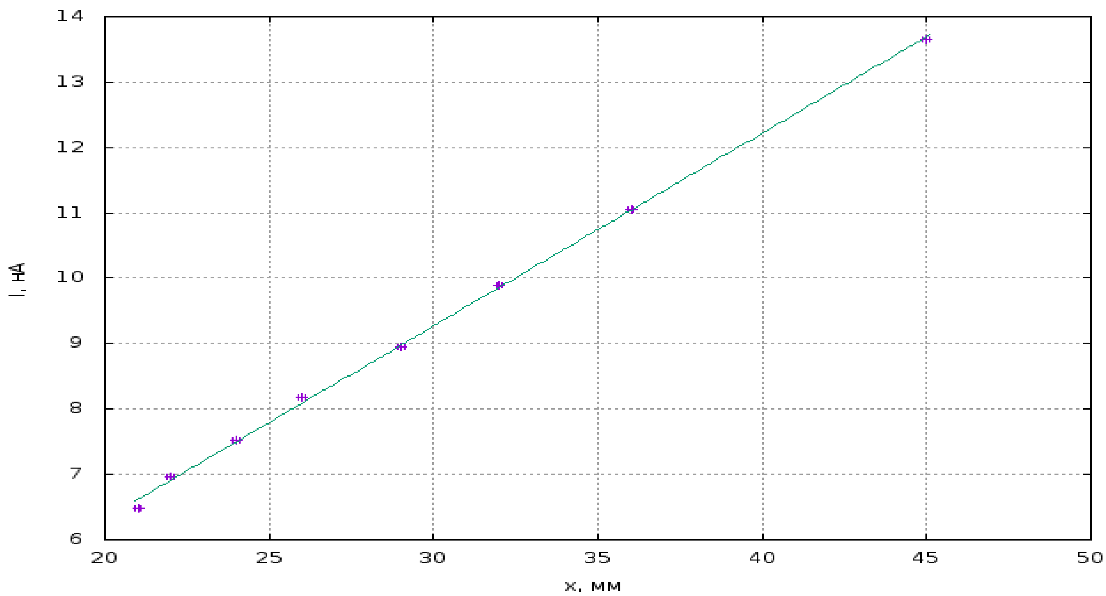

Рис. 5: График зависимости $I = f(x)$

Из графика

$$\frac{\Delta I}{\Delta x} = (0.295 \pm 0.004)\ \frac{\text{нА}}{\text{мм}}$$

Следовательно,

$$C_I = (0.78 \pm 0.01)\ \frac{\text{нА} \cdot \text{м}}{\text{мм}}$$