Эссе-НИР

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИЙ МЕЖДУ ЧАСТИЦАМИ ОТ РАСПАДА СТРУННЫХ КЛАСТЕРОВ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЯДЕР ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Санкт-Петербург
2019

Содержание

Аннотация

В рамках квантовой хромодинамики большую роль играют феноменологические подходы к рассмотрению процессов рассеяния одних ядер на других, для проверки которых прибегают к помощи компьютерных симуляций на дискретной решётке, моделирующей сечение сталкивающихся ядер. При всём многообразии реализаций и успешности имплементации решёточных симуляций интереса заслуживает рассмотрение непрерывной модели, более детально отображающей действительность, что и было сделано в данной работе. В качестве взаимодействующих ядер были взяты ядра свинца, радиус которых $R_{Pb} \approx 7.5$ фм, и основной задачей являлась проверка корреляций множественности (nn) и поперечного импульса ($p_t p_t$) при учёте и без учёта слияния цветных кварк-глюонных струн, образующихся при сильном взаимодействии высокоэнергетических частиц до начала процесса адронизации. В результате вычислений оказалось, что расчёты на непрерывной области взаимодействия совпадают с расчётами на дискретной решётке и, в частности с полученными в этом приближении теоретическими асимптотическими оценками коэффициентов корреляции в зависимости от плотности струн при больших её значениях. На данном этапе работы особых преимуществ симуляций для случая с учётом реальной геометрии образующихся струнных кластеров, несмотря на их трудоёмкость по сравнению с расчётами в дискретном варианте модели, не наблюдалось, однако, благодаря проверке на непрерывной области можно заключить, что более грубый метод вычислений на решётке действительно работает правильно, и им можно пользоваться для упрощения вычислений.

1 Введение

1.1 Модельный статистический анализ в ФВЭиЭЧ

В современной физике высоких энергий и элементарных частиц большую роль играют компьютерные симуляции, позволяющие набирать выборку статистических данных для анализа и, впоследствии, верифицировать феноменологические гипотезы. Симуляции представляют из себя, во-первых, модельное воспроизведение так называемых “событий” (event generation) – физических процессов, необходимых для наблюдения определённых явлений, в виде сгенерированного на основе гипотезы набора величин; во-вторых, машинные расчёты по генерируемым значениям величин – для сравнения результатов симуляций с аналогичными результатами на основе экспериментальных данных. К типичным моделируемым в рамках физики высоких энергий процессам можно отнести, к примеру, процесс множественного рождения частиц при столкновении (рассеянии) ядер в экспериментах на коллайдерах.

1.2 Модель кварк-глюонных струн в КХД

Квантовая хромодинамика (КХД) возникла в результате развития кварковой модели [1], и на данный момент является общепризнанной теорией сильных взаимодействий. Идея КХД заключается в присвоении кваркам так называемого цветового заряда, отвечающего за сильное взаимодействие подобно электрическому – за электромагнитное. Всего цветовых зарядов три (плюс три антицвета): красный, зелёный и синий (и парные антикрасный, антизелёный и антисиний соответственно). Характерная особенность сильного взаимодействия заключается в конфайнменте – невозможности существования кварков по отдельности: данные частицы могут быть лишь в “обесцвеченной” (“белой”) совокупности (обесцвечивание происходит по закону аддитивного смешения цветов, например, красного с зелёным и синими или зелёного с антизелёным). Причиной конфайнмента служит возрастание энергии поля сильного взаимодействия при отдалении кварков друг от друга, в отличие от, например, электромагнитного поля. Стоит отметить также, что “цвета” кварков – лишь удобная репрезентация группы $SU(3)$, классифицирующей адроны, и не имеют отношения к оптическим цветам.

Столкновения ядер в коллайдере можно разделить на две категории: мягкие и жёсткие. При жёстком рассеянии партонов (кварков и гюонов) встречных ядер сталкиваются “лоб в лоб”, порождая так называемые адронные струи с большим поперечным импульсом p_t. Первоначально считалось, что при сверхвысоких энергиях БАК жёсткие процессы окажутся доминирующими, а мягкое рассеяние можно воспринимать как возмущение. Важно также отметить, что расчёты в рамках жёсткой области можно проводить из первичных принципов, используя теорию возмущений КХД. Позже было выяснено, что рассеяние в мягкой области нельзя свести к возмущению, так как на больших масштабах нарушаются условия применимости теории возмущений КХД [2, 3].

С точки зрения феноменологии удобной описательной моделью мягкой адронизации является модель цветных кварк-глюонных струн [4, 5]. Суть модели заключается в понимании кварк-глюонного поля в партонном облаке как совокупности струн, связывающих эти партоны. В момент столкновения двух ядер струны из встречных партонных облаков переплетаются, натягиваются и рвутся (фрагментируют); “обрывки” струн при этом вследствие конфайнмента рекомбинируют в адроны.

1.3 Слияние струн

При ядро-ядерных столкновениях на энергиях порядка LHC плотность струн может оказаться столь высокой, что приходится учитывать нелинейные явления, вызванные эффектом взаимодействия струн между собой, которые влияют на множественность [6].

Для случая рассеяния тяжелых ядер М.А. Брауном и К. Пахаресом была предложена модификация струнной модели, учитывающая процессы возможного слияния первичных струн до начала процесса их фрагментации [7,8]. Слившиеся струны образуют так называемые кластеры (совокупности слившихся струн, отдельные от других подобных совокупностей), а множественность адронов зависит от параметров того или иного кластера, причём чем больше плотность струн (больше энергия), тем слабее прирост плотности струн влияет на прирост значения средней множественности [9]: адронизация происходит от одной большой "струны" вместо суммы составляющих её первичных струн. Стоит отметить, что учёт нелинейности можно определять как при локальном сложении полей (локальное слияние), так и при сложении по всему поперечному сечению каждого кластера (глобальное слияние) [9].

За счёт слияния струн будут меняться корреляции множественности (nn) и поперечного импульса ($p_t p_t$) адронов в переднем и заднем быстротных окнах, возникающие благодаря флуктуациям числа участников столкновения (в струнной модели – числа струн). Причём на корреляции $p_t p_t$ учёт кластеризации струн оказывает большее влияние, нежели на nn [9,10]. Связано это с тем, что усреднённая по событию величина $\langle p_t \rangle$ является интенсивной, в отличие от экстенсивной $\langle n \rangle$, и поэтому практически не зависит от числа струн, принимая малые значения при отбрасывании эффекта слияния. Однако, если кластеризацию учесть, начнут проявляться ощутимые отклонения $\langle p_t \rangle$ от её значения для одиночной струны, влекущие за собой наличие $p_t p_t$ корреляций.

1.4 Генераторы событий Монте-Карло в мягкой области

Важной частью анализа столкновений ядер являеются "Монте-Карловские" решёточные симуляции [11]: моделируется поперечное сечение ядро-ядерного столкновения, в котором происходит наложение распределённых сечений участвующих в адронизации струн. По измерениям площадей этих сечений и плотности струн можно рассчитывать nn, $p_t p_t$ и $p_t n$ корреляции в различных быстротных окнах.

1.5 Постановка задачи

При всём удобстве и высокой скорости расчётов решёточных симуляций интересно также рассмотреть более детальный подход: вместо дискретной решётки использовать непрерывную область сечения, так как непрерывная область позволяет точнее смоделировать сечение, что влечёт за собой более качественную проверку теории. Именно такой подход был использован для определения и исследования nn и p_tp_t корреляций в данной работе.

Результатом данной работы является качественное и количественное сравнение nn и p_tp_t корреляций в переднем и заднем (FB – Forward-Backward) быстротных окнах с учётом слияния струн и без, определение влияния учёта эффекта слияния струн на множественность адронов, а также сравнение результатов с аналитическими асимптотическими формулами, полученными в работах [12] и [13].

2 Разработка генератора событий

2.1 План разработки и расчётов

Для реализации генератора решено использовать объектно-ориентированный подход с целью обеспечить удобство дальнейших усовершенствований программы. В самой программе первоначально генерируется некоторое количество поперечных сечений струн в виде кругов фиксированного радиуса по заданному распределению (радиус струн соответствует параметрам распределения пропорционально реальному масштабу), затем производятся необходимые расчёты. Принципиальная схема работы программы представлена на рис. 1 в приложении.

Для расчёта корреляций множественности и поперечного импульса адронов в переднем и заднем быстротных окнах (всюду далее величина корреляционного коэффицента будет обозначаться как b) необходимо сгенерировать соответственно значения множественности n по сгенерированным струнами и значения поперечного имульса p_t по струнной конфигурации и полученным значениям множественности. В качестве реализации учёта эффекта слияния струн n и p_t рассчитывается из плотности наложения (пересечения) струн друг на друга подсчётом количества струн в отдельно взятом кластере, а также подсчётом поперечной площади данного кластера (как наиболее физичное далее рассматриваться будет только глобальное слияние).

Таким образом, разработка генератора разбивается на четыре этапа в порядке возрастания сложности, причём каждый следующий этап нуждается в завершённости предыдущих: генерация струн, поиск кластеров (подсчёт количества струн в каждом кластере, вычисление площади каждого кластера), генерация значений множественности и поперечного импульса, расчёт FB корреляций множественности и поперечного импульса с учётом и без учёта слияния струн.

2.2 Выбор среды разработки и структура программы

Скорость расчётов и оптимизация особенно важны в данной работе, так как предполагается расчёт большого количества симуляций, поэтому в качестве языка разработки был выбран

C++.

Программа состоит из класса “Simulation”, представляющего собой модель одной симуляции, и серии циклов, которые необходимое количество раз повторяют объект-симуляцию с загружаемым в неё извне средним количеством струн $\langle N\rangle$. Само значение $\langle N\rangle$ находится из значения параметра $\langle\eta\rangle$ (средняя плотность струн) через соотношение

$$\langle\eta\rangle = \frac{\langle N\rangle\sigma_0}{S}, \tag{1}$$

где σ_0 – площадь одной струны, $\sigma_0 = \pi r_s^2$, $r_s = 0.2 \div 0.3$ фм – радиус струны; S – общая площадь взаимодействия в поперечном сечении. Так, для энергий RHIC значение $\langle\eta\rangle \approx 3$, а для LHC $\langle\eta\rangle \approx 11$ [14].

Класс симуляции состоит из нескольких основных и вспомогательных функций-методов. Каждый из основных методов класса выполняется один раз за симуляцию. Описание данных методов следует ниже по порядку.

2.2.1 Генерация струн

Чтобы сгенерировать струны, изначально следует задать их количество N. Для проверки корректности работы программы на этапах 1-3 достаточно полагать $N = \langle N\rangle$, а для расчёта b (4 этап) решено генерировать N с помощью распределения Пуассона с математическим ожиданием равным $\langle N\rangle$, что должно смоделировать реалистичный разброс N от события к событию:

$$f(N) = \frac{\langle N\rangle^N}{N!}e^{\langle N\rangle}. \tag{2}$$

В качестве функций плотности распределения (PDF) координат струн бралось равномерное распределение на площади взаимодействия, которой является вся площадь поперечного сечения ядра: $S = \pi R^2$, где R – радиус ядра (7.5 фм).

2.2.2 Заполнение графа и нахождение компонент связности; поиск максимальной компоненты

Граф пересечений струн представляет из себя симметричную матрицу $N \times N$, заполненную номерами струн, которые пересекаются со струной с номером соответствующей строки или столбца, либо нулевых элементов (в случае, если струна под номером столбца или строки не пересекается ни с какой другой). Факт пересечения двух струн равносилен тому, что расстояние между их центрами меньше либо равно двум радиусам одной струны $2r_s$.

Для обозначения кластеров ищутся компоненты связности графа, определяемые алгоритмом Depth-first search.

2.2.3 Количество струн в кластере и его площадь

Количество струн N_k в кластере находится как длина массива компоненты связности, соответствующей данному кластеру. Таким образом, например, можно найти кластер с максимальным количеством струн N_{cl}, которым будет являться самый длинный массив из всех компонент связности.

Менее тривиальной задачей является вычисление площади кластера S_k. Здесь на помощь приходит метод Монте-Карло вычисления площадей фигуры произвольной формы: фигурой в данном случае является граничный контур наложенных друг на друга кругов-струн. Суть метода в следующем: на прямоугольник, покрывающий фигуру, разбрасывается сетка из точек, и тогда площадь фигуры примерно равна площади прямоугольника, помноженной на отношение количества попавших на фигуру точек к количеству не попавших.

2.2.4 Генерация множественности вперёд-назад

С помощью описынных выше методов сперва вычисляется площадь каждого кластера S_k и количество струн в них N_k. Следуя [9], средняя множественность $\langle n \rangle_k$ для k-го кластера (как было отмечено ранее, рассматривается случай глобального слияния) в данном быстротном интервале вычисляется как

$$\langle n \rangle_k = \mu_0 \frac{S_k}{\sigma_0} \sqrt{l_k}, \quad l_k = \frac{N_k \sigma_0}{S_k}, \tag{3}$$

где σ_0 – площадь одной струны, μ_0 – средняя множественность от одной струны в данном быстротном интервале. Для единичного интервала быстроты $\mu_0 = 1.1$ в соответствии с [15] (в дальнейших расчётах бралось $\mu_0 = 1$). Формулу 3 можно упростить до

$$\langle n \rangle_k = \mu_0 \sqrt{\frac{N_k S_k}{\sigma_0}}, \tag{4}$$

подставив явно выражение для l_k в выражение для $\langle n \rangle_k$.

Найденное значение $\langle n \rangle_k$ показывает лишь среднее число частиц, рождённых кластером k. Пусть в симуляции i кластер k имеет среднее значение множественности $\langle n \rangle_{ki}$. Для генерации значения множественности в переднем n_{ki}^F и заднем n_{ki}^B быстротных окнах используется распределение Пуассона с математическим ожиданием равным $\langle n \rangle_{ki}$. Таким образом, для каждого кластера получается своя выборка значений n_{ki}^F и n_{ki}^B, эти выборки суммируются для каждого события

$$n_i^F = \sum_{k=1}^{M_i} n_{ki}^F, \qquad n_i^B = \sum_{k=1}^{M_i} n_{ki}^B, \tag{5}$$

где n_i^F и n_i^B – FB множественности в событии i, M_i – количество кластеров в событии i. Стоит отметить, что, так как речь идёт о каком-то отдельном событии, данные вычисления проводятся для фиксированного параметра η, сгенерированного для данного события.

Представленный способ генерации множественности используется для ситуаций, где требуется учесть влияние слияния струн. Данные выкладки легко преобразуются для ситуаций, где требуется расчёт без учёта слияния: в этом случае $M_i = N_i$ (чисто струн в событии i), $N_k = 1$, $S_k = \sigma_0$, а значит, $\langle n \rangle_{ki} = \mu_0$.

2.2.5 Генерация поперечного импульса вперёд-назад

В соответствии с [13] значения поперечного импульса генерируются не поочерёдно для каждого кластера, а сразу для всего события. Для этого необходимо знать вычисленные по описанной выше схеме значения n_{ki}^F и n_{ki}^B. Тогда значения $(p_t)_i^F$, $(p_t)_i^B$ в соответствии с формулами 6.137-6.138 из [13] (согласно центральной предельной теореме, распределение $(p_t)_i^F$ и $(p_t)_i^B$ является гауссовым, так как данные величины являются суммой поперечных импульсов частиц из кластеров – то есть величин, распределённых одинаково) распределены по гауссу, то есть функция распределения выглядит следующим образом (с точностью до замены F на B):

$$\begin{gathered}
f((p_t)_i^F) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{(p_t)_i^F}} \exp\left(-\frac{((p_t)_i^F - \overline{(p_t)_i^F})^2}{2(\sigma_{(p_t)_i^F})^2}\right), \\
\overline{(p_t)_i^F} = \frac{\overline{p}}{n_i^F} \sum_{k=1}^{M_i} n_k \sqrt[4]{\eta_k} = \overline{p} \cdot p_\Sigma, \\
\sigma^2_{(p_t)_i^F} = \frac{\sigma_p^2}{(n_i^F)^2} \sum_{k=1}^{M_i} n_k \sqrt{\eta_k} = \sigma_p^2 \cdot \sigma_\Sigma^2,
\end{gathered} \tag{6}$$

где $\overline{(p_t)_i^F}$ и $\sigma_{(p_t)_i^F}$ – среднее и корень из дисперсии величины $(p_t)_i^F$; $\overline{p}$ и σ_p^2 – некоторые константы, которые, согласно [13], связаны ссотношением $\sigma_p^2 = \gamma\overline{p}$; для расчётов бралось $\gamma = 1/\sqrt{2}$, отвечающее экспонециальной зависимости спектров образующихся частиц от поперечного импульса, которая неплохо описывает экспериментальные данные в мягкой области примерно до $p_t = 2$ ГэВ/с. Для расчётов корреляционного коэффициента b можно не задавать явно $\overline{(p_t)_i^F}$ и $\sigma_{(p_t)_i^F}$, а достаточно преобразовать распределение 6, вынеся $\overline{(p_t)_i^F}$ и $\sigma_{(p_t)_i^F}$ из

$$\begin{aligned} f\left(\frac{(p_t)_i^F}{\overline{p}}\right) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_p\sigma_\Sigma}\exp\left(-\frac{\overline{p}^2\left(\frac{(p_t)_i^F}{\overline{p}}-p_\Sigma\right)^2}{2\sigma_p^2\sigma_\Sigma^2}\right) \Longrightarrow \\ f\left(\frac{(p_t)_i^F}{\overline{p}}\right) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_p\sigma_\Sigma}\exp\left(-\frac{\left(\frac{(p_t)_i^F}{\overline{p}}-p_\Sigma\right)^2}{2\gamma^2\sigma_\Sigma^2}\right), \end{aligned} \tag{7}$$

и тогда можно задать только γ, так как при расчёте b, как будет описано далее, входит только частное статистически равных величин, распределённых по формуле 7.

2.2.6 Расчёт корреляционного коэффициента

Выборки значений $\{(n_F)_i\}$, $\{(n_B)_i\}$, $\{(p_F)_i\}$ и $\{(p_B)_i\}$ непосредственно используются в расчёте b с помощью вспомогательного метода 1. Для фиксированного $\langle\eta\rangle$ в соответствии с [12] величина b находится как

$$\begin{aligned} b_{nn} &= \frac{\langle n_F n_B\rangle - \langle n_F\rangle\langle n_B\rangle}{\langle n_F^2\rangle - \langle n_F\rangle^2}, \\ b_{p_tp_t} &= \frac{\langle p_F p_B\rangle - \langle p_F\rangle\langle p_B\rangle}{\langle p_F^2\rangle - \langle p_F\rangle^2}, \end{aligned} \tag{8}$$

где усреднение происходит по всем симуляциям. Финальной проверкой корректности расчётов является сравнение значений b с теоретическими асимптотами из [13]:

$$\begin{aligned} b_{nn} &= \frac{1}{1+4\cdot\sqrt{\langle\eta\rangle}}, \\ b_{p_tp_t} &= \frac{1}{1+16\cdot\gamma^2\cdot\sqrt{\langle\eta\rangle}}, \end{aligned} \tag{9}$$

где γ^2 – такое же, как было описано выше, то есть $\gamma = 1/\sqrt{2}$.

3 Результаты расчётов

3.1 Вычисление корреляционного коэффициента

Первые 3 этапа разработки пройдены успешно. Теперь, когда появилась возможность генерировать множественности (а значит, и поперечные импульсы), можно приступить к 4 этапу – расчётам коэффициентов корреляции b_{nn} и $b_{p_tp_t}$. Важно отметить, что количество струн здесь разыгрывалось по функции вероятности Пуассона (см. формулу 2), поэтому η и $\langle\eta\rangle$, вообще говоря, различны.

Значения множественности n_F и n_B (и p_F и p_B) для каждого события подставляются в формулы 8, затем строятся графики зависимости $b(\langle\eta\rangle)$. Полученные графики представлены на рис. 2 и 3 в приложении; значения $\langle\eta\rangle \approx 3$ соответствует энергиям RHIC, а $\langle\eta\rangle \approx 11$ – LHC. Как можно заметить, учёт кластеризации достаточно сильно влияет на поведение b: количественно различие b_{fusion} и $b_{\text{no fusion}}$ можно выразить средним процентным соотношением $\langle D\rangle$ (как для b_{nn}, так и для $b_{p_tp_t}$):

$$\langle D\rangle = \left\langle 1 - \frac{min(b_{\text{fusion}}, b_{\text{no fusion}})}{max(b_{\text{fusion}}, b_{\text{no fusion}})}\right\rangle, \tag{10}$$

усреднение ведётся по всем $\langle\eta\rangle$; тогда для проведённых симуляций $\langle D\rangle_{nn} = 40.7\%$, а $\langle D\rangle_{p_tp_t} = 58.7\%$. Нетрудно заметить, что, как и было предсказано, учёт слияния струн сильнее влияет на коэффициент корреляции поперечных импульсов, нежели множественностей.

Вычисления $b_{nn}(\langle\eta\rangle)$ и $b_{p_tp_t}(\langle\eta\rangle)$ в случае со слиянием струн занимали приблизительно 3 часа для 20000 симуляций, а в случае без слияния – около 3 минут, тоже для 20000. Столь большая разница в скоростях расчёта связана с отсутствием необходимости во втором случае вводить граф пересечений струн и пресчитывать кластеры.

4 Заключение

Феноменологическая модель кварк-глюонных струн неоднократно доказывала свою адекватность при описании хромодинамических процессов, происходящих в мягкой области рассеяния ультрарелятивистских ядер. Эта модель позволяет более глубоко понять специфику сильного взаимодействия при высоких энергиях через образование кластеров цветных кварк-глюонных струн.

В данной работе приведены результаты модельного теоретического анализа рассеяний ультрарелятивистских ядер при высоких энергиях порядка RHIC (200 ГэВ), LHC (13 ТэВ). Для получения этих результатов была разработана специальная программа – генератор событий – моделирующая поперечное сечение столкновения ядер в виде непрерывно распределённых сечений струн фиксированного радиуса, а также проводящая расчёты множественности рождённых адронов и их корреляций, выражаемых корреляционных коэффициентом b, в переднем и заднем быстротных окнах с учётом слияния (пересечения) данных струн и без. Результатами являются построенные графики зависимости корреляционных коэффициентов b_{nn} и $b_{p_tp_t}$ от $\langle\eta\rangle$ – для проверки влияния учёта кластеризации струн на FB-корреляции множественности;

величина $\langle\eta\rangle$ играет роль средней плотности струн в области взаимодействия. Из вида этих графиков можно сделать два вывода:

1. Корреляционные коэффициенты b_{nn} и $b_{p_tp_t}$, как и ожидалось, сильно зависят от введения учёта слияния струн: количественное различие как среднее процентное соотношение составляет $\langle D\rangle_{nn} = 40.7\%$, $\langle D\rangle_{p_tp_t} = 58.7\%$; причём на корреляции поперечного импульса учёт слияния оказывает больший эффект, чем на b_{nn}.

2. Полученные в настоящей работе результаты расчетов коэффициентов nn и p_tp_t корреляций, выполненных с учетом в каждом событии реальной геометрии образующихся струнных кластеров, хорошо согласуются при большой плотности струн с асимптотическими оценками, полученными в приближенном варианте модели со слиянием струн на поперечной решетке.

Таким образом, основные поставленные задачи были выполнены. Из вышеперечисленного можно заключить, что поскольку результаты расчётов, выполненные с использованием генератора событий, учитывающего реальную геометрию образующихся струнных кластеров, совпадают с оценками, полученными в приближенном варианте модели с дискретной решеткой, то это дискретное приближение может использоваться для упрощения вычислений.

Разработка генератора на текущий момент ещё не закончена. В перспективе планируется использование более реалистичных распределений струн (например, потенциал Вудса-Саксона), введение переменной центральности столкновений, а также оптимизация кода.

5 Список литературы

1. Yndurain F. J. The theory of quark and gluon interactions / 4th ed., Berlin; Heidelberg: Springer, 2006. ISBN 978-3-540-33210-7

2. Nurse E. Soft-QCD at Hadron Colliders / UCL Department of Physics and Astronomy, 2011. URL: http://www.hep.ucl.ac.uk/~mw/Post_Grads/2011-12/SoftQCDLecture.pdf

3. Cerci D.S. Soft and Hard QCD Processes in CMS / QCD - Old Challenges and New Opportunities, 2017. URL: https://indico.cern.ch/event/614845/contributions/2728799/attachments/1529660/2398415/13_DSunarCerci.pdf

4. Kaidalov A.A. The quark-gluon structure of the pomeron and the rise of inclusive spectra at high energies / Phys. Lett. B, 1982, Vol. 116, pp. 459-463. URL: https://doi.org/10.1016/0370-2693(82)90168-X

5. Kaidalov A.A., Ter-Martirosyan K.A. Pomeron as quark-gluon strings and multiple hadron production at SPS-Collider energies / Phys. Lett. B, 1982, Vol. 117B, pp. 247-251. URL: https://doi.org/10.1016/0370-2693(82)90556-1

6. Biro T.S., Nielsen H.B., Knoll J. Colour rope model for extreme relativistic heavy ion collisions / Nucl. Phys. B, 1984, Vol. 245, pp. 449-468. URL: https://doi.org/10.1016/0550-3213(84)90441-3

7. Braun M.A., Pajares C. Particle production in nuclear collisions and string interactions / Phys. Lett. B, 1992, Vol. f287, p. 154.

8. Braun M.A., Pajares C. A probabilistic model of interacting strings / Nucl. Phys. B 1993, Vol. f390, p. 542.

9. Вечернин В.В., Колеватов Р.С. О корреляциях множественности и p_t в столкновениях ультрарелятивистских ионов / Ядерная физика, 2007, Т. 70, стр. 1846-1857. URL: http://elibrary.ru/item.asp?id=9549732

10. Вечернин В.В., Колеватов Р.С. Дальние корреляции между поперечными импульсами заряженных частиц в релятивистских ядерных столкновениях / Ядерная физика, 2007, Т. 70, стр. 1858-1867. URL: http://elibrary.ru/item.asp?id=9549733

11. Vechernin V.V., Kolevatov R.S. Cellular Approach to Long-Range p_t and Multiplicity Correlations in the String Fusion Model / Vestnik SPbU, 2004, Ser. 4, No. 4, pp. 11-27. URL: https://arxiv.org/abs/hep-ph/0305136

12. Braun M.A., Pajares C. Inplication of percolation of colour strings on multiplicities, correlations and the transverse momentum / Eur. Phys. J., 2000, Vol. C16, pp. 349–359. URL: https://arxiv.org/abs/hep-ph/9907332v1

13. Вечернин В.В. Кумулятивные явления и дальние корреляции во взаимодействиях с ядрами при высоких энергиях: диссертация . . . д.ф.-м.н. Санкт-Петербург, 2006

14. Dias de Deus J., Hirsch A.S., Pajares C., et al. Clustering of color sources and the shear viscosity of the QGP in heavy ion collisions at RHIC and LHC energies / Eur. Phys. J., 2012, Vol. C72, p. 2123. URL: https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-012-2123-x

15. Kharzeev D., Nardi M. Hadron production in nuclear collisions at RHIC and high density QCD / Phys. Lett. B, 2001, Vol. 507, pp. 121-128. arXiv:nucl-th/0012025

6 Приложение

6.1 Изображения

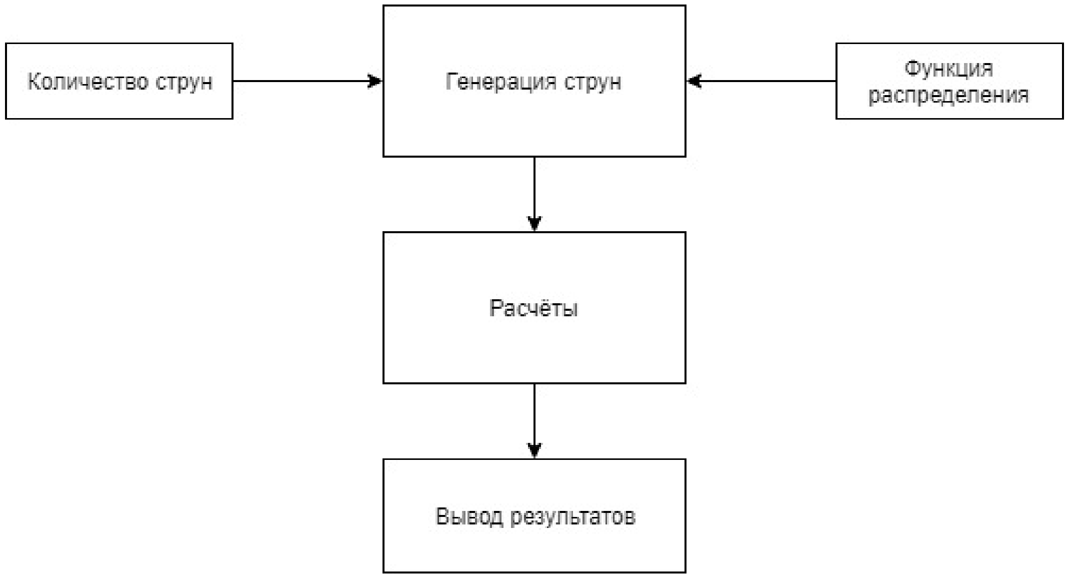

Рис. 1: Принципиальная схема работы генератора

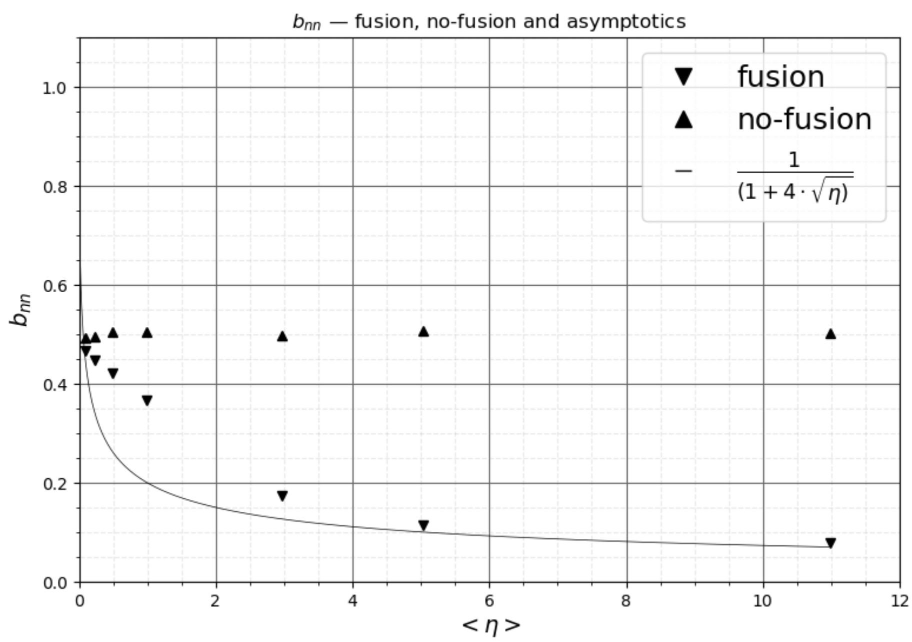

Рис. 2: График зависимости коэффициента корреляции b_{nn} от $\langle\eta\rangle$ (C++, усреднено по 40000 симуляциям)

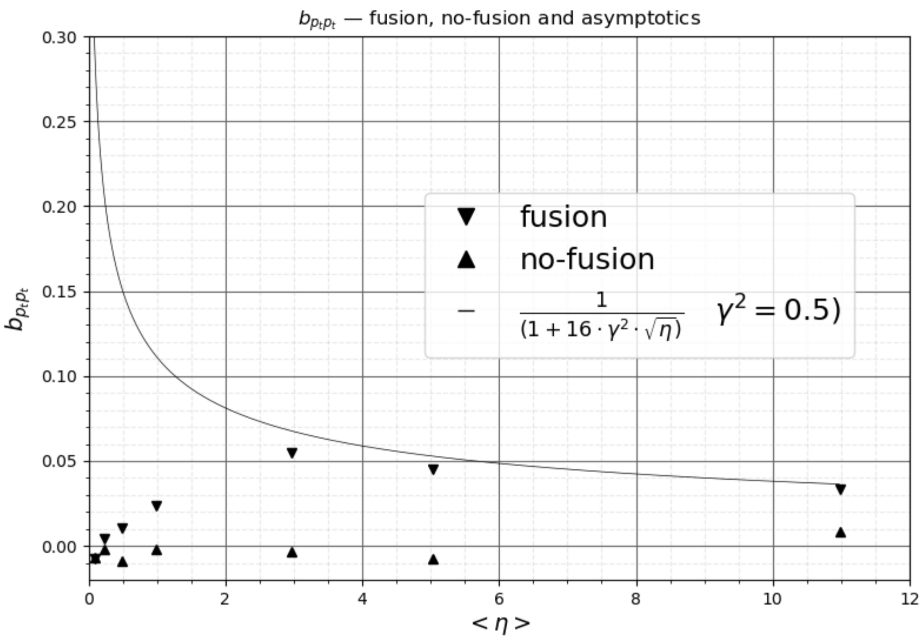

Рис. 3: График зависимости коэффициента корреляции $b_{p_tp_t}$ от $\langle\eta\rangle$ (C++, усреднено по 40000 симуляциям)

6.2 Таблица со значениями корреляционного коэффициента

$\langle\eta\rangle$	b_{nn} (fusion)	b_{nn} (no fusion)	$\langle\eta\rangle$	b_{nn} (fusion)	b_{nn} (no fusion)
0.090	0.468	0.493	2.970	0.173	0.498
0.225	0.448	0.495	5.040	0.115	0.507
0.495	0.421	0.505	10.980	0.079	0.502
0.990	0.368	0.505	-	-	-

Таблица 1: Значения $\langle\eta\rangle$ и соответствующие b_{nn} (fusion) и b_{nn} (no fusion) к рис. 2

$\langle\eta\rangle$	$b_{p_tp_t}$ (fusion)	$b_{p_tp_t}$ (no fusion)	$\langle\eta\rangle$	$b_{p_tp_t}$ (fusion)	$b_{p_tp_t}$ (no fusion)
0.090	-0.008	-0.007	2.970	0.055	-0.003
0.225	0.004	-0.002	5.040	0.045	-0.007
0.495	0.010	-0.009	10.980	0.033	0.009
0.990	0.023	-0.002	-	-	-

Таблица 2: Значения $\langle\eta\rangle$ и соответствующие $b_{p_tp_t}$ (fusion) и $b_{p_tp_t}$ (no fusion) к рис. 3