



# Bilimsel Hesaplama

## Hafta 7



# Test Sonuçlarını anlamlandırmak

- Hatalı pozitif
  - Test bütün pozitifleri yakalar ama bazen negatif olması gereken sonuçları da pozitif olarak gösterir
- Hatalı negatif
  - Testin pozitif dediklerinin hepsi pozitifdir ama negatif dediklerinin bazıları pozitif olabilir



# Hatalı pozitif verebilen test sonuçları

- Bu tip testlerde bilinmesi kritik olan iki bilgi var
  - Testin hangi oranda hatalı pozitif döndürdüğü
  - Aranılan bulgunun toplumda ne sıklıkla görüldüğü



# Testin hangi oranda hatalı pozitif döndürdüğü

Genellikle bir testin **%99** ihtimalle doğru sonucu verdiği söylendiğinde bu “test edilen verinin olduğu bütün durumların tespit edildiği ama negatif sonuç vermesi gerekenler arasında **%1** oranda hatalı pozitif sonuç elde edildiği” anlamına gelir.



# Aranan bulgunun toplumda ne sıklıkla göründüğü

Bu bilgi test sonuçları değerlendirilirken en çok ihmal edilen  
bilgidir. Aslında **bu bilgiye ulaşmadan bütün test  
sonuçları anlamsızdır.**



# Temel Oranı İhmal Yanılgısı

Test edilerek aranan bulgunun toplumda ne sıklıkla görüldüğünün ne kadar önemli olduğunu göstermesi için aşağıdaki örneklere bakalım:

Alice'in doğruluk oranı %99 olan bir test sonucunda hasta olduğu bilgisini aldığını kabul edelim. Bu ancak 100'de 1 ihtimalle hasta olmadığı, yani çok yüksek ihtimalle hasta olduğunu düşündürür ilk bakışta.

# Acaba her durumda öyle mi?

Testin hatalı pozitif çıkma oranını biliyoruz. Şimdi bu hastalığın toplumda görülme sıklığını bilmeliyiz. Bu sonucu dramatik şekilde etkileyecektir. Varsayalım hastalığın toplumda görülme sıklığı 10.000'de 1 olsun.

Sadece bu test sonuçlarına bakarak Alice'in hasta olma oranının yüzde kaç olduğunu söyleyebiliriz?

%99 mu?

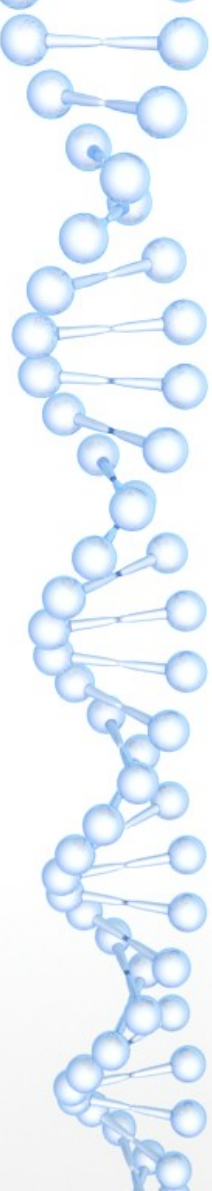


## Alice için umutlandırıcı haber

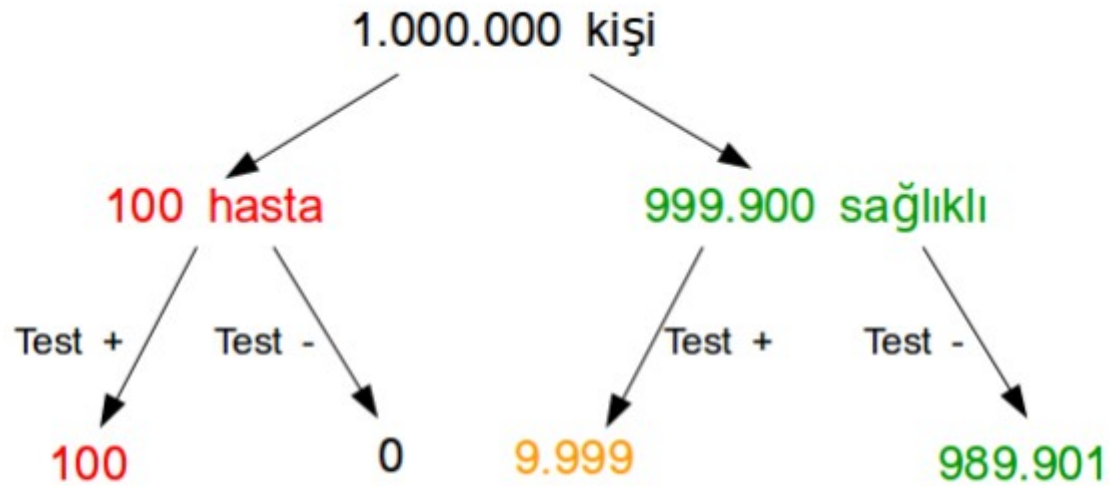
Bir milyon kişilik bir topluluğu ele alalım. Hastalık onbinde bir görülüyorsa bir milyon içinde yüz kişide bu hastalığı görmeyi bekleriz.

Buna karşılık kalan 999 900 kişi hasta değildir. Fakat yüzde bir ihtimalle, testin sağlıklı insanlarda pozitif sonuç veriyor. O zaman, hasta olmayanlar içinde 9999 kişide testin pozitif çıkmasını bekleriz.





Başka bir deyişle, bir milyon kişiye test yapılırsa, 10 099 kişi pozitif çıkar. Oysa gerçekten hasta olan sadece 100 kişi var. O zaman, testin pozitif çıkmasına bakarak Alice'in hasta olması ihtimali  $100/10.099$ , yani yüzde bir bile değil!



test pozitifse  
hasta olma  
olasılığı

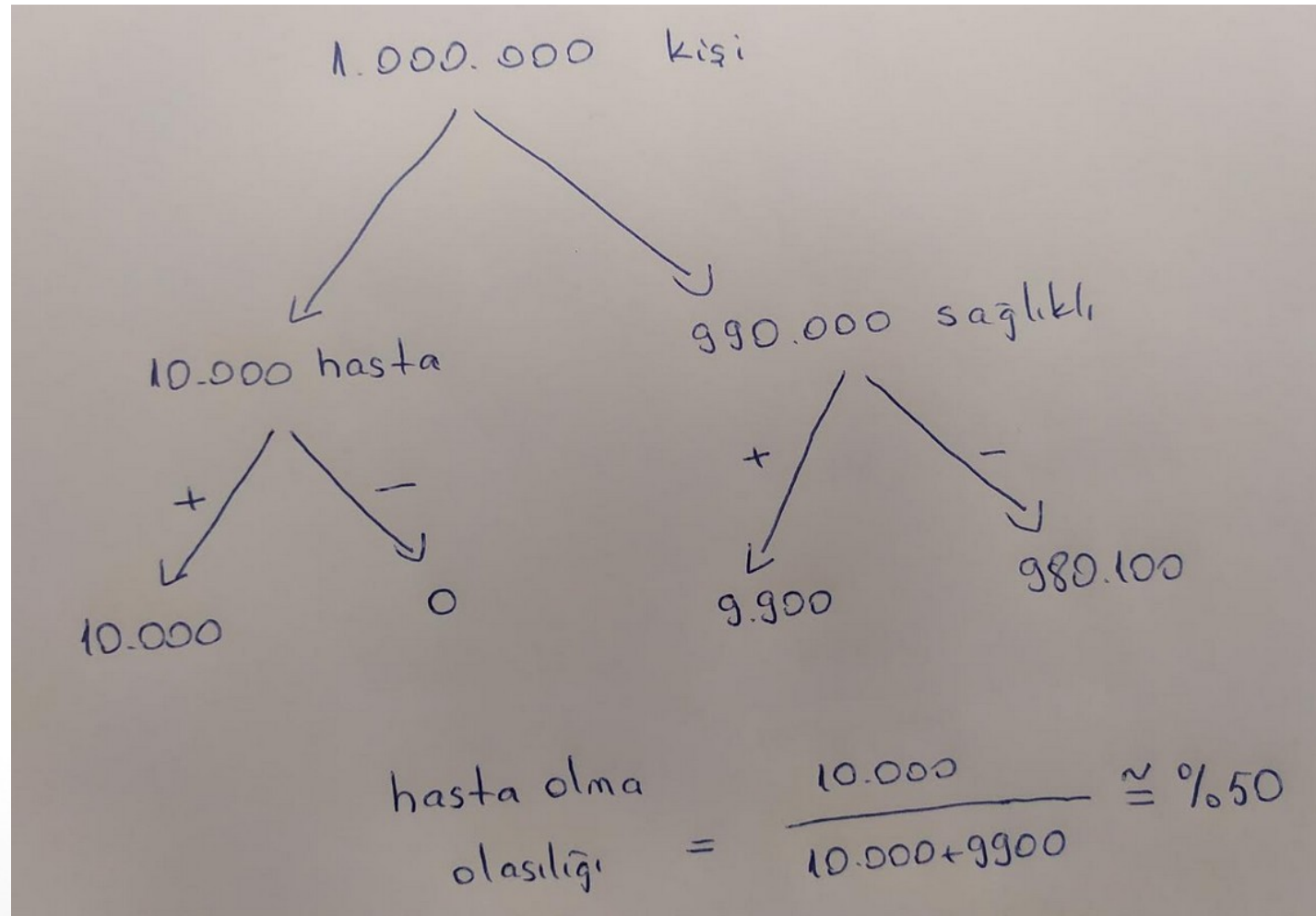
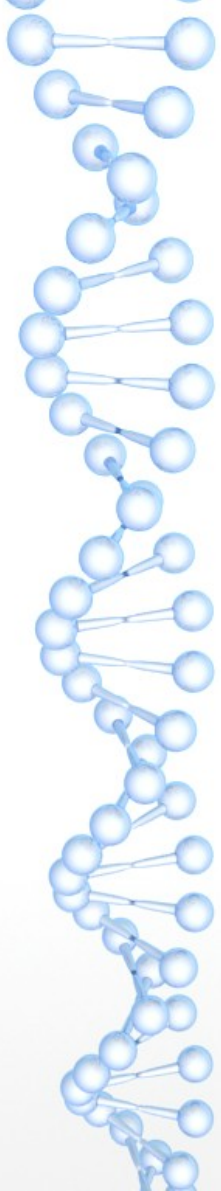
$$= \frac{100}{100 + 9.999} \approx \%1$$



# Hastalık daha sık görülüyor olsaydı?

Eğer hastalık 10.000'de 1 değil de, 100 kişide 1 görülüyor olsaydı sonuçları nasıl değerlendirmeliydik?

Bu durumda hasta olma oranı yaklaşık **%50** olurdu



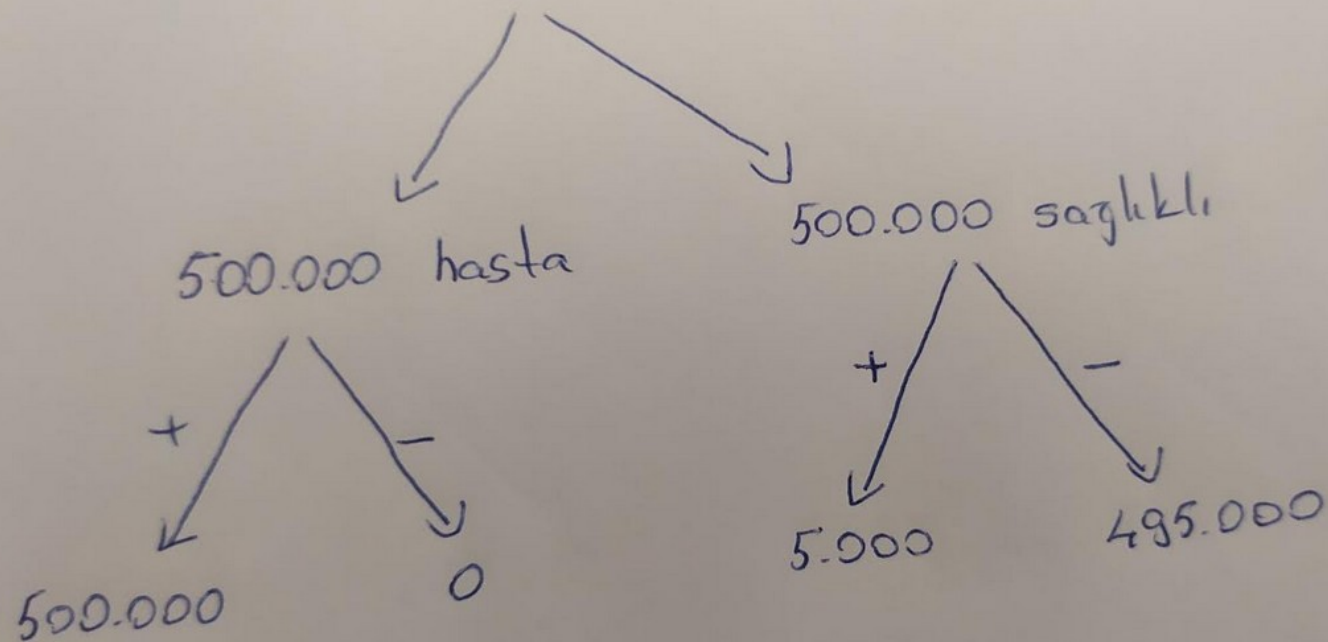


## Hastalık daha da sık görülüyor olsaydı?

Eğer hastalık 100'de 1 değil de, 2 kişide 1 görülüyor olsaydı sonuçları nasıl değerlendirmeliydik?

Bu durumda hasta olma oranı yaklaşık **%99** olurdu

1.000.000 kişi



hasta olma olasılığı =  $\frac{500.000}{500.000 + 5.000} \cong \%99$

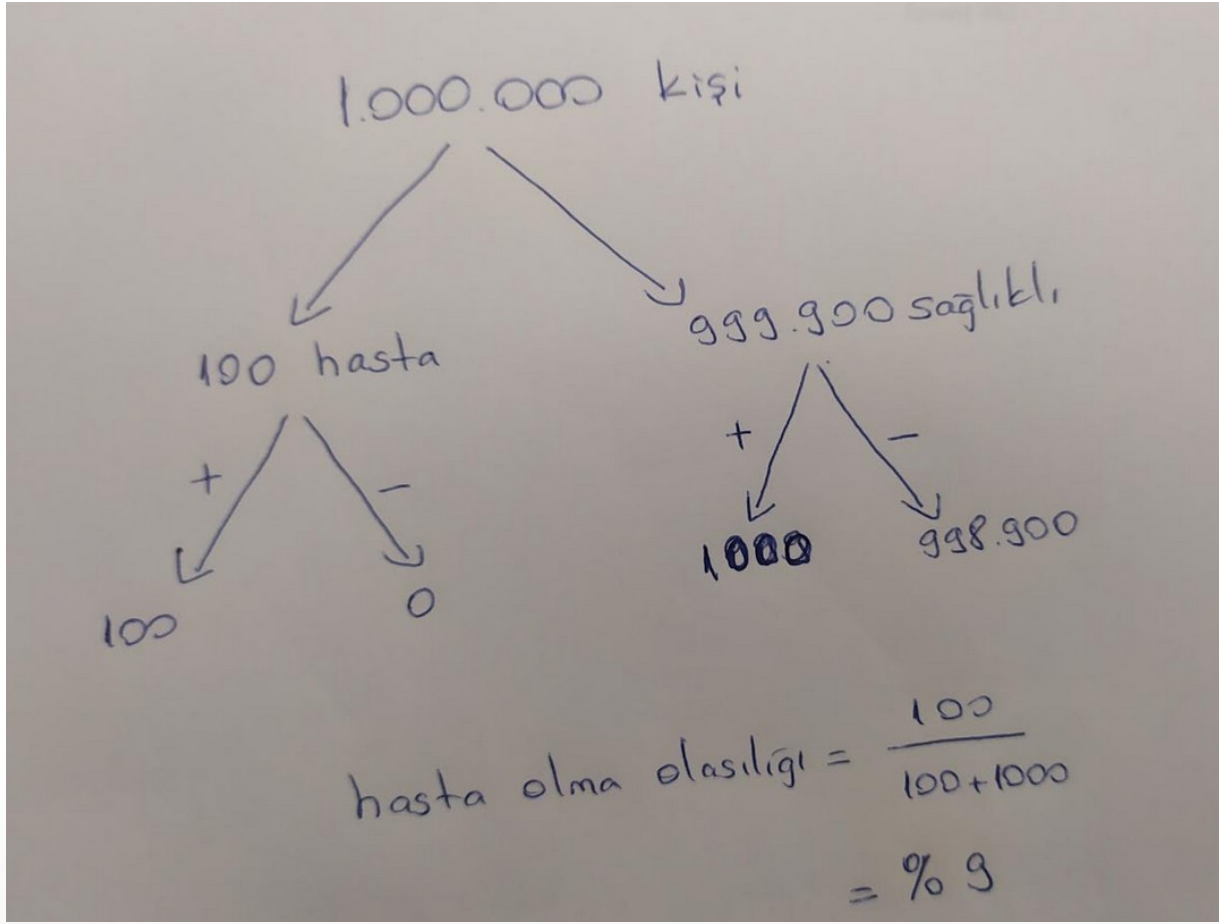
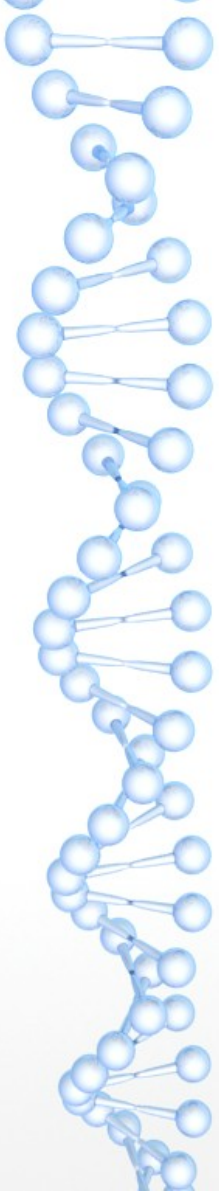


## Test daha güvenilir sonuç verseydi?

Hastalık yine 10.000'de bir görünüyorsa olsaydı ama bu sefer %99,9 güvenilir bir test kullanılıyor olsaydı?

Bu durumda hasta olma oranı yaklaşık **%9** olurdu









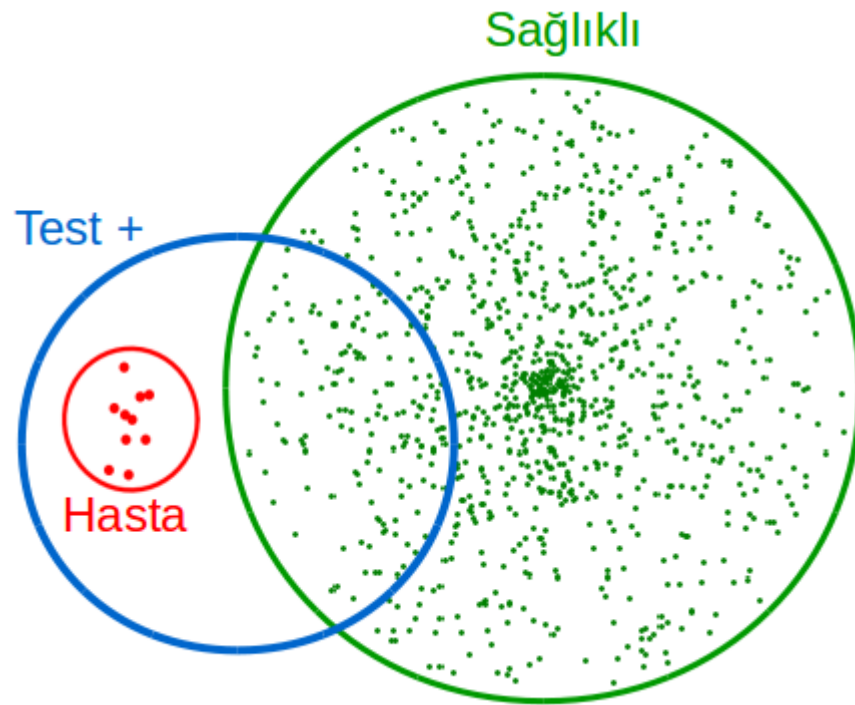
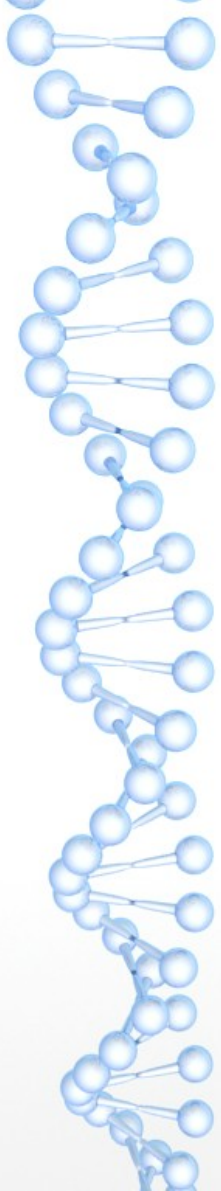
## Test daha da güvenilir sonuç verseydi?

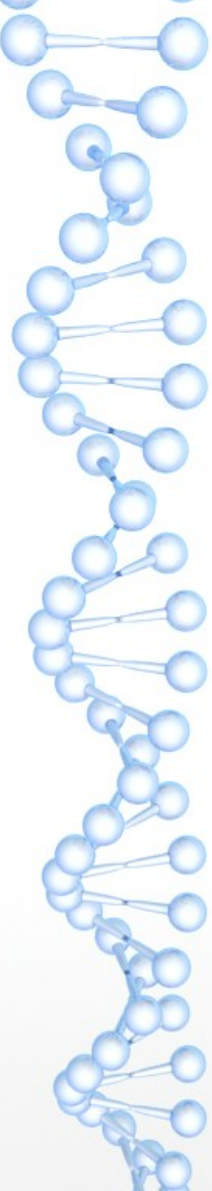
Hastalık yine 10.000'de bir görünüyorsa olsaydı ama bu sefer %99,99 güvenilirlikli bir test kullanılıyor olsaydı?

Bu durumda hasta olma oranı yaklaşık **%50** olurdu

## Buradan nasıl bir sonuç çıkartmalıyız?

Temel oranın, yani rastgele seçilen bir insanın hasta olması ihtimalinin onbinde bir gibi çok küçük bir sayı olması sebebiyle yanlış alarm ihtimali sadece yüzde bir bile olsa, temel orandan çok daha yüksek. Bu yüzden de gerçek hastaların yüz katı kadar yanlış alarm gözlüyoruz. Bunu şematik olarak şöyle gösterebiliriz.





Yanılığının bize doğal gelmesinin sebeplerinden birisi neden-sonuç ilişkisini tersine çeviriyor olmamız. Doktorun yüzde yüz dediğı, hasta isek testin pozitif çıkması olasılığı. Ama bizim bilmemiz gereken, test pozitif çıktıysa hasta olma ihtimalimiz.

# Testin hiç anlamı yok mu?

O zaman doktorun yaptırdığı testin hiç faydası yok mu? Elbette var. Test yapmadan önce o hastalığa Alice'in sahip olma olasılığı onbinde birdi, testten sonra yüzde bire yükseldi. Bu durumda iyi bir doktor ona korkuya mahal olmadığını, ama daha kesin bilgi verecek muayeneler yapmak gerektiğini söyleyecektir.

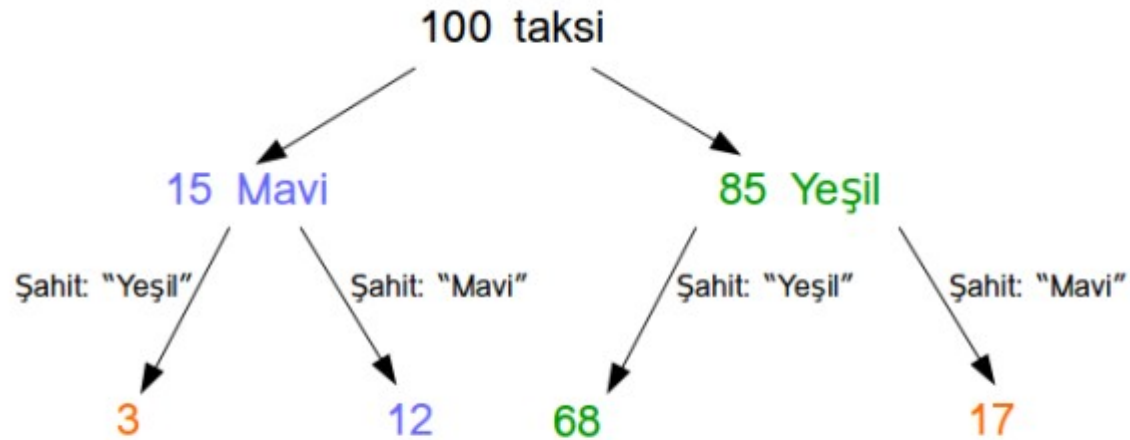
## Çalışma sorusu - 1

Diyelim ki, toplumda yaygınlığı  $1/1000$  olan bir hastalığı tespit etmek için kullanılan bir test var ve bu testin hasta olmayanlarda pozitif çıkması ihtimali %5. Bu testi uyguladığımızda ve pozitif çıktığında, uygulanan kişinin hasta olması ihtimali nedir? Kişinin semptomları ve işaretleri hakkında hiç bir bilginiz olmadığını varsayın.

## Bir diğ er örnek - taksi problemi

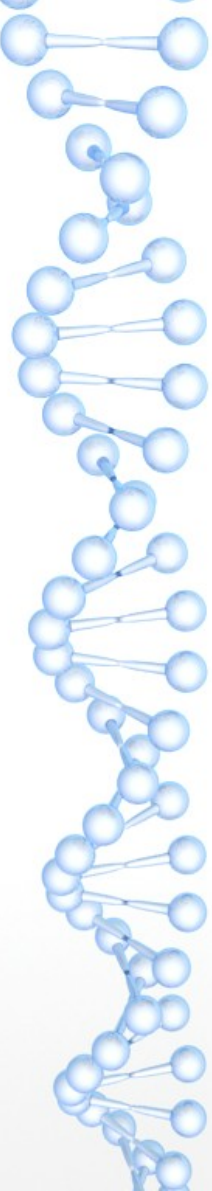
Bir taksi gece vakti kaza yapıp kaçıyor. Őehirde iki taksi Őirketi var: Yeőiller ve Maviler. Bütün taksilerin %85'i Yeőil, %15'i ise Mavi. Kazanın Őahidi arpan taksinin Mavi olduğunu söylüyor. Mahkeme, kazanın gerekleőt ėi gecenin görüő Őartlarında deney yaptırarak Őahidin güvenilirliğini  lt r yor. Şahit her iki rengi %80 olasılıkla doğru teőhis ediyor, %20 olasılıkla yanılıyor.

Çarpan arabanın, Őahidin ifadesine uygun olarak, gerçekten Mavi olması olasılığı nedir?



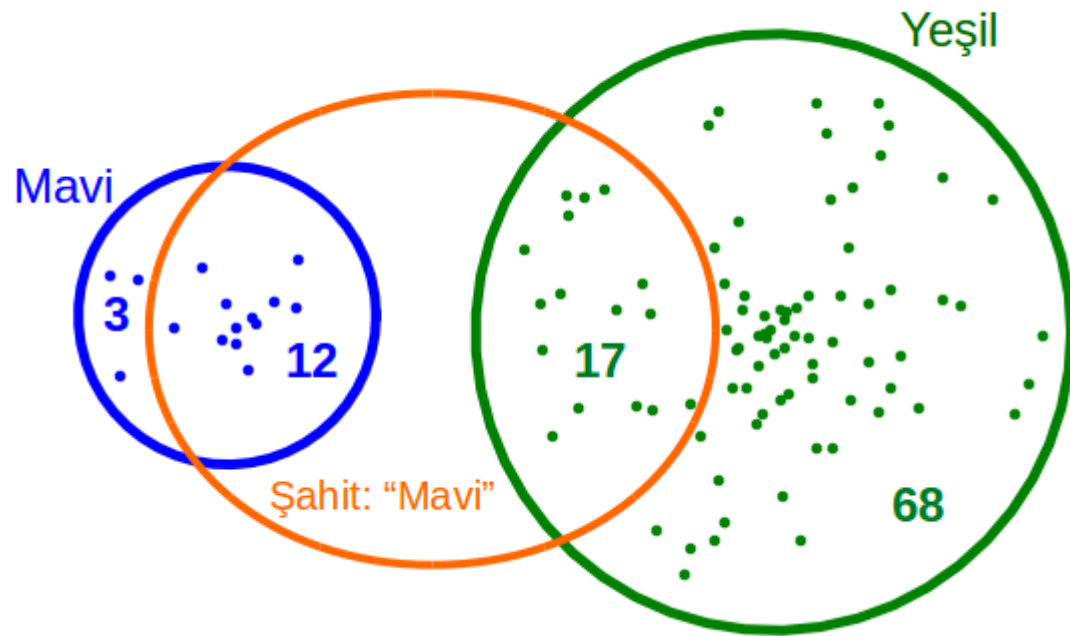
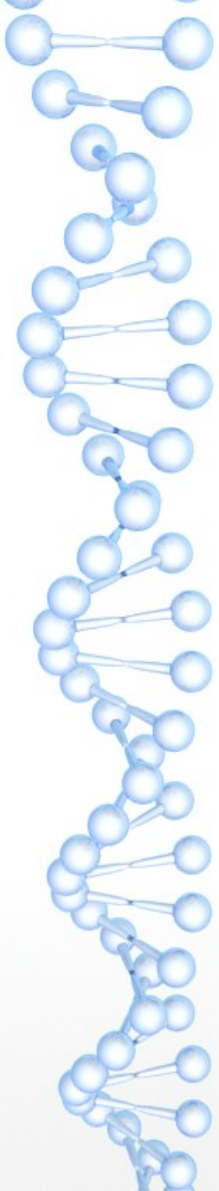
$$\text{Şahit "mavi" dediyse mavi olma olasılığı} = \frac{12}{12 + 17} = \%41$$





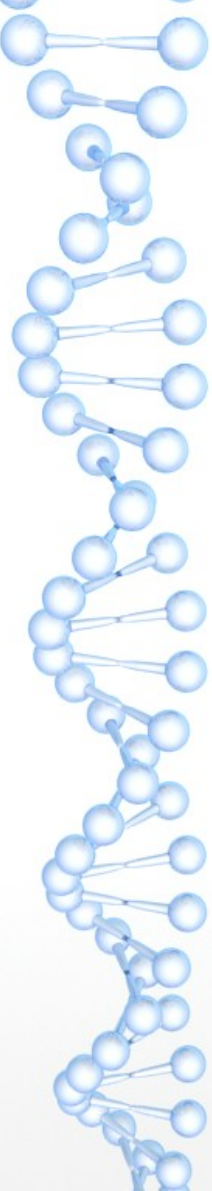
Şahit 100 taksiden 12+17, yani 29 aracın Mavi olduğunu iddia etti, ama sadece 12'si gerçekten Mavi. O zaman, şahit Mavi dediyse, aracın gerçekten Mavi olması ihtimali  $12/(12+17) = \%41$ 'dir.

Şematik olarak gösterelim



# Yüz tanıma sistemleri

Çinde terörle mücadele kapsamında çok gelişkin bir yüz tanıma sistemini devreye soktuğunu ilan ediliyor. Sokaklarda, terminallerde, havaalanlarında, velhasıl bütün kamusal alanlardaki gözetleme kameraları sürekli olarak görüntü çekmekte ve bu görüntüler bir merkezde analiz edilip arananların resimleriyle karşılaştırılmakta. Çin hükümeti, bu sistemin %99 oranında isabetli oluşuyla övünüyor olsun.



Temel oranı bilmeden, yüz tanıma sistemine bel bağlamak doğru değildir. Biliyoruz ki teröristlerin temel oranı çok düşük. Diyelim, on bin kişiden sadece biri terörist (80 milyon içinde 8000 terörist – yüksek bir tahmin). Bu olasılıklar hastalık teşhisi probleminin aynısıdır, o yüzden cevap elimizde hazır: Bu harika yüz tanıma sisteminin terörist diye işaretlediği birisinin gerçekten terörist olması ihtimali sadece **%1**.



# Hatalı negatif test sonuçları

Bu tip testler daha önce bahsi geçen testlerden farklı olarak bütün pozitif durumları tespit edemezler.

Pozitif sonuç verdikleri bütün durumlar gerçekten de pozitiftir ama bazı sonuçları hatalı bir şekilde negatif gösterirler.

Örneğin Corona virüsü için yapılan PCR testi %60 doğruluk oranına sahiptir.



# PCR

Yani testin Corona virüse yakalanmış dediği herkes gerçekten de hastadır ama gerçekte hasta olanların sadece %60'ını tespit edebilmektedir.

Yine de belirlemeye çalışılan şeyin toplum genelinde rastlanma oranı sonuçları değerlendirmek için belirleyicidir. Mevcut sayılarla hastalığın toplumdaki oranı %10 olarak tahmin edilmektedir.



# PCR test sonuçlarına bakalım

- Eğer test sonucu pozitif çıkarsa bu mutlaka hastalık mevcut anlamına gelir
- Test sonucu negatif çıkarsa buradan çıkacak sonuç 1000'de 42 ihtimalle testi yaptıran kişinin hasta olduğudur.

1.000.000 kişi

100.000 hasta

900.000 sağlıklı

+  
60.000

-  
40.000

+  
0

-  
900.000

test pozitifse  
hasta olma  
olasılığı = %100

Test negatifse  
hasta olma  
olasılığı =  $\frac{40.000}{940.000}$   
 $\approx \%4$



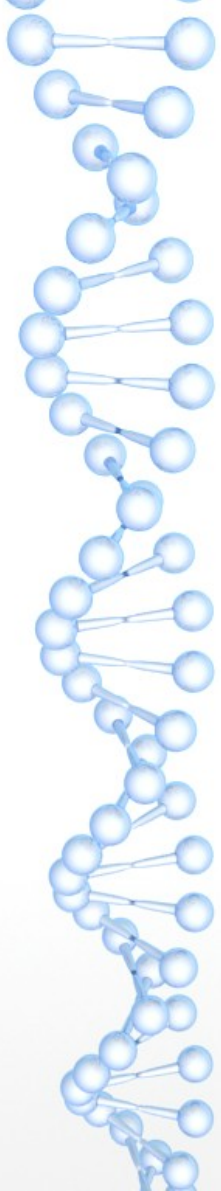
# Olasılık bu değil!

- Toplumun %10'unda hastalığın görölmesi demek herhangi 100 kişi içinde mutlaka 10 kişinin hasta olması anlamına gelmez.
- Bazı 100 kişilik gruplarda bu sayı daha yüksek olabileceği gibi daha düşük de olabilir. Hatta muhakkak olur.

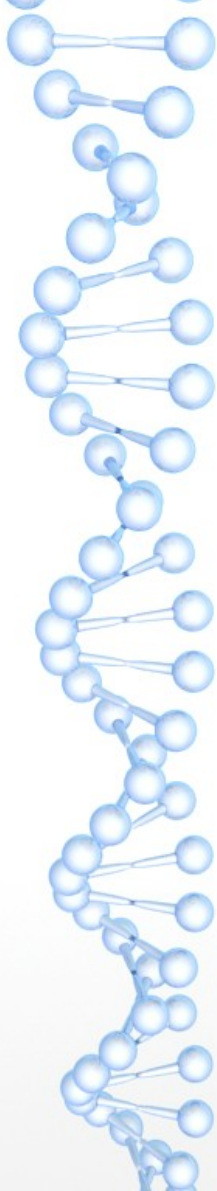


# Rastgele yazı-tura atalım

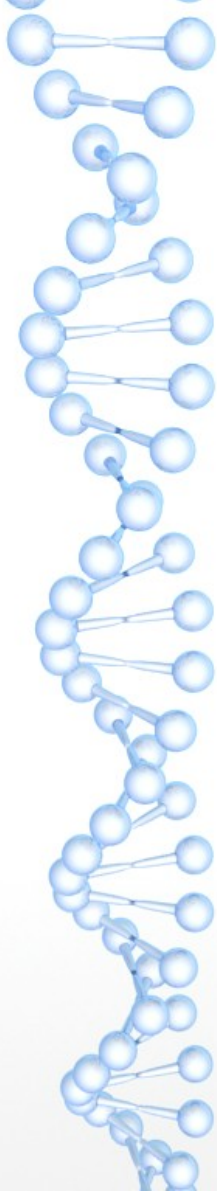
```
from random import randint  
liste = []  
for i in range(500):  
    liste.append(randint(0,1))  
print(liste)
```



0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1,  
0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1,  
1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1,  
1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0,  
1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1,  
1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0,  
1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0,  
1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0,  
0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1,  
1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1,  
0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1,  
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1,  
0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1,  
0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1



0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1,  
0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1,  
1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1,  
1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0,  
1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1,  
1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0,  
1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0,  
1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0,  
0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1,  
1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1,  
0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1,  
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1,  
0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1,  
0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1



0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1,  
0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1,  
1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1,  
1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0,  
1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, **1, 1, 1, 1, 1,**  
**1, 1, 1, 1, 1,** 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0,  
1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0,  
1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0,  
0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1,  
1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1,  
0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, **1,**  
**1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,** 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1,  
0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1,  
0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1