

SPRAWOZDANIE

Zajęcia: Matematyka Konkretna

Prowadzący: prof. dr hab. Vasyl Martsenyuk

Zadanie 1

Temat: Analiza macierzowa. Rozkład SVD
Wariant 13

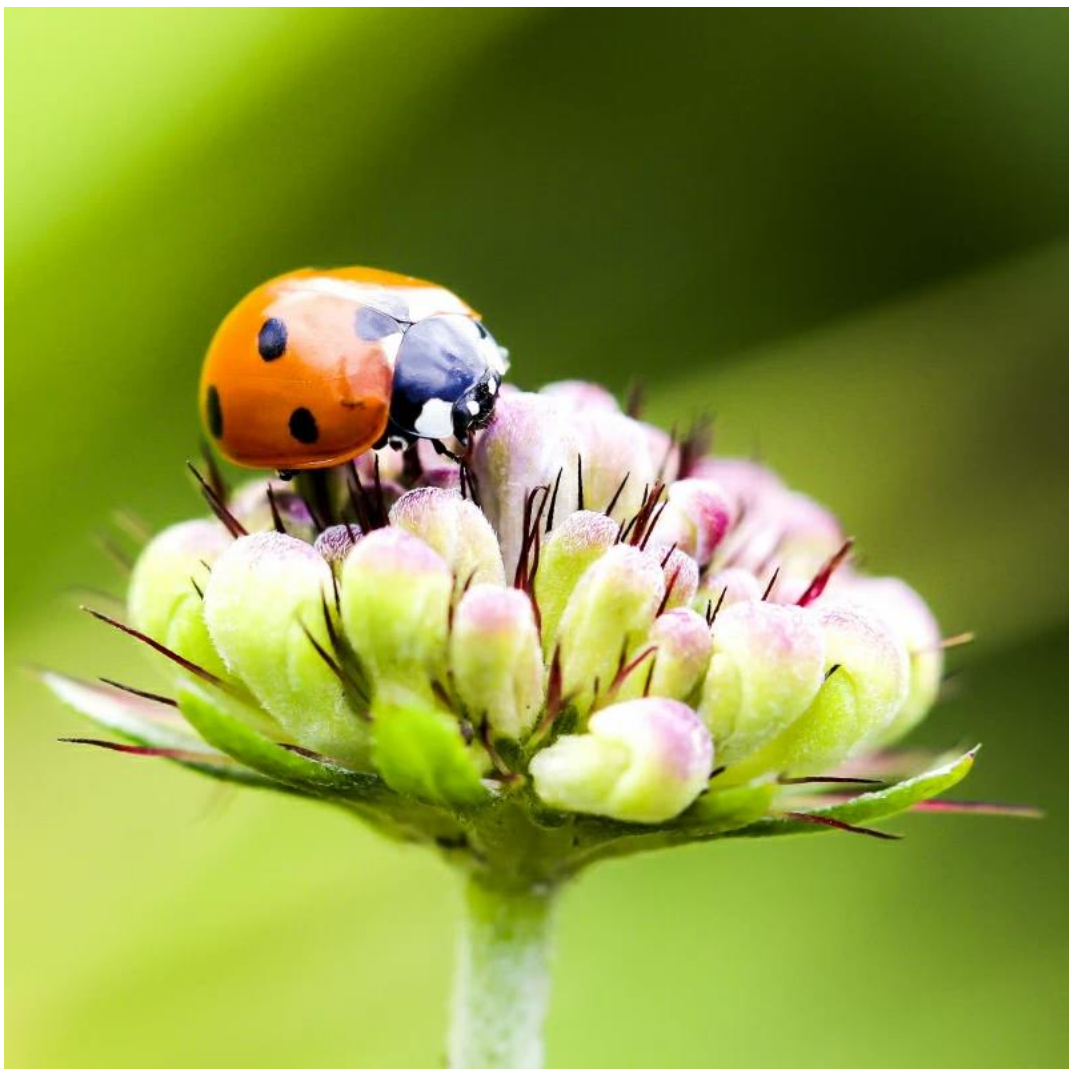
Łukasz Pindel
Informatyka II stopień,
stacjonarne,
2 semestr,
Gr. 1B

1. Polecenie:

Zadaniem do zrealizowania jest skompresowanie obrazu metodą SVD zgodnie z wariantem zadania. Celem jest zachowanie liczby wartości singularnych, które pozwalają na zachowanie 90% informacji na obrazie.

2. Wprowadzane dane:

Wariant 13 – obraz wykorzystany do SVD.



Rysunek 1: Obraz wykorzystany do zadania

3. Wykorzystane komendy:

Wczytywanie obrazu:

Funkcja `imread('13.webp')` wczytuje obraz z pliku "13.webp". Następnie funkcja `np.mean(A, -1)` oblicza średnią po ostatniej osi obrazu, co przekształca obraz do skali szarości, jeśli obraz jest w kolorze.

Obliczanie SVD (Singular Value Decomposition):

Wykorzystując funkcję `np.linalg.svd(X, full_matrices=False)`, dokonywana jest dekompozycja wartości singularnych (SVD) na obrazie X. Otrzymany wynik to macierze lewych wektorów singularnych (U), wartości osobliwe (S) oraz macierz prawych wektorów singularnych (VT).

Konstrukcja przybliżonego obrazu:

Aby skonstruować przybliżony obraz, użyto równania $\mathbf{X_{approx}} = \mathbf{U[:, :r]} @ \mathbf{S[0:r, :]} @ \mathbf{VT[:, :r]}$, gdzie r to liczba wartości singularnych użytych do rekonstrukcji obrazu. Tutaj dzielone są macierze U, S i VT, aby uwzględnić tylko pierwsze r wartości singularnych.

Wyświetlanie przybliżonego obrazu:

Funkcja `plt.imshow(Xapprox, cmap='gray')` wyświetla przybliżony obraz w skali szarości. Wywołania `plt.axis('off')` i `plt.title('r='+str(r))` wyłączają oznaczenia osi i dodają tytuł wykresu informujący o liczbie wartości singularnych użytych do rekonstrukcji.

Obliczanie liczby wartości osobliwych dla zachowania 90% informacji:

Przy pomocy obliczeń, takich jak `total_variance = np.sum(np.diag(S))` oraz `cumulative_variance = np.cumsum(np.diag(S))`, obliczona została suma wartości osobliwych oraz kumulatywną sumę wartości singularnych. Następnie dzięki `index_90_percent = np.argmax(percentage_variance >= 0.9)` znaleziono indeks liczby wartości singularnych, która zachowuje co najmniej 90% informacji na obrazie.

Zaznaczenie 90% informacji na wykresie:

Linia `plt.axvline(x=index_90_percent, color='r', linestyle='--', label='90%')` dodaje pionową linię wskazującą indeks, w którym osiągnięto 90% informacji na wykresie kumulatywnej sumy wartości singularnych.

Link do repozytorium:

https://github.com/denniak/MK/tree/main/MK_1

4. Wynik działania:



Rysunek 2: Przekształcony obraz z wariantu do skali szarości

(800,)

$r=5$



Rysunek 3: Obraz zrekonstruowany z użytą do tego liczbą wartości singularnych równą 5

$r=20$



Rysunek 4: Obraz zrekonstruowany z użytą do tego liczbą wartości singularnych równą 20

$r=100$

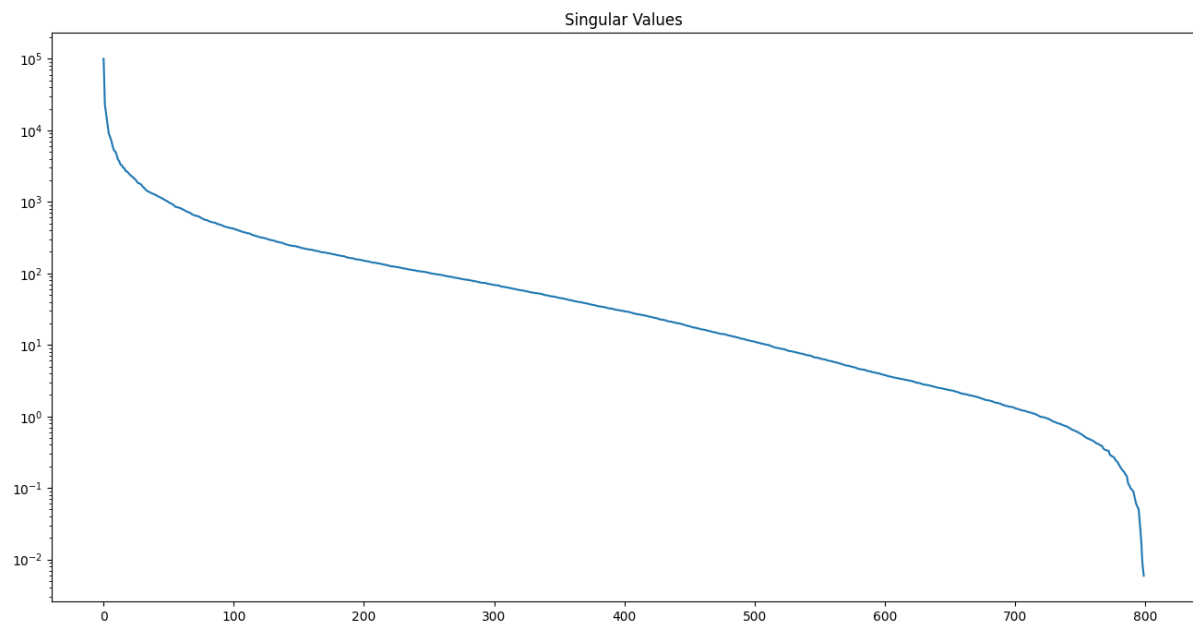


Rysunek 5: Obraz zrekonstruowany z użytą do tego liczbą wartości singularnych równą 100

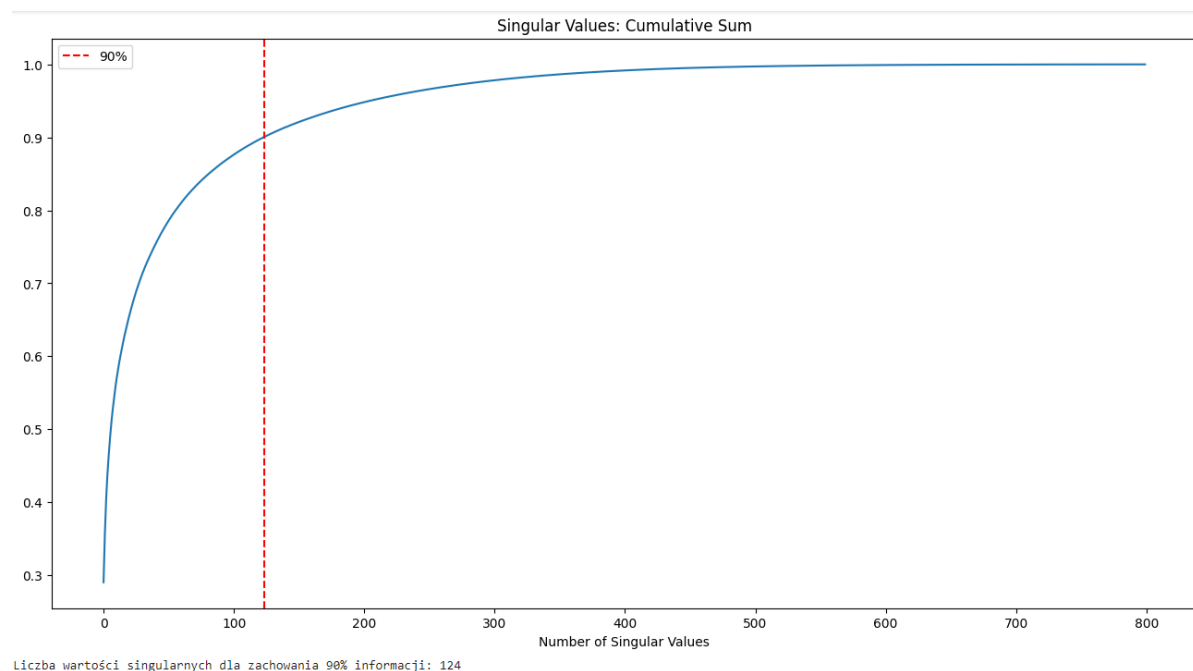
$r=650$



Rysunek 6: Obraz zrekonstruowany z użytą do tego liczbą wartości singularnych równą 650



Rysunek 7: Wyświetlenie wartości singularnych w skali logarytmicznej



Rysunek 8: Wyświetlenie kumulatywnej sumy wartości singularnych jako procent całkowity

5. Wnioski:

Na podstawie otrzymanego wyniku można stwierdzić, że zastosowanie metody SVD do kompresji obrazu pozwala na efektywne zachowanie informacji przy redukcji wymiarowości. Wybór odpowiedniej liczby wartości singularnych ma kluczowe znaczenie dla jakości rekonstrukcji obrazu, gdzie większa liczba wartości singularnych prowadzi do lepszej jakości przybliżenia. Analiza wartości singularnych oraz ich kumulatywna suma pozwala na wybór optymalnej liczby wartości, która zachowuje wymaganą ilość informacji na obrazie. W rezultacie można osiągnąć znaczną kompresję obrazu, zachowując istotne cechy wizualne. Dla tego konkretnego przypadku, 90% informacji jest zachowywane dla liczby wartości singularnych równych 124.