Preuves inductives

Boucle : **Tantque** Cond **Faire** $\cdots$ **Ftantque**
Arrêt ; Correction ; Coût
$P(f(v_1, \cdots, v_n))$: f à valeur dans un ensemble muni d'une relation d'ordre nœthérienne.

Boucle : **Pour** $k = a$ **à** b **Pas** c **Faire** $\cdots$ **Fpour**
Correction ; Coût
$P(k)$: k indice de boucle

Récursif : Algo$(x_1, \cdots, x_n)$
Arrêt ; Correction ; Coût
$P(f(x_1, \cdots, x_n))$: f à valeur dans un ensemble muni d'une relation d'ordre nœthérienne.

Modèle de calcul :
Opérations élémentaires ont un coût constant (modèle logarithmique) donc "sont en" $\mathcal{O}(1)$.

- tests : = ; ? ; ¡ ; $\cdots$
- opérations arithmétiques : + ; - ; * ; $\cdots$
- opérations logiques : ? ; ? ; $\cdots$
- affectation
- appel, retour de fonction (pas la fonction!)
- saut
- $\cdots$

Fact(n) /* $n \geq 1$ */

```
Res := 1 ;
Pour i=1 à n Faire
Res := Res * i ;
Fpour
Skip ;
```

Fact(n) /* $n \geq 1$ */

```
Res := 1 ;
Tantque n ≠ 1 Faire
Res := Res * n ;
n:= n-1 ;
FTantque ;
Skip ;
```

Les Tris

Tri externe	:	# (Entrée/Sortie)		
Tri interne	:	# opérations "élémentaires"	:	$(\{clefs\}, \leq_{clefs}) \longrightarrow (I, \leq_{\mathbb{N}})$

Tri Sélection / Selection Sort
Tri-Sélection (T, deb, fin)
/* T : tableau d'entiers distincts ; deb et fin : indice */
/* T est trié suivant l'ordre naturel sur les entiers */

```
Si deb < fin Alors
k := deb;
Pour i := deb à fin Faire
Si T[i] > T[k] Alors k := i Fsi
Fpour
Echanger(T, k, fin);
Tri-Sélection(T, deb, fin-1);
Fsi
```

1. Terminaison
2. Correction
3. Nombre d'appels à "Echanger"
4. Nombre de comparaisons
5. Nombre d'affectations de la variable "k"
6. Que cela change-t-il lorsque les éléments ne sont pas nécessairement distincts ?

Théorème général

$$T_A(n) = a \times T_A(\frac{n}{b}) + f(n)$$

Théorème 1 *Soient* $a \geq 1$, $b > 1$, $n \in IN$.

- *Si* $f(n) \in \mathcal{O}(n^{lg_b(a)-\epsilon})$ *avec* $\epsilon > 0$ *alors* $T_A(n) \in \Theta(n^{lg_b(a)})$
- *Si* $f(n) \in \Theta(n^{lg_b(a)})$ *alors* $T_A(n) \in \Theta(n^{lg_b(a)} \times lg(n))$
- *Si* $f(n) \in \Omega(n^{lg_b(a)+\epsilon})$ *avec* $\epsilon > 0$*, et si, pour* $c < 1$ *et* $n \geq n_0$, $a \times f(n/b) \leq c \times f(n)$ *alors* $T_A(n) \in \Theta(f(n))$