

Laborator 5 Metode Numerice:

Metode numerice directe pentru rezolvarea sistemelor liniare:

Metoda lui Gauss, Metoda factorizării LU

- Probleme propuse -

1. Să se construiască algoritmul de rezolvare a ecuațiilor liniare de forma:
 $ax + b = 0, a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}$.

2. Folosind Metoda lui Gauss, să se scrie algoritmul de rezolvare a unui sistem
 algebric liniar de două ecuații cu două necunoscute, de forma

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases},$$

unde $a_{ij}, b_i \in \mathbb{R}, i, j = \overline{1, 2}$. Să se determine apoi soluțiile următoarelor sisteme
 de ecuații:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 = -1 \\ -3x_1 + 2x_2 = 6 \end{cases}, \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 - 5x_2 = 12 \\ 2x_1 + x_2 = 2 \end{cases}.$$

3. Folosind Metoda lui Gauss, să se scrie algoritmul de rezolvare a unui sistem
 algebric liniar de "n" ecuații cu "n" necunoscute, de forma

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases},$$

unde $a_{ij}, b_i \in \mathbb{R}, i, j = \overline{1, n}$. Să se determine apoi soluțiile următoarelor sisteme
 de ecuații:

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = -2 \end{cases}, \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 4 \end{cases}.$$

4. Să se factorizeze, prin Metoda factorizării LU (Lower-Upper) matricea

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 11 \\ 3 & 14 & 25 \end{bmatrix}$$

și să se rezolve sistemul $Ax = b$ pentru $b = \begin{bmatrix} 14 \\ 51 \\ 106 \end{bmatrix}$. Folosiți funcția Matlab `lu()`.

5. Să se rezolve următorul sistem de ecuații liniare, folosind Metoda factorizării LU:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1 \end{cases}.$$

Observație:

Rezolvarea sistemelor de ecuații $Ax = b$ prin factorizare LU se realizează folosind următoarele etape:

1) determinarea matricelor L și U cu funcția Matlab `lu()`, folosind apelul `[L,U]=lu(A)`;

2) Determinarea vectorilor $Y = L \backslash b$ și $x = U \backslash Y$. Această etapă poate fi scrisă compact astfel: $x = U \backslash (L \backslash b)$.