

# 第3学年 電気電子工学実験実習報告書

## 5 インダクタンス測定

実験日 令和4年12月9日(木)  
令和4年12月16日(木)

班	学生番号	氏名
2	3322	高橋広旭

共同実験者名

3302 新川史人、3306 上野航暉、3314 城戸貴博

提出日			備考	評価
予定日 12/16				
提出日				

## 1 目的

本実験の目的はインダクタンスの理論的理解及び自己インダクタンス，相互インダクタンスについて実験によってその理論的特性を確認することにある。加えて相互インダクタンスを応用した同調回路（共振回路）の学習を行う。

## 2 原理

### 2.1 インダクタンス

電気と磁気の相互作用により，閉路電流  $I$  [A] に対して磁束  $\phi$  [Wb/m<sup>2</sup>] が生じる。このとき閉路電流に対する磁束の比率をインダクタンスと呼び， $L$  [H] であらわす。すなわち

$$\phi = LI \quad (1)$$

とインダクタンスは表現される。また閉回路を鎖交する磁束  $\Phi$  と閉回路に生じる起電力  $V$  [V] の関係を表す電磁誘導の法則

$$V = n \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\Phi}{dt} \quad (2)$$

に式 (1) を代入することで電気回路におけるインダクタンスの基本式

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad (3)$$

が得られる。ただし  $v_L(t)$  はインダクタ電圧， $i_L(t)$  はインダクタ電流である。式 (3) 中の鎖交磁束  $\phi$  がインダクタ自身から生じたものである場合，式 (3) であらわされる電圧を自己誘導電圧と呼び，比例係数を自己インダクタンスと呼ぶ。逆に式 (3) 中の鎖交磁束  $\phi$  がインダクタ自身から生じたものでない場合誘導される電圧を相互誘導電圧と呼び，比例係数を相互インダクタンスと呼ぶ。

### 2.2 自己インダクタンスとその測定原理

図 1 に無限ソレノイドコイルの概形図を示す。透磁率  $\mu$  [H/m]、コイル半径  $a$  [m]、コイルの単位長あたりの巻き数  $N$  [turn/m] を用いて、無限長ソレノイドコイルにおける単位長あたりの自己インダクタンス  $L_0$  [H] を求める式は式 (4) のように表せられる。

$$L_0 = \mu\pi a^2 N^2 \quad (4)$$

しかし、実際のソレノイドコイルは有効長であり、磁束漏れが生じることなどから自己インダクタンスは式 (4) より小さくなる。その減少係数を長岡係数  $\lambda$  [-] として表し、式 (5) のような関係で示される。

$$L_e = \lambda\mu\pi a^2 N^2 \quad (5)$$

従って長岡係数を実験的に求めるためには測定インダクタンスを  $L_e$  [H]、理論値を  $L_0$  [H] とすると次式で表される。

$$\lambda = L_e/L_0 \quad (6)$$

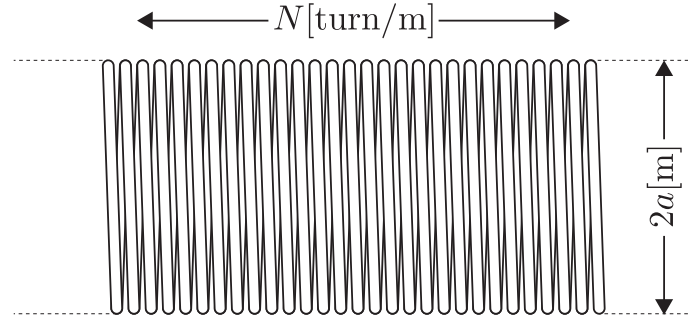


図 1: 無限長ソレノイドコイル

### 2.3 相互インダクタンスとその測定原理

和動接続は図 2 のように 2 つのコイルに同じ向きの電流が流れるように接続することである。その合成インダクタンス  $L_{sum}$  [H] は一次コイル  $L_a$  [H] と二次コイル  $L_b$  [H]、相互インダクタンス  $M$  [H] は式 (7) のように表される。

$$L_{sum} = L_a + L_b + 2M \quad (7)$$

差動接続は図 3 のように 2 つのコイルに逆の向きの電流が流れるように接続することである。その合成インダクタンス  $L_{dif}$  [H] は式 (8) のように表される。

$$L_{dif} = L_a + L_b - 2M \quad (8)$$

また、式 (7) と式 (8) より

$$M = \frac{L_{sum} - L_{dif}}{4} \quad (9)$$

と式変形することが可能である。従って、 $M$  を測定するためには  $L_{sum}$  と  $L_{dif}$  を測定する必要がある。また、コイル a で発生した磁束のうちコイル b に鎖交する磁束の割合を  $k_m$  [-] と表すと式 (10) のように示される。

$$k_m = \frac{M}{\sqrt{L_a L_b}} \quad (10)$$

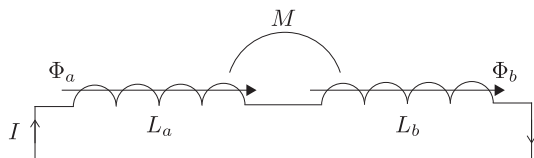


図 2: 和動接続

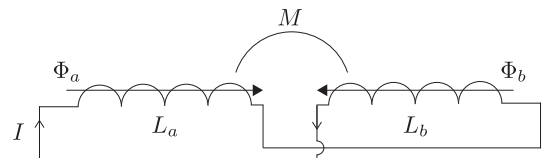


図 3: 差動接続

### 2.4 同調回路とその測定原理

LC 並列回路を図 4 に示す。この回路はインピーダンスの虚数成分が 0 のとき発振する。この時の周波数を共振周波数  $f$  [Hz] といい、インダクタンス  $L$  [H] とキャパシタンス  $C$  [F] を用いて式 (11) のように表される。

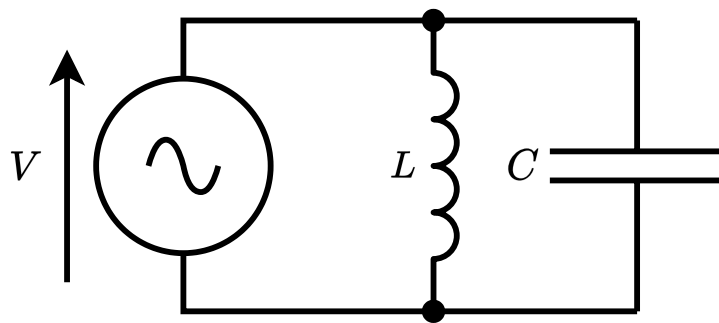


図 4: 同調回路

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (11)$$

### 3 実験方法

#### 3.1 使用器具

表 1 に使用した器具を示す。また、自己インダクタンス測定回路の回路図を図 5 に、相互インダクタンス測定回路の回路図を図 6 に示す。

表 1: 使用器具

機器名	製造元	型番
LCR メータ	CUSTOM	LEC-121D
ファンクションジェネレータ	IWATSU	SG-4104
オシロスコープ	KEYSIGHT	MSOX2012A
自己インダクタンス測定回路		
相互インダクタンス測定回路		

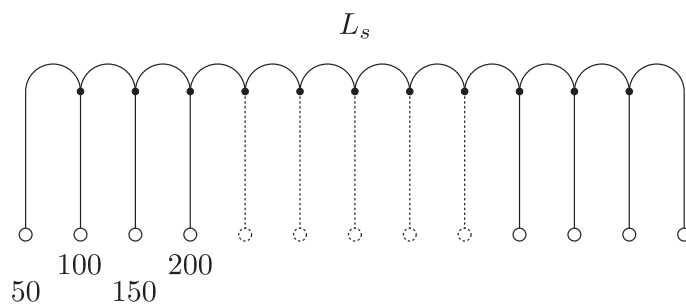


図 5: 自己インダクタンス測定回路

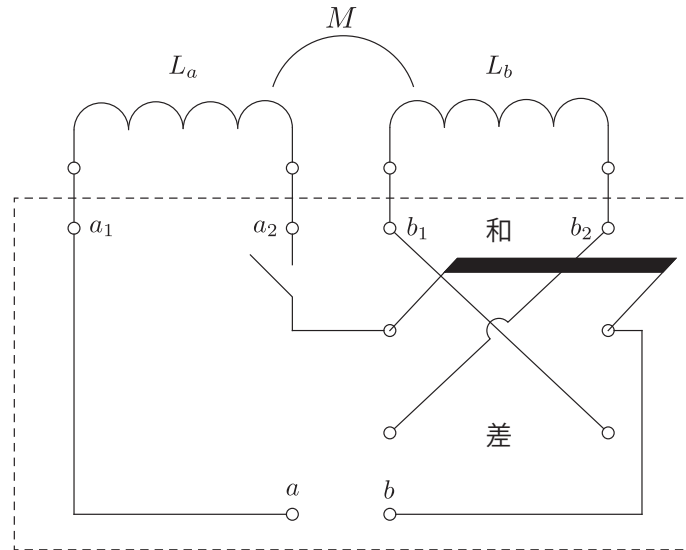


図 6: 相互インダクタンス測定回路

### 3.2 自己インダクタンスの測定

1. コイル最大長  $l_{max}$ 、コイルの巻き数  $N$ 、最大巻き数  $N_{max}$  を用いて各測定点のコイルの長さを算出した。
2. 式 (4) に 1. で算出した長さを掛け、各測定点の自己インダクタンスを算出した。
3. 自己インダクタンス測定回路用いて巻き数 50 から 550 巻きまでの自己インダクタンスを測定した。
4. 測定結果と計算結果から長岡係数を算出し、片対数グラフに描写した。

### 3.3 相互インダクタンスの測定

1. コイル a とコイル b の自己インダクタンスを測定した。
2. コイル a をコイル b に差し込み、コイル a の位置を 0 cm に設定した。
3. 回路を和動接続にし、端子 ab 間のインダクタンスを測定した。
4. 回路を差動接続にし、端子 ab 間のインダクタンスを測定した。
5. コイル a を 2 cm ずつに移動させ、3,4 を繰り返し測定した。
6. 測定結果を用いて相互インダクタンスと結合係数を求め図に描写した。

### 3.4 誘導電圧測定

1. 図 7 に示す回路に組み換え、コイル a の位置を 0 cm、 $V_1$  を 0.5 V、 $f$  を 10 kHz に設定し、 $V_2$  を測定した。
2. コイル a を 2 cm ずつに移動させ、 $V_2$  測定した。
3. 測定結果を用いて結合係数を求め図に描写した。

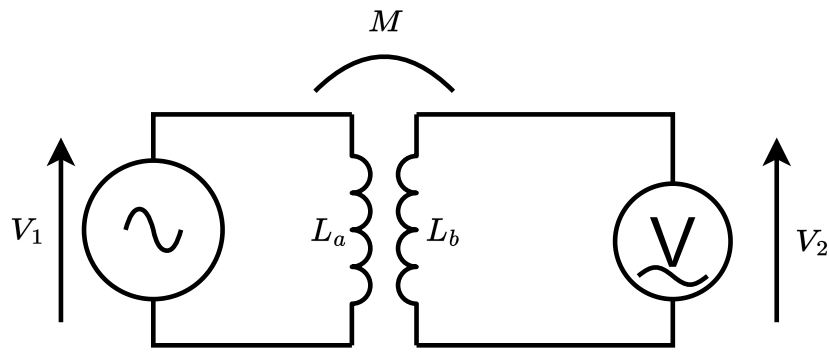


図 7: 誘導電圧測定回路

### 3.5 同調回路測定

1. 図 8 に示す回路に組み替え、コイル a の位置を 10 cm、 $V_1$  を 0.5 V、 $C$  を 0.1  $\mu\text{F}$  と設定した。
2.  $f=5$ 、7、10、20、30、50 kHz と、共進周波数近傍の  $V_2$  を測定した。
3. 片対数グラフに周波数と  $V_2$  の関係を描写した。

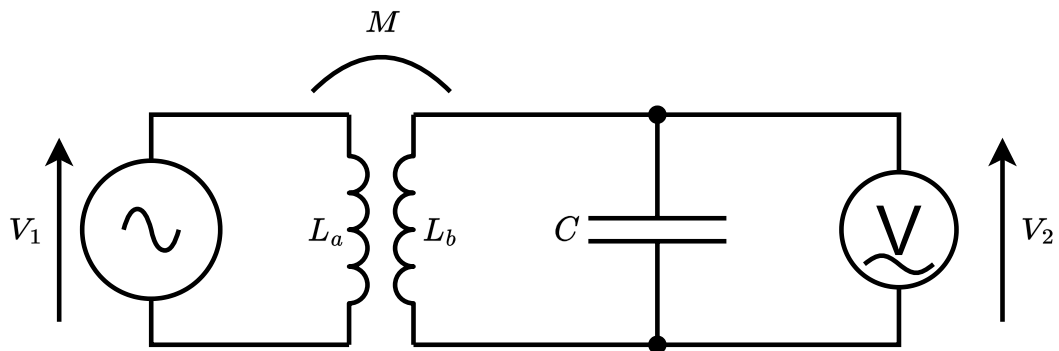


図 8: 同調回路

## 4 結果

### 4.1 自己インダクタンスの測定結果

自己インダクタンスの測定結果を表 2 に示す。また、直径/長さ と 長岡係数の関係を片対数グラフに示したものを図 9 に示す。

表 2: 自己インダクタンスの測定結果

コイル巻き数 $N$ [Turn]	長さ $l$ [m]	インダクタンス 計算値 $L_0$ [mH]	インダクタンス 測定値 $L'_0$ [mH]	測定長岡係数 $k$ [-]
0	0.000	0.000	0.015	-
50	0.038	0.103	0.052	0.505
100	0.077	0.206	0.147	0.714
150	0.115	0.309	0.246	0.796
200	0.153	0.412	0.343	0.833
250	0.192	0.515	0.447	0.868
300	0.230	0.618	0.546	0.884
350	0.268	0.721	0.648	0.899
400	0.307	0.824	0.752	0.913
450	0.345	0.927	0.855	0.922
500	0.383	1.030	0.957	0.929
550	0.422	1.133	1.061	0.937

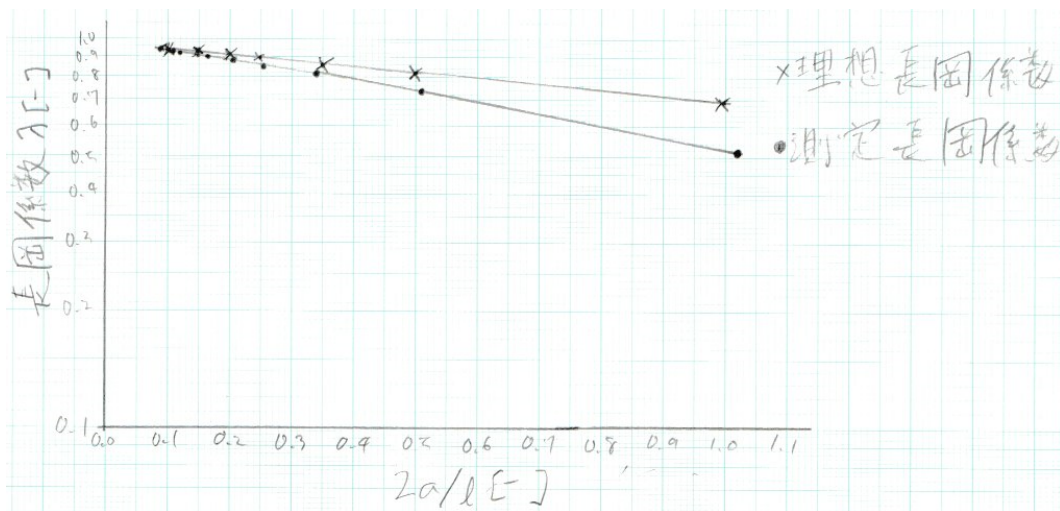


図 9: 直径/長さ と長岡係数の関係

#### 4.2 相互インダクタンスの測定

相互インダクタンスの測定結果を表 3 に示す。また、図 10 に結合係数と結合位置のグラフを示す。

表 3: 相互インダクタンスの測定結果

結合位置 $x$ [cm]	結合深さ [cm]	和動 $L_{sum}$ [mH]	差動 $L'$ [mH]	相互インダクタンス $M$ [mH]	結合係数 [-]
0	14.1	2.66	1.01	0.413	0.476
2	12.1	2.66	1.01	0.413	0.476
4	10.1	2.63	1.04	0.398	0.458
6	8.1	2.55	1.11	0.360	0.415
8	6.1	2.42	1.24	0.295	0.340
10	4.1	2.27	1.40	0.218	0.251
12	2.1	2.11	1.45	0.165	0.190
14	0.1	2.00	1.67	0.0825	0.095
16	-1.9	1.88	1.66	0.0550	0.063
18	-3.9	1.90	1.78	0.0300	0.035
20	-5.9	1.88	1.80	0.0200	0.023

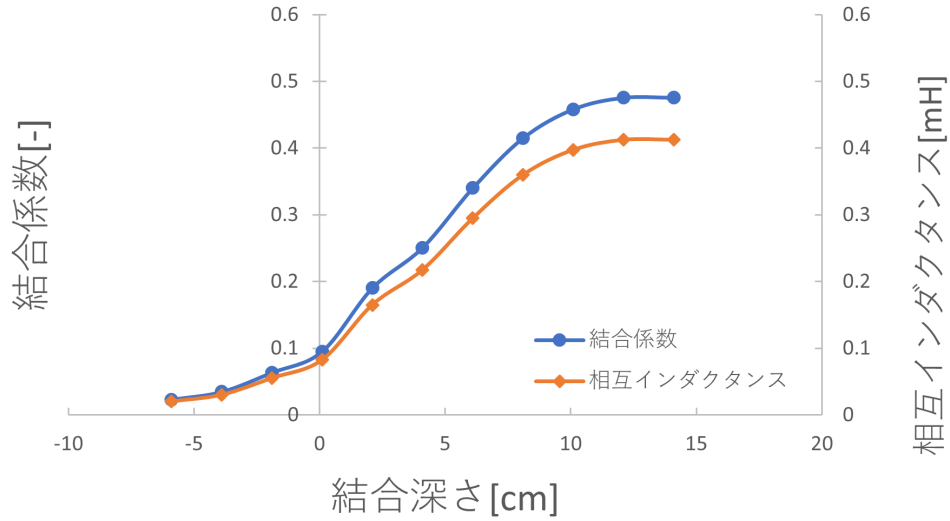


図 10: 相互インダクタンス測定実験における結合深さと結合係数、相互インダクタンス

### 4.3 誘導電圧測定

誘導電圧の測定結果を表 4 に示す。また、結合位置と結合係数の関係をグラフにあらわしたものを図 11 に示す。



表 4: 誘導電圧測定結果

結合位置 $x$ [cm]	結合深さ [cm]	$V_2$ [mV]	結合係数 [-]	相互インダクタンス $M$ [mH]
0	20	138.75	0.369	0.320
2	18	135.00	0.359	0.311
4	16	129.50	0.344	0.298
6	14	117.00	0.311	0.270
8	12	95.00	0.252	0.219
10	10	68.25	0.181	0.157
12	8	38.25	0.102	0.088
14	6	20.75	0.055	0.048
16	4	10.75	0.029	0.025
18	2	3.25	0.009	0.007
20	0	0.00	0.000	0.000

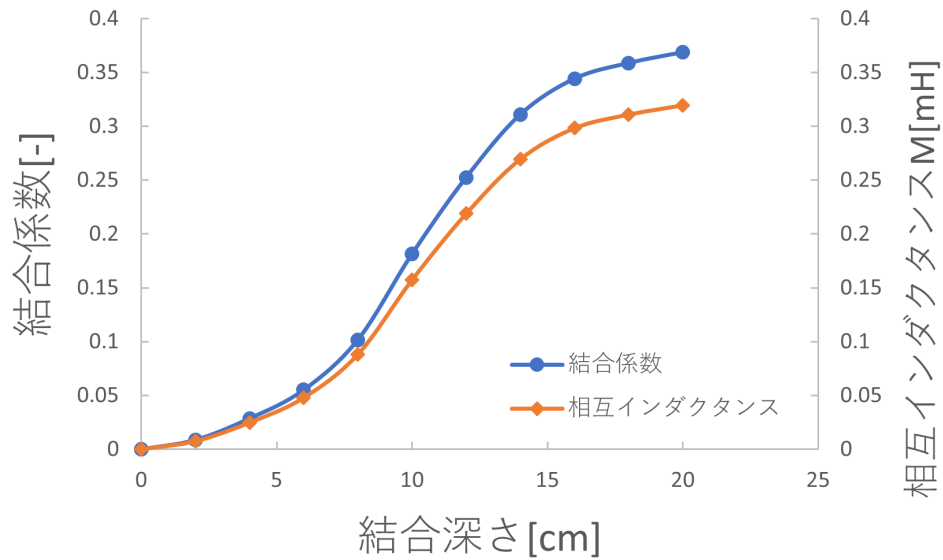


図 11: 誘導電圧測定実験における結合深さと結合係数、相互インダクタンス

#### 4.4 同調回路測定

同調回路の測定結果を表 5 に示す。また、周波数と利得の関係を図 12 に示す。

表 5: 同調回路の測定結果

周波数 $f$ [kHz]	$V_2$ [mV]	利得 [dB]
5.0	105.00	-13.56
7.0	116.25	-12.67
10.0	132.50	-11.54
13.0	165.00	-9.63
14.0	190.00	-8.40
15.0	215.00	-7.33
16.0	265.00	-5.51
17.0	350.00	-3.10
17.5	495.00	-0.09
18.0	831.25	4.42
18.2	1100.00	6.85
18.3	1100.00	6.85
18.4	1118.75	7.00
18.5	1131.25	7.09
18.7	1062.50	6.55
19.0	975.00	5.80
20.0	700.00	2.92
21.0	485.00	-0.26
22.0	365.00	-2.73
25.0	187.00	-8.54
30.0	92.50	-14.66
50.0	32.00	-23.88

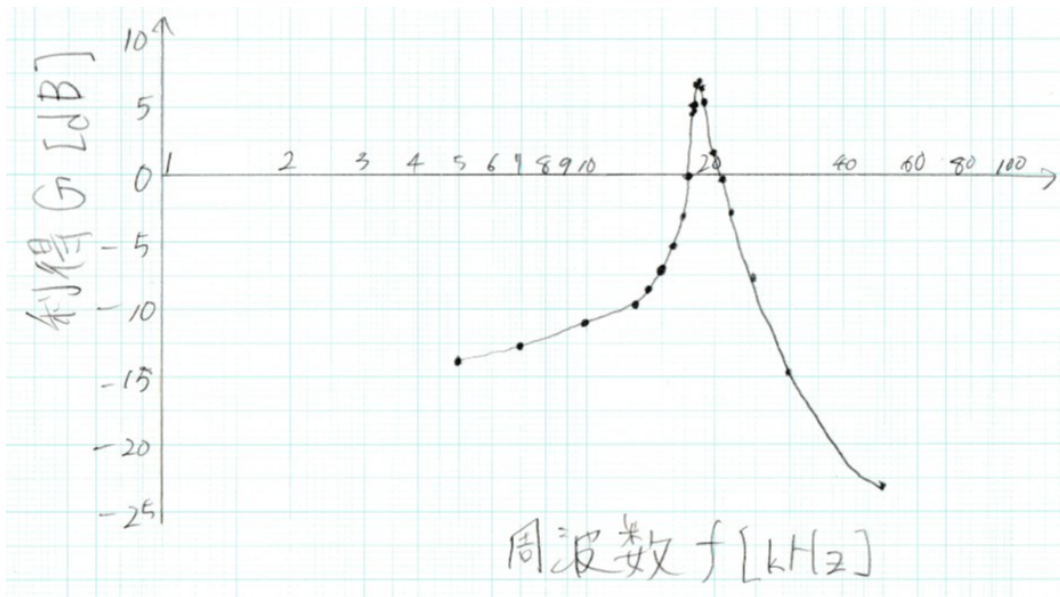


図 12: 周波数と利得の関係

## 5 考察

### 5.1 電磁気学に基づき無限ソレノイドコイルの自己インダクタンスを導出せよ

無限長ソレノイドコイルの単位長あたりの巻き数を  $N$ 、コイルの半径を  $a$  とする。この時の磁界  $H$  はアンペールの法則より

$$H = NI \quad (12)$$

となる。磁束密度  $B$  は磁界に透磁率  $\mu$  を掛けたものであるから

$$B = \mu H = \mu NI \quad (13)$$

となる。鎖交磁束  $\Phi$  は磁束密度を用いて以下のように求めることができる。

$$\Phi = NBS = \mu N^2 I \pi a^2 \quad (14)$$

自己インダクタンス  $L$  は磁束密度を電流で割ると求められるから

$$L = \frac{\Phi}{I} = \mu N^2 \pi a^2 \quad (15)$$

となる。従って、無限ソレノイドコイルの自己インダクタンス  $L$  は以下のように表される。

$$L = \mu N^2 \pi a^2 \quad (16)$$

### 5.2 自己インダクタンスの測定により求めた長岡係数を理論値と比較せよ

図 9 より、測定値のほうが理論値よりも低い値であることがわかる。特に  $\frac{2a}{l}$  の値が大きくなると長岡係数の理論値と計測値の差が大きくなる性質があると考えられる。また、今回の実験で用いた装置は長年使用している機器であるため磁束の漏れやコイルの直径のずれが生じ誤差の要因となったと考えられる。

### 5.3 相互誘導系に対して、2つのコイルの結合深さと相互インダクタンス、結合係数の関係を考察せよ

図 10、図 11 より、相互インダクタンスと結合係数はある程度結合深さが深くなると飽和することがわかる。これは、結合深さが深くなると鎖交磁束をより多く発生出来るからである。また、飽和する原因は結合深さが深くなりすぎるとそれ以上鎖交出る磁束なくなるからだと考えられる。従って、相互インダクタンスや結合係数の飽和を緩和するためには2つのコイルの半径をほぼ同一にしたり鉄心を用いるべきである。

### 5.4 同調回路の実験において共振周波数の理論値を回路理論に基づき導出し、測定結果と比較せよ

同調回路の等価回路を図 13 に示す。

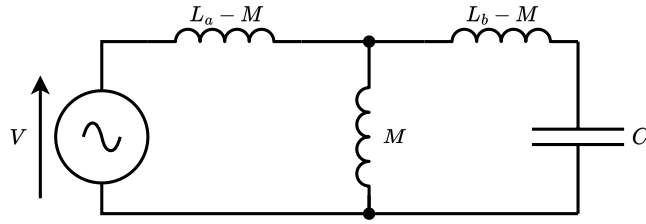


図 13: 同調回路実験で用いた回路の等価回路

この回路のインピーダンス  $Z$  は

$$Z = j\omega(L_a - M) + \frac{(j\omega(L_b - M) - j\frac{1}{\omega C})(j\omega M)}{j\omega(L_b - M) - j\frac{1}{\omega C} + j\omega M} \quad (17)$$

$$= j\omega \left( L_a - M + \frac{M(1 + \omega C)(L_b - M)}{1 - \omega^2 CL_b} \right) \quad (18)$$

となる。この式を  $\omega$  について解くと

$$\omega = \sqrt{\frac{L_a}{C(L_a L_b - M^2)}} \quad (19)$$

となる。このとき共振周波数  $f$  は

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{L_a}{C(L_a L_b - M^2)}} \quad (20)$$

となる。この式に素子の値を代入すると

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{L_a}{C(L_a L_b - M^2)}} \quad (21)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1.152 \times 10^{-3}}{0.1 \times 10^{-6}(1.152 \times 10^{-3} \times 0.653 \times 10^{-3} - (0.215 \times 10^{-3})^2)}} \quad (22)$$

$$= 20329.86 \quad (23)$$

$$\approx 20.32 \times 10^3 \quad (24)$$

となる。測定によって求められた共振周波数は約 18.5 [kHz] である。これらの相対誤差率は

$$\epsilon = \frac{20.32 - 18.5}{18.5} \times 100 \quad (25)$$

$$\approx 8.957[\%] \quad (26)$$

となり、概ね近い値ではあるが誤差率が高い結果となってしまった。

## 5.5 その他の考察

今回の実験では長岡係数が理論値より小さくなったが、ここでは長岡係数を理論値に近づける方法を考える。図 9 の横軸は  $\frac{2a}{l}$  である。5.2 より  $\frac{2a}{l}$  の値が大きくなると長岡係数の誤差が大きくなる。従って、分母の  $l$  を大きくすることで  $\frac{2a}{l}$  の値を小さくし、長岡係数の誤差を小さくできると考える。これは  $\frac{2a}{l}$  が 0 のとき長岡係数が 1 になることから、漏れ磁束の無い無限長ソレノイドコイルに近づくため漏れ磁束の量が減るからだ考える。これは実験でも  $\frac{2a}{l}$  の  $l$  のみ変化させて測定を行い、表 2 と図 9 から同様の傾向が見られるといえる。

## 6 結論

本実験を通して、インダクタンスの理論的理解及び自己インダクタンス，相互インダクタンスについて実験によってその理論的特性を確認することができた。また、相互インダクタンスを応用した同調回路（共振回路）の学習を行うことができた。

## 参考文献

- [1] TDK 株式会社, “TDK Magazine インダクタの基礎知識 1,” [https://www.tdk.co.jp/techmag/electronics\\_primer/inductor\\_vol11.htm](https://www.tdk.co.jp/techmag/electronics_primer/inductor_vol11.htm), 最終アクセス (2022 12/20)