Задача №4 Стрыгин Д.Д.
группа 306

$n=6 \quad m=25$

$f(X) = -5x-24y \to extr$

$g_1(X) = -6x+25y \geq 150$

$g_2(X) = 12x+75y \leq 900$

$x \geq 0 \quad y \geq 0$

1) Построим МДР

1-е ограничение

$-6x+25y=150$

x	y
0	6
-25	0

т. $(0,7)^T \in$ МДР т.к. $0+175 \geq 150$

2-е ограничение

$12x+75y=900$

x	y
0	12
75	0

т. $(0,0)^T \in$ МДР т.к. $0+0 \leq 900$

Ограничения $x \geq 0$ $y \geq 0$ задают I четверть координатной плоскости.

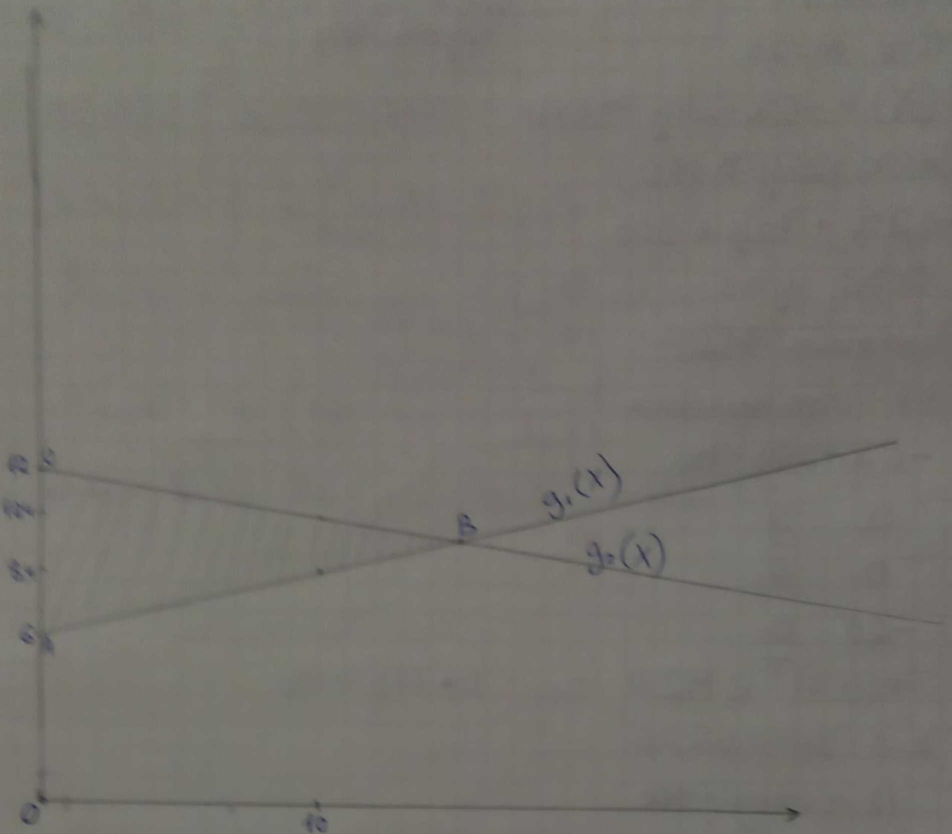
~~Найдём 2-е точки для построения прямой~~

~~$x \geq y$~~

МДР включает в себя точки, в которых ограничения выполняются одновременно. Отметим крайние точки получившегося мн-ва: A,B,C

т.A $(0,6)$ т.C $(0,12)$

Найдём координаты т.B



$g_1(X)=g_2(X) \Rightarrow \frac{6}{25}x+6=12-\frac{12}{75}x$

$\left(\frac{6}{25}+\frac{12}{75}\right)x=6$

$\left(\frac{18+12}{75}\right)x=6$

$\frac{30}{75}x=6$

$x=15$

$y=\frac{6\cdot 15+150}{25}=\frac{240}{25}=9\frac{15}{25}=9{,}6$

$B(15,\ 9{,}6)$

Построим градиент $f(X)=(-5;-24)^T$ в т. (0.0).

Построим линию уровня ф-ии $f(X)=C$, проходящую через т. (0,6). Для этого найдем значение константы C.

$C = 0 - 24 \cdot 6 = -144$, теперь построим прямую

$-5x - 24y = -144$. Построенная прямая перпендикулярна градиенту. Построенная линия уровня пересекает мн-во допустимых решений

По графику (из направления градиента) видно, что т. A – max, B – min

Решение задачи поиска min:

$x^* = 15$

$y^* = 9{,}6$

$g_1(X^*) = 150$

$g_2(X^*) = 900$

$f(X^*) = -5 \cdot 15 - 24 \cdot 9{,}6 = -305{,}4$

Решение задачи поиска max:

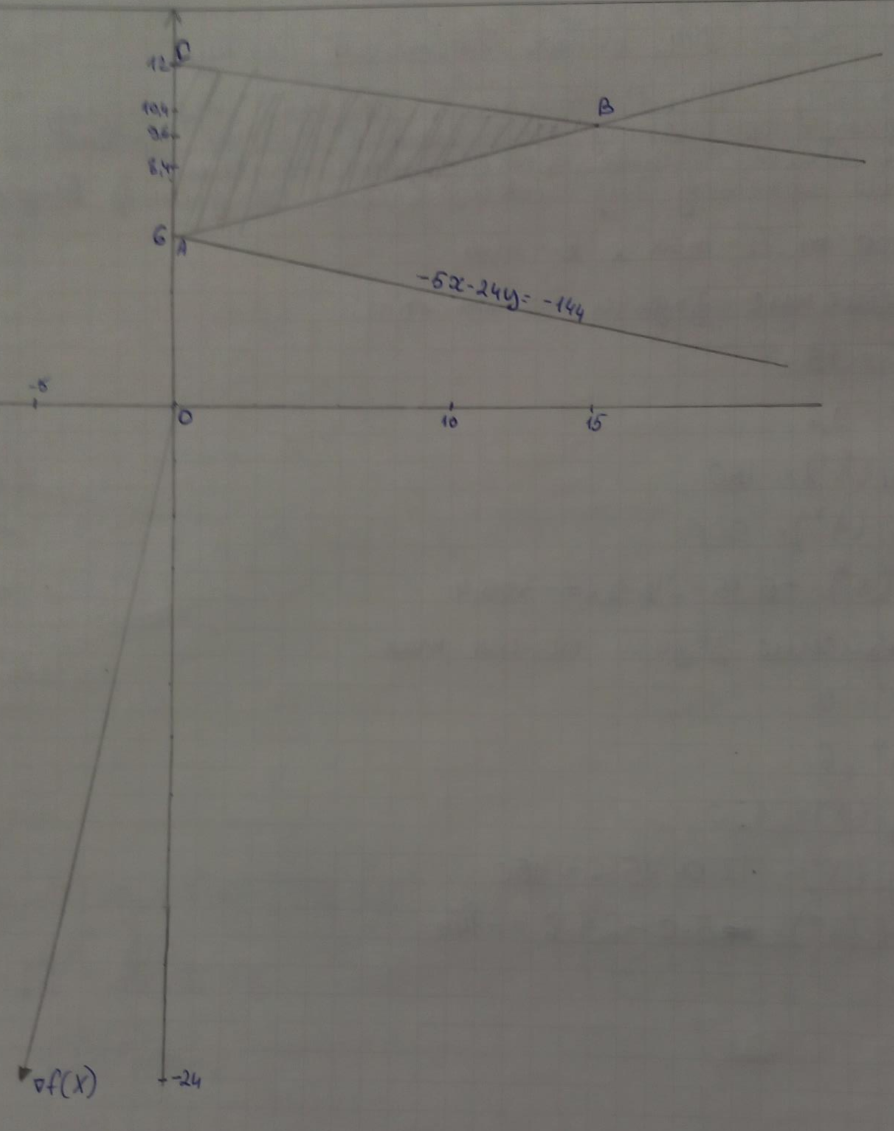
$x^* = 0$

$y^* = 6$

$g_1(X^*) = 150$

$g_2(X^*) = 12 \cdot 0 + 75 \cdot 6 = 450$

$f(X^*) = \cancel{12}5 \cdot 0 - 24 \cdot 6 = -144$



C
B
A
12
10,4
9,6
8,4
6
$-5x-24y=-144$
-5
0
10
15
-24
$\nabla f(x)$