Phân tích các yếu tố ảnh hưởng đến độ nhám bề mặt trong in 3D

III. Tiền xử lý dữ liệu

```
data <- read.csv("~/BTL_XSTK/data.csv", header = TRUE, sep = ",")
head(data, 10) #Xuất 10 dòng đầu của dữ liệu
```

```
##    layer_height wall_thickness infill_density infill_pattern nozzle_temperature
## 1          0.02              8             90          grid                 220
## 2          0.02              7             90     honeycomb                 225
## 3          0.02              1             80          grid                 230
## 4          0.02              4             70     honeycomb                 240
## 5          0.02              6             90          grid                 250
## 6          0.02             10             40     honeycomb                 200
## 7          0.02              5             10          grid                 205
## 8          0.02             10             10     honeycomb                 210
## 9          0.02              9             70          grid                 215
## 10         0.02              8             40     honeycomb                 220
##    bed_temperature print_speed material fan_speed roughness tension_strenght
## 1               60          40      abs         0        25                18
## 2               65          40      abs        25        32                16
## 3               70          40      abs        50        40                 8
## 4               75          40      abs        75        68                10
## 5               80          40      abs       100        92                 5
## 6               60          40      pla         0        60                24
## 7               65          40      pla        25        55                12
## 8               70          40      pla        50        21                14
## 9               75          40      pla        75        24                27
## 10              80          40      pla       100        30                25
##    elongation
## 1         1.2
## 2         1.4
## 3         0.8
## 4         0.5
## 5         0.7
## 6         1.1
## 7         1.3
## 8         1.5
## 9         1.4
## 10        1.7
```

1. Làm sạch dữ liệu

Các biến trong dữ liệu gồm:

- `layer_height`: Chiều cao layer
- `wall_thickness`: Độ dày
- `infill_density`: Mật độ lấp đầy
- `infill_pattern`: Mật độ mô hình
- `nozzle_temperature`: Nhiệt độ vòi phun

- `bed_temperature`: Nhiệt độ khay
- `print_speed`: Tốc độ in
- `material`: Vật liệu
- `fan_speed`: Tốc độ quạt
- `roughness`: Độ nhám bề mặt

Ta tạo một dữ liệu mới tên **new_data** gồm các biến ta quan tâm trong dữ liệu:

```
selected_columns <- c("layer_height", "wall_thickness", "infill_density", "infill_pattern",
                      "nozzle_temperature", "bed_temperature", "print_speed", "material",
                      "fan_speed", "roughness")
new_data <- data[, selected_columns]
```

2. Kiểm tra dữ liệu khuyết:

```
freq.na(new_data)
```

```
##                     missing %
## layer_height              0 0
## wall_thickness            0 0
## infill_density            0 0
## infill_pattern            0 0
## nozzle_temperature        0 0
## bed_temperature           0 0
## print_speed               0 0
## material                  0 0
## fan_speed                 0 0
## roughness                 0 0
```

Nhận xét: Không có dữ liệu nào bị khuyết.

IV. Thống kê mô tả

1. Tạo function và lập bảng tính thống kê mô tả cho các biến liên tục:

```
conts_var <- data[, c("layer_height", "wall_thickness", "infill_density",
                      "nozzle_temperature", "bed_temperature", "print_speed",
                      "fan_speed", "roughness")]
```

Trong bảng gồm các giá trị.

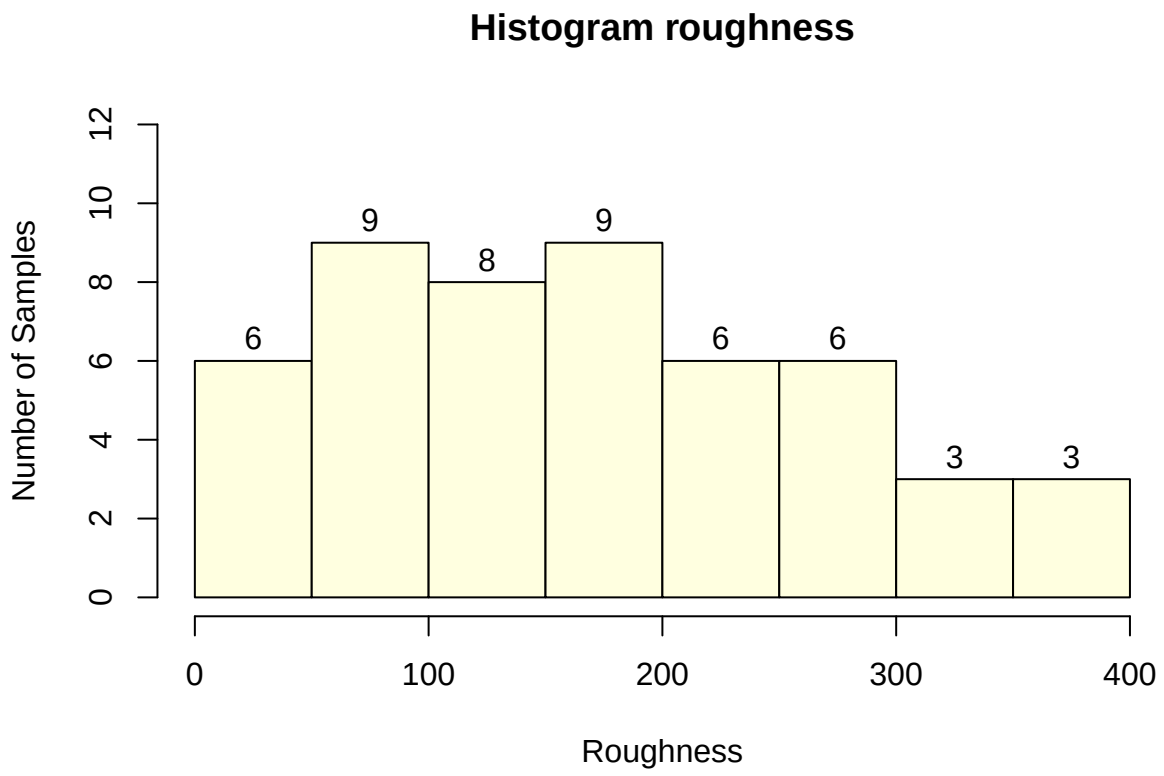
```
mean_val <- apply(conts_var, 2, mean)
sd_val <- apply(conts_var, 2, sd)
var_val <- apply(conts_var, 2, var)
median_val <- apply(conts_var, 2, median)
min_val <- apply(conts_var, 2, min)
max_val <- apply(conts_var, 2, max)
quantile1 <- apply(conts_var, 2, function(x) quantile(x, probs = 0.25))
quantile3 <- apply(conts_var, 2, function(x) quantile(x, probs = 0.75))
#Trung bình, độ lệch chuẩn, biến số, trung vị, giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất, phân vị đơn, phân vị

summary_stats <- data.frame(mean = mean_val, sd = sd_val, var = var_val,
                            median = median_val, min = min_val, max = max_val,
                            quantile1 = quantile1, quantile3 = quantile3)
knitr::kable(t(summary_stats))
```

	layer_height	wall_thickness	infill_density	nozzle_temperature	bed_temperature	print_speed	fan_speed	roughness
mean	0.1060000	5.220000	53.40000	221.50000	70.000000	64.0000	50.00000	170.58000
sd	0.0643967	2.922747	25.36348	14.82035	7.142857	29.6923	35.71429	99.03413
var	0.0041469	8.542449	643.30612	219.64286	51.020408	881.6327	1275.51020	9807.75878
median	0.1000000	5.000000	50.00000	220.00000	70.000000	60.0000	50.00000	165.50000
min	0.0200000	1.000000	10.00000	200.00000	60.000000	40.0000	0.00000	21.00000
max	0.2000000	10.000000	90.00000	250.00000	80.000000	120.0000	100.00000	368.00000
quantile1	0.0600000	3.000000	40.00000	210.00000	65.000000	40.0000	25.00000	92.00000
quantile3	0.1500000	7.000000	80.00000	230.00000	75.000000	60.0000	75.00000	239.25000

2. Vẽ đồ thị histogram thể hiện phân phối cho biến `roughness`:

```
hist(new_data$roughness, xlab = "Roughness", ylab = "Number of Samples", main = "Histogram roughness",
     col = "lightyellow", labels = TRUE, ylim = c(0, 12))
```



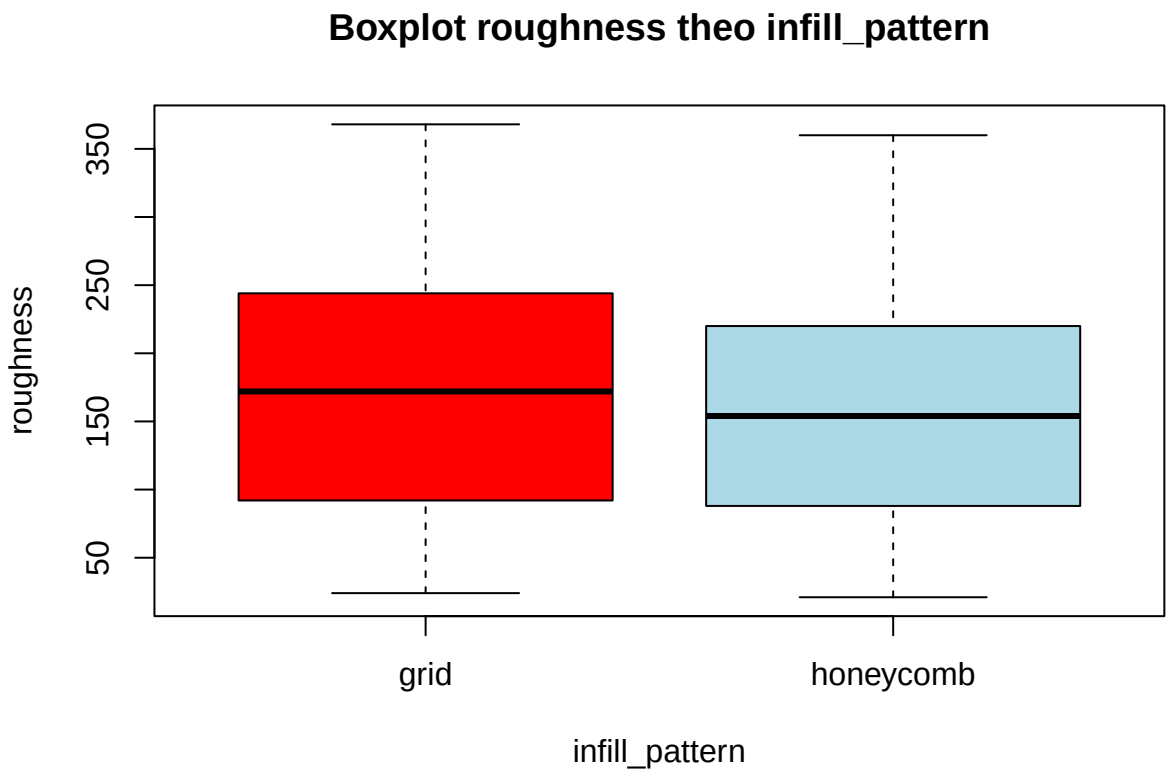
Nhận xét:

- Đồ thị phân phối hơi lệch về phải, không có phân phối chuẩn.
- Phân bố tần số cao nhất trong khoảng (50-200), và thấp nhất trong khoảng (300-400).

3. Vẽ các đồ thị boxplot thể hiện phân phối của biến roughness theo các biến phân loại.

3.1. Biểu đồ hộp so sánh độ nhám giữa các loại biến mật độ mô hình:

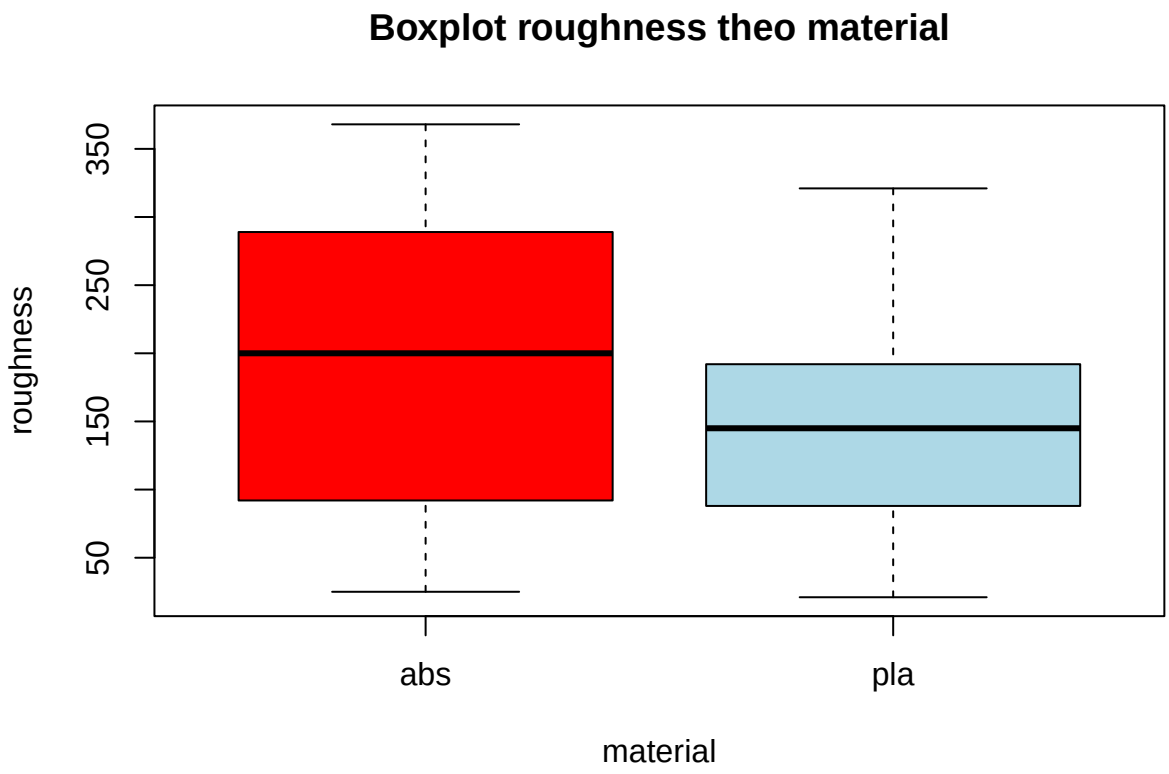
```
boxplot(roughness ~ infill_pattern, data = new_data, col = c("red", "lightblue"),
        main = "Boxplot roughness theo infill_pattern")
```



Nhận xét: Không có sự khác biệt nhiều về phân phối của `độ nhám` ở 2 nhóm `infill_pattern`, ta dự đoán yếu tố `infill_pattern` không ảnh hưởng đến độ.

2.1. Biểu đồ hộp so sánh độ nhám theo vật liệu:

```
boxplot(roughness ~ material, data = new_data, col = c("red", "lightblue"),
        main = "Boxplot roughness theo material")
```

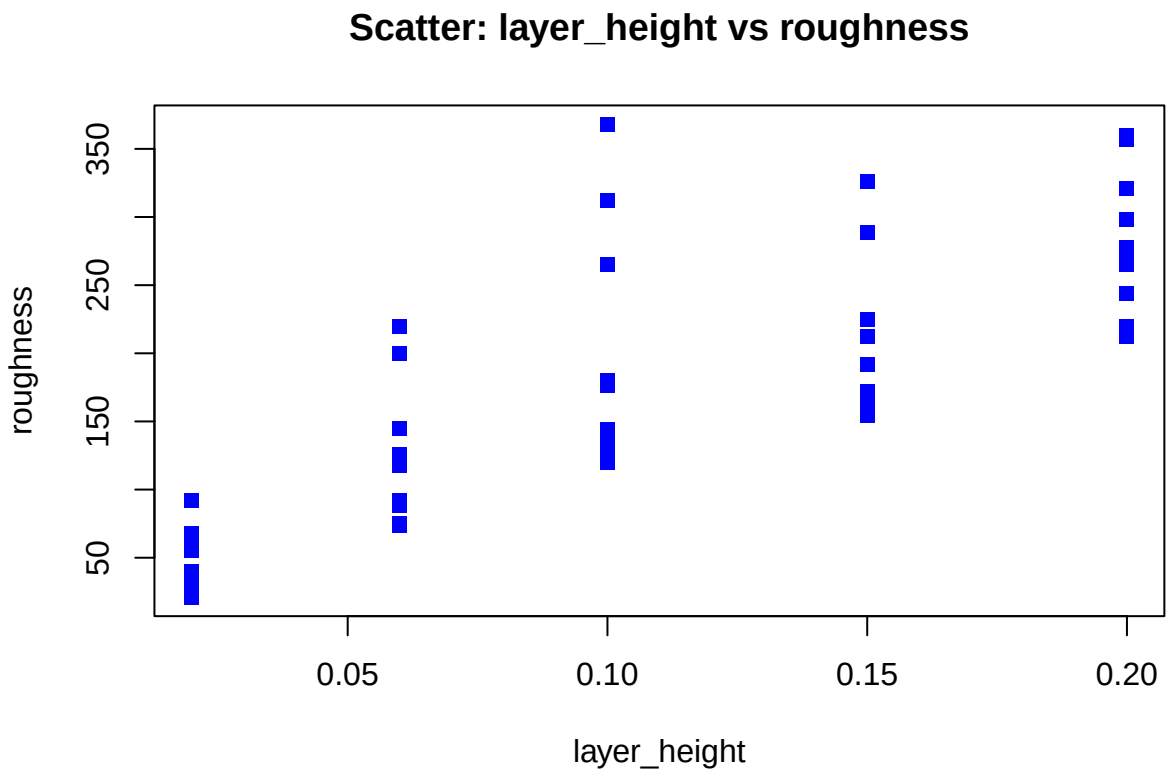


Nhận xét:

- Nhìn chung sự phân phối của 2 nhóm `material` cũng tương đồng nhưng ở loại vật liệu `abs` thì có độ nhám tối đa cao hơn loại vật liệu `pla`.
- Về khoảng phân bố thì loại vật liệu `pla` thấp hơn so với loại vật liệu `abs`, ta dự đoán yếu tố material có ảnh hưởng đến biến phụ thuộc `roughness`.

3.3. Biểu đồ phân tán `chiều cao` và `độ nhám`:

```
plot(new_data$layer_height, new_data$roughness, col = "blue", pch = 15,
     xlab = "layer_height", ylab = "roughness", main = "Scatter: layer_height vs roughness")
```



Nhận xét:

- Các điểm phân bố có xu hướng tăng lên khi biến `layer_height` tăng dần.
- Các điểm không nằm quá sát nhau trên cùng 1 đường thẳng
  Có thể có quan hệ tuyến tính với nhau nhưng sẽ chỉ ở mức độ trung bình
  Khi biến `layer_height` thay đổi thì biến `roughness` cũng thay đổi theo hay nói cách khác, biến `layer_height` có ảnh hưởng đến biến `roughness`.

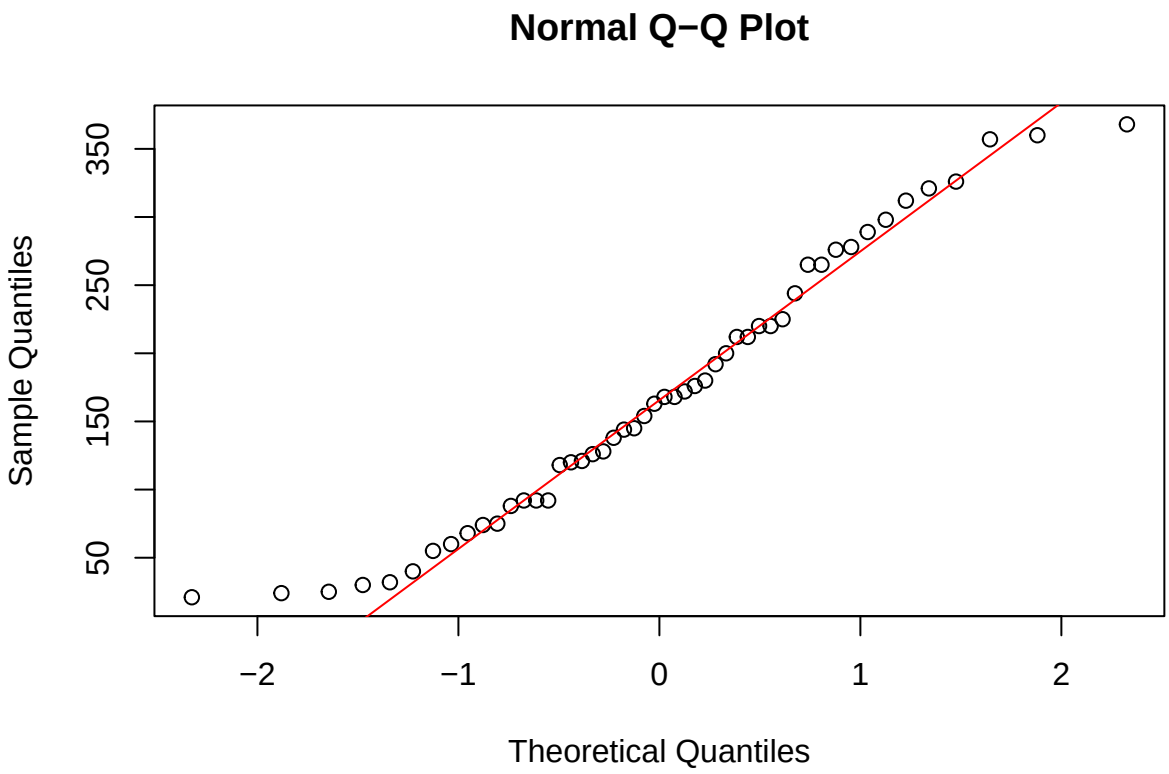
V. Thống kê suy diễn.

1. Bài toán 1 mẫu

Bài toán: Với mức ý nghĩa 5%, cho kết luận độ nhám trung bình của bản in là 170 µm hay không?

Kiểm tra giả định về phân phối chuẩn cho biến độ nhám:

```
qqnorm(data$roughness)
qqline(data$roughness, col = "red")
```



Nhận xét:

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy đa số các quan trắc nằm xung quanh đường thẳng kì vọng phân phối chuẩn, ta có thể kết luận rằng độ nhám có phân phối chuẩn.

Ngoài ra, ta có thể dùng kiểm định ***shapiro.test*** *để kiểm tra:*

- Giả thiết H_0: Độ nhám tuân theo phân phối chuẩn
- Giả thiết H_1: Độ nhám không tuân theo phân phối chuẩn

```
shapiro.test(new_data$roughness)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  new_data$roughness
## W = 0.95919, p-value = 0.08221
```

Nhận xét:

Vì `p-value = 0.08221` > mức ý nghĩa 5% nên ta chưa bác bỏ được H_0.

Vậy ta có thể kết luận rằng độ nhám có phân phối chuẩn.

Đây là dạng bài kiểm định trung bình 1 mẫu, X có phân phối chuẩn, chưa biết 2

Gọi là là độ nhám trung bình của bản in thực tế.

- Giả thiết H_0: =170
- Giả thiết H_1: 170

Thực hiện kiểm định bằng ***t-test****:*

```r
t.test(new_data$roughness, mu = 170)
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  new_data$roughness
## t = 0.041412, df = 49, p-value = 0.9671
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 170
## 95 percent confidence interval:
##  142.4348 198.7252
## sample estimates:
## mean of x
##    170.58
```

Nhận xét: Vì `p-value = 0.9671` > mức ý nghĩa 5% nên ta chưa bác bỏ được H_0.

Vậy nên ta có thể kết luận độ nhám trung bình của bản in là 170 µm, xét mức ý nghĩa 5%

Ngoài ra ta có thể đưa ra kết luận bằng cách:

Tiêu chuẩn kiểm định `t0 = 0,0414.`

Miền bác bỏ: RR = (−∞;− /2; −1) U (/2; −1;+ ∞)

- Với /2; −1 được tính bằng công thức:

```r
qt(p = 0.05/2, df = nrow(new_data)-1, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 2.009575
```

RR = (−∞; - 2.0096) U (2.0096 ;+ ∞)

Vì t0 RR nên ta chưa bác bỏ H_0.

Vậy *ta có thể kết luận độ nhám trung bình của bản in là 170 µm, xét mức ý nghĩa 5%.*

2. Kiểm định 2 mẫu.

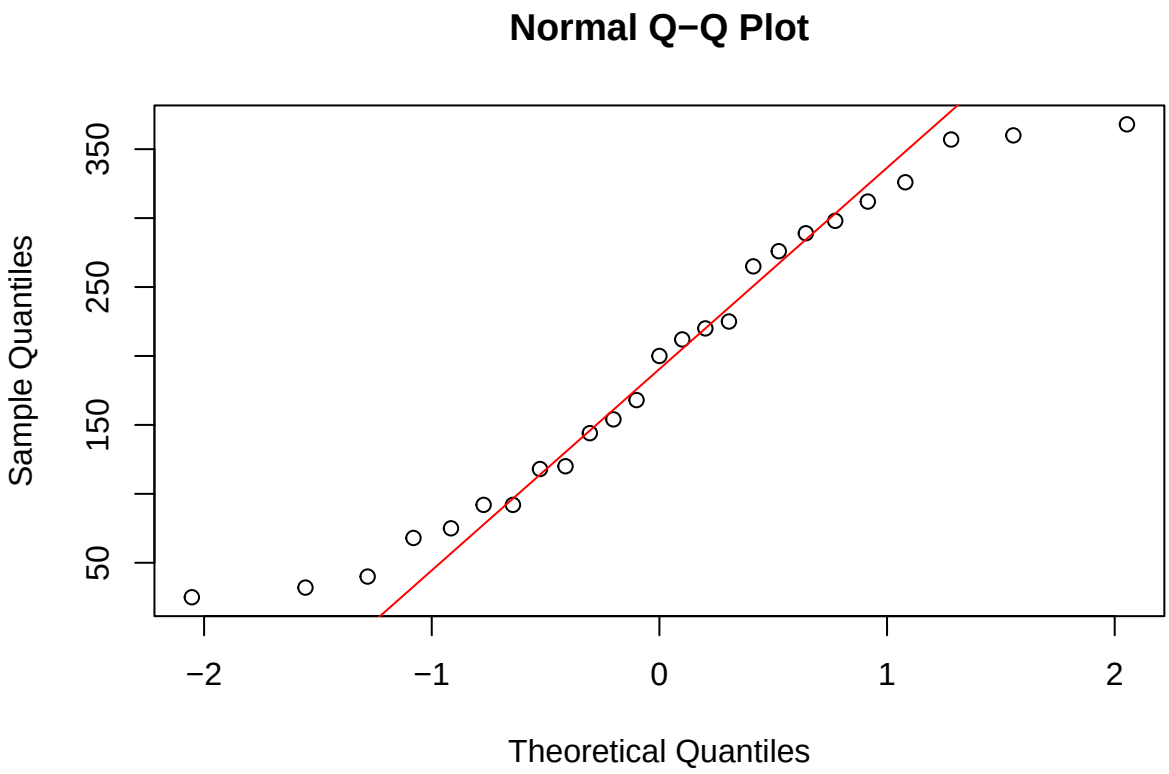
Bài toán: Với mức ý nghĩa 0.05%, hãy so sánh độ nhám trung bình của bản in khi sử dụng vật liệu abs và pla.

- Chia bộ dữ liệu theo 2 nhóm vật liệu:

```r
abs_data <- subset(data, material == "abs")
pla_data <- subset(data, material == "pla")
```

Kiểm tra giả định về phân phối chuẩn cho biến độ nhám ở loại vật liệu abs:

```r
qqnorm(abs_data$roughness); qqline(abs_data$roughness, col = "red")
```



Nhận xét:

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy đa số các quan trắc nằm xung quanh đường thẳng kì vọng phân phối chuẩn, ta có thể kết luận rằng độ nhám ở vật liệu abs có phân phối chuẩn.

Ngoài ra, ta có thể dùng kiểm định ***shapiro.test*** *để kiểm tra:*

- Giả thiết H_0: Độ nhám ở vật liệu abs tuân theo phân phối chuẩn
- Giả thiết H_1: Độ nhám ở vật liệu abs không tuân theo phân phối chuẩn

```
shapiro.test(abs_data$roughness)
```

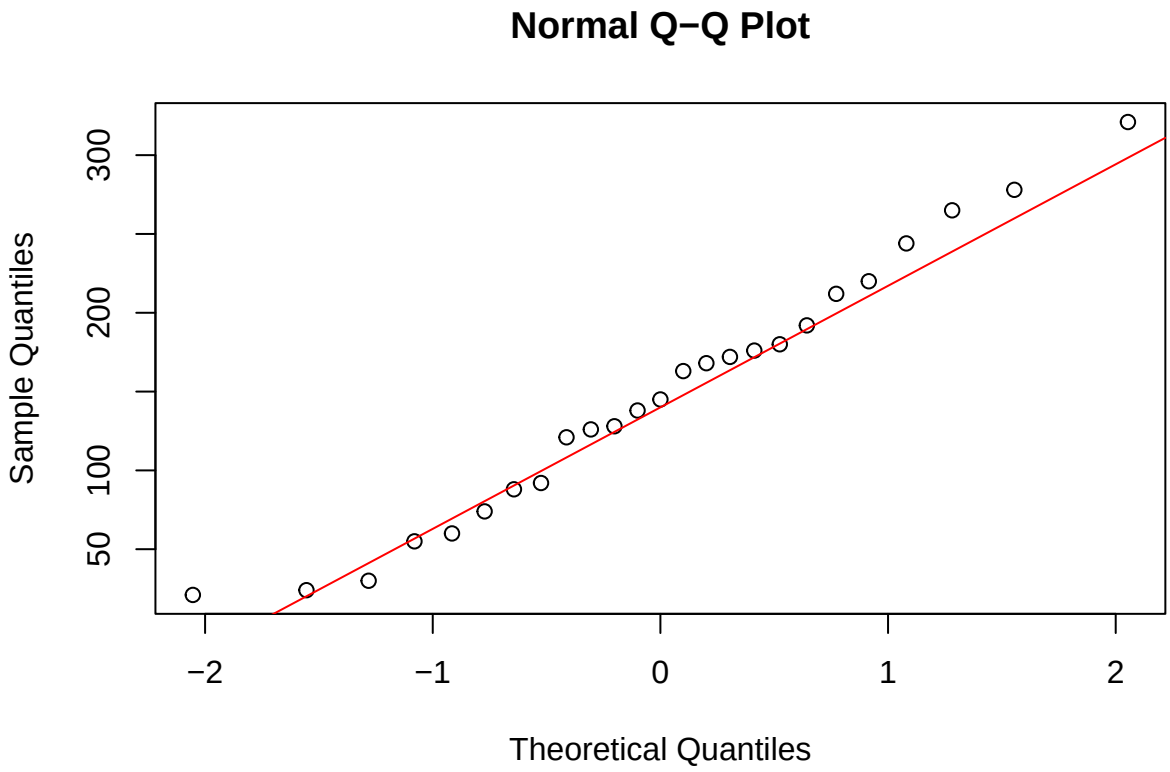
```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  abs_data$roughness
## W = 0.94235, p-value = 0.1677
```

Nhận xét: Vì `p-value = 0.1677` > mức ý nghĩa 5% nên ta chưa bác bỏ được H_0.

Vậy ta có thể kết luận rằng độ nhám ở vật liệu abs có phân phối chuẩn.

Kiểm tra giả định về phân phối chuẩn cho biến độ nhám ở loại vật liệu pla:

```r
qqnorm(pla_data$roughness); qqline(pla_data$roughness, col = "red")
```



Nhận xét:

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy đa số các quan trắc nằm xung quanh đường thẳng kì vọng phân phối chuẩn, ta có thể kết luận rằng độ nhám ở vật liệu pla có phân phối chuẩn.

Ngoài ra, ta có thể dùng kiểm định shapiro.test để kiểm tra:

- Giả thiết H_0: Độ nhám ở vật liệu pla tuân theo phân phối chuẩn
- Giả thiết H_1: Độ nhám ở vật liệu pla không tuân theo phân phối chuẩn

```r
shapiro.test(pla_data$roughness)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  pla_data$roughness
## W = 0.97437, p-value = 0.7561
```

Nhận xét: Vì `p-value = 0.1677` > mức ý nghĩa 5% nên ta chưa bác bỏ được H_0.

Vậy ta có thể kết luận rằng độ nhám ở vật liệu pla có phân phối chuẩn.

Thực hiện so sánh phương sai độ nhám ở 2 nhóm vật liệu:

- Giả thiết H_0: _1^2= _2^2 hay (_1^2 _2^2)
- Giả thiết H_1: _1^2> _2^2

```r
var.test(abs_data$roughness, pla_data$roughness, alternative = "greater")
```

```
##
##  F test to compare two variances
##
## data:  abs_data$roughness and pla_data$roughness
## F = 1.8454, num df = 24, denom df = 24, p-value = 0.07024
## alternative hypothesis: true ratio of variances is greater than 1
## 95 percent confidence interval:
##  0.9302656       Inf
## sample estimates:
## ratio of variances
##           1.845423
```

Nhận xét: Vì `p-value = 0.07024` > mức ý nghĩa 5% nên ta chưa bác bỏ được H_0.

Vậy phương sai độ nhóm ở 2 nhóm vật liệu bằng nhau.

Đây là dạng bài kiểm định trung bình 2 mẫu độc lập , X1, X2 có phân phối chuẩn, chưa biết _1^2, _2^2 với _1^2= _2^2

Gọi 1, 2 lần lượt là độ nhám trung bình của bản in khi sử dụng vật liệu abs và pla.

- Giả thiết H_0: _1 = _2
- Giả thiết H_1: _1 > _2

Thực hiện kiểm định bằng t-test:

```r
t.test(roughness ~ material, data = data, alternative = "greater", var.equal = TRUE)
```

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  roughness by material
## t = 1.6613, df = 48, p-value = 0.05159
## alternative hypothesis: true difference in means between group abs and group pla is greater than 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.4392901        Inf
## sample estimates:
## mean in group abs mean in group pla
##            193.44            147.72
```

Nhận xét: Vì `p-value = 0.05159` > mức ý nghĩa 5% nên ta chưa bác bỏ được H_0.

Vậy nên độ nhám trung bình ở 2 nhóm vật liệu bằng nhau, xét với mức ý nghĩa 5%.

3. Bài toán phân tích phương sai

3.1. Tính toán các giá trị

Bài toán: So sánh độ nhám trung bình ở 5 nhóm `layer_height`.

Phân tích: ANOVA là bài toán so sánh trung bình của các tổng thể nhưng với yêu cầu mỗi biến ảnh hưởng phải có 3 phân loại trở lên.

Trong tập dữ liệu ta có 2 biến phân loại là `infill_patten` và `material` nhưng mỗi biến thì chỉ có 2 phân loại là biến `infill_pattern` bao gồm `grid` và `honeycomb`, biến `material` bao gồm `pla` và `abs`.

Giải pháp: Dùng biến `layer_heght` và chia các giá trị thành các nhóm.

```r
data$layer_height <- as.factor(data$layer_height)
print(data$layer_height)
```

```
##  [1] 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.02 0.06 0.06 0.06 0.06 0.06
## [16] 0.06 0.06 0.06 0.06 0.06 0.1  0.1  0.1  0.1  0.1  0.1  0.1  0.1  0.1  0.1
## [31] 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.15 0.2  0.2  0.2  0.2  0.2
## [46] 0.2  0.2  0.2  0.2  0.2
## Levels: 0.02 0.06 0.1 0.15 0.2
```

Lúc này các giá trị trong biến `layer_height` đã được chuyển sang dạng factor để phân loại.

Biến `layer_height` đã có 5 nhóm lần lượt là: `0.02`, `0.06`, `0.1`, `0.15`, `0.2`. Đặt giả thuyết

H_0: _1= _2= _3= _4= _5

H_1: Tồn tại _i _j (i j)

Code thực hiện hàm anova, ta sử dụng hàm aov() để tính toán các giá trị.

```r
anova_model <- aov(roughness ~ layer_height, data)
summary(anova_model)
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
## layer_height  4 326957   81739   23.94 1.17e-10 ***
## Residuals    45 153624    3414
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Ta thấy giá trị của `Pr(>F) = 1.17e-10` nhỏ hơn mức ý nghĩa 5%

Bác bỏ H_0, chấp nhận H_1

Có sự khác biệt về độ nhám trung bình giữa 5 nhóm chiều cao trong biến `layer_height`.

3.2. Kiểm tra điều kiện mô hình ANOVA

Điều kiện thứ nhất:

- Các quan sát từ các tổng thể dược lấy độc lập.
- Các giá trị độ nhám trong dự liệu phải được lấy độc lập.
- Điều kiện thứ nhất là hiển nhiên thỏa mãn do mỗi đơn vị dữ liệu được thu thập sau mỗi lần in.

Điều kiện thứ hai:

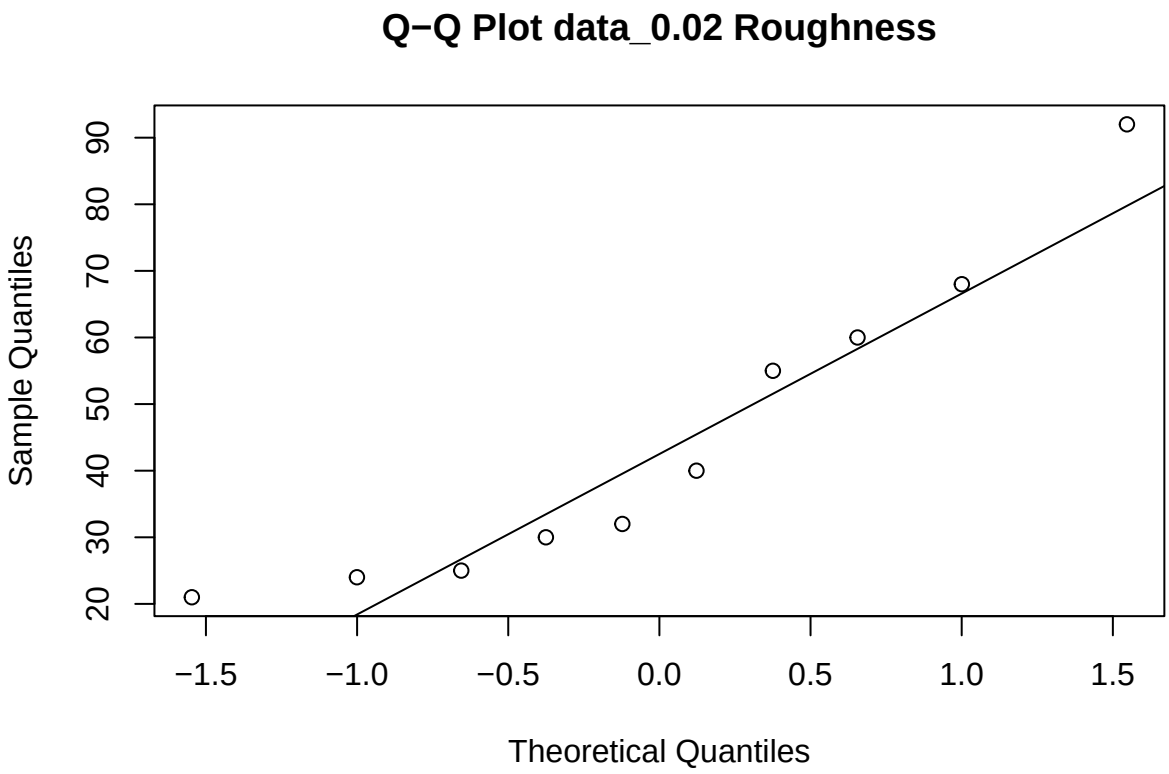
- Các tổng thể phải có phân phối chuẩn
- Độ nhám ở các nhóm có phân phối chuẩn.

```r
data_0.02 <- subset(data, layer_height=="0.02")
data_0.06 <- subset(data, layer_height=="0.06")
data_0.1 <- subset(data, layer_height=="0.1")
data_0.15 <- subset(data, layer_height=="0.15")
data_0.2 <- subset(data, layer_height=="0.2")
```

Ta tách các nhóm dữ liệu ra từng tập dữ liệu riêng sau đó dùng hàm `qqnorm`, `qqline` và `shapiro.test` để kiểm tra.

data_0.02

```r
qqnorm(data_0.02$roughness, main = "Q-Q Plot data_0.02 Roughness")
qqline(data_0.02$roughness)
```

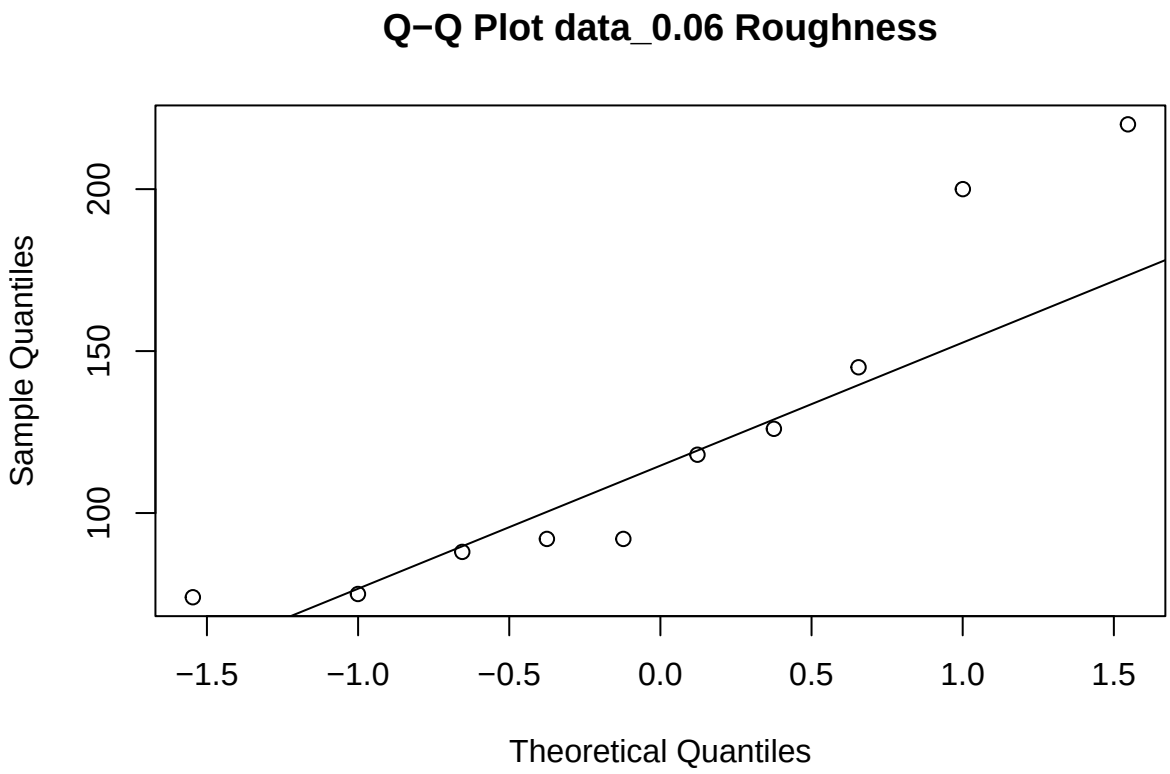



```
shapiro.test(data_0.02$roughness)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  data_0.02$roughness
## W = 0.89205, p-value = 0.1788
```

data_0.06

```
qqnorm(data_0.06$roughness, main = "Q-Q Plot data_0.06 Roughness")
qqline(data_0.06$roughness)
```

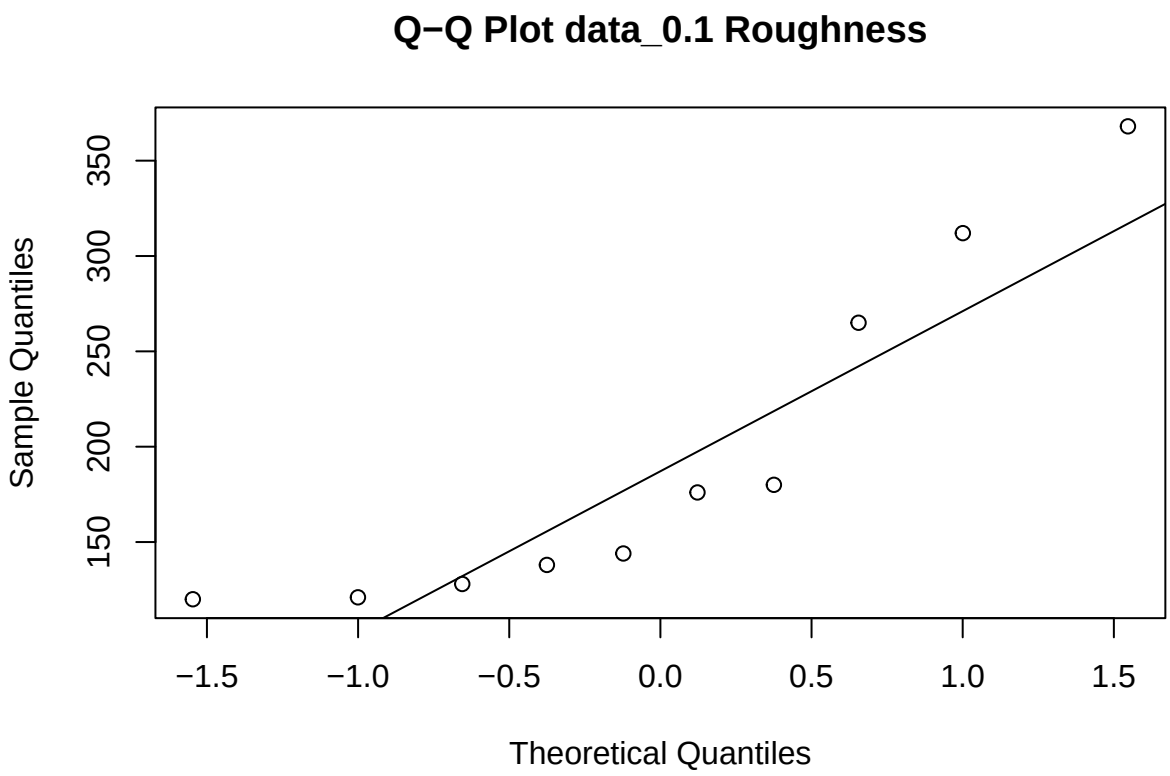



```
shapiro.test(data_0.06$roughness)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  data_0.06$roughness
## W = 0.85434, p-value = 0.0654
```

data_0.1

```
qqnorm(data_0.1$roughness, main = "Q-Q Plot data_0.1 Roughness")
qqline(data_0.1$roughness)
```

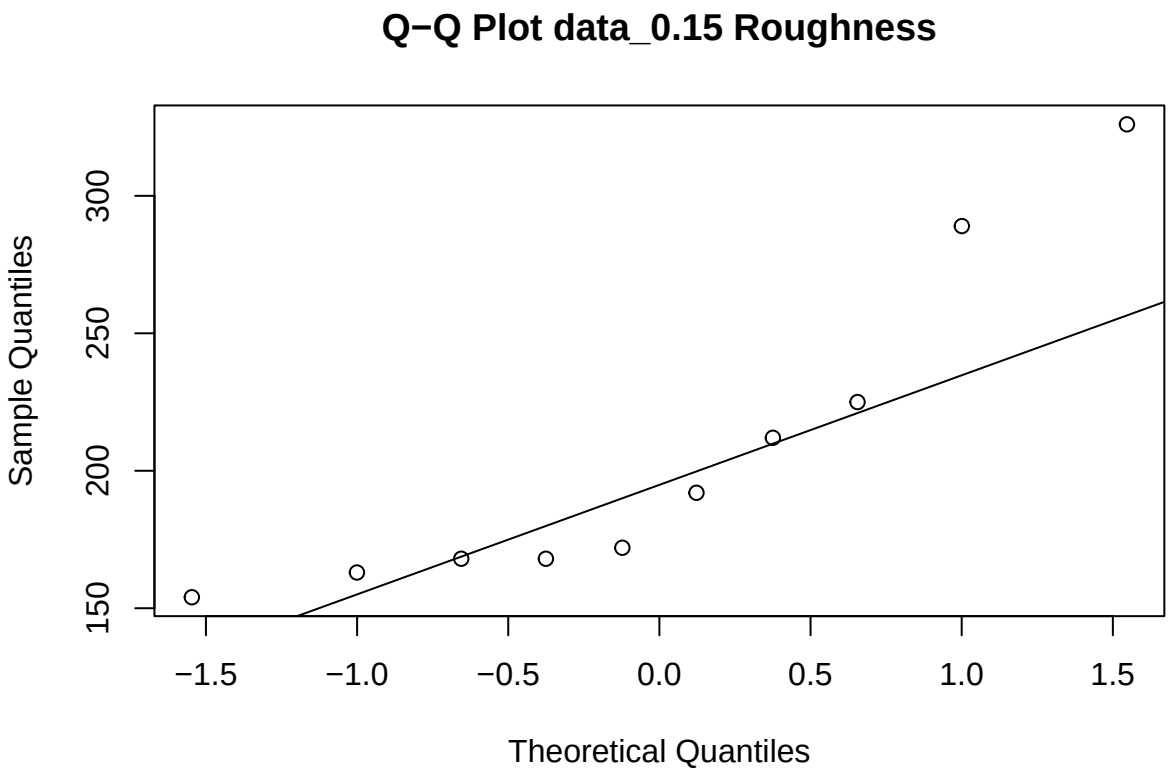



```
shapiro.test(data_0.1$roughness)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  data_0.1$roughness
## W = 0.82279, p-value = 0.02739
```

data_0.15

```
qqnorm(data_0.15$roughness, main = "Q-Q Plot data_0.15 Roughness")
qqline(data_0.15$roughness)
```

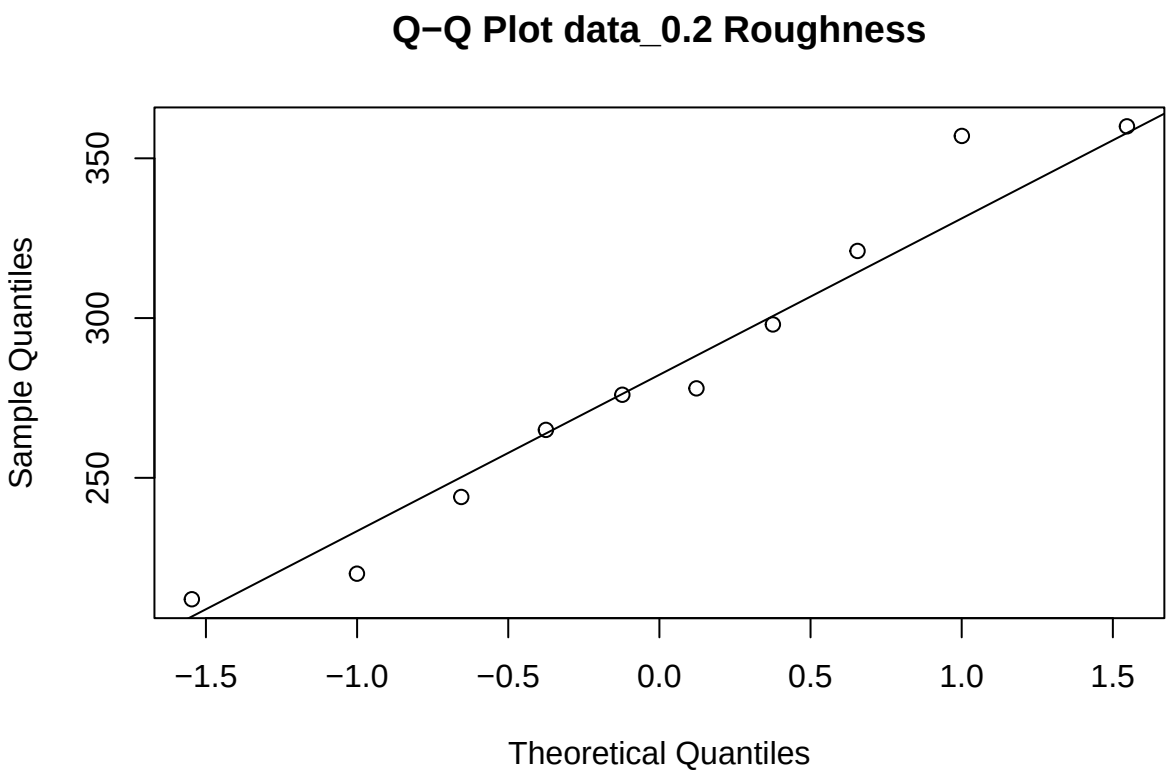



```
shapiro.test(data_0.15$roughness)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  data_0.15$roughness
## W = 0.825, p-value = 0.02913
```

data_0.2

```
qqnorm(data_0.2$roughness, main = "Q-Q Plot data_0.2 Roughness")
qqline(data_0.2$roughness)
```




```
shapiro.test(data_0.2$roughness)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  data_0.2$roughness
## W = 0.9451, p-value = 0.611
```

Theo kết quả của code R, nhóm data có layer_height là 0.1 và 0.15 không tuân theo phân phối chuẩn, còn các nhóm còn lại tuân theo phân phối chuẩn do có giá trị `p-value` lớn hơn mức ý nghĩa 5%.

Điều kiện thứ ba: Phương sai ở các tổng thể phải bằng nhau.

Ta có:

- H_0: Phương sai độ nhám ở các nhóm bằng nhau.
- H_1: Có ít nhất 2 nhóm có phương sai độ nhám khác nhau.

Ta dùng hàm leveneTest để tính toán các giá trị về phương sai.

```
library(car)
leveneTest(roughness ~ layer_height, data)
```

```
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##       Df F value Pr(>F)
## group  4  1.4956 0.2195
##       45
```

Ta thấy giá trị của `Pr(>F) = 0.2195` lớn hơn mức ý nghĩa 5%

Chấp nhận H_0, phương sai độ nhám ở các nhóm bằng nhau.

Kết luận: Ta thấy dữ liệu thỏa điều kiện thứ nhất, điều kiện thứ ba nhưng ở điều kiện thứ hai còn một số nhóm data không thỏa mãn

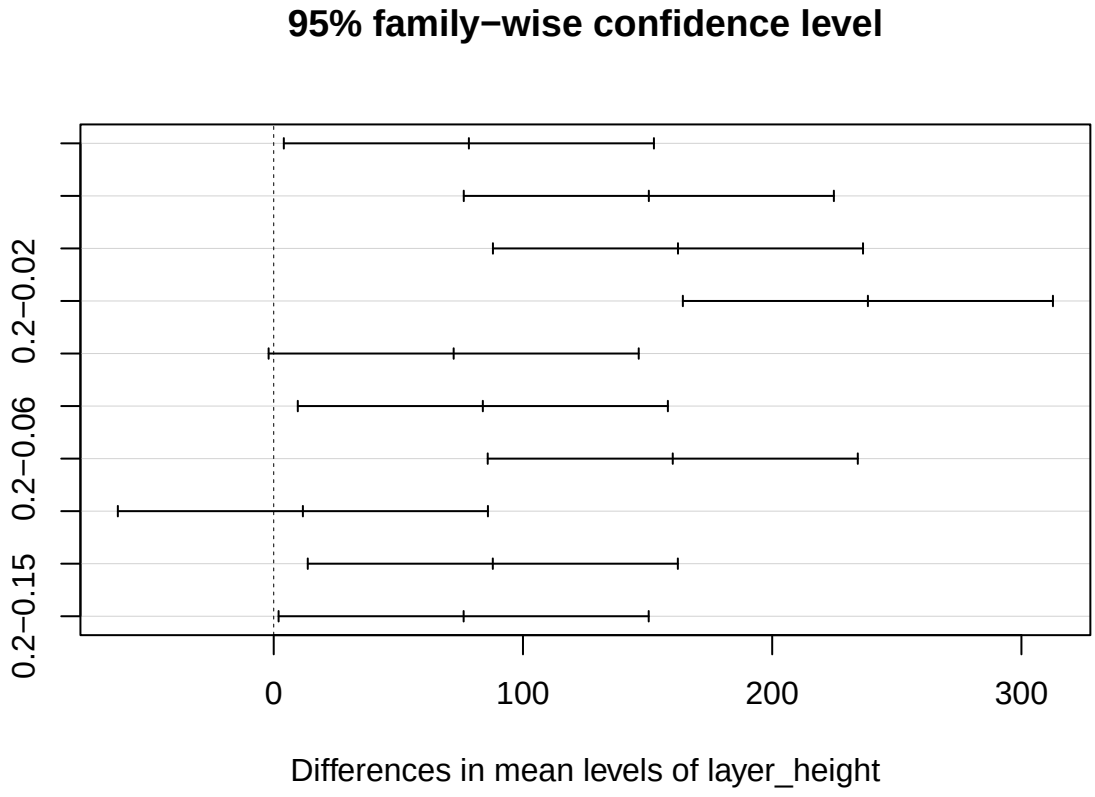
ANOVA trong dữ liệu này có thể mang tính chất tham khảo và có thể hoàn toàn không chính xác.

3.3. Phân tích sâu sau ANOVA (so sánh bội)

```
TukeyHSD(anova_model)
```

```
##   Tukey multiple comparisons of means
##     95% family-wise confidence level
##
## Fit: aov(formula = roughness ~ layer_height, data = data)
##
## $layer_height
##             diff        lwr       upr     p adj
## 0.06-0.02  78.3   4.053227 152.54677 0.0341507
## 0.1-0.02  150.5  76.253227 224.74677 0.0000069
## 0.15-0.02 162.2  87.953227 236.44677 0.0000015
## 0.2-0.02  238.4 164.153227 312.64677 0.0000000
## 0.1-0.06   72.2  -2.046773 146.44677 0.0602239
## 0.15-0.06  83.9   9.653227 158.14677 0.0196501
## 0.2-0.06  160.1  85.853227 234.34677 0.0000020
## 0.15-0.1   11.7 -62.546773  85.94677 0.9914005
## 0.2-0.1    87.9  13.653227 162.14677 0.0130196
## 0.2-0.15   76.2   1.953227 150.44677 0.0416948
```

```
plot(TukeyHSD(anova_model))
```



Ta có:

- H_0: _i = _j (i j)
- H_1: _i _j (i j)

Ta xét giá trị của `p-adj` nếu giá trị bé hơn mức ý nghĩa 5% thì sẽ bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1

Dựa vào giá trị sau khi tính toán hàm `TukeyHSD()` ta có: cặp giá trị giữa `0.1 - 0.06` và `0.15 - 0.1` là lớn hơn mức ý nghĩa 5%

Ta có: _0.1= _0.6; _0.15= _0.1

Bên cạnh đó, dựa trên các kết quả tính được, ta có thể sắp xếp theo thứ tự giảm dần của các trung bình tổng thể như sau: _0.2> _0.15= _0.1> _0.06> _0.02

Kết luận: Muốn độ nhám thấp nhất thì `layer_height` cũng phải thấp nhất là `0.02`, muốn độ nhám giảm đi thì chiều cao lớp in `layer_height` cũng phải giảm đi.

4. Bài toán hồi quy tuyến tính đơn

Mô hình: Hồi quy tuyến tính đa biến.

Bài toán: Phân tích mức độ ảnh hưởng của các thông số điều chỉnh trong máy in 3D đến độ nhám (biến roughness) của bản in như thế nào? Và dự báo thông số độ nhám của bản in dựa trên các thông số điều chỉnh trong máy in 3D cho ngẫu nhiên.

4.1. Tính toán các giá trị, xây dựng và đánh giá mô hình

Đây là code đi tính hồi quy tuyến tính của các biến theo độ nhám.

```r
model_1 <- lm(roughness ~ layer_height + wall_thickness + infill_density + infill_pattern +
                nozzle_temperature + bed_temperature + print_speed + material + fan_speed, new_data)
summary(model_1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = roughness ~ layer_height + wall_thickness + infill_density +
##     infill_pattern + nozzle_temperature + bed_temperature + print_speed +
##     material + fan_speed, data = new_data)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -72.746 -24.332  -1.641  20.304  96.552
##
## Coefficients: (1 not defined because of singularities)
##                            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)              -2.371e+03  3.716e+02  -6.379 1.25e-07 ***
## layer_height              1.269e+03  8.765e+01  14.483  < 2e-16 ***
## wall_thickness            2.334e+00  2.189e+00   1.066  0.29259
## infill_density           -4.231e-02  2.341e-01  -0.181  0.85742
## infill_patternhoneycomb -1.255e-01  1.128e+01  -0.011  0.99117
## nozzle_temperature        1.506e+01  2.529e+00   5.953 5.05e-07 ***
## bed_temperature          -1.613e+01  3.251e+00  -4.962 1.27e-05 ***
## print_speed               6.496e-01  2.060e-01   3.153  0.00302 **
## materialpla               2.985e+02  5.836e+01   5.114 7.78e-06 ***
## fan_speed                        NA         NA      NA       NA
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 38.24 on 41 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8752, Adjusted R-squared:  0.8509
## F-statistic: 35.95 on 8 and 41 DF,  p-value: 3.834e-16
```

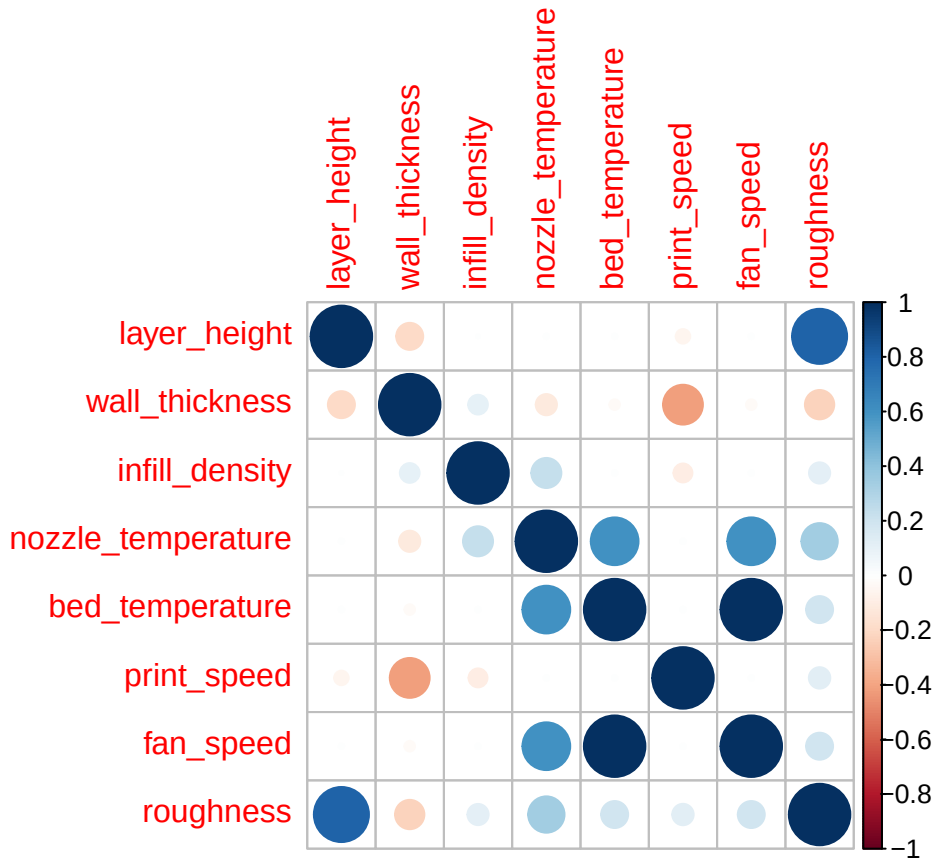
*Phát hiện biến **fan_speed** có hệ số NA → có đa cộng tuyến*

Kiểm tra đa cộng tuyến

Ta sử dụng thư viện corrplot để mô hình hóa ma trận tương quan giữa các biến với nhau.

```r
data_filter<-new_data[, c("layer_height", "wall_thickness", "infill_density", "nozzle_temperature", "bed

cor_data<-cor(data_filter)
corrplot(cor_data)
```



Ta dễ dàng nhìn thấy giữa biến bed_temperature và fan_speed có 2 vòng tròn xanh đậm, chứng tỏ có mối quan hệ tuyến tính mạnh với nhau.

Kết luận: Loại bỏ biến `fan_speed`.

Chạy lại mô hình hồi quy sau khi loại bỏ biến `fan_speed`

```
model_1 <- lm(roughness ~ layer_height + wall_thickness + infill_density + infill_pattern +
                nozzle_temperature + bed_temperature + print_speed + material , new_data)
summary(model_1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = roughness ~ layer_height + wall_thickness + infill_density +
##     infill_pattern + nozzle_temperature + bed_temperature + print_speed +
##     material, data = new_data)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -72.746 -24.332  -1.641  20.304  96.552
##
## Coefficients:
##                              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)                -2.371e+03  3.716e+02  -6.379 1.25e-07 ***
## layer_height                1.269e+03  8.765e+01  14.483  < 2e-16 ***
## wall_thickness              2.334e+00  2.189e+00   1.066  0.29259
## infill_density             -4.231e-02  2.341e-01  -0.181  0.85742
## infill_patternhoneycomb -1.255e-01  1.128e+01  -0.011  0.99117
```

```
## nozzle_temperature       1.506e+01  2.529e+00   5.953 5.05e-07 ***
## bed_temperature         -1.613e+01  3.251e+00  -4.962 1.27e-05 ***
## print_speed              6.496e-01  2.060e-01   3.153  0.00302 **
## materialpla              2.985e+02  5.836e+01   5.114 7.78e-06 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 38.24 on 41 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8752, Adjusted R-squared:  0.8509
## F-statistic: 35.95 on 8 and 41 DF,  p-value: 3.834e-16
```

Lúc này kết quả đã không còn hiện tượng đa cộng tuyến.

Phương trình hồi quy tuyến tính có dạng:

Y = B_1.layer_height+B_2.wall_thickness+…

Đánh giá: Phương trình tổng quát thì không tìm được chỉ có thể thông qua 1 bộ dữ liệu mẫu và ở đây là dữ liệu với 50 lần quan sát nên chỉ có thể có phương trình ước lượng mà thôi.

Phương trình hồi quy tuyến tính ước lượng có dạng:

Y =B_1.layer_height+B_2.wall_thickness+…

Muốn kiểm định xem các thông số của máy in 3D có ảnh hưởng như thế nào đến với độ nhám của lớp in hay không, ta đi kiểm định hệ số của từng thông số, nếu hệ số = 0 thì thông số không có ảnh hưởng đến với độ nhám của lớp in và ngược lại.

Ta có:

- H_0: B_i=0
- H_1: B_i 0

Ta sẽ đi so sánh: `p-value` = Pr(>|t|) nếu nhỏ hơn mức ý nghĩa 5% thì sẽ bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1. Khi đó thông số có giá trị `p-value` nhỏ hơn mức ý nghĩa 5% sẽ có ảnh hưởng đến với độ nhám của lớp in và ngược lại.

Dựa vào bảng giá trị ở trên, ta thấy có 3 thông số là: wall_thickness, infill_density và infill_pattern là có `p-value` lớn hơn mức ý nghĩa 5% , chứng tỏ chấp nhận H0_: B_i=0

3 thông số đó không có ảnh hưởng đến độ nhám của lớp in.

3 thông số sẽ được loại bỏ khỏi mô hình.

Ta xét đến yếu tố:

- R^2 : Thể hiện phần trăm biến động của độ nhám lớp in được giải thích bởi biến độc lập có trong mô hình.
- R^2 có phạm vi từ 0 đến 1. Càng tiến về 1 thì chứng tỏ mô hình giải thích rất tốt đối với sự biến động của độ nhám lớp in do những biến độc lập (thông số máy in 3D) gây ra.

Đánh giá: Đối với mô hình hồi quy tuyến tính đa bội thì khi đánh giá mô hình ta sẽ dựa vào thông số R^2 hiệu chỉnh (Adjusted R-squared) để đánh giá mô hình mà không sử dụng thông số R^2

Giải thích: Do đối với thông số R2 thì cứ mỗi lần cung cấp 1 biến độc lập vào mô hình thì thông số R2 sẽ tăng mà không quan tâm biến độc lập đó có vi phạm điều kiện gì hay không.

Dẫn đến nếu cung cấp các biến độc lập nhưng không ảnh hưởng đến mô hình vào thì lúc này thông số R2 sẽ không còn đáng tin cậy nữa.

Vì vậy đối với mô hình hồi quy tuyến tính đa bội, khi đánh giá mô hình sẽ dựa vào thông số R^2 hiệu chỉnh để đánh giá vì thông số R^2 hiệu chỉnh sẽ cân bằng lại so với việc khi đưa nhiều biến độc lập không ảnh hưởng tới mô hình.

Ta bắt đầu xây dựng mô hình sau khi đã loại bỏ 3 biến không ảnh hưởng đến mô hình.

```
model_2 <- lm(roughness ~ layer_height + nozzle_temperature + bed_temperature + print_speed + material,
summary(model_2)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = roughness ~ layer_height + nozzle_temperature +
##     bed_temperature + print_speed + material, data = new_data)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -74.084 -26.500  -1.662  22.585  92.356
##
## Coefficients:
##                      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)        -2310.7356   353.2009  -6.542 5.38e-08 ***
## layer_height        1246.5353    83.1780  14.986  < 2e-16 ***
## nozzle_temperature    14.7774     2.3979   6.163 1.95e-07 ***
## bed_temperature      -15.8078     3.0895  -5.117 6.55e-06 ***
## print_speed            0.5538     0.1804   3.070  0.00366 **
## materialpla          294.1610    56.1586   5.238 4.38e-06 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 37.44 on 44 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8717, Adjusted R-squared:  0.8571
## F-statistic: 59.78 on 5 and 44 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Lúc này ta thấy giá trị của R2 hiệu chỉnh đã tăng hơn so với ban đầu và lớn hơn 0.8 chứng tỏ mô hình đang khá tốt.

Ta sẽ dự đoán mô hình dựa trên những giá trị ngẫu nhiên của các biến độc lập (các thông số của máy in 3D)

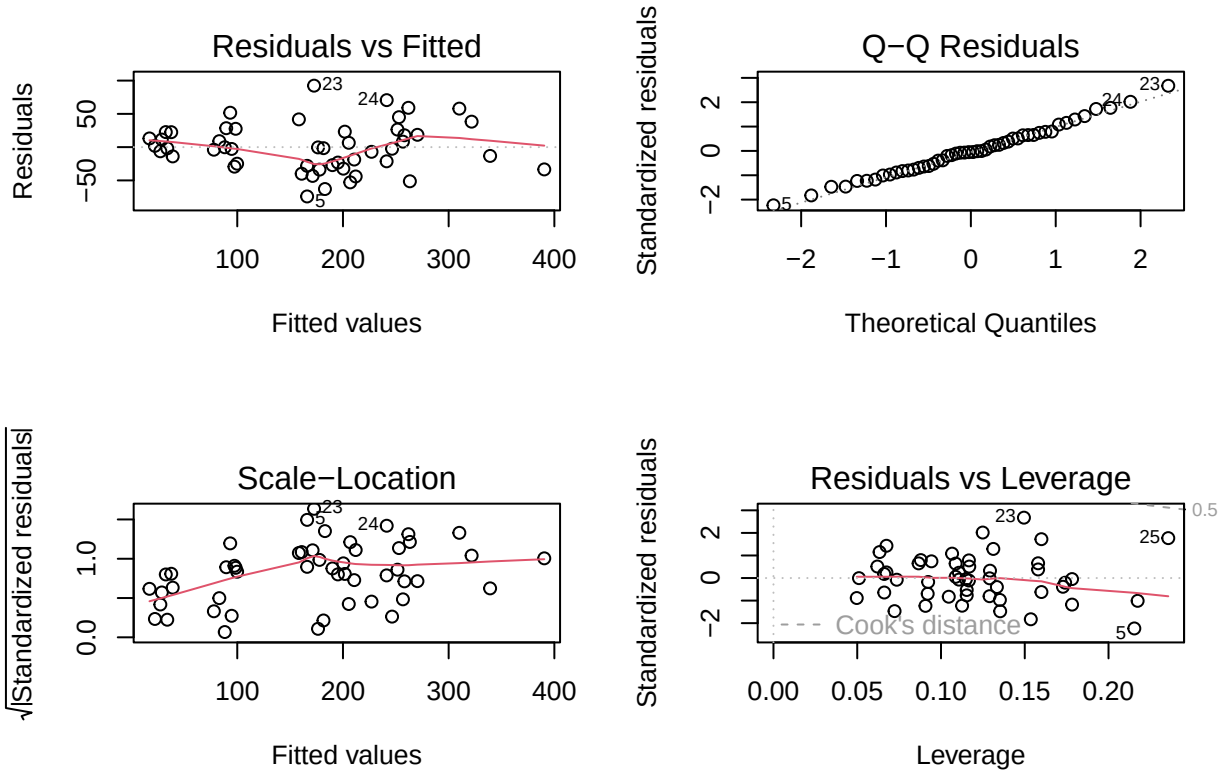
```
data_test <- data.frame(layer_height = 0.03, nozzle_temperature = 250, bed_temperature = 80, print_speed
data_test$predicted_value <- predict(model_2, newdata = data_test, interval = "confidence", level = 0.9
print(data_test)
```

```
##   layer_height nozzle_temperature bed_temperature print_speed material
## 1         0.03                250              80          80      abs
##   predicted_value.fit predicted_value.lwr predicted_value.upr
## 1            200.7033            167.2929            234.1136
```

4.2. Đánh giá các điều kiện của mô hình hồi quy

Ta sẽ dùng hàm plot() để đánh giá các điều kiện của mô hình hiện tại.

```
par(mfrow = c(2, 2))
plot(model_2)
```



Điều kiện thứ nhất: Sai số phải tuân theo phân phối chuẩn.

Ta sẽ dựa vào đồ thị Q-Q Residuals để đánh giá.

Ta thấy các điểm trên hình tập trung gần với đường thẳng phân phối chuẩn

Sai số tuân theo phân phối chuẩn.

Thỏa mãn điều kiện thứ nhất.

Điều kiện thứ hai: Sai số có kì vọng bằng 0.

Ta sẽ dựa vào đồ thị Residuals vs Fitted để đánh giá.

Nếu đường màu đỏ nằm gần đường bằng 0 thì có thể nói sai số có kì vọng bằng 0.

Ở đây ta thấy đường màu đỏ không nằm sát đường bằng 0

Mô hình có sai số có kì vọng khác 0.

Vi phạm điều kiện thứ hai.

Điều kiện thứ ba: Phương sai của các sai số là hằng số (sai số đồng nhất)

Nếu những điểm này nó phân bố ngẫu nhiên dọc theo đường màu đỏ

Ta nói phương sai của các sai số là hằng số

Nhưng khi nhìn vào đồ thị của hình thì ta thấy nó chỉ phân bố tập trung nhiều ở đoạn đầu đường màu đỏ và khu vực giữa đường đỏ

Vi phạm điều kiện thứ ba.

Điều kiện thứ tư: Không có hiện tượng đa cộng tuyến xảy ra.

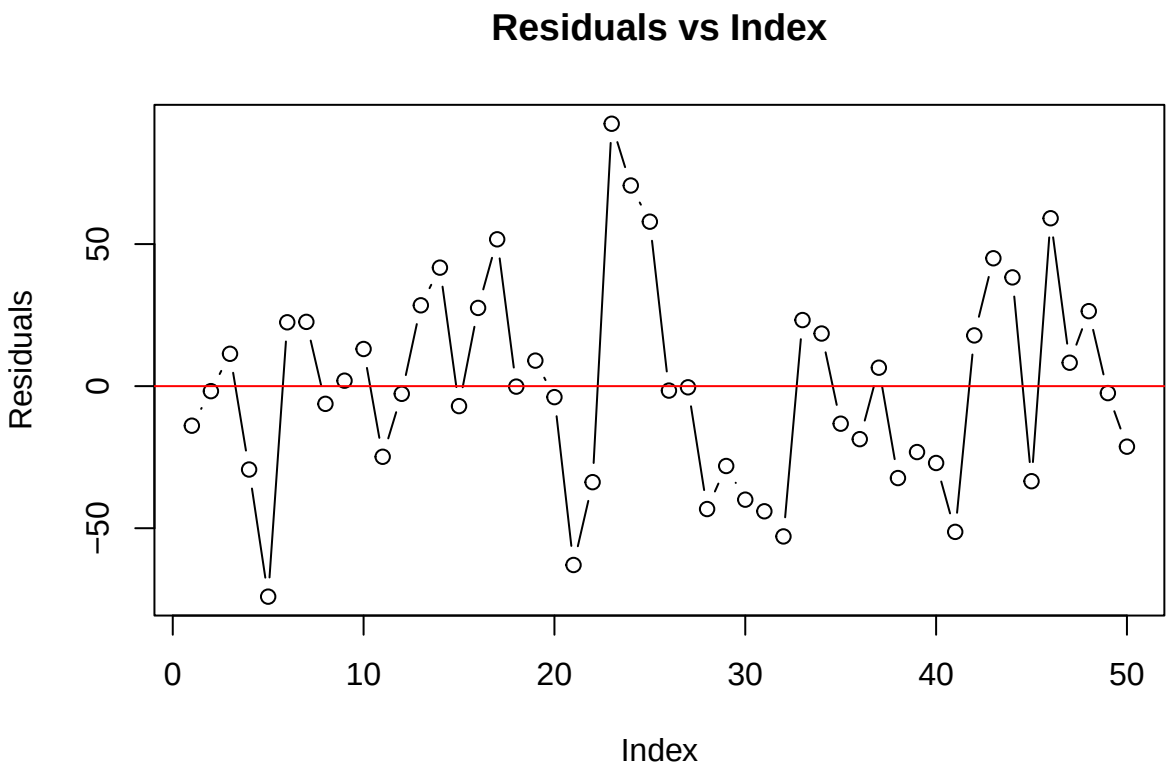
Ở đây model_2 đã được loại bỏ các biến gây nên hiện tượng đa cộng tuyến

Thỏa mãn điều kiện thứ tư.

Điều kiện thứ năm: Các sai số độc lập với nhau.

Ta sử dụng biểu đồ Residuals vs Index.

```
plot(residuals(model_2), type = "b", main = "Residuals vs Index",
    xlab = "Index", ylab = "Residuals")
abline(h = 0, col = "red")
```



Dựa trên mô hình kết quả, ta thấy các điểm phân bố theo ngẫu nhiên mà không có một quy tắc rõ ràng.

Các sai số độc lập với nhau.

Thỏa mãn điều kiện thứ năm.

VI. Thảo luận và mở rộng.

Từ việc phân tích có thể thấy các yếu tố ảnh hưởng đến độ nhám là: `layer_height`, `nozzle_temperature`, `bed_temperature`, `material`, cuối cùng là `print_speed`.

R^2 hiệu chỉnh = 0.8571 cho thấy mô hình ta xây dựng tương đối phù hợp trong việc thực hiện dự báo.

Ưu điểm của phương pháp hồi quy chính là một phương pháp thống kê để thiết lập mối quan hệ giữa một biến phụ thuộc và một nhóm tập hợp các biến độc lập. Mô hình với một biến phụ thuộc với hai hoặc nhiều biến độc lập được gọi là hồi quy bội (hay còn gọi là hồi quy đa biến).

Hồi quy tuyến tính bội dễ hiểu và dễ triển khai, đặc biệt khi các biến có mối quan hệ tuyến tính và hiệu quả tính toán của phương pháp này có thể được tính toán nhanh chóng.

Dự đoán chính xác các biến độc lập có mối quan hệ tuyến tính mạnh với biến phụ thuộc, phương pháp hồi quy tuyến tính bội có thể cung cấp các dự đoán chính xác, các hệ số hồi quy tuyến tính bội cung cấp thông tin về mối quan hệ giữa từng biến độc lập và biến phụ thuộc, giúp hiểu rõ hơn về ảnh hưởng của từng yếu tố. và tiện lợi cho kiểm định giả thuyết, dễ dàng thực hiện các kiểm định giả thuyết về các hệ số hồi quy để kiểm tra sự ảnh hưởng của các biến độc lập ngay cả với dữ liệu lớn, nhờ các thuật toán tối ưu hóa hiệu quả.

Tuy nhiên mô hình cũng có một số nhược điểm như: Phương pháp này giả định rằng mối quan hệ giữa các biến độc lập và biến phụ thuộc là tuyến tính, điều này không phải lúc nào cũng đúng trong thực tế, hồi quy tuyến tính bội rất nhạy cảm với các điểm dữ liệu ngoại lệ, có thể làm sai lệch mô hình.

Khi các biến độc lập có tương quan cao với nhau, nó có thể gây ra đa cộng tuyến, làm cho các ước lượng hệ số hồi quy không ổn định và khó diễn giải. Phương pháp này giả định rằng các sai số có phân phối chuẩn và có phương sai không đổi. Nếu các giả định này không được thỏa mãn, kết quả hồi quy có thể không tin cậy.

Không phù hợp cho các mối quan hệ phi tuyến tính: Đối với các mối quan hệ phi tuyến tính giữa các biến, hồi quy tuyến tính bội không phải là lựa chọn tốt nhất. Các phương pháp khác như hồi quy phi tuyến hoặc mô hình cây quyết định có thể phù hợp hơn.

Ngoài ra, đề tài ta có thể phân tích xây dựng bổ sung hai mô hình hồi quy của hai biến `roughness` và `elongation` dựa trên cách thức giống như xây dựng mô hình ứng với biến `tension_strenght`.

Từ những phương pháp này mà đề tài đã đánh giá được hiệu quả những yếu tố của biến ảnh hướng đến các sức căng bề in 3D theo như bài toán đã được đặt ra.