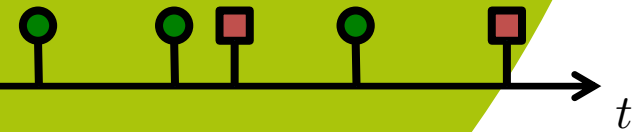


Машинное обучение для Временных Точечных Процессов



Алексей Зайцев

Старший преподаватель, Skoltech

Читает: Владислав Жужель

Аспирант, Skoltech

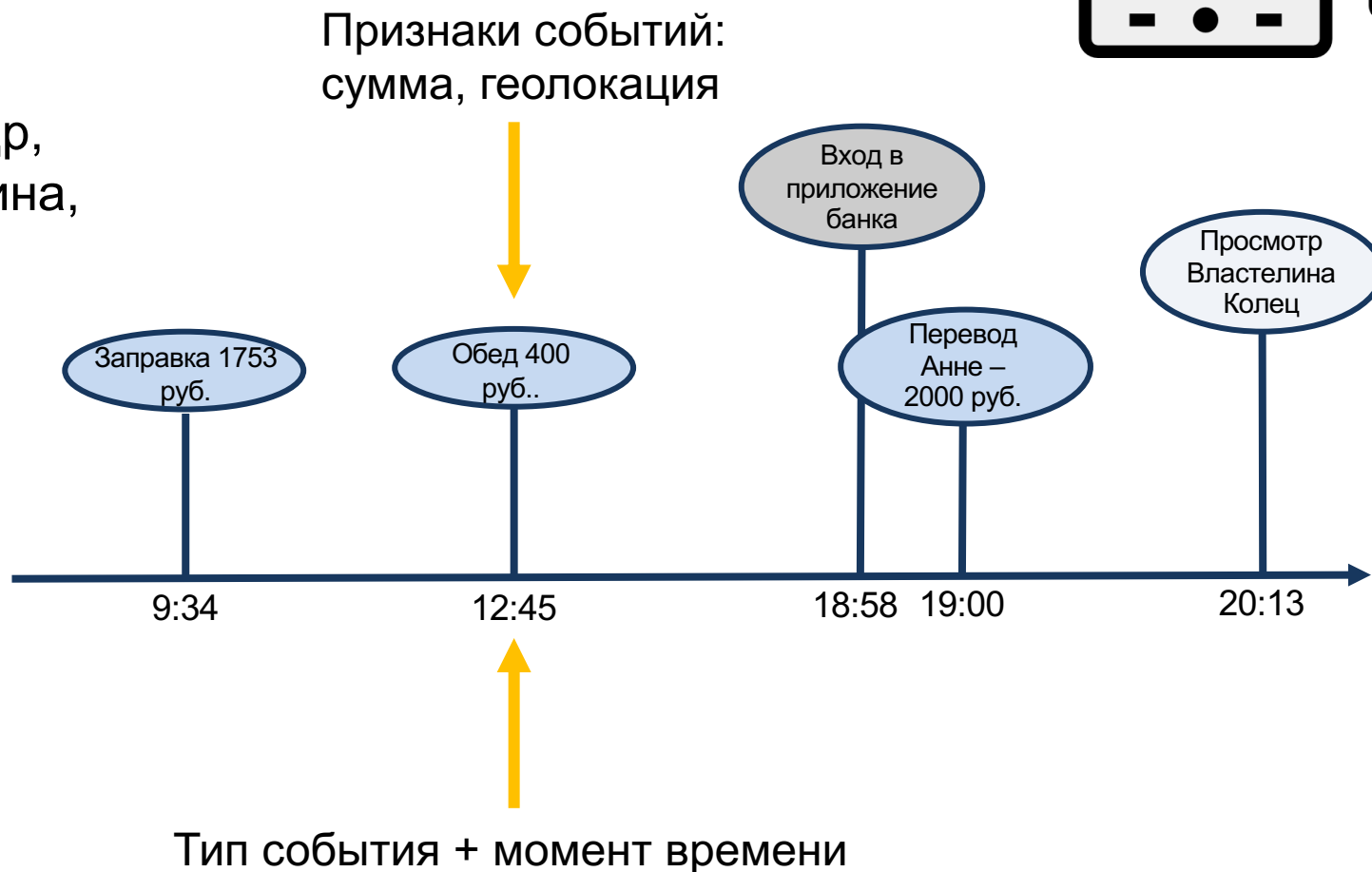
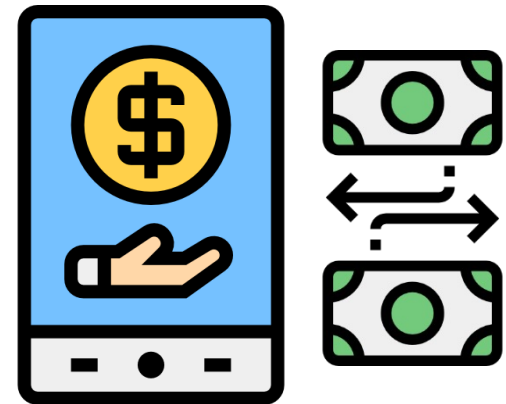


Временные точечные процессы (TRPPs): Приложения

Пример: финансовые транзакции как последовательности событий



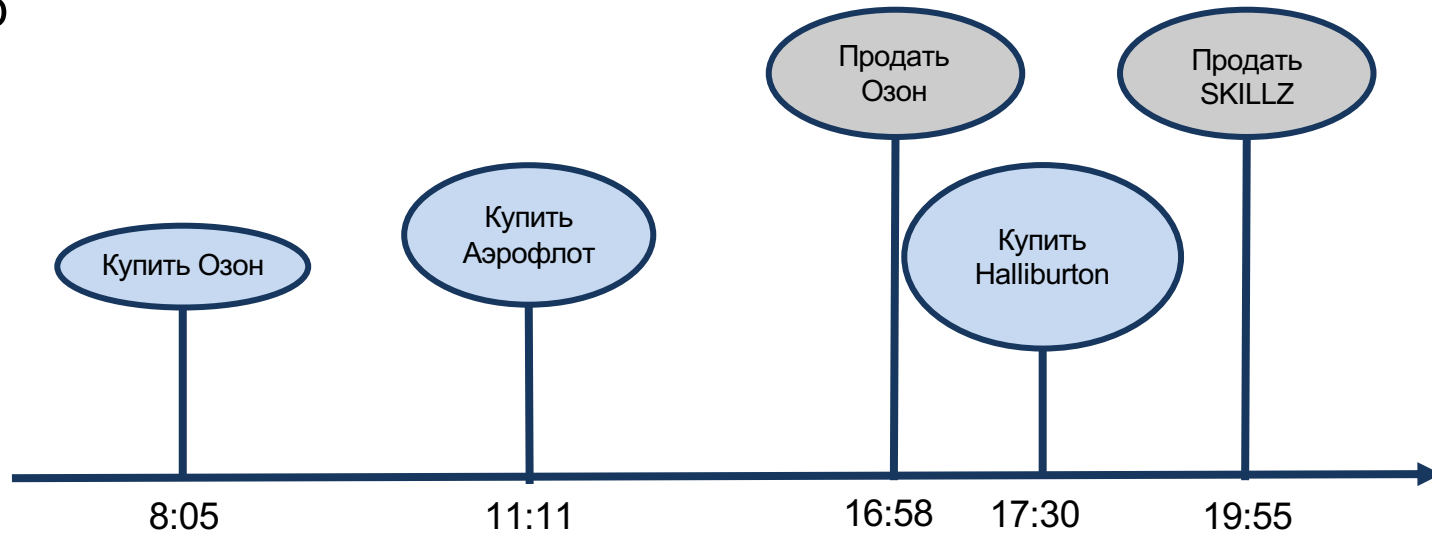
Александр,
28, мужчина,
ритейлер



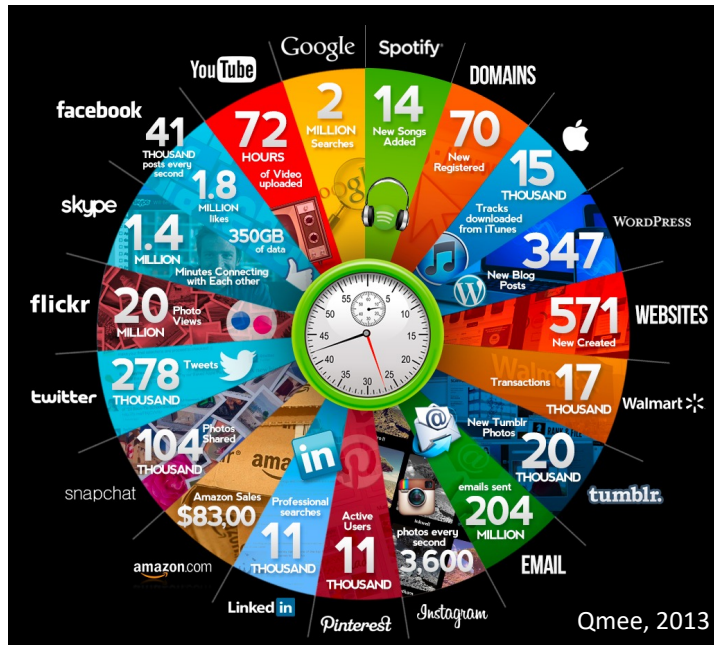
Пример: операции на бирже как последовательность событий



Инвестор



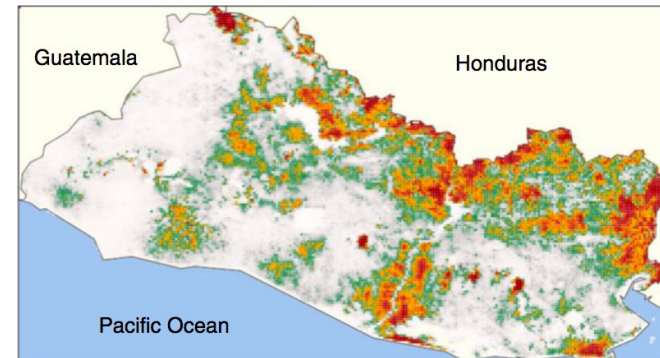
Множество дискретных событий в непрерывном времени



Онлайн активности



Финансовые торги



Динамика болезней



Финансовые транзакции

Разнообразие процессов как причина событий

События – это (шумные) наблюдения за разнообразными сложными динамическими процессами...



Торговля акциями



Распространение грипа



Создание статей на Википедии



Распространение новостей в Твиттере



Отзывы и продажи на Амазоне



Заказы такси



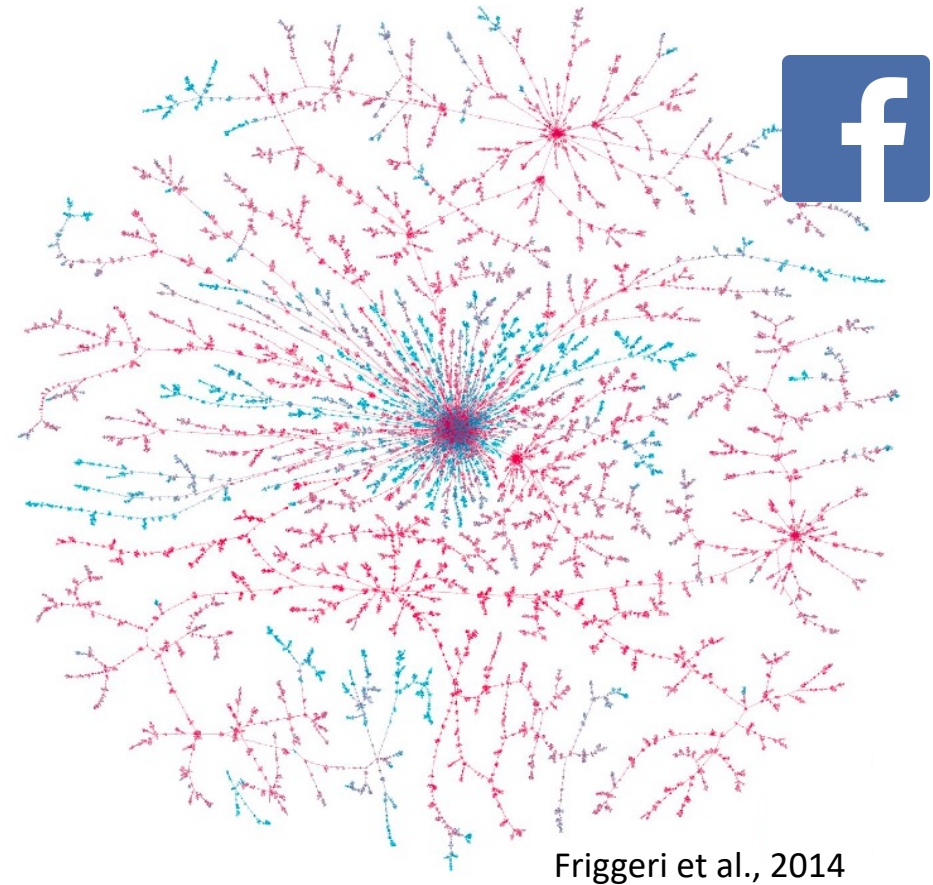
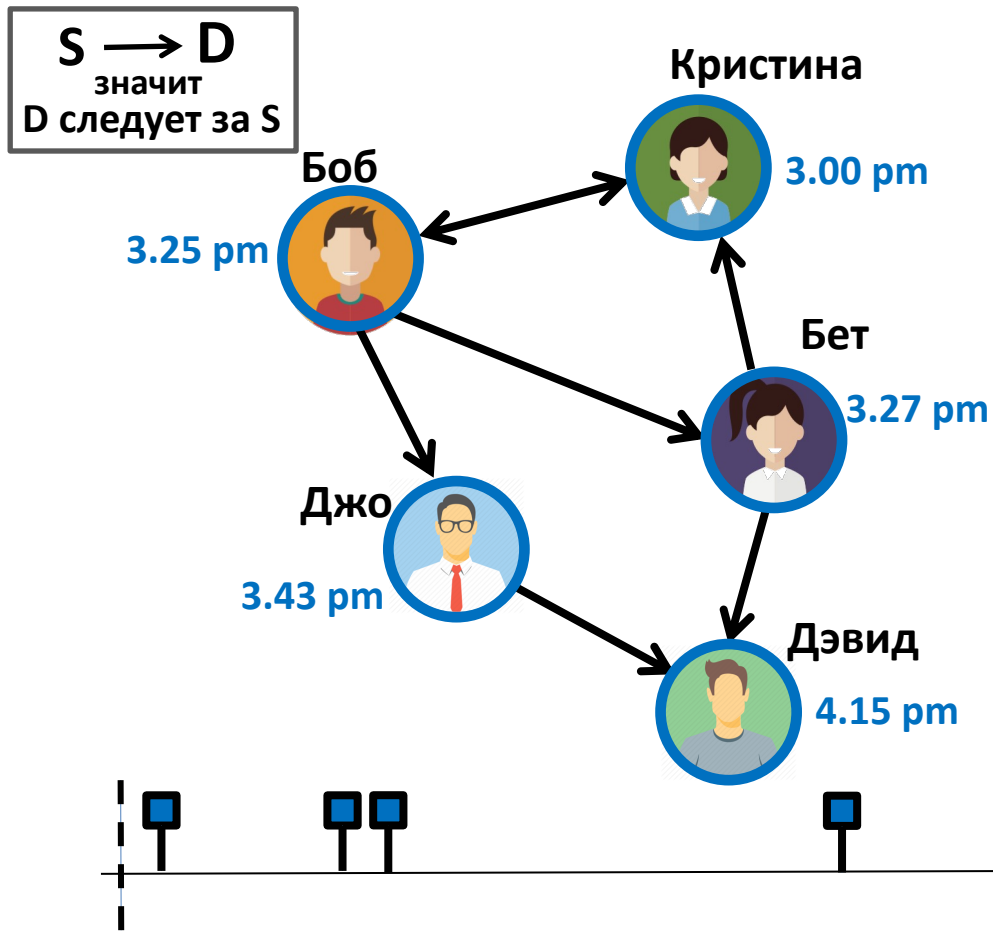
Репутация пользователя в Quora

FAST

SLOW

...в различных временных масштабах.

Пример I: Распространение информации



Они могут влиять на
события за пределами сети

theguardian

Click and elect: how fake news helped
Donald Trump win a real election

Пример 2: история откликов



Barack Obama
From Wikipedia, the free encyclopedia

"Barack" and "Obama" redirect here. For his father, see *Barack Obama Sr.* For other uses of "Barack", see *Barack (disambiguation)*.

Barack Hussein Obama II (*current President of the United States*, *Bo* was president of the *Harvard* civil rights attorney and taught representing the 13th District States House of Representati

Barack Obama: Revision history

Time	User	Size	Delta
03:41, 28 November 2016	Ranze (talk contribs)	.. (301,105 bytes)	(+18) .. (E
03:32, 28 November 2016	Xin Deui (talk contribs)	.. (301,087 bytes)	(-68) .. (
00:57, 28 November 2016	SporkBot (talk contribs)	m .. (301,155 bytes)	(-37)
07:03, 27 November 2016	Saiph121 (talk contribs)	.. (301,192 bytes)	(+25) ..

03:21, 20 September 2016

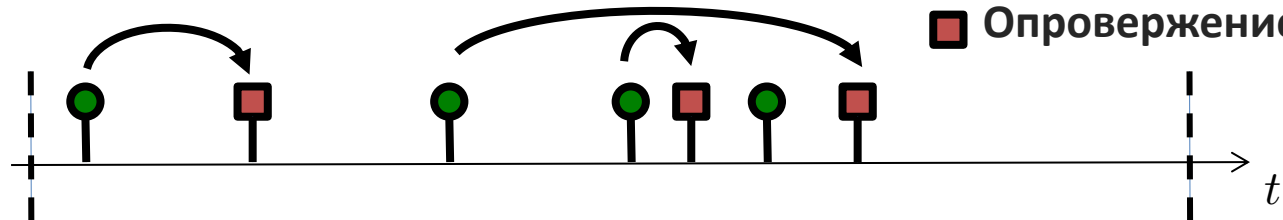
is a **Kenyan** politician



possible vandalism by **MLM2016**

is an American politician

● Добавление
■ Опровержение



Moving to Australia Working in Australia Study abroad in Australia +4

What are the pros and cons of living in Australia?

Answer Request Follow 109 Comment Share 9 Downvote

I have studied, worked and lived in Australia as an Intern employee, business owner and a citizen.

I have experienced this country in all the ways possible, you However, I firmly believe that there are definitely more pros Australia but still I have mentioned below a few challenges and benefits.

Hope it helps! :)

Possible Challenges

- Language problem for those who don't speak English
- Not having your family and friends around could society is more and more connected and thanks Social Media you can stay in touch a bit easier

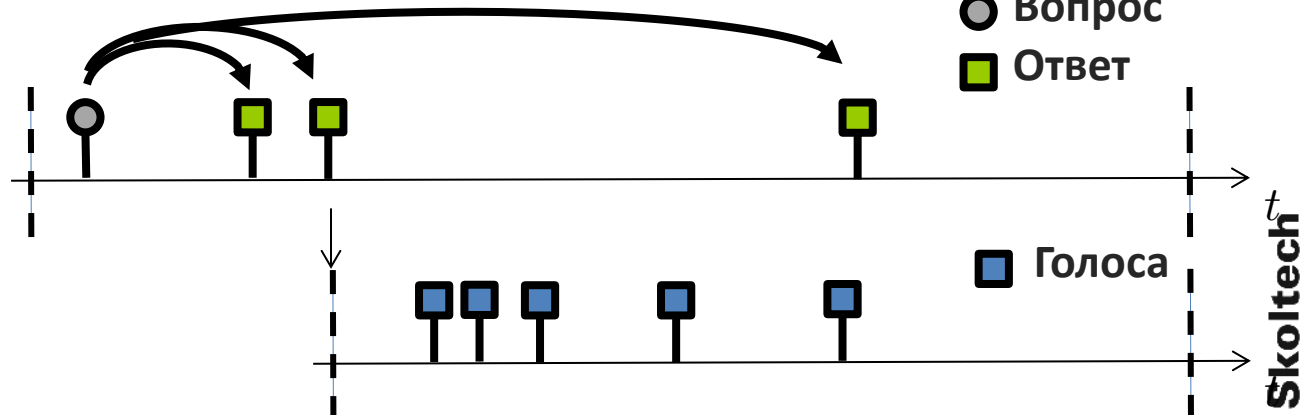
Upvote 150



M Sharma, Lived in Australia as Migrant, Student, Worker, Business Owner & Family Man

Updated Aug 3

● Вопрос
■ Ответ



■ Голоса

Пример 3: разработка

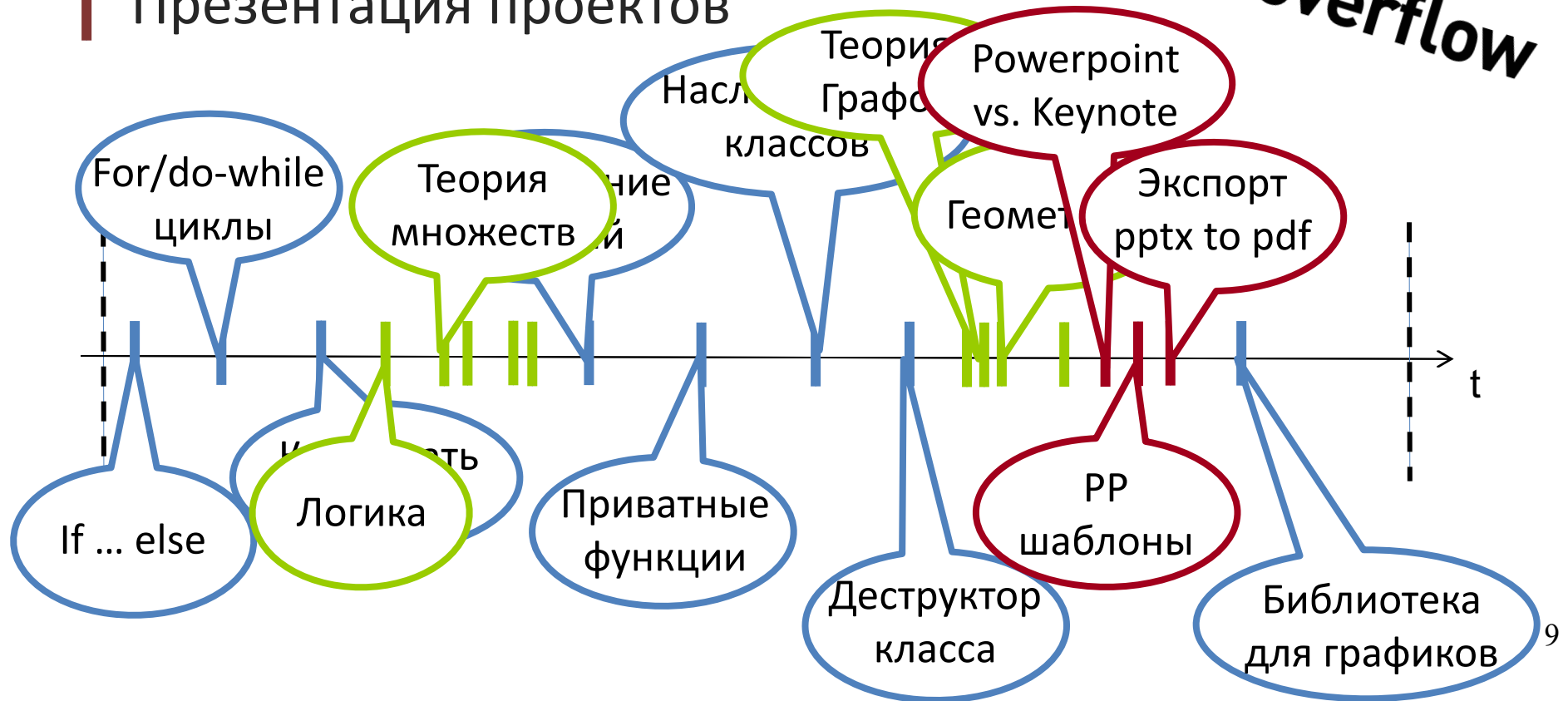


1 год студента по компьютерным наукам

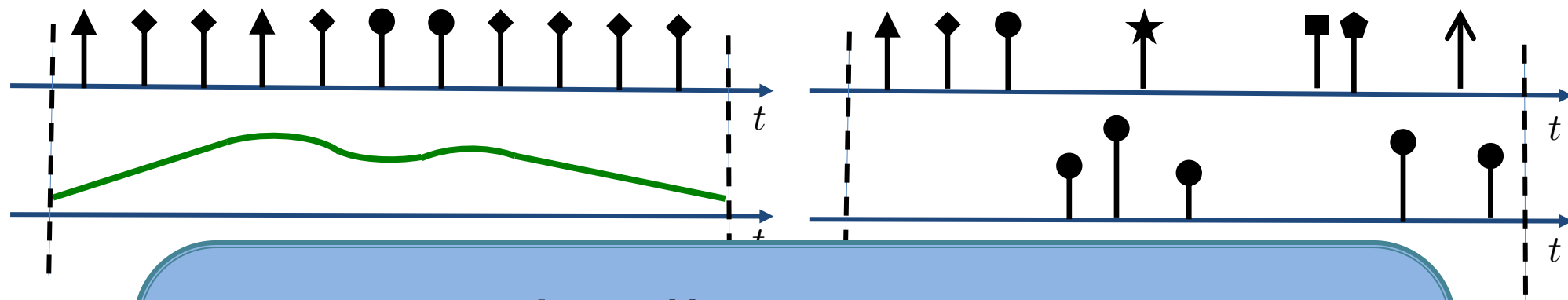
Введение в программирование

Дискретная математика

Презентация проектов



Разве это не просто временные ряды?



Диск

В

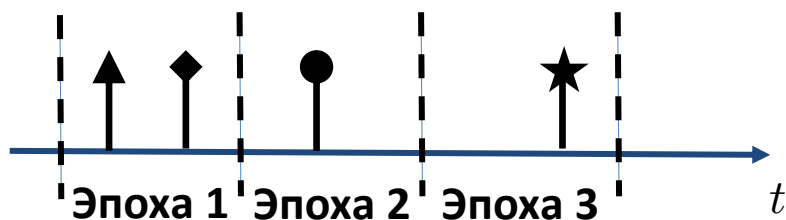
ни

Фреймворк для
временных точечных процессов
дает *естественное*
представление

Чт

с

Что насчет событий зависящих от
времени?



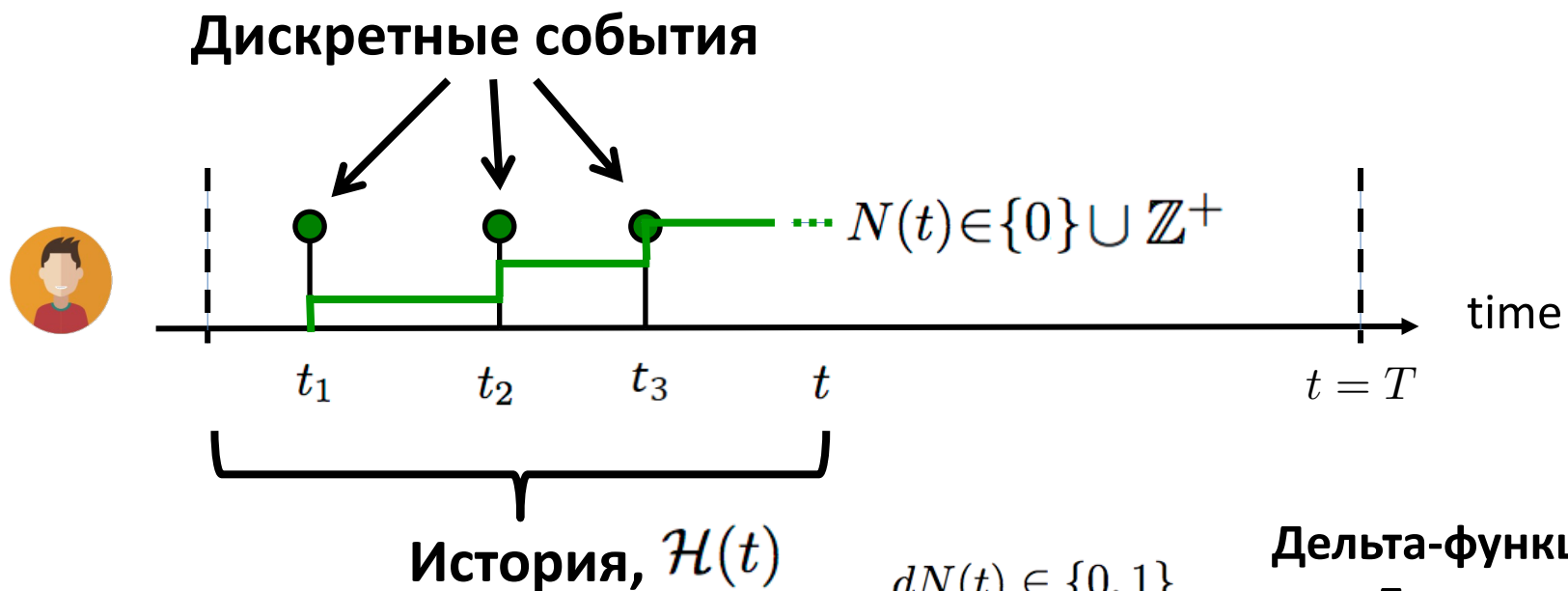
Временные точечные процессы (TRPPs): Введение

1. Функция интенсивности
2. Основной строительный блок
3. Суперпозиция

Временные точечные процессы

Временной точечный процесс:

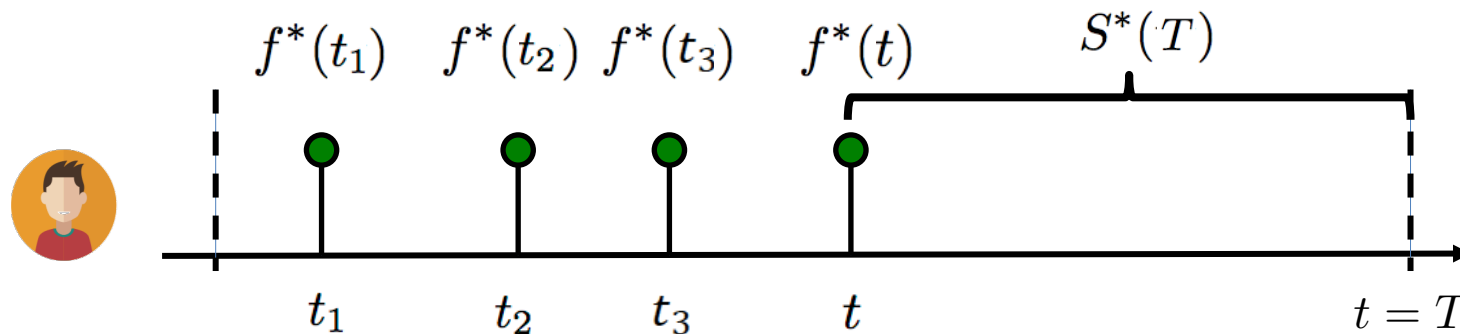
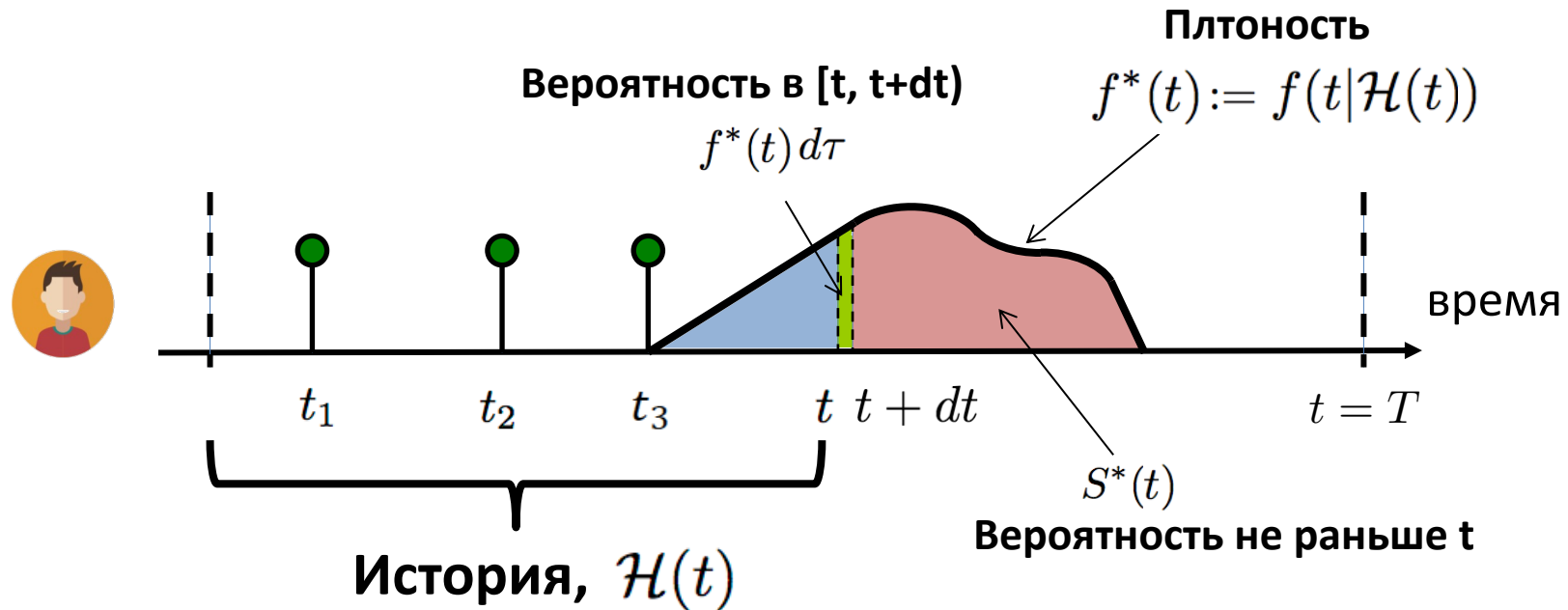
Случайный процесс реализация которого состоит из дискретных событий локализованных во времени $\mathcal{H} = \{t_i\}$



Формально: $N(t) = \int_0^t dN(s) \Rightarrow dN(t) = \sum_{t_i \in \mathcal{H}} \delta(t - t_i) dt$

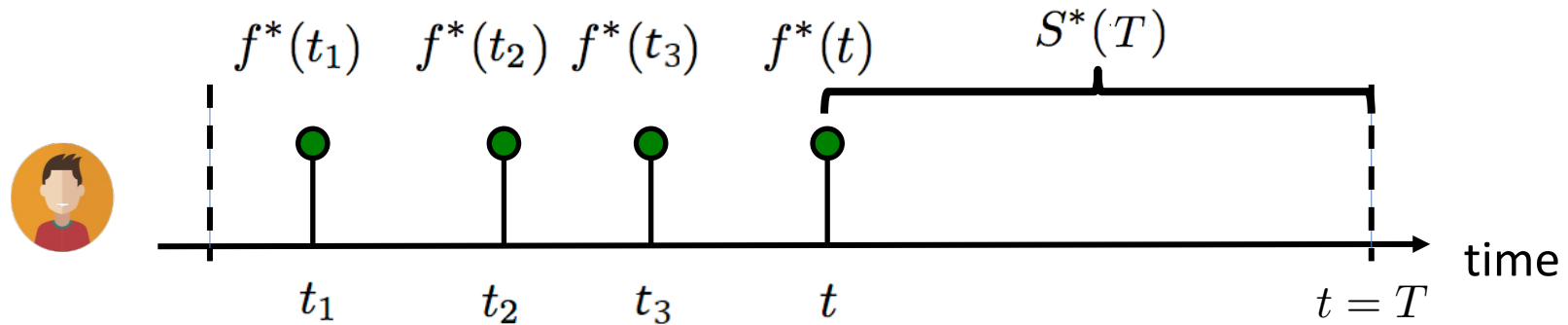
$dN(t) \in \{0, 1\}$ \downarrow Дельта-функция Дирака \downarrow

Время как случайная величина



Правдоподобие послед.: $f^*(t_1) f^*(t_2) f^*(t_3) f^*(t) S^*(T)$

Проблема параметризации плотности(I)

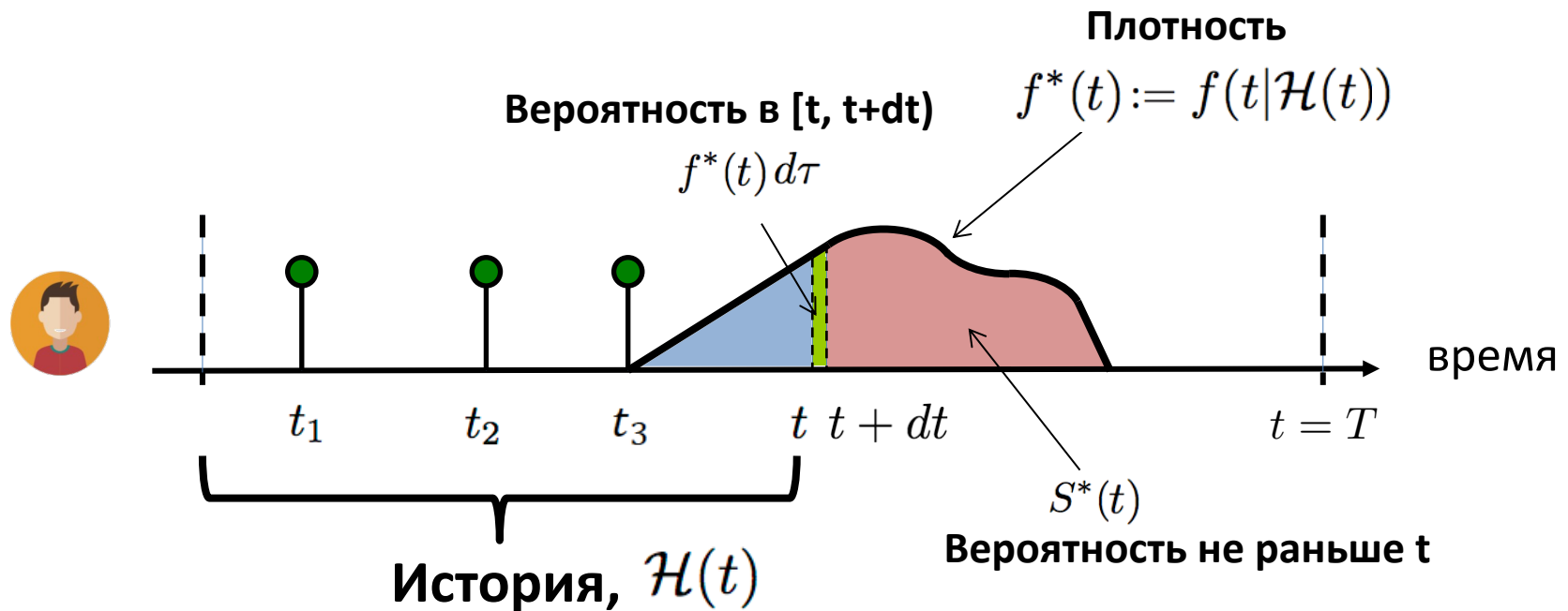


$$\begin{array}{ccccccc}
 f^*(t_1) & f^*(t_2) & f^*(t_3) & f^*(t) & S^*(T) & & \\
 \nearrow & \nearrow & \uparrow & \nwarrow & \nwarrow & & \\
 \frac{\exp\langle w, \psi^*(t_1) \rangle}{Z} & & \frac{\exp\langle w, \psi^*(t_3) \rangle}{Z} & & 1 - \int_t^T \frac{\exp\langle w, \psi^*(\tau) \rangle}{Z} d\tau & & \\
 & \frac{\exp\langle w, \psi^*(t_2) \rangle}{Z} & & \frac{\exp\langle w, \psi^*(t) \rangle}{Z} & & &
 \end{array}$$

Сложно для построения модели и интерпретируемости:

1. Интеграл плотности должен быть равен 1
2. Сложно комбинировать последовательности

Функция интенсивности



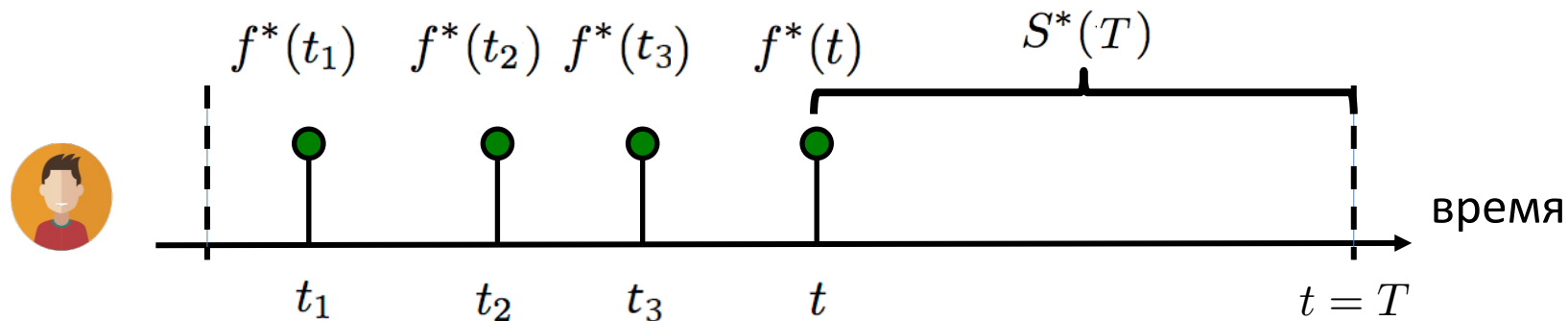
Интенсивность:

Вероятность в $[t, t+dt)$ но не раньше t

$$\lambda^*(t)dt = \frac{f^*(t)dt}{S^*(t)} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda^*(t)dt = \mathbb{E}[dN(t)|\mathcal{H}(t)]$$

Наблюдение: $\lambda^*(t)$ Частота = # событий / единица времени ¹⁵

Преимущества параметризации интенсивности (I)



$$\lambda^*(t_1) \lambda^*(t_2) \lambda^*(t_3) \lambda^*(t) \exp \left(- \int_0^T \lambda^*(\tau) d\tau \right)$$

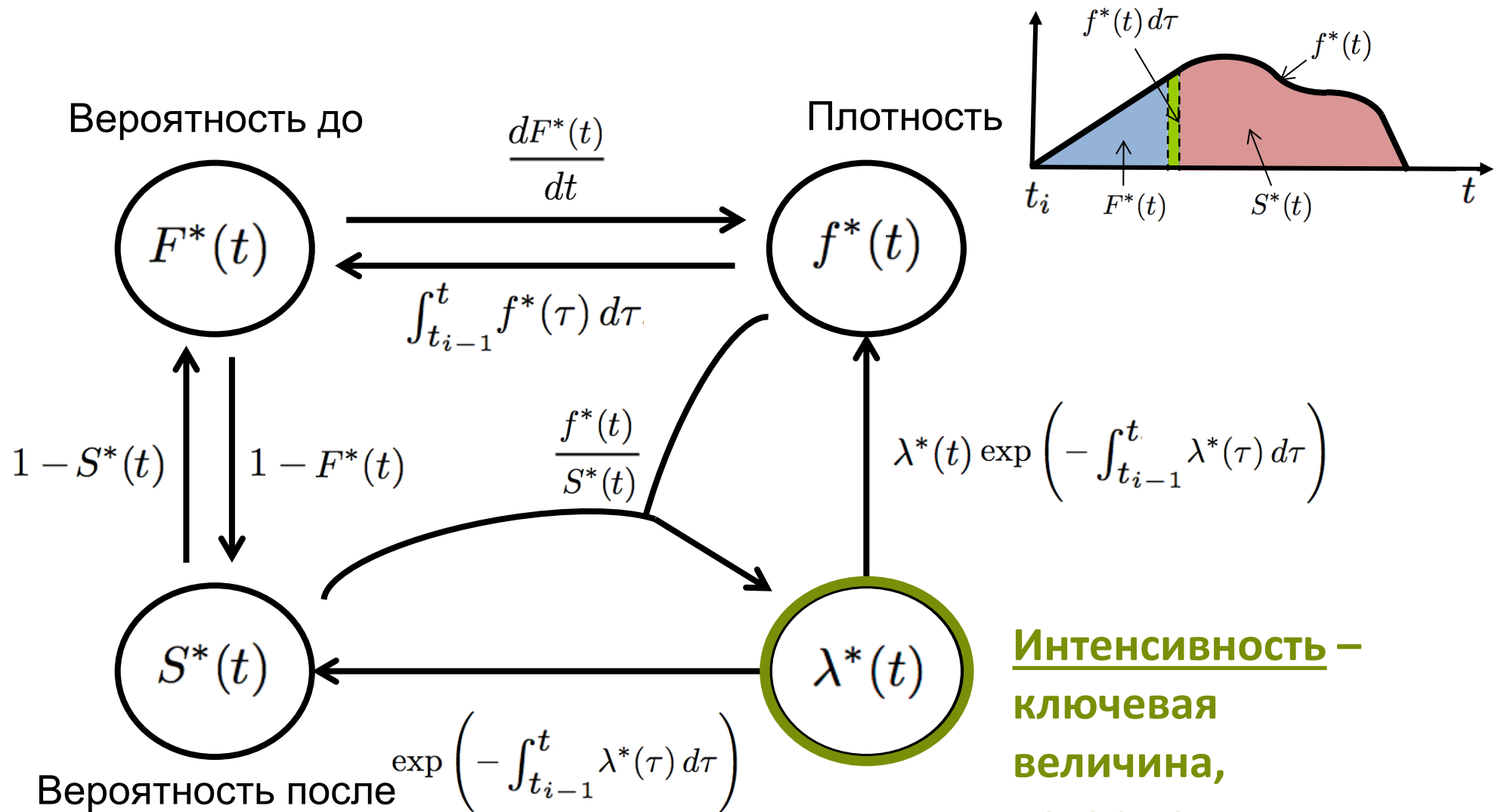
Arrows point from the following expressions to the corresponding terms in the equation above:

- $\langle w, \phi^*(t_1) \rangle$ points to $\lambda^*(t_1)$
- $\langle w, \phi^*(t_2) \rangle$ points to $\lambda^*(t_2)$
- $\langle w, \phi^*(t_3) \rangle$ points to $\lambda^*(t_3)$
- $\langle w, \phi^*(t) \rangle$ points to $\lambda^*(t)$
- $\exp \left(- \int_0^T \langle w, \phi^*(\tau) \rangle d\tau \right)$ points to the exponential term

Подход для построения модели и интерпретируемости:

1. Интенсивности только неотрицательны
2. Легко комбинировать последовательности

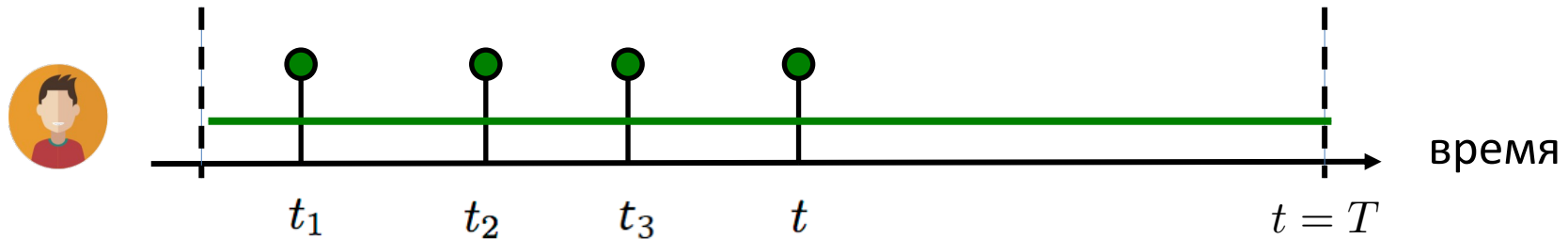
Соотношения между f^* , F^* , S^* , λ^*



Представления: Временные Точечные Процессы

1. Функция интенсивности
2. Основной строительный блок
3. Суперпозиция

Пуассоновский процесс



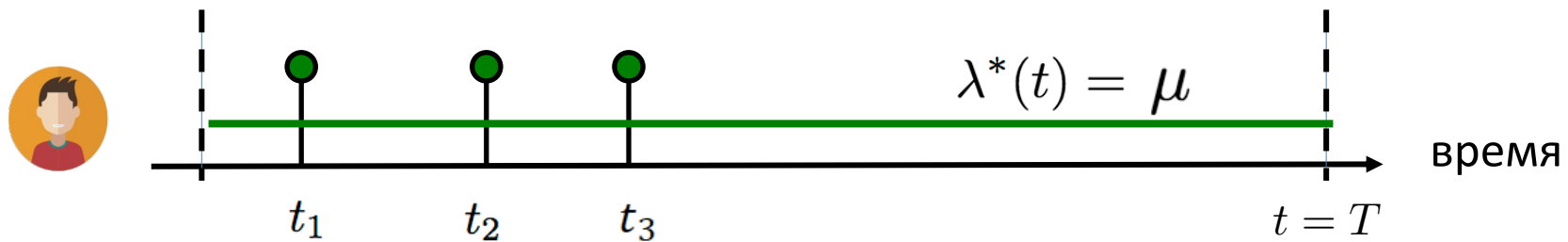
Интенсивность Пуассоновского процесса

$$\lambda^*(t) = \mu$$

Наблюдения:

1. Интенсивность не зависит от истории
2. Однородные случайные появления
3. Временные интервалы в соответствии с экспоненциальным распределением

Обучение и генерация для Пуассона



Обучение максимизацией правдоподобия:

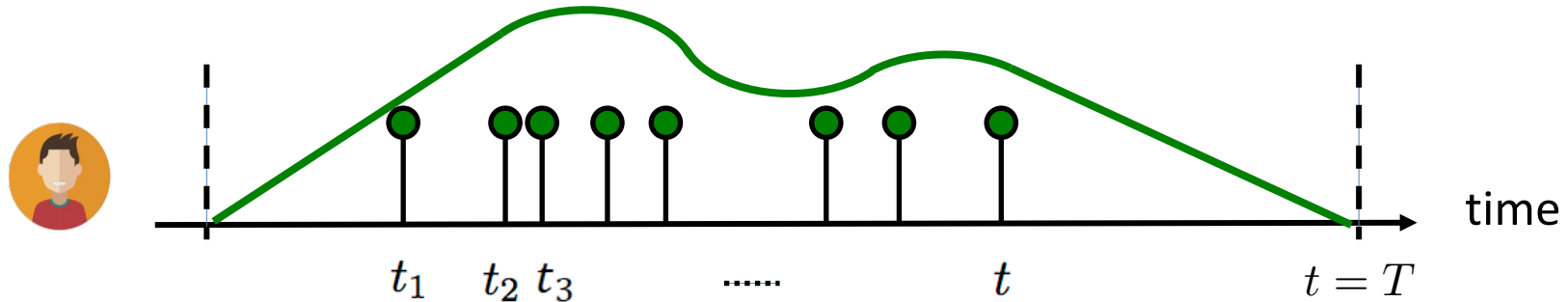
$$\mu^* = \operatorname{argmax}_{\mu} 3 \log \mu - \mu T = \frac{3}{T}$$

Генерация методом обратного преобразования: $Uniform(0, 1)$

$$t \sim \underbrace{\mu \exp(-\mu(t - t_3))}_{f_t^*(t)} \quad \Rightarrow \quad t = \underbrace{-\frac{1}{\mu} \log(1 - u)}_{F_t^{-1}(u)} + t_3$$

\downarrow
 $Uniform(0, 1)$

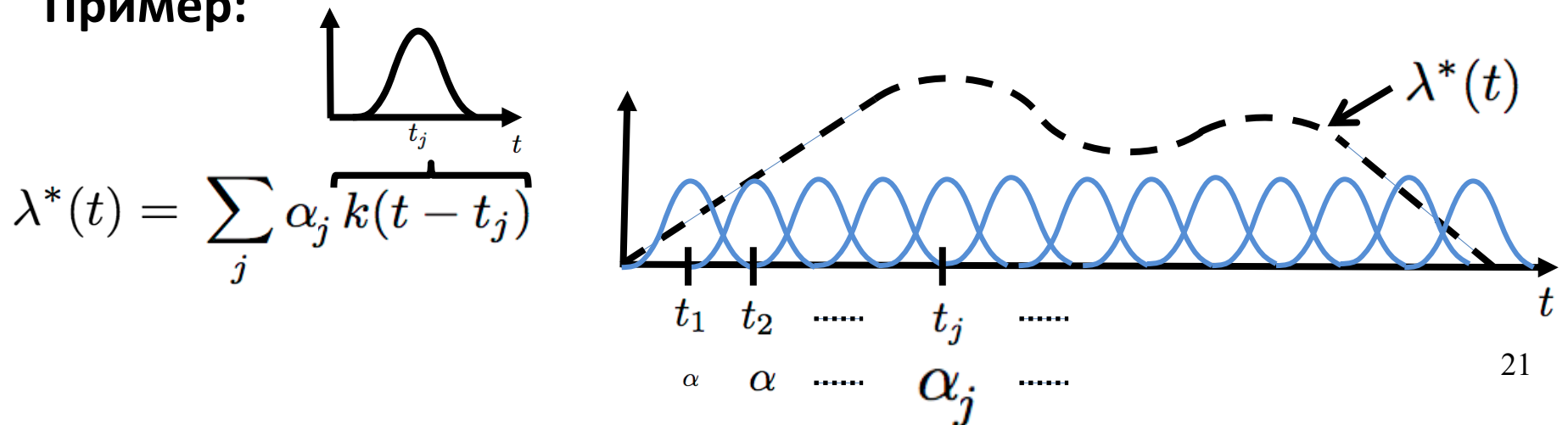
Неоднородный Пуассоновский процесс



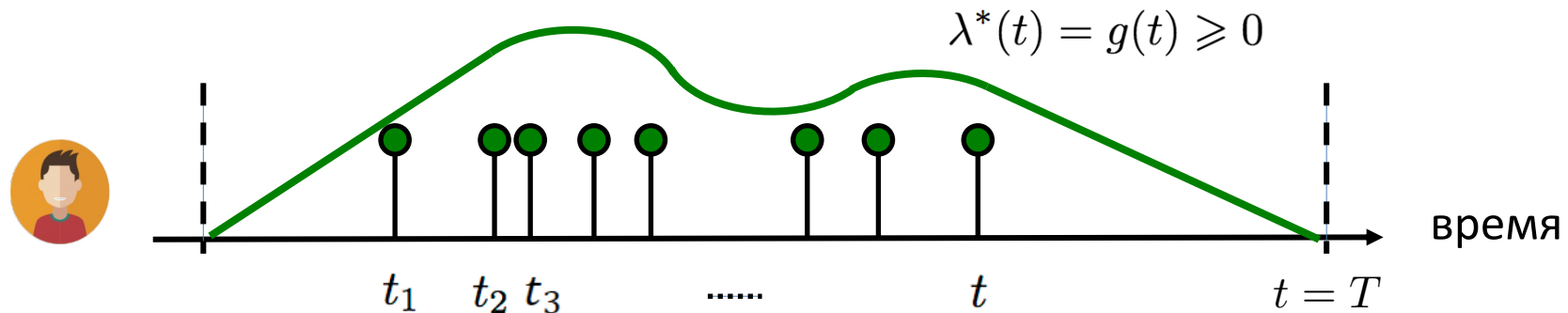
Интенсивность неоднородного Пуассоновского процесса

$$\lambda^*(t) = g(t) \geq 0 \quad - \text{Не зависит от истории}$$

Пример:



Обучение и генерация для неоднородного Пуассона



Обучение максимизацией правдоподобия:

$$\underset{g(t)}{\text{maximize}} \quad \sum_{i=1}^n \log g(t_i) - \int_0^T g(\tau) d\tau$$

Выборка с отклонением + метод обратного преобразования*:

1. Выбираем t из пуассоновского процесса с интенсивностью μ с помощью метода обратного преобразования
2. Генерируем $u_2 \sim \text{Uniform}(0, 1)$
3. Сохраняем если $u_2 \leq g(t) / \mu$

} Сохраняем с вероятн. $g(t) / \mu$

Терминационный (или выживающий) процесс



Интенсивность терминационного (или выживающего) процесса

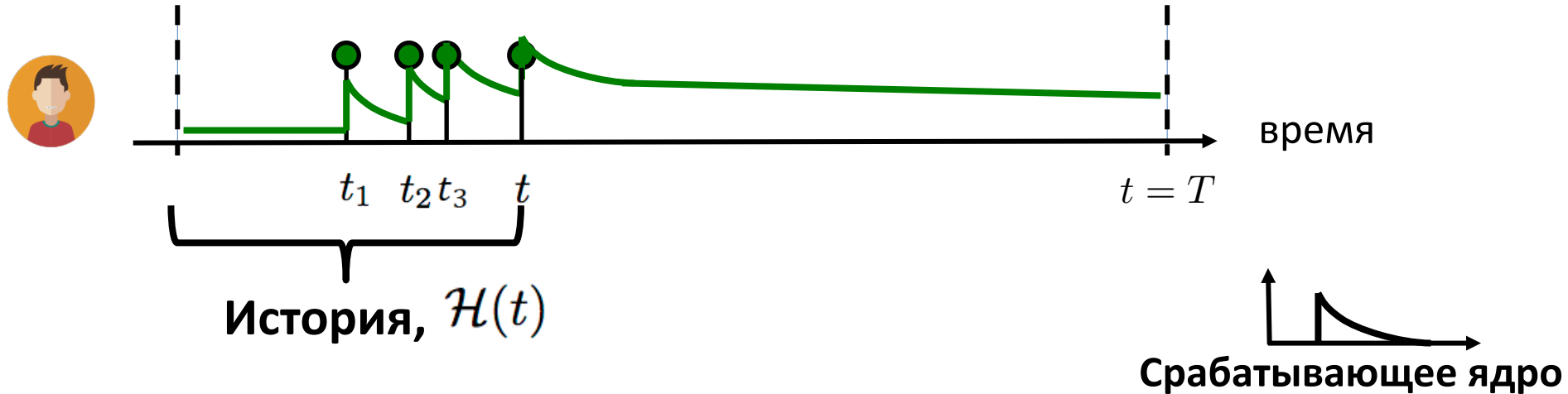
$$\lambda^*(t) = g^*(t)(1 - N(t)) \geq 0$$

Наблюдение:

1. Ограниченное количество появлений

Попробуйте
сгенерировать и
обучить...

Самовозбуждающийся процесс Хокса



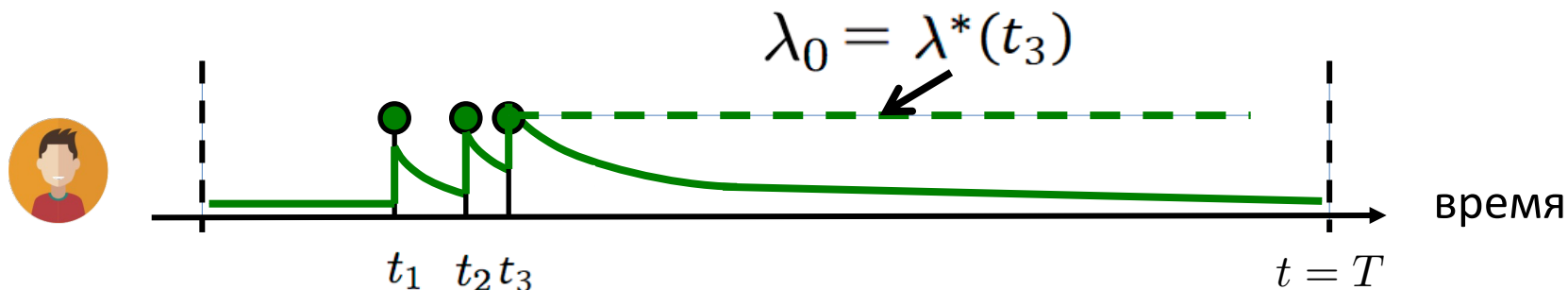
Интенсивность процесса
Хокса:

$$\begin{aligned}\lambda^*(t) &= \mu + \alpha \sum_{t_i \in \mathcal{H}(t)} \kappa_\omega(t - t_i) \\ &= \mu + \alpha \kappa_\omega(t) \star dN(t)\end{aligned}$$

Наблюдение:

1. Кластерное появление событий
2. Интенсивность стохастическая и зависит от истории

Обучение Хоксовской модели



Обучение максимизацией правдоподобия:

$$\text{maximize}_{\mu, \alpha} \left\{ \sum_{i=1}^n \log \lambda^*(t_i) - \int_0^T \lambda^*(\tau) d\tau \right\} \left. \begin{array}{l} \text{Макс. правдоподобия} \\ \text{совместно выпукло} \\ \text{по } \mu \text{ и } \alpha \end{array} \right\}$$

Выборка с отклонением + метод обратного преобразования

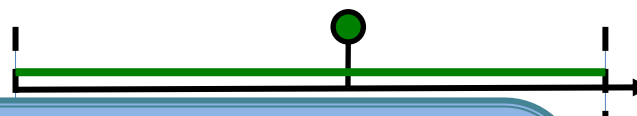
*:

Ключевая идея: максимум интенсивности λ_0
меняется во времени

Вывод

Строительные блоки представляют **различные динамические процессы**:

Пуассоновский процесс:

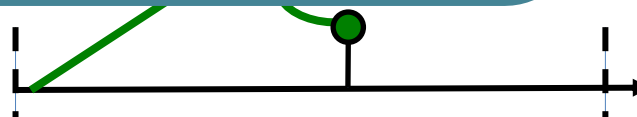


Неод

**Мы знаем как обучать их
и как генерировать**

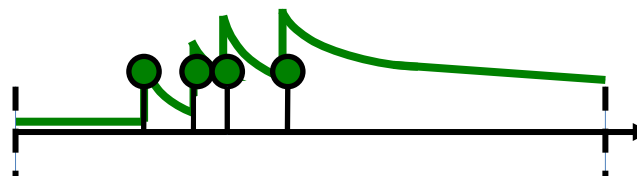
Терм

$$\lambda^*(t) = g^*(t)(1 - N(t))$$



Самовозбуждающийся процесс:

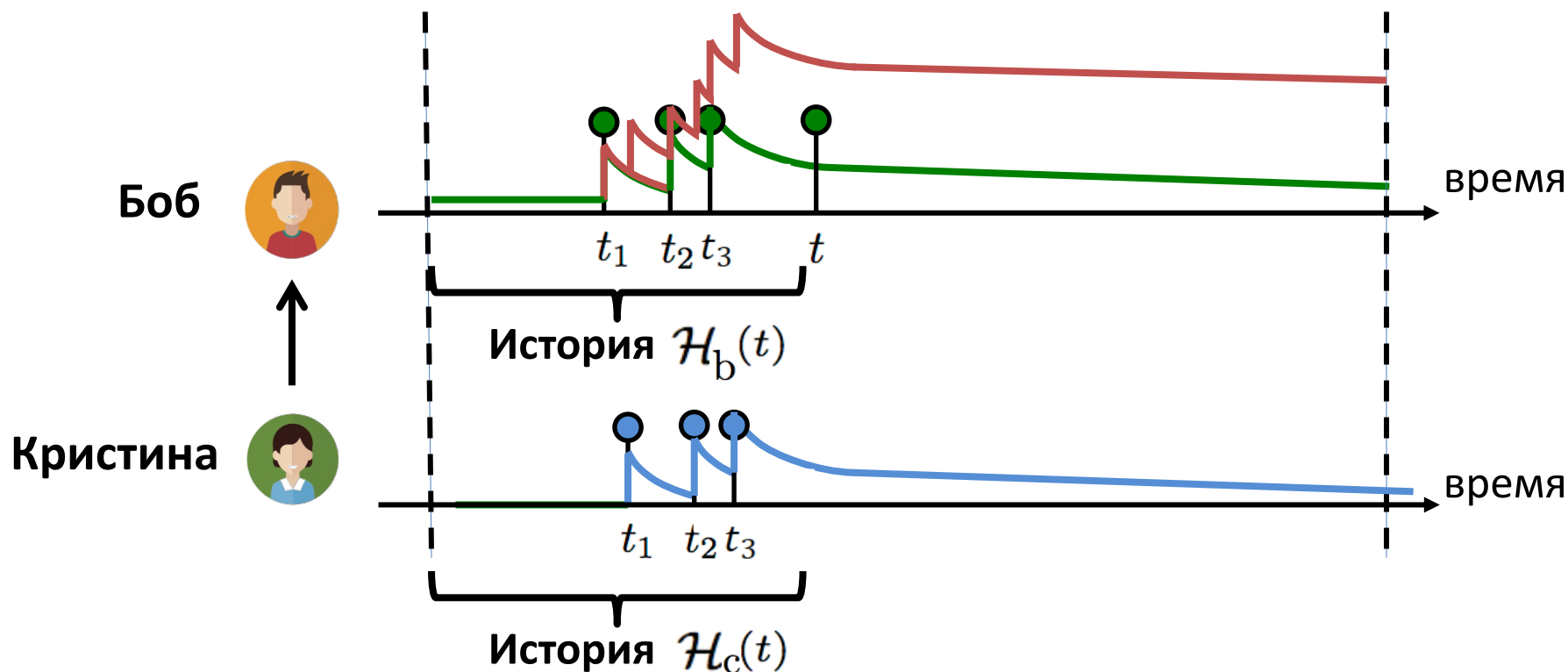
$$\lambda^*(t) = \mu + \alpha \sum_{t_i \in \mathcal{H}(t)} \kappa_{\omega}(t - t_i)$$



Представления: Временные Точечные Процессы

1. Функция интенсивности
2. Основной строительный блок
3. Суперпозиция

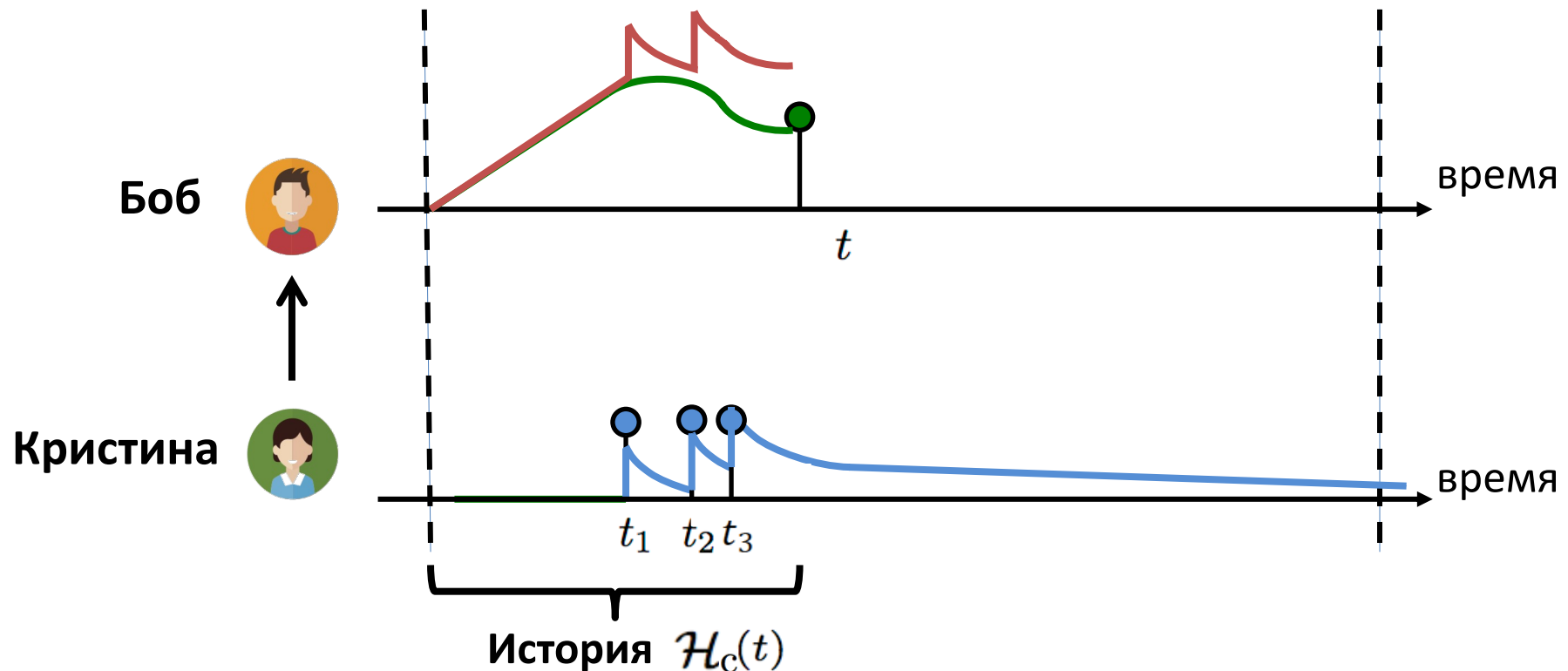
Взаимно возбуждающие процессы



Кластеризованные появления под воздействием соседей

$$\lambda^*(t) = \mu + \alpha \sum_{t_i \in \mathcal{H}_b(t)} \kappa_\omega(t - t_i) + \beta \sum_{t_i \in \mathcal{H}_c(t)} \kappa_\omega(t - t_i)$$

Взаимно возбуждающие терминационные процессы



Кластеризованные появления под воздействием соседей

$$\lambda^*(t) = (1 - N(t)) \left(g(t) + \beta \sum_{t_i \in \mathcal{H}_c(t)} \kappa_\omega(t - t_i) \right)$$