

CLASS XII
MATHEMATICS -041
PRACTICE PAPER-I (2019-20)

Time: 3 Hrs.

निर्धारित समय : 3 घंटे

Maximum Marks: 80

अधिकतम अंक : 80

General Instructions:

- (i) All the questions are compulsory.
- (ii) The question paper consists of 36 questions divided into 4 sections A, B, C and D.
- (iii) Section A comprises of 20 questions of 1 mark each. Section B comprises of 6 questions of 2 marks each. Section C comprises of 6 questions of 4 marks each. Section D comprises of 4 questions of 6 marks each.
- (iv) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in three questions of 1 mark each, two questions of 2 marks each, two questions of 4 marks each, and two questions of 6 marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
- (v) Use of calculators is not permitted

सामान्य निर्देश:

- 1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं
- 2. प्रश्न पत्र में 36 प्रश्न हैं जो चार खंडों में विभक्त है।
- 3. खंड अ में 20 प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है। खंड ब में 6 प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है। खंड स में 6 प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है। खंड द में 4 प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है।
- 4. प्रश्न पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है तथापि 1 अंक के 3 प्रश्नों में, 2 अंक के 2 प्रश्नों में, 4 अंक के 2 प्रश्नों में और 6 अंक के 2 प्रश्नों में विकल्प दिया गया है। ऐसे सभी प्रश्नों में एक ही विकल्प हल करना है।
- 5. कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

SECTION A/ खण्ड अ

Question Number 1-10 Are Of Multiple Choice Type Questions. Select the Correct Option

(1) The matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ is a

- (A) scalar matrix (B) diagonal matrix (C) unit matrix (D) square matrix

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ है

- (A) आदिश आव्यूह (B) विकर्ण आव्यूह (C) तत्समक आव्यूह (D) वर्ग आव्यूह

(2) If A and B are square matrices of the same order then $(A+B)(A-B)$ is equal to
यदि A और B सामान कोटि के दो आव्यूह हैं तो $(A+B)(A-B)$ बराबर है

(A) $A^2 - B^2$

(B) $A^2 - BA - AB - B^2$

(C) $A^2 - B^2 + BA - AB$

(D) $A^2 - BA + B^2 + AB$

(3) The value of λ for which two vectors $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $3\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ are perpendicular is

λ का वह मान जिसके लिए सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ और सदिश $3\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ लम्बवत हैं

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

(4) You are given that A and B are two events such that $P(B)=3/5$ $P(A/B)=1/2$ AND $P(A \cup B)=4/5$ then $P(A)$ equals to:

आपको ऐसी दो घटनाएं A तथा B दी हुई हैं कि $P(B)=3/5$, $P(A/B)=1/2$ और $P(A \cup B)=4/5$ तो $P(A)$ बराबर है।

- (A) 3/10 (B) 1/5 (C) 1/2 (D) 3/5

(5) Reflection of the point (α, β, γ) in the xy plane is

xy समतल में बिंदु (α, β, γ) का परावर्तन है

- (A) $(\alpha, \beta, 0)$ (B) $(0, 0, \gamma)$ (C) $(-\alpha, -\beta, \gamma)$ (D) $(\alpha, \beta, -\gamma)$

(6) If $\cos(\sin^{-1} \frac{2}{5} \cos^{-1} x) = 0$, then x equals to

यदि $\cos(\sin^{-1} \frac{2}{5} \cos^{-1} x) = 0$, तो x बराबर है

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) 0 (D) 1

(7) In a box containing 100 bulbs, 10 are defective. The probability that out of a sample of 5 bulbs, none is defective, is

एक बक्से में 100 बल्ब हैं जिसमें से 10 खराब हैं 5 बल्बों के नमूने में से कोई बल्ब खराब ना होने की प्रायिकता होगी।

- (A) $(9/10)^5$ (B) $\frac{9}{10}$ (C) 1/10 (D) None of these

(8) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ equals to

$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ बराबर है

- (A) $\tan x + \cot x + c$ (B) $(\tan x + \cot x)^2 + c$ (C) $\tan x - \cot x + c$ (D) $(\tan x - \cot x)^2 + c$

(9) The coordinates of the foot of perpendicular drawn from the point (2,5,7) on the x axis are given by

बिंदु (2,5,7) से x अक्ष पर डाले गए लंब पाद के निर्देशक हैं

- (A) (2,0,0) (B) (0,5,0) (C) (0,0,7) (D) (0,5,7)

(10) Distance in (units) between two planes $2x+3y+4z=4$ and $4x+6y+8z=12$ is:

- (A) 2 unit (B) 4 units (C) 8 units (D) $\frac{2}{\sqrt{29}}$ units

दो समतलों $2x+3y+4z=4$ तथा $4x+6y+8z=12$ के बीच की दूरी है:

- (A) 2 इकाई (B) 4 इकाई (C) इकाई (D) $\frac{2}{\sqrt{29}}$ इकाई

(Q 11-Q15) Fill in the blanks

(रिक्त स्थान भरिये)

(11) Let the relation R be defined in N by aRb if $2a+3b=30$. Then $R=$ -----

मान लीजिए कि N में एक संबंध R, aRb यदि $2a+3b=30$ द्वारा परिभाषित है तो $R =$ -----

(12) If $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & \text{if } x \geq 1 \\ x + 2 & \text{if } x < 1 \end{cases}$ is continuous then 'a' should be equal to -----

यदि $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & \text{if } x \geq 1 \\ x + 2 & \text{if } x < 1 \end{cases}$ संतत है तो 'a'----- के बराबर मान होना चाहिए ।

(13) The equation of normal to the curve $y=\tan x$ at $(0,0)$ is-----

वक्र $y=\tan x$ के $(0,0)$ पर अभिलम्ब का समीकरण ----- है

OR

The value of 'a' for which function $f(x)=\sin x-ax+b$ increases on R are-----

A के वे मान के लिये फलन $f(x)=\sin x-ax+b$, R में वर्धमान है ----- हैं

(14) If $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$, then value of y is -----

यदि $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ हो तो y का मान ----- है

(15) Projection vectors of \vec{a} on \vec{b} is -----

सदिश \vec{a} का \vec{b} पर प्रक्षेप----- है

OR

Direction cosines of the vector $(2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ are-----

सदिश $(2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ की दिक्कोज्याएँ----- हैं

(Q16-Q20) Answer the following questions

(Q16-Q20) निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखिये

(16) If $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & b-a & c-a \\ a-b & 0 & c-b \\ a-c & b-c & 0 \end{vmatrix}$, then show that Δ is equals to zero

यदि $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & b-a & c-a \\ a-b & 0 & c-b \\ a-c & b-c & 0 \end{vmatrix}$, तो दिखाइए कि $\Delta=0$ है,

(17) Evaluate

$$\int \log x dx$$

$\int \log x dx$ ज्ञात कीजिए।

(18)

Evaluate $\int_{-2}^2 (x^3 + 1) dx$

$\int_{-2}^2 (x^3 + 1) dx$ ज्ञात कीजिए।

OR

Evaluate

$$\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x} dx$$

$\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x}$ ज्ञात कीजिए।

(19) Evaluate

$$\int e^x (\cos x - \sin x) dx$$

$\int e^x (\cos x - \sin x) dx$ ज्ञात कीजिए।

(20) Find the general solution of differential equation

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} =$$

अवकल समीकरण

$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 1$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिये।

SECTION B

Question 21-26 each question carries 2 marks

प्रश्न संख्या 21-26 प्रत्येक प्रश्न दो अंक का है।

(21) Find the unit vector in the direction of the sum of vectors

$$\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} \text{ and } \vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$$

सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ के योग के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिये।

OR

Find the vector joining the points P(2,3,0) and Q(-1,-2,-4) directed from P to Q

बिन्दु P(2,3,0) तथा Q(-1,-2,-4) को मिलाने वाले सदिश ज्ञात कीजिये जो P से Q की तरफ अनुदिशित हैं।

(22) show by examples that the relation R in R, defined by $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ is neither reflexive nor transitive.

उदाहरणों द्वारा दर्शाइए कि R में $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R न तो सवतुल्य है न ही संक्रामक है।

OR

$$\text{Evaluate } \cos \left[\sin^{-1} \frac{1}{4} + \sec^{-1} \frac{4}{3} \right]$$

$\cos \left[\sin^{-1} \frac{1}{4} + \sec^{-1} \frac{4}{3} \right]$ ज्ञात कीजिए।

(23) If $y = e^{a \cos^{-1} x}$, show that $(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2 y = 0$

यदि $y = e^{a \cos^{-1} x}$ है, तो दर्शाइए कि $(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2 y = 0$

(24) A balloon which always remains spherical has a variable diameter $\frac{3}{2}(2x+1)$. Then, find the rate of change of its volume with respect to x .

एक गुब्बारा, जो सदैव गोलाकार रहता है, का परिवर्तनशील व्यास $\frac{3}{2}(2x+1)$ है। x के सापेक्ष आयतन के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिये।

(25) Find the angle between the lines $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ and $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{8}$

रेखाओं $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ तथा $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{8}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिये।

(26) A die is thrown 6 times. If getting an odd number is a success. Then what is the probability of 5 successes?

एक पासे को 6 बार उछाला जाता है। यदि 'पासे पर विषम संख्या प्राप्त होना' एक सफलता है तो 5 सफलताओं की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

SECTION-C

(27) Prove that the relation R in the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ given by $R = \{(a, b) : |a-b| \text{ is even}\}$ is an equivalence relation.

सिद्ध कीजिये कि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ में $R = \{(a, b) : |a-b| \text{ सम है}\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता संबंध है।

(28) Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$$

OR

Solve the differential equation:

$$(1+x^2)dy + 2xy dx + \cot x dx$$

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$ को हल कीजिये।

अथवा

अवकल समीकरण $(1+x^2)dy + 2xy dx + \cot x dx$ हल कीजिये।

(29) If $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ and $x \neq y$, prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{(x+1)^2}$

यदि $x\sqrt{1+y} + y\sqrt{1+x} = 0$ और $x \neq y$ है, तो सिद्ध कीजिये कि $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{(x+1)^2}$

OR

If $\cos x)^y = (\sin y)^x$, find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $\cos x)^y = (\sin y)^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिये।

(30) Prove that $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(a+b-x)dx$ and hence evaluate

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$$

सिद्ध कीजिये कि $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(a+b-x)dx$

अतः

$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$ का मूल्यांकन कीजिये।

(31) Two biased dice are thrown together. For the first die $P(6) = 1/2$, the other scores being equally likely while for the second die, $P(1) = 2/5$ and the other scores are equally likely.

Find the probability distribution of 'the number of ones seen'.

दो अभिन्नत पासे एक साथ फेंके जाते हैं। पहले पासे के लिए $P(6) = 1/2$ अन्य स्कोर सम संभाव्य है; जबकि दूसरे पासे के लिए $P(1) = 2/5$ तथा अन्य स्कोर सम संभाव्य है "1 के प्रकट होने की संख्या" का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिये।

(32) In a mid-day meal programme, an NGO wants to provide vitamin rich diet to the students of an MCD school. The dietician of the NGO wishes to mix two types of food in such a way that vitamin contents of the mixture contains at least 8 units of vitamin A and 10 units of vitamin C. Food 1 contains 2 units per kg of vitamin A and 1 unit per kg of vitamin C. Food 2 contains 1 unit per kg of vitamin A and 2 units per kg of vitamin C. It costs Rs.50/- per kg to purchase Food 1 and Rs.70/- per kg to purchase Food 2. Formulate the problem as LPP and solve it graphically for the minimum cost of such a mixture.

एक मिड-डे मील कार्यक्रम में, एक एनजीओ एक एमसीडी स्कूल के छात्रों को विटामिन से भरपूर आहार देना चाहता है। एनजीओ के आहार विशेषज्ञ दो प्रकार के भोजन को इस तरह मिलाना चाहते हैं कि मिश्रण की विटामिन सामग्री में विटामिन ए की कम से कम 8 इकाइयाँ और विटामिन सी की 10 इकाइयाँ हों। भोजन 1 में 2 यूनिट प्रति किग्रा विटामिन ए और 1 इकाई शामिल हैं। विटामिन सी प्रति किग्रा। खाद्य 2 में 1 यूनिट प्रति किग्रा विटामिन ए और 2 यूनिट प्रति किग्रा विटामिन सी होता है। भोजन की खरीद के लिए रु50 / - प्रति किग्रा है। खाद्य 2 की खरीद के लिए 1 और रु 70 प्रति किग्रा। एलपीपी के रूप में समस्या को हल करें और ऐसे मिश्रण की न्यूनतम लागत के लिए इसे ग्राफिक रूप से हल करें।

SECTION-D

(33) Using integration, find the area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

समाकलन के प्रयोग से, दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

OR/ अथवा

Evaluate integral of $\int_1^3 (x^2 + x + e^x)dx$ as the limit of a sum.

योगफल की सीमा विधि द्वारा $\int_1^3 (x^2 + x + e^x)dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

(34) Show that for the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, $A^3 - 6A^2 + 5A + 11I = 0$

Hence find A^{-1} .

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ के लिए दर्शाइए कि $A^3 - 6A^2 + 5A + 11I = 0$ है। इसकी सहायता से A^{-1} ज्ञात कीजिये।

(35)

Find the vector equation of a line passing through the point (2, 3, 2) and parallel to the line

$\vec{r} = (-2\hat{i} + 3\hat{j}) + \lambda(2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$. Also, find the distance between these lines.

OR

Find the coordinates of the foot of the perpendicular Q drawn from P(3, 2, 1) to the plane

$2x - y + z + 1 = 0$.

Also, find the distance PQ and the image of the point P treating this plane as a mirror.

बिंदु (2,3,2) से होकर जाने वाली सदिश समीकरण ज्ञात कीजिये जो $\vec{r} = (-2\hat{i} + 3\hat{j}) + \lambda(2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$ रेखा के समान्तर है। इन दोनों रेखाओं के बीच की दूरी भी ज्ञात कीजिये।

अथवा

बिंदु P (2,3,2) से समतल $2x - y + z + 1 = 0$ पर खींचे गए लम्ब के पाद Q के निर्देशांक ज्ञात कीजिये। लम्बवत दूरी PQ तथा समतल को दर्पण लेते हुए इस बिंदु P का प्रतिबिम्ब भी ज्ञात कीजिये।

(36) An isosceles triangle of vertical angle 2θ is inscribed in a circle of radius a. Show that the area of the triangle is maximum when $\theta = \frac{\pi}{6}$.

त्रिज्या a वाले वृत्त के अन्दर समद्विबाहु त्रिभुज बना है जिसका शीर्ष कोण 2θ दर्शाइए कि त्रिभुज का क्षेत्रफल अधिकतम होगा जब $\theta = \frac{\pi}{6}$ होगा।