

# Mein Dokument

Dein Name

30. Juni 2025



# Inhaltsverzeichnis

<b>I Grundlagen</b>	<b>9</b>
<b>1 Weber-Kraft</b>	<b>11</b>
1.1 Klassische Weber-Kraft (Elektrodynamik)	12
1.2 Maxwell und ART: Wellen und Raummodelle	12
1.2.1 Maxwell im flachen Raum	12
1.2.2 ART in gekrümmter Raumzeit	12
1.3 Weber-Kraft und Quantengravitation	13
1.3.1 Konzeptionelle Vorteile	13
1.4 Weber-Kraft und Gravitation	13
1.5 Grundgleichungen der Weber-Kraft	14
1.6 Post-Newtonische Kraft in vektorieller Form	15
1.7 Weber-Kraft in kartesischer Form	16
1.8 Weber-Kraft in Vektorform	17
1.8.1 Weber-Kraft zwischen zwei Massen	17
1.8.2 Bewegungsgleichung für Masse $m$	17
1.9 Webers Gravitationskraft	18
1.10 Modifizierte Weber-Kraft (gravitativ)	19
1.11 Modifizierte Weber-Kraft (gravitativ)	20
1.12 Universelle Weber-Kraft für Massen	21
1.13 Universelle Weber-Kraft	22
1.14 Quantisierte Weber-Kraft (Gittermodell)	23
1.15 Quantisierte Weber-Kraft (QED)	24
1.16 Modifizierte Weber-Kraft	25
1.17 Modifizierte Kraftgleichung	26
1.18 Weber-Kraft im Dreikörpersystem	27
1.19 Einsetzen in die Kraftgleichung	28
1.20 Die Weber-Kraft als Fundament	29
1.20.1 Modifizierte Weber-Kraft (gravitativ)	29
1.20.2 Vorteile der Weber-Kraft	29
1.21 Klassische Lösung (0. Ordnung)	30
1.22 Relativistische Korrektur (1. Ordnung)	31
1.23 Beschleunigung bis zur 1. Ordnung	32
1.24 Explizite Form mit Bahnelementen	33
1.25 Theoretische Grundlage	34
1.26 Schrittweitensteuerung	35
1.27 Numerische Korrektur	36
1.28 Gesamtlösung	37
1.29 Kartesische Koordinaten	38
1.30 Zeitliche Ableitungen	39
1.31 Skalarprodukte	40
1.32 Differentialgleichung für $x(\phi)$	41
1.33 Differentialgleichung für $y(\phi)$	42
1.34 Differentialgleichung für $\omega(\phi)$	43
1.35 Zusammenfassung des DGL-Systems	44
1.36 Koordinatensystem und Basisvektoren	45
1.37 Geschwindigkeitsquadrat	46
1.38 Beschleunigungsskalarprodukt	47

1.39	Bewegungsgleichung in vektorieller Form . . . . .	48
1.40	Differentialgleichungssystem . . . . .	49
1.41	Explizite DGL für x-Komponente . . . . .	50
1.42	Explizite DGL für y-Komponente . . . . .	51
1.43	Transformiertes System 1. Ordnung . . . . .	52
1.44	Elektrisches Feld als Deformationsgradient . . . . .	53
1.45	Energie-Impuls-Beziehung für Photonen . . . . .	54
1.46	Theorievergleich: ART vs. Weber . . . . .	55
1.47	Vorteile der Weber-Theorie . . . . .	56
1.48	Historische Dominanz der ART . . . . .	57
1.49	Quantengravitation mit Weber . . . . .	58
1.50	Periheldrehung des Merkur . . . . .	59
1.51	Allgemeine $\beta$ -Formel . . . . .	60
1.52	Gravitationswellengleichung . . . . .	61
1.53	Frequenzabhängige Lichtablenkung . . . . .	62
1.54	Hamiltonian des Dodekaeder-Gitters . . . . .	63
1.55	Periheldrehung des Merkur . . . . .	64
1.56	Gravitative Rotverschiebung . . . . .	65
1.57	Shapiro-Laufzeitverzögerung . . . . .	66
1.58	Gravitationswellen-Quadrupolformel . . . . .	67
1.59	Quantisierte Raumzeit-Parameter . . . . .	68
1.60	Predictor-Corrector-Verfahren . . . . .	69
1.61	Symplektische Integration . . . . .	70
1.62	Gitter-QCD-Ansatz . . . . .	71
1.63	N-Körper-Weber-Kraft . . . . .	72
1.64	Weber-Gravitationskraft . . . . .	73
1.65	Bewegungsgleichung in Polarkoordinaten . . . . .	74
1.66	Drehimpulserhaltung . . . . .	75
1.67	Modifizierte Radialgleichung . . . . .	76
1.68	Winkelgeschwindigkeit . . . . .	77
1.69	Näherungslösung für Merkurbahn . . . . .	78
1.70	Die Kerninnovation . . . . .	79
1.71	Vollständige Impulsdynamik . . . . .	80
1.72	Impulsverteilungsmechanismus . . . . .	81
1.73	Iterationsschema der Impulsverteilung . . . . .	82
1.74	Gesamtkopplungsmatrix . . . . .	83
1.75	Konvergenzkriterium . . . . .	84
1.76	Erhaltungssicherung . . . . .	85
1.77	Impulsgleichung für modifizierte Keplerbahn . . . . .	86
1.78	Vollständige Impulsverteilung . . . . .	87
1.78.1	Grundprinzip . . . . .	87
1.78.2	Kopplungsmatrix . . . . .	87
1.78.3	Erhaltungssätze . . . . .	87
1.78.4	Spezialfall: Zwei Körper . . . . .	87
1.79	Ausgangsgleichungen . . . . .	88
1.79.1	Keplerbahn . . . . .	88
1.79.2	Drehimpulserhaltung . . . . .	88
1.80	Geschwindigkeitskomponenten . . . . .	89
1.80.1	Radialgeschwindigkeit . . . . .	89
1.80.2	Azimutalgeschwindigkeit . . . . .	89
1.81	Impulsberechnung . . . . .	90
1.81.1	Impuls in Polarkoordinaten . . . . .	90
1.81.2	Endergebnis . . . . .	90
1.81.3	Betrag des Impulses . . . . .	90
1.82	Spezialfälle . . . . .	91
1.82.1	Kreisbahn ( $e = 0$ ) . . . . .	91
1.82.2	Perihel ( $\phi = 0$ ) . . . . .	91
1.82.3	Aphel ( $\phi = \pi$ ) . . . . .	91
1.83	Physikalische Interpretation . . . . .	92

1.84	Grundgleichungen und Definitionen . . . . .	93
1.84.1	Bahngleichung . . . . .	93
1.84.2	Drehimpulserhaltung . . . . .	93
1.85	Berechnung der Geschwindigkeiten . . . . .	94
1.85.1	Radialgeschwindigkeit . . . . .	94
1.85.2	Azimutalgeschwindigkeit . . . . .	94
1.86	Berechnung des Impulses . . . . .	95
1.86.1	Impulsdefinition . . . . .	95
1.86.2	Radialkomponente . . . . .	95
1.86.3	Azimutalkomponente . . . . .	95
1.87	Endergebnis . . . . .	96
1.88	Zusätzliche Bemerkungen . . . . .	97
1.89	Eingangsparameter . . . . .	98
1.89.1	Kraftgleichung (radial) . . . . .	98
1.89.2	Keplerbahn $r(\phi)$ . . . . .	98
1.89.3	Drehimpulserhaltung . . . . .	98
1.90	Berechnung der Zeitableitungen . . . . .	99
1.90.1	Radialgeschwindigkeit $\dot{r}$ . . . . .	99
1.90.2	Radialbeschleunigung $\ddot{r}$ . . . . .	99
1.91	Berechnung des Impulses $\mathbf{p}(t)$ . . . . .	100
1.91.1	Endergebnis . . . . .	100
1.92	Interpretation und Anmerkungen . . . . .	101
1.93	Grundformel . . . . .	102
1.94	Eingangswerte für Merkur . . . . .	103
1.95	Berechnung von $\kappa$ . . . . .	104
1.95.1	Schritt 1: Nenner $c^2 a(1 - e^2)$ . . . . .	104
1.95.2	Schritt 2: Zähler $6GM$ . . . . .	104
1.95.3	Schritt 3: Berechnung von $\kappa$ . . . . .	104
1.96	Periheldrehung pro Umlauf . . . . .	105
1.97	Periheldrehung pro Jahrhundert . . . . .	106
1.98	Vergleich mit Beobachtung . . . . .	107
1.99	Zusammenfassung . . . . .	108
1.100	Grundgleichung der Winkelgeschwindigkeit . . . . .	109
1.100.1	Modifizierte Winkelgeschwindigkeit nach Weber . . . . .	109
1.101	Winkeländerung für $T = 1$ Sekunde . . . . .	110
1.101.1	Infinitesimale Änderung . . . . .	110
1.101.2	Ergebnis für $\Delta\phi$ (1 Sekunde) . . . . .	110
1.102	Beispiel: Merkur im Perihel ( $\varphi_0 = 0$ ) . . . . .	111
1.102.1	Berechnung . . . . .	111
1.102.2	$\Delta\phi$ nach 1 Sekunde . . . . .	111
1.103	Kumulative Periheldrehung . . . . .	112
1.104	Grundprinzip . . . . .	113
1.104.1	DGL-System . . . . .	113
1.104.2	Zeitberechnung . . . . .	113
1.105	Physikalische Bedeutung der Gleichungen . . . . .	114
1.105.1	Radialposition ( $r$ ) . . . . .	114
1.105.2	Radialgeschwindigkeit ( $v_r$ ) . . . . .	114
1.105.3	Winkelgeschwindigkeit ( $\omega$ ) . . . . .	114
1.106	Numerische Lösung . . . . .	115
1.106.1	Schritt 1: Initialisierung . . . . .	115
1.106.2	Schritt 2: Kraftberechnung . . . . .	115
1.106.3	Schritt 3: Integration (Euler-Verfahren) . . . . .	115
1.106.4	Hinweis . . . . .	115
1.107	Beispiel: Merkur-Bahn . . . . .	116
1.107.1	Parameter . . . . .	116
1.107.2	Erster Schritt ( $\Delta\phi = 0.01$ rad) . . . . .	116
1.108	Zusammenfassung . . . . .	117
1.109	Knotendynamik & Energie . . . . .	118
1.109.1	Energie-Knoten-Relation . . . . .	118

1.109.2 Beispiel Proton . . . . .	118
1.110 $SU(3) \times SL(2, C)$ -Vereinheitlichung . . . . .	119
1.110.1 Symmetriegruppe . . . . .	119
1.110.2 Kombinierte Wirkung . . . . .	119
1.111 Renormierungsgruppenfluss . . . . .	120
1.111.1 Beta-Funktion . . . . .	120
1.111.2 Knotenspezifische Korrektur . . . . .	120
1.112 Nichtperturbative Quantisierung . . . . .	121
1.112.1 Diskretisierte Wirkung . . . . .	121
1.112.2 Wilson-Loops . . . . .	121
1.113 Topologische Feldtheorie . . . . .	122
1.113.1 Chern-Simons-Wirkung . . . . .	122
1.113.2 Verknüpfungszahl . . . . .	122
1.114 Knotenmoden-Klassifikation . . . . .	123
1.114.1 Alexander-Conway-Gleichung . . . . .	123
1.114.2 Spektraler Index . . . . .	123
1.115 Vektordefinitionen (Kartesische Koordinaten) . . . . .	124
1.115.1 Ortsvektor . . . . .	124
1.115.2 Geschwindigkeitsvektor . . . . .	124
1.115.3 Beschleunigungsvektor . . . . .	124
1.116 Lösungen in Vektorform . . . . .	125
1.116.1 Bahngleichung (xy-Ebene) . . . . .	125
1.116.2 Geschwindigkeitsfeld . . . . .	125
1.117 N-Körper-Systeme . . . . .	126
1.117.1 Beschleunigung des i-ten Körpers . . . . .	126
1.117.2 Radialkomponenten . . . . .	126
1.118 Grundgrößen und Konstanten . . . . .	127
1.118.1 Abgeleitete Größen . . . . .	127
1.119 Kartesische Bahngleichungen . . . . .	128
1.119.1 Positionsvektor $\vec{r}(\phi)$ . . . . .	128
1.119.2 Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(\phi)$ . . . . .	128
1.119.3 Winkelgeschwindigkeit $\omega(\phi)$ . . . . .	128
1.120 Beispielberechnungen . . . . .	129
1.120.1 Perihel ( $\phi = 0$ ) . . . . .	129
1.120.2 Physikalische Interpretation . . . . .	129
1.121 Gültigkeitsbereich . . . . .	130
1.121.1 Implementierungshinweise . . . . .	130
1.122 Quantisiertes Dodekaeder-Gitter . . . . .	131
1.122.1 Knotenenergie aus Jones-Polynomen . . . . .	131
1.122.2 Gittereigenschaften . . . . .	131
1.123 Experimentelle Vorhersagen . . . . .	132
1.123.1 Unterscheidungsmerkmale . . . . .	132
1.124 Kritik an der Allgemeinen Relativitätstheorie . . . . .	133
1.124.1 Probleme der ART . . . . .	133
1.124.2 Warum Weber überlegen ist . . . . .	133
1.125 Zusammenfassung: Die Wahrheit gewinnt . . . . .	134
1.125.1 Theorie-Eigenschaften . . . . .	134
1.125.2 Ausblick . . . . .	134
1.126 Heliozentrisch $\rightarrow$ Baryzentrisch Transformation . . . . .	135
1.126.1 Baryzentrische Position der Sonne . . . . .	135
1.126.2 Baryzentrische Positionen der Planeten . . . . .	135
1.126.3 Baryzentrische Geschwindigkeiten . . . . .	135
1.127 Validierungstests . . . . .	136
1.127.1 Schwerpunkttest . . . . .	136
1.127.2 Umkehrtransformation . . . . .	136
1.128 Beispiel: Sonne-Jupiter-System . . . . .	137
1.129 Implementierung . . . . .	138
1.129.1 Numerische Genauigkeit . . . . .	138
1.129.2 Algorithmus . . . . .	138

1.130	Objektzuordnungen und Variablen . . . . .	139
1.130.1	Aktiver Körper (wird gestört) . . . . .	139
1.130.2	Störender Körper (verursacht Störung) . . . . .	139
1.131	Weber-Störungsterme . . . . .	140
1.131.1	Positionsstörung . . . . .	140
1.131.2	Winkelgeschwindigkeitsstörung . . . . .	140
1.132	Physikalische Interpretation . . . . .	141
1.133	Zeitberechnung aus $\omega(\phi)$ mit Korrekturterm . . . . .	142
1.133.1	Integralgleichung mit Korrektur . . . . .	142
1.134	Analytische Lösung . . . . .	143
1.135	Beispiel: 1° Merkur-Orbit . . . . .	144
1.135.1	Parameter für Merkur . . . . .	144
1.136	Klassische Kepler-Periode . . . . .	145
1.137	Weber-Modifikation (1. Ordnung) . . . . .	146
1.138	Berechnung für Merkur . . . . .	147
1.139	Erweiterte Formel (höhere Ordnungen) . . . . .	148
1.139.1	Praktische 1. Ordnungsformel . . . . .	148
1.140	Physikalische Grundlagen . . . . .	149
1.141	Mathematische Herleitung . . . . .	150
1.141.1	Integralformulierung . . . . .	150
1.141.2	Substitution der Bahnkurve . . . . .	150
1.141.3	Lösung der Integrale . . . . .	150
1.142	Anwendungsbeispiel: Merkur-Orbit . . . . .	151
1.142.1	Berechnung für 1° Bahnsegment ( $\Delta\phi = \pi/180$ ) . . . . .	151
1.142.2	Physikalische Interpretation . . . . .	151
1.143	Vergleich mit der ART . . . . .	152
1.143.1	Vorteile der Formulierung . . . . .	152
1.144	Zusammenfassung . . . . .	153
1.145	Universelle Knoten-Gitter-Dynamik . . . . .	154
1.145.1	Grundform der Theorie . . . . .	154
1.145.2	Symbolerklärungen . . . . .	154
1.146	Vollständige analytische Lösung für $\vec{v}(\phi)$ mit Weber-Kraft . . . . .	155
1.146.1	Definition der Variablen . . . . .	155
1.146.2	Exakte Bahngleichung . . . . .	155
1.146.3	Geschwindigkeitskomponenten . . . . .	155
1.146.4	Vektorielle Geschwindigkeit . . . . .	155
1.147	N-Körper-Integration mit Velocity-Verlet . . . . .	156
1.147.1	Physikalische Grundgleichungen . . . . .	156
1.147.2	Velocity-Verlet Algorithmus . . . . .	156
1.147.3	Energieerhaltung . . . . .	156
1.147.4	Zeitschrittkontrolle . . . . .	156
1.148	Universelles Zeitformat für Himmelskörper . . . . .	157
1.148.1	Standardisiertes Format . . . . .	157
1.148.2	Anwendungsbeispiele . . . . .	157
1.148.3	Technische Umsetzung . . . . .	157
1.148.4	Vorteile . . . . .	157
1.148.5	Vergleich mit anderen Systemen . . . . .	157
1.148.6	Mars Rover Beispiel . . . . .	157
1.149	Vorteile des himmelsmechanischen Zeitsystems . . . . .	158
1.149.1	Physikalisch konsistente Zeitmessung . . . . .	158
1.149.2	Universelle Anwendbarkeit . . . . .	158
1.149.3	Präzisionsgewinn . . . . .	158
1.149.4	Praktische Anwendungen . . . . .	158
1.149.5	Langfristige Stabilität . . . . .	158
1.149.6	Implementierungsbeispiel . . . . .	158
1.150	Natürliche Zeitdefinition für Himmelskörper . . . . .	160
1.150.1	Grundprinzip der Winkelzeit . . . . .	160
1.150.2	Erde-Mond-Zeitsystem . . . . .	160
1.150.3	Zeitumrechnung . . . . .	160

1.150.4 Kalendersystem . . . . .	160
1.150.5 Implementierung . . . . .	160



Teil I

**Grundlagen**



# Kapitel 1

## Weber-Kraft

## 1.1 Klassische Weber-Kraft (Elektrodynamik)

$$\mathbf{F}_{\text{Weber}}^{\text{EM}} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{2r\ddot{r}}{c^2} \right) \hat{\mathbf{r}}$$

### Symbolbeschreibung

- $\mathbf{F}_{\text{Weber}}^{\text{EM}}$ : Weber-Kraft zwischen Ladungen
- $Q, q$ : Elektrische Ladungen
- $\epsilon_0$ : Elektrische Feldkonstante
- $r$ : Ladungsabstand
- $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ : Relative Radialgeschwindigkeit
- $\ddot{r} = \frac{d^2 r}{dt^2}$ : Relative Radialbeschleunigung
- $c$ : Lichtgeschwindigkeit
- $\hat{\mathbf{r}}$ : Radialer Einheitsvektor

### Beziehung zur Coulomb-Kraft

- Erster Term entspricht Coulomb-Kraft:  $\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
- Zusatzterme  $\left(-\frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{2r\ddot{r}}{c^2}\right)$  beschreiben Bewegungsabhängige Korrekturen
- Reduktion auf Coulomb-Kraft im statischen Fall ( $\dot{r} = \ddot{r} = 0$ )

### Vergleich mit Maxwell-Theorie

- Alternative Beschreibung elektromagnetischer Phänomene
- Fernwirkungsansatz (direkte Ladungswechselwirkung)
- Implizite Retardierung durch Geschwindigkeits-/Beschleunigungsterme
- Keine Vorhersage von EM-Wellen im Vakuum

## 1.2 Maxwell und ART: Wellen und Raummodelle

### 1.2.1 Maxwell im flachen Raum

- Wellengleichung im Vakuum:

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \right) \mathbf{E} = 0$$

- Raummodell: Minkowski-Raum  $\mathbb{R}^{3,1}$  mit  $\eta_{\mu\nu}$
- Lichtausbreitung: Geradlinig mit  $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$

### 1.2.2 ART in gekrümmter Raumzeit

- Einstein-Gleichungen:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

- Lichtausbreitung: Nullgeodäten ( $ds^2 = 0$ )
- Konsequenzen:
  1. Gravitative Lichtablenkung
  2. Shapiro-Verzögerung
  3. Gravitative Rot-/Blauverschiebung

Tabelle 1.1: Vergleich Maxwell und ART

Maxwell	ART
Lineare Wellengleichung	Geodätengleichung
Flache Metrik $\eta_{\mu\nu}$	Dynamische Metrik $g_{\mu\nu}$
Lorentz-Invarianz	Allgemeine Kovarianz

## 1.3 Weber-Kraft und Quantengravitation

### 1.3.1 Konzeptionelle Vorteile

- Kein vordefiniertes Raummodell benötigt
- Natürliche Diskretisierung durch Punktteilchen
- Gravitative Erweiterung möglich:

$$\mathbf{F}_{\text{Weber}}^G = G \frac{mM}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{2r\ddot{r}}{c^2} \right) \hat{\mathbf{r}}$$

Tabelle 1.2: Quantisierungsprobleme und Alternativen

ART-Problem	Weber-Lösungsansatz
Nichtrenormierbarkeit	Keine Geometriequantisierung nötig
Singularitäten	Punktteilchen ohne Metrik
Zeitproblem	Explizite Zeitabhängigkeit in $\dot{r}$ , $\ddot{r}$

### Zusammenfassung

- Umgeht Quantisierungsprobleme der ART
- Ermöglicht diskrete Raumzeitmodelle
- Offene Fragen:
  - Verallgemeinerung auf nicht-abelsche Theorien
  - Quantenfeldtheoretische Formulierung
  - Experimentelle Tests
- Potentieller Brückenansatz zur Quantengravitation

## 1.4 Weber-Kraft und Gravitation

### Tisserands Ansatz

- Übertragung der elektrodynamischen Weber-Kraft (Originalformel) auf Gravitation:

$$\mathbf{F} = G \frac{mM}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{2r\ddot{r}}{c^2} \right) \hat{\mathbf{r}}$$

- Scheiterte an der Erklärung der Periheldrehung des Merkur

### Hinweis

- Die korrekte gravitative Formulierung wird separat vorgestellt
- Erfordert Modifikation der Original-Weberschen Formel

## 1.5 Grundgleichungen der Weber-Kraft

$$F = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2} \right)$$

Daraus folgt die Bewegungsgleichung:

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = -\frac{GM}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2} \right)$$

## 1.6 Post-Newtonische Kraft in vektorieller Form

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - \frac{|\dot{\vec{r}}|^2}{c^2} + \frac{(\vec{r} \cdot \ddot{\vec{r}})}{2c^2} \right) \hat{e}_r$$

## 1.7 Weber-Kraft in kartesischer Form

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^3}\vec{r}\left(1 - \frac{|\dot{\vec{r}}|^2}{c^2} + \frac{\vec{r} \cdot \ddot{\vec{r}}}{2c^2}\right)$$



## 1.8 Weber-Kraft in Vektorform

### 1.8.1 Weber-Kraft zwischen zwei Massen

$$\vec{F}_{12} = -\frac{GMm}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \left( 1 - \frac{(\dot{\vec{r}}_1 - \dot{\vec{r}}_2) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{c^2 |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} + \frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \cdot (\ddot{\vec{r}}_1 - \ddot{\vec{r}}_2)}{2c^2} \right) (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

### 1.8.2 Bewegungsgleichung für Masse m

$$m\ddot{\vec{r}} = \sum_i -\frac{GM_i m}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} \left( 1 - \frac{(\dot{\vec{r}} - \dot{\vec{r}}_i) \cdot (\vec{r} - \vec{r}_i)}{c^2 |\vec{r} - \vec{r}_i|} + \frac{(\vec{r} - \vec{r}_i) \cdot (\ddot{\vec{r}} - \ddot{\vec{r}}_i)}{2c^2} \right) (\vec{r} - \vec{r}_i)$$

## 1.9 Webers Gravitationskraft

$$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} \cdot \left[ 1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{r \cdot a}{c^2} \right]$$

**1.10 Modifizierte Weber-Kraft (gravitativ)**

$$F_{Weber}^{Grav} = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2} \right) \hat{r}$$

### 1.11 Modifizierte Weber-Kraft (gravitativ)

$$F_{Weber}^{Grav} = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2} \right) \hat{r}$$

**1.12    Universelle Weber-Kraft für Massen**

$$F = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2} \right)$$

### 1.13 Universelle Weber-Kraft

$$F_{universal} = \frac{K \cdot V_1(t)V_2(t)}{(nL_p)^2} \left( 1 - \frac{v_{eff}^2}{c^2} + \frac{\beta L_p a_{eff}}{c^2} \right) \hat{r}$$

### 1.14 Quantisierte Weber-Kraft (Gittermodell)

$$F_{Weber}^{QED} = \frac{V_1(t)V_2(t)}{4\pi\epsilon_0(nL_p)^2} \left( 1 - \frac{(\Delta L_p/\Delta t_p)^2}{c^2} + \frac{2L_p\Delta^2 L_p}{c^2\Delta t_p^2} \right) \hat{r}$$

### 1.15 Quantisierte Weber-Kraft (QED)

$$F_{Weber}^{QED} = \frac{V_1(t)V_2(t)}{4\pi\epsilon_0(nL_p)^2} \left( 1 - \frac{(\Delta L_p/\Delta t_p)^2}{c^2} + \frac{2L_p\Delta^2 L_p}{c^2\Delta t_p^2} \right) \hat{r}$$



**1.16 Modifizierte Weber-Kraft**

$$F_{Weber} = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2} \right)$$

## 1.17 Modifizierte Kraftgleichung

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}_{\text{Newton}} \left( 1 - \frac{(\dot{\mathbf{r}})^2}{c^2} + \frac{\mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{r}}}{2c^2} \right)$$

- **Term 1:**  $-\mathbf{F}_{\text{Newton}}$  (Klassische Gravitationskraft)
- **Term 2:**  $-\frac{(\dot{\mathbf{r}})^2}{c^2}$  (Relativistische Geschwindigkeitskorrektur)
- **Term 3:**  $+\frac{\mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{r}}}{2c^2}$  (Beschleunigungskopplung)

## 1.18 Weber-Kraft im Dreikörpersystem

$$\mathbf{F}_1 = -Gm_1 \left[ \frac{m_2}{r_{12}^3} \mathbf{r}_{12} \left( 1 - \frac{\dot{r}_{12}^2}{c^2} + \frac{r_{12}\ddot{r}_{12}}{2c^2} \right) + \frac{m_3}{r_{13}^3} \mathbf{r}_{13} \left( 1 - \frac{\dot{r}_{13}^2}{c^2} + \frac{r_{13}\ddot{r}_{13}}{2c^2} \right) \right]$$

### 1.19 Einsetzen in die Kraftgleichung

$$F = -\frac{GMm(1+e\cos\phi)^2}{a^2(1-e^2)^2} \left( 1 - \frac{L^2 e^2 \sin^2\phi (1+e\cos\phi)^2}{c^2 m^2 a^2 (1-e^2)^2} + \frac{L^2 e (1+e\cos\phi)^4 (\cos\phi + e)}{2c^2 m^2 a^3 (1-e^2)^3} \right)$$

## 1.20 Die Weber-Kraft als Fundament

### 1.20.1 Modifizierte Weber-Kraft (gravitativ)

$$F = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2} \right)$$

Parameter:  $\beta = 0.5$  folgt aus der *Knotentopologie*.

### 1.20.2 Vorteile der Weber-Kraft

- **Keine Singularitäten** – Kollaps stoppt bei  $r \approx L_p$
- **Keine dunkle Materie** – Geschwindigkeitsabhängigkeit erklärt Rotationskurven
- **Vereinheitlichung** – Elektromagnetismus und Gravitation nutzen dieselbe Kraftstruktur

## 1.21 Klassische Lösung (0. Ordnung)

Für  $c \rightarrow \infty$  ergibt sich die Kepler-Bahn:

$$r_0(\varphi) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \varphi}$$

$$a_0(\varphi) = -\frac{GM}{r_0^2(\varphi)}$$

## 1.22 Relativistische Korrektur (1. Ordnung)

Störungsansatz für die Beschleunigung:

$$a(\varphi) = a_0(\varphi) + \frac{GM}{c^2} a_1(\varphi) + \mathcal{O}(1/c^4)$$

Einsetzen in die Bewegungsgleichung liefert den Korrekturterm:

$$a_1(\varphi) = \frac{GM}{r_0^2(\varphi)} \left( \frac{3h^2}{r_0^2(\varphi)} - \frac{h^2}{2GM r_0(\varphi)} \left( \frac{dr_0}{d\varphi} \right)^2 \right)$$

### 1.23 Beschleunigung bis zur 1. Ordnung

$$a(\varphi) = -\frac{GM}{r_0^2(\varphi)} \left[ 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{3h^2}{r_0^2(\varphi)} - \frac{h^2}{2GM r_0(\varphi)} \left( \frac{dr_0}{d\varphi} \right)^2 \right) \right]$$

**Hinweis:**  $r_0(\varphi)$  ist die klassische Kepler-Lösung,  $h$  der spezifische Drehimpuls.



## 1.24 Explizite Form mit Bahnelementen

Einsetzen von  $r_0(\varphi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \varphi}$ :

$$a(\varphi) = -\frac{GM(1+e \cos \varphi)^2}{a^2(1-e^2)^2} \left[ 1 - \frac{3h^2(1+e \cos \varphi)^2}{c^2 a^2(1-e^2)^2} + \frac{h^2 e^2 \sin^2 \varphi}{2c^2 G M a^3(1-e^2)^3} (1+e \cos \varphi)^3 \right]$$

## 1.25 Theoretische Grundlage

$$r(\phi) = r_{\text{ART}}(\phi) + \delta r(\phi)$$

Hier ist  $r_{\text{ART}}(\phi)$  die analytische Näherung (ART-genau) und  $\delta r(\phi)$  die numerisch berechnete Korrektur.

## 1.26 Schrittweitensteuerung

Die Schrittweite  $\Delta\phi$  wird dynamisch aus den analytischen Ableitungen bestimmt:

$$\Delta\phi = \min\left(\Delta\phi_{\max}, \frac{\epsilon}{|w(\phi)| + |v(\phi)|}\right)$$

mit  $v(\phi) = \frac{dr}{d\phi}$  und  $w(\phi) = \frac{d^2r}{d\phi^2}$  aus der ART-Näherung.

## 1.27 Numerische Korrektur

In jedem Schritt wird nur die Abweichung von der ART-Näherung numerisch integriert:

$$\delta r(\phi + \Delta\phi) = \delta r(\phi) + \text{Numerische Integration von } (\text{DGL} - \text{ART-Ableitung})$$

## 1.28 Gesamtlösung

Die finale Lösung kombiniert beide Anteile:

$$r(\phi + \Delta\phi) = r_{\text{ART}}(\phi + \Delta\phi) + \delta r(\phi + \Delta\phi)$$

**1.29 Kartesische Koordinaten**

$$\vec{r}(\phi) = \begin{pmatrix} x(\phi) \\ y(\phi) \end{pmatrix}$$

$$r(\phi) = \sqrt{x(\phi)^2 + y(\phi)^2}$$

$$\omega(\phi) = \frac{d\phi}{dt} = \frac{h}{r(\phi)^2}$$

### 1.30 Zeitliche Ableitungen

$$\dot{\vec{r}} = \omega \frac{d\vec{r}}{d\phi} = \omega \vec{r}'$$

$$\ddot{\vec{r}} = \omega^2 \vec{r}'' + \omega \frac{d\omega}{d\phi} \vec{r}'$$

### 1.31 Skalarprodukte

$$|\dot{\vec{r}}|^2 = \omega^2(x'^2 + y'^2)$$

$$\vec{r} \cdot \ddot{\vec{r}} = \omega^2(xx'' + yy'') + \omega \frac{d\omega}{d\phi}(xx' + yy')$$



**1.32 Differentialgleichung für  $x(\phi)$** 

$$x'' = \frac{1}{1 + \frac{GM}{2c^2 r}} \left[ \frac{2(x'^2 + y'^2)}{r^2} x - \frac{GM}{\omega^2 r^3} x \left( 1 - \frac{\omega^2 (x'^2 + y'^2)}{c^2} \right) \right]$$

**1.33 Differentialgleichung für  $y(\phi)$** 

$$y'' = \frac{1}{1 + \frac{GM}{2c^2 r}} \left[ \frac{2(x'^2 + y'^2)}{r^2} y - \frac{GM}{\omega^2 r^3} y \left( 1 - \frac{\omega^2(x'^2 + y'^2)}{c^2} \right) \right]$$

**1.34 Differentialgleichung für  $\omega(\phi)$** 

$$\frac{d\omega}{d\phi} = -\frac{2h}{r^3}(xx' + yy')$$

### 1.35 Zusammenfassung des DGL-Systems

$$\vec{Y} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ x' \\ y' \\ \omega \end{pmatrix}$$

$$\frac{d\vec{Y}}{d\phi} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ x'' \\ y'' \\ \omega' \end{pmatrix}$$

## 1.36 Koordinatensystem und Basisvektoren

$$\hat{e}_r = \cos \phi \hat{i} + \sin \phi \hat{j}$$

$$\hat{e}_\phi = -\sin \phi \hat{i} + \cos \phi \hat{j}$$

$$\vec{r} = r\hat{e}_r, \quad \dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\phi}\hat{e}_\phi$$

### 1.37 Geschwindigkeitsquadrat

$$|\dot{\vec{r}}|^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2$$

### 1.38 Beschleunigungsskalarprodukt

$$\vec{r} \cdot \ddot{\vec{r}} = r\ddot{r} - r^2\dot{\phi}^2$$

### 1.39 Bewegungsgleichung in vektorieller Form

$$m\ddot{\vec{r}} = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r} - r^2\dot{\phi}^2}{2c^2} \right) \hat{e}_r$$



## 1.40 Differentialgleichungssystem

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{d\phi^2} = f_x\left(x, y, \frac{dx}{d\phi}, \frac{dy}{d\phi}\right) \\ \frac{d^2y}{d\phi^2} = f_y\left(x, y, \frac{dx}{d\phi}, \frac{dy}{d\phi}\right) \end{cases}$$

### 1.41 Explizite DGL für x-Komponente

$$\frac{d^2x}{d\phi^2} = \frac{\frac{GMm^2}{L^2} \frac{x}{r^3} - \frac{x}{r^2} - \frac{GM}{c^2} \left[ \frac{1}{r^2} \left( \frac{dx}{d\phi} \frac{dy}{d\phi} \left( y \frac{dx}{d\phi} - x \frac{dy}{d\phi} \right) + \frac{x}{2r^4} \left( \left( \frac{dx}{d\phi} \right)^2 + \left( \frac{dy}{d\phi} \right)^2 \right) \right) \right]}{1 - \frac{GM}{2c^2 r}}$$

## 1.42 Explizite DGL für y-Komponente

$$\frac{d^2 y}{d\phi^2} = \frac{\frac{GMm^2}{L^2} \frac{y}{r^3} - \frac{y}{r^2} - \frac{GM}{c^2} \left[ \frac{1}{r^2} \left( \frac{dx}{d\phi} \frac{dy}{d\phi} \left( x \frac{dy}{d\phi} - y \frac{dx}{d\phi} \right) + \frac{y}{2r^4} \left( \left( \frac{dx}{d\phi} \right)^2 + \left( \frac{dy}{d\phi} \right)^2 \right) \right) \right]}{1 - \frac{GM}{2c^2 r}}$$

### 1.43 Transformiertes System 1. Ordnung

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\phi} = v_x \\ \frac{dy}{d\phi} = v_y \\ \frac{dv_x}{d\phi} = f_x(x, y, v_x, v_y) \\ \frac{dv_y}{d\phi} = f_y(x, y, v_x, v_y) \end{cases}$$

## 1.44 Elektrisches Feld als Deformationsgradient

$$\vec{E} = \frac{\Delta(\text{Zellvolumen})}{L_p^3} \cdot \hat{r}$$

**1.45 Energie-Impuls-Beziehung für Photonen**

$$E = \hbar\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

## 1.46 Theorievergleich: ART vs. Weber

Aspekt	ART	Weber
Raummodell	Raumzeitkrümmung	Direkte Teilchenwechselwirkung
Gravitationswellen	Vorhanden	Nicht existent
Schwarze Löcher	Singularitäten	Keine Singularitäten
Galaxienrotation	Dunkle Materie benötigt	Natürliche Erklärung
Quantenkompatibilität	Problemhaft	Einfacher quantisierbar

## 1.47 Vorteile der Weber-Theorie

- Erklärt Galaxienrotation ohne Dunkle Materie
- Vermeidet Singularitäten
- Leichter mit Quantenphysik vereinbar
- Direkte Kräfte zwischen Teilchen (keine Raumkrümmung)



## 1.48 Historische Dominanz der ART

- Frühe experimentelle Bestätigung (1919)
- Einsteins Bekanntheit
- Forschungsinfrastruktur auf ART ausgerichtet
- Weber-Theorie als ältmodischäbgetan

## 1.49 Quantengravitation mit Weber

- Keine Hawking-Strahlung vorhergesagt
- Neue Gravitationssignal-Typen möglich
- Direkte Quantisierung der Kraftgleichung
- Kompatibel mit Quantenfeldtheorien

**1.50 Periheldrehung des Merkur**

$$\Delta\theta = \frac{6\pi GM}{ac^2(1-e^2)}$$

**1.51 Allgemeine  $\beta$ -Formel**

$$\beta = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\delta} \cdot \left(1 - \frac{mc^2}{E}\right)$$

**1.52    Gravitationswellengleichung**

$$\square h_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \beta \cdot \partial_t^2 Q_{\mu\nu} \right)$$

### 1.53 Frequenzabhängige Lichtablenkung

$$\Delta\phi \sim \frac{4GM}{c^2b} \left(1 + \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}\right)$$

**1.54 Hamiltonian des Dodekaeder-Gitters**

$$\mathcal{H} = \sum_{\text{Kanten}} \epsilon (V_i(t) - V_j(t))^2$$

### 1.55 Periheldrehung des Merkur

$$\Delta\theta = \frac{6\pi GM}{ac^2(1-e^2)}$$



**1.56 Gravitative Rotverschiebung**

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{GM}{c^2 r} + \frac{v_r^2}{2c^2}$$

**1.57 Shapiro-Laufzeitverzögerung**

$$\Delta t \approx \frac{4GM}{c^3} \ln \left( \frac{4r_1 r_2}{b^2} \right)$$

**1.58    Gravitationswellen-Quadrupolformel**

$$F_{\text{GW}} = -\frac{G}{c^4} \cdot \frac{\partial^3 Q_{ij}}{\partial t^3} \cdot \frac{x^i x^j}{r^3}$$

## 1.59 Quantisierte Raumzeit-Parameter

$$L_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1.616 \times 10^{-35} \text{m}$$

$$t_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 5.391 \times 10^{-44} \text{s}$$

## 1.60 Predictor-Corrector-Verfahren

- Berechne aktuelle Beschleunigung  $a = F_{\text{weber}}(r, v)/m$
- Vorhersage neue Geschwindigkeit  $v_{\text{neu}} = v + a \cdot dt$
- Vorhersage neue Position  $r_{\text{neu}} = r + v \cdot dt + 0.5 \cdot a \cdot dt^2$
- Neuberechnung  $a_{\text{neu}} = F_{\text{weber}}(r_{\text{neu}}, v_{\text{neu}})/m$
- Korrektur  $v = v + 0.5 \cdot (a + a_{\text{neu}}) \cdot dt$
- Update  $r = r + v \cdot dt + 0.5 \cdot a_{\text{neu}} \cdot dt^2$

## 1.61 Symplektische Integration

$$\begin{cases} q_{n+1} = q_n + p_n \cdot dt \\ p_{n+1} = p_n - \nabla V(q_{n+1}) \cdot dt \end{cases}$$

**1.62 Gitter-QCD-Ansatz**

$$S = \sum_{x, \mu < \nu} \operatorname{Re} \operatorname{Tr}(1 - U_{\mu\nu}(x)) + \sum_x \bar{\psi}(x) D \psi(x)$$

**1.63 N-Körper-Weber-Kraft**

$$\mathbf{F}_i = -G \sum_{j \neq i} \frac{m_i m_j}{r_{ij}^3} \mathbf{r}_{ij} \left( 1 - \frac{\dot{r}_{ij}^2}{c^2} + \frac{r_{ij} \ddot{r}_{ij}}{2c^2} \right)$$



**1.64 Weber-Gravitationskraft**

$$F = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2} \right)$$

**1.65    Bewegungsgleichung in Polarkoordinaten**

$$m(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2} \right)$$

## 1.66 Drehimpulserhaltung

$$h = r^2 \dot{\phi} = \text{konstant}$$

$$\dot{\phi} = \frac{h}{r^2}$$

### 1.67 Modifizierte Radialgleichung

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{GM}{h^2} + \frac{3GM}{c^2}u^2 - \frac{GM}{2c^2h^2} \left( \frac{du}{d\varphi} \right)^2$$

**1.68 Winkelgeschwindigkeit**

$$\dot{\phi}(\varphi) = \frac{h}{r(\varphi)^2}$$

**1.69 Näherungslösung für Merkurbahn**

$$r(\varphi) \approx \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\varphi} \left[ 1 + \frac{3GM}{c^2 a(1-e^2)} \varphi e \sin\varphi \right]$$
$$\dot{\phi}(\varphi) \approx \frac{h(1+e\cos\varphi)^2}{a^2(1-e^2)^2} \left[ 1 - \frac{6GM}{c^2 a(1-e^2)} \varphi e \sin\varphi \right]$$

**1.70 Die Kerninnovation**

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}_{\text{Newton}} \left( 1 - \frac{(\dot{\mathbf{r}})^2}{c^2} + \frac{\mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{r}}}{2c^2} \right)$$

**1.71 Vollständige Impulsdynamik**

$$\mathbf{p}(\phi) = \frac{L}{a(1-e^2)} \left[ e \sin \phi (1 + e \cos \phi) \hat{r} + (1 + e \cos \phi) \hat{\phi} \right]$$



## 1.72 Impulsverteilungsmechanismus

$$\Delta \mathbf{p}_i = - \frac{m_i}{\sum_{j \neq k} m_j} \mathbf{K}_{ik} \Delta \mathbf{p}_k$$

$$\mathbf{K}_{ik} = \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) \otimes (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^2}$$

### 1.73 Iterationsschema der Impulsverteilung

$$\Delta \mathbf{p}_i^{(n+1)} = \sum_{j \neq i} \mathcal{K}_{ij} \Delta \mathbf{p}_j^{(n)}$$

$$\mathcal{K}_{ij} = - \frac{m_i}{\sum_{k \neq j} m_k} \mathbf{K}_{ij}$$

**1.74 Gesamtkopplungsmatrix**

$$\mathcal{K} = \begin{pmatrix} 0 & \mathcal{K}_{12} & \cdots & \mathcal{K}_{1N} \\ \mathcal{K}_{21} & 0 & \cdots & \mathcal{K}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{K}_{N1} & \mathcal{K}_{N2} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Delta \vec{P} = (I - \mathcal{K})^{-1} \Delta \vec{P}^{(0)}$$

## 1.75 Konvergenzkriterium

$$\sum_{n=0}^{\infty} \|\mathcal{K}^n\| \cdot \|\Delta \vec{P}^{(0)}\| < \epsilon$$

**1.76 Erhaltungssicherung**

$$\Delta \mathbf{p}_k \leftarrow \Delta \mathbf{p}_k - \sum_{i \neq k} \Delta \mathbf{p}_i \quad (\text{Gesamtimpuls})$$

$$\Delta \mathbf{p}_i \leftarrow \Delta \mathbf{p}_i - \frac{\Delta E}{\sum m_i v_i^2} m_i v_i \quad (\text{Energie})$$

$$\Delta \mathbf{p}_i \leftarrow \Delta \mathbf{p}_i - \frac{\Delta \mathbf{L} \times \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|^2} \quad (\text{Drehimpuls})$$

**1.77 Impulsgleichung für modifizierte Keplerbahn**

$$\mathbf{p}(\phi) = \frac{L}{a(1-e^2)} \left[ e \sin \phi (1 + e \cos \phi) \hat{r} + (1 + e \cos \phi) \hat{\phi} \right]$$

## 1.78 Vollständige Impulsverteilung

### 1.78.1 Grundprinzip

$$\Delta \mathbf{p}_i = - \frac{m_i}{\sum_{j \neq k} m_j} \mathbf{K}_{ik} \Delta \mathbf{p}_k$$

- $m_i$ : Masse des Körpers  $i$
- $\sum_{j \neq k} m_j$ : Gesamtmasse aller anderen Körper
- $\mathbf{K}_{ik}$ : Kopplungsmatrix

### 1.78.2 Kopplungsmatrix

$$\mathbf{K}_{ik} = \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) \otimes (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^2}, \quad \|\mathbf{K}_{ik}\| = 1$$

$$\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_x b_x & a_x b_y & a_x b_z \\ a_y b_x & a_y b_y & a_y b_z \\ a_z b_x & a_z b_y & a_z b_z \end{pmatrix}$$

### 1.78.3 Erhaltungssätze

#### 1. Impulserhaltung:

$$\sum_i \Delta \mathbf{p}_i + \Delta \mathbf{p}_k = 0$$

#### 2. Schwerpunkterhaltung:

$$\sum_i m_i \Delta \mathbf{r}_i = 0$$

#### 3. Drehimpulserhaltung:

$$\sum_i \mathbf{r}_i \times \Delta \mathbf{p}_i + \mathbf{r}_k \times \Delta \mathbf{p}_k = 0$$

### 1.78.4 Spezialfall: Zwei Körper

$$\Delta \mathbf{p}_1 = - \frac{m_1}{m_2} \mathbf{K}_{12} \Delta \mathbf{p}_2$$

$$\mathbf{K}_{12} = \frac{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \otimes (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2}$$

## 1.79 Ausgangsgleichungen

### 1.79.1 Keplerbahn

$$r(\phi) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \phi}$$

### 1.79.2 Drehimpulserhaltung

$$\dot{\phi} = \frac{L}{mr(\phi)^2}$$



## 1.80 Geschwindigkeitskomponenten

### 1.80.1 Radialgeschwindigkeit

$$\dot{r} = \frac{Le \sin \phi}{ma(1 - e^2)}(1 + e \cos \phi)$$

### 1.80.2 Azimutalgeschwindigkeit

$$r\dot{\phi} = \frac{L(1 + e \cos \phi)}{ma(1 - e^2)}$$

## 1.81 Impulsberechnung

### 1.81.1 Impuls in Polarkoordinaten

$$\mathbf{p} = m \left( \dot{r} \hat{r} + r \dot{\phi} \hat{\phi} \right)$$

### 1.81.2 Endergebnis

$$\mathbf{p}(\phi) = \frac{L}{a(1-e^2)} \left[ e \sin \phi (1 + e \cos \phi) \hat{r} + (1 + e \cos \phi) \hat{\phi} \right]$$

### 1.81.3 Betrag des Impulses

$$|\mathbf{p}(\phi)| = \frac{L(1 + e \cos \phi)}{a(1 - e^2)} \sqrt{1 + e^2 \sin^2 \phi}$$

## 1.82 Spezialfälle

### 1.82.1 Kreisbahn ( $e = 0$ )

$$\mathbf{p} = \frac{L}{a} \hat{\phi}, \quad |\mathbf{p}| = \frac{L}{a}$$

### 1.82.2 Perihel ( $\phi = 0$ )

$$\mathbf{p} = \frac{L}{a(1-e)} \hat{\phi}$$

### 1.82.3 Aphel ( $\phi = \pi$ )

$$\mathbf{p} = \frac{L}{a(1+e)} \hat{\phi}$$

### 1.83 Physikalische Interpretation

- Azimutaler Impuls  $p_\phi$  ist maximal im Perihel und minimal im Aphel
- Radialer Impuls  $p_r$  verschwindet in Perihel und Aphel
- Drehimpuls  $L$  bleibt erhalten (Zentralkraft)
- Winkelabhängigkeit zeigt Modulation durch Exzentrizität

## 1.84 Grundgleichungen und Definitionen

### 1.84.1 Bahngleichung

$$r(\phi) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \phi}$$

- $a$  = große Halbachse
- $e$  = numerische Exzentrizität
- $\phi$  = wahre Anomalie

### 1.84.2 Drehimpulserhaltung

$$L = mr^2 \dot{\phi} = \text{konstant}$$

$$\dot{\phi} = \frac{L}{mr^2}$$

$$L^2 = GMm^2 a(1 - e^2)$$

## 1.85 Berechnung der Geschwindigkeiten

### 1.85.1 Radialgeschwindigkeit

$$\begin{aligned}\dot{r} = \frac{dr}{d\phi} \dot{\phi} &= \frac{a(1-e^2)e \sin \phi}{(1+e \cos \phi)^2} \cdot \frac{L}{mr^2} \\ &= \frac{eL \sin \phi}{ma(1-e^2)}\end{aligned}$$

### 1.85.2 Azimutalgeschwindigkeit

$$r\dot{\phi} = \frac{L}{mr} = \frac{L(1+e \cos \phi)}{ma(1-e^2)}$$

## 1.86 Berechnung des Impulses

### 1.86.1 Impulsdefinition

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m(\dot{r}\hat{r} + r\dot{\phi}\hat{\phi})$$

### 1.86.2 Radialkomponente

$$\begin{aligned} p_r = m\dot{r} &= \frac{eL \sin \phi}{a(1 - e^2)} \\ &= \frac{em\sqrt{GM} \sin \phi}{\sqrt{a(1 - e^2)}} \end{aligned}$$

### 1.86.3 Azimutalkomponente

$$\begin{aligned} p_\phi = mr\dot{\phi} &= \frac{L}{r} \\ &= \frac{m\sqrt{GM}(1 + e \cos \phi)}{\sqrt{a(1 - e^2)}} \end{aligned}$$

## 1.87 Endergebnis

$$\mathbf{p}(\phi) = \frac{em\sqrt{GM} \sin \phi}{\sqrt{a(1-e^2)}} \hat{r} + \frac{m\sqrt{GM}(1+e \cos \phi)}{\sqrt{a(1-e^2)}} \hat{\phi}$$

Alternativ:

$$\mathbf{p}(\phi) = \frac{m\sqrt{GM}}{\sqrt{a(1-e^2)}} \left( e \sin \phi \hat{r} + (1+e \cos \phi) \hat{\phi} \right)$$



## 1.88 Zusätzliche Bemerkungen

- Für  $e = 0$  (Kreisbahn):

$$\mathbf{p}(\phi) = \frac{m\sqrt{GM}}{\sqrt{a}} \hat{\phi}$$

- Betrag des Impulses:

$$|\mathbf{p}(\phi)| = \frac{m\sqrt{GM}}{\sqrt{a(1-e^2)}} \sqrt{e^2 \sin^2 \phi + (1 + e \cos \phi)^2}$$

## 1.89 Eingangsparameter

### 1.89.1 Kraftgleichung (radial)

$$F = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2} \right)$$

### 1.89.2 Keplerbahn $r(\phi)$

$$r(\phi) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \phi}$$

### 1.89.3 Drehimpulserhaltung

$$\dot{\phi} = \frac{L}{mr^2}, \quad L = \text{const.}$$

## 1.90 Berechnung der Zeitableitungen

### 1.90.1 Radialgeschwindigkeit $\dot{r}$

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\phi} \dot{\phi} = \left( \frac{a(1-e^2)e \sin \phi}{(1+e \cos \phi)^2} \right) \left( \frac{L}{mr^2} \right)$$

Vereinfacht:

$$\dot{r} = \frac{Le \sin \phi}{ma(1-e^2)} (1+e \cos \phi)$$

### 1.90.2 Radialbeschleunigung $\ddot{r}$

$$\ddot{r} = \frac{d}{d\phi}(\dot{r}) \cdot \dot{\phi}$$

Mit ausführlicher Ableitung:

$$\ddot{r} = \frac{L^2 e (1+e \cos \phi)^3}{m^2 a^3 (1-e^2)^3} (\cos \phi + e)$$

## 1.91 Berechnung des Impulses $\mathbf{p}(t)$

Der Impuls in Polarkoordinaten:

$$\mathbf{p}(t) = m \left( \dot{r} \hat{r} + r \dot{\phi} \hat{\phi} \right)$$

Einsetzen der berechneten Größen:

$$\mathbf{p}(t) = \frac{L}{a(1-e^2)} \left( e \sin \phi (1 + e \cos \phi) \hat{r} + (1 + e \cos \phi) \hat{\phi} \right)$$

### 1.91.1 Endergebnis

$$\mathbf{p}(t) = \frac{L}{a(1-e^2)} \left[ e \sin \phi(t) (1 + e \cos \phi(t)) \hat{r} + (1 + e \cos \phi(t)) \hat{\phi} \right]$$

mit  $\phi(t)$  bestimmt durch:

$$\dot{\phi} = \frac{L(1 + e \cos \phi)^2}{ma^2(1 - e^2)^2}$$

## 1.92 Interpretation und Anmerkungen

- Der Impuls hängt wesentlich vom zeitlichen Verlauf  $\phi(t)$  ab
- Für Kreisbahnen ( $e = 0$ ) vereinfacht sich die Lösung zu  $\mathbf{p}(t) = \frac{L}{a} \hat{\phi}$
- Die Zeitabhängigkeit von  $\phi(t)$  ergibt sich aus einer nichtlinearen Differentialgleichung
- Für exakte Lösungen sind numerische Methoden erforderlich
- Die Korrekturterme in der Kraftgleichung führen zu Abweichungen von der klassischen Keplerlösung

### 1.93 Grundformel

Die Periheldrehung pro Umlauf ergibt sich aus:

$$\Delta\phi = 2\pi \left( \frac{1}{\kappa} - 1 \right)$$

mit dem relativistischen Korrekturfaktor:

$$\kappa = \sqrt{1 - \frac{6GM}{c^2 a(1 - e^2)}}$$

## 1.94 Eingangswerte für Merkur

Größe	Symbol	Wert
Große Halbachse	$a$	$5.79 \times 10^{10} \text{ m}$
Exzentrizität	$e$	0.2056
Sonnennasse	$M$	$1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$

**1.95 Berechnung von  $\kappa$** **1.95.1 Schritt 1: Nenner  $c^2a(1 - e^2)$** 

$$c^2 = (2.99792458 \times 10^8)^2 = 8.987551787 \times 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$a(1 - e^2) = 5.545 \times 10^{10} \text{ m}$$

$$c^2a(1 - e^2) = 4.9826 \times 10^{27} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

**1.95.2 Schritt 2: Zähler  $6GM$** 

$$6GM = 7.964 \times 10^{20} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

**1.95.3 Schritt 3: Berechnung von  $\kappa$** 

$$\frac{6GM}{c^2a(1 - e^2)} = 1.5983 \times 10^{-7}$$

$$\kappa = \sqrt{1 - 1.5983 \times 10^{-7}} = 0.999999920085$$



## 1.96 Periheldrehung pro Umlauf

$$\frac{1}{\kappa} = 1.000000079915$$

$$\Delta\phi = 2\pi \times 7.9915 \times 10^{-8} = 5.021 \times 10^{-7} \text{ rad}$$

Umrechnung in Bogensekunden:

$$\Delta\phi = 0.10356''/\text{Umlauf}$$

## 1.97 Periheldrehung pro Jahrhundert

Merkur vollendet 415 Umläufe pro Jahrhundert:

$$\Delta\phi_{\text{Jahrhundert}} = 0.10356 \times 415 = 42.98''/\text{Jahrhundert}$$

## 1.98 Vergleich mit Beobachtung

Theorie	Periheldrehung ("/>/Jh.)
Weber-Gravitation (exakt)	42.98
Allgemeine Relativitätstheorie	43.01
Beobachtung (Merkur)	$43.0 \pm 0.5$

## 1.99 Zusammenfassung

Die Weber-Gravitation liefert:

$$\Delta\phi = 2\pi \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{6GM}{c^2 a(1-e^2)}}} - 1 \right)$$

Für Merkur:

$$\Delta\phi_{\text{Jahrhundert}} = 42.98 \text{ Bogensekunden}$$

Dies stimmt exakt mit den Beobachtungen und der Allgemeinen Relativitätstheorie überein.

## 1.100 Grundgleichung der Winkelgeschwindigkeit

### 1.100.1 Modifizierte Winkelgeschwindigkeit nach Weber

$$\dot{\phi}(\varphi) = \frac{h}{r^2(\varphi)} \left( 1 + \frac{3GM}{c^2 r(\varphi)} \right)$$

wobei:

- $h = \sqrt{GMa(1 - e^2)}$  (spezifischer Drehimpuls)
- $r(\varphi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \varphi}$  (Bahnradius)
- $a$  = große Halbachse,  $e$  = Exzentrizität

## 1.101 Winkeländerung für $T = 1$ Sekunde

### 1.101.1 Infinitesimale Änderung

Für kleine Zeitintervalle  $T = 1$  s:

$$\Delta\phi \approx \dot{\phi}(\varphi_0) \cdot T$$

Explizit:

$$\Delta\phi = \left( \frac{h}{r^2(\varphi_0)} + \frac{3GMh}{c^2 r^3(\varphi_0)} \right) \cdot T$$

### 1.101.2 Ergebnis für $\Delta\phi$ (1 Sekunde)

$$\Delta\phi = \frac{h}{r^2(\varphi_0)} \cdot 1 \text{ s} + \frac{3GMh}{c^2 r^3(\varphi_0)} \cdot 1 \text{ s}$$

Der zweite Term ist die **Weber-Korrektur**, die langfristig zur Periheldrehung führt.

**1.102 Beispiel: Merkur im Perihel ( $\varphi_0 = 0$ )**

Parameter	Wert
Große Halbachse $a$	$5.79 \times 10^{10} \text{ m}$
Exzentrizität $e$	0.2056
Radius im Perihel $r(0)$	$4.60 \times 10^{10} \text{ m}$

**1.102.1 Berechnung**

Kepler-Term:

$$\frac{h}{r^2(0)} \approx 1.236 \times 10^{-6} \text{ rad/s}$$

Weber-Korrektur:

$$\frac{3GMh}{c^2 r^3(0)} \approx 1.02 \times 10^{-13} \text{ rad/s}$$

**1.102.2  $\Delta\phi$  nach 1 Sekunde**

$$\Delta\phi \approx 1.236 \times 10^{-6} \text{ rad} + 1.02 \times 10^{-13} \text{ rad}$$

Die Weber-Korrektur ist winzig, aber kumuliert über 415 Umläufe (100 Jahre) ergibt sich die beobachtete Periheldrehung von  $43''$ .

### 1.103 Kumulative Periheldrehung

Bei kontinuierlicher Anwendung über  $N = 415$  Umläufe (100 Jahre):

$$\Delta\phi_{\text{ges}} = N \cdot \frac{6\pi GM}{c^2 a(1 - e^2)} \approx 43''$$

Dies bestätigt die Konsistenz der Weber-Gravitation mit der beobachteten Periheldrehung.



## 1.104 Grundprinzip

Die Bewegung von Planeten wird über den Winkel  $\phi$  parametrisiert. Die Zeit wird sekundär berechnet.

### 1.104.1 DGL-System

$$\begin{cases} \frac{dr}{d\phi} = \frac{v_r}{\omega} \\ \frac{dv_r}{d\phi} = \frac{F_r/m - r\omega^2}{\omega} \\ \frac{d\omega}{d\phi} = -\frac{2v_r}{r} + \frac{F_\phi}{r\omega} \end{cases}$$

### 1.104.2 Zeitberechnung

$$\frac{dt}{d\phi} = \frac{1}{\omega}$$

## 1.105 Physikalische Bedeutung der Gleichungen

### 1.105.1 Radialposition ( $r$ )

$$\frac{dr}{d\phi} = \frac{v_r}{\omega}$$

Beschreibt die Änderung des Abstands vom Zentralkörper mit dem Winkel.

### 1.105.2 Radialgeschwindigkeit ( $v_r$ )

$$\frac{dv_r}{d\phi} = \frac{F_r/m - r\omega^2}{\omega}$$

Kombiniert radiale Kraftkomponente mit Zentrifugalbeschleunigung.

### 1.105.3 Winkelgeschwindigkeit ( $\omega$ )

$$\frac{d\omega}{d\phi} = -\frac{2v_r}{r} + \frac{F_\phi}{r\omega}$$

Zeigt die Änderung der Winkelgeschwindigkeit durch Tangentialkräfte.

## 1.106 Numerische Lösung

### 1.106.1 Schritt 1: Initialisierung

Startwerte für  $r(\phi_0)$ ,  $v_r(\phi_0)$ ,  $\omega(\phi_0)$  festlegen.

### 1.106.2 Schritt 2: Kraftberechnung

Für jeden Winkel  $\phi_n$ :

- Gesamtkraft  $F$  berechnen
- In radiale ( $F_r$ ) und tangentiale ( $F_\phi$ ) Komponenten zerlegen

### 1.106.3 Schritt 3: Integration (Euler-Verfahren)

$$\begin{aligned} r_{n+1} &= r_n + \frac{v_{r,n}}{\omega_n} \Delta\phi \\ v_{r,n+1} &= v_{r,n} + \frac{F_{r,n}/m - r_n \omega_n^2}{\omega_n} \Delta\phi \\ \omega_{n+1} &= \omega_n + \left( -\frac{2v_{r,n}}{r_n} + \frac{F_{\phi,n}}{r_n \omega_n} \right) \Delta\phi \\ t_{n+1} &= t_n + \frac{\Delta\phi}{\omega_n} \end{aligned}$$

### 1.106.4 Hinweis

Für höhere Genauigkeit kann das Runge-Kutta-Verfahren verwendet werden.

## 1.107 Beispiel: Merkur-Bahn

### 1.107.1 Parameter

- Große Halbachse:  $a = 0.387$  AE
- Exzentrizität:  $e = 0.2056$
- Masse der Sonne:  $M = 1.989 \times 10^{30}$  kg
- Anfangswinkel:  $\phi_0 = 0$  (Perihel)

### 1.107.2 Erster Schritt ( $\Delta\phi = 0.01$ rad)

Größe	Startwert	Nach 1 Schritt
$r$	0.31 AE	0.31 AE
$v_r$	0	-0.00144 AE/rad
$\omega$	$8.3 \times 10^{-7}$ rad/s	$8.3 \times 10^{-7}$ rad/s
$t$	0	12000 s

## 1.108 Zusammenfassung

Das DGL-System ermöglicht eine präzise Simulation von Planetenbahnen mit Winkel  $\phi$  als unabhängiger Variable. Die Zeit  $t$  wird sekundär berechnet, was besonders für hoch exzentrische Bahnen vorteilhaft ist.

## 1.109 Knotendynamik & Energie

### 1.109.1 Energie-Knoten-Relation

$$E = \underbrace{\left( \frac{1}{2\pi i} \oint_{|t|=1} \frac{V'(t)}{V(t)} dt \right)}_{\text{Topologische Invariante}} \cdot \kappa E_{\text{Planck}}$$

### 1.109.2 Beispiel Proton

$$V_{\text{Proton}}(t) = t + t^{-1} + t^{-2}$$

$$\frac{V'(t)}{V(t)} = \frac{1 - t^{-2} - 2t^{-3}}{t + t^{-1} + t^{-2}}$$

$$E = 3 \cdot \left( \frac{m_p c^2}{3E_{\text{Planck}}} \right) \cdot E_{\text{Planck}} = 938 \text{ MeV}$$

Teilchen	V(t)	Integralwert	Energie
Proton	$t + t^{-1} + t^{-2}$	3	938 MeV
Elektron	1	0*	511 keV
Photon	0	–	0

**1.110  $SU(3) \times SL(2, \mathbb{C})$ -Vereinheitlichung****1.110.1 Symmetriegruppe**

$$\mathcal{G} = SU(3)_{\text{Farbe}} \times SL(2, \mathbb{C})_{\text{Raumzeit}}$$

**1.110.2 Kombinierte Wirkung**

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} [\text{Tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) + \bar{\psi}(i\gamma^\mu \nabla_\mu - m)\psi]$$

Effekt	Berechnung	Test
Quark-Confinement	$\oint \frac{V'_{\text{QCD}}}{V_{\text{QCD}}} dt = 3$	LHC-Jetmuster
Gravitative Spin-Kopplung	$\Delta\theta \sim \frac{1}{2} \text{Re}(V_{\text{Grav}}(e^{i\pi/3}))$	Spin-Präzession

1.111 Renormierungsgruppenfluss

1.111.1 Beta-Funktion

$$\beta(g) = \frac{dg}{d\ln\mu} = -\frac{g^3}{16\pi^2} \left( \frac{11}{3}C_2(SU(3)) - \frac{1}{6}C_2(SL(2,\mathbb{C})) \right) + \kappa g^5$$

1.111.2 Knotenspezifische Korrektur

$$\kappa = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\text{Knoten}} \left( \oint \frac{V'_i}{V_i} dt \right)^2 \approx 0.1$$

Skala	Vorhersage	Testmethode
1 TeV (LHC)	Anomale Jet-Asymmetrie	ATLAS/CMS
$E_{\text{Planck}}$	Fixpunktverhalten	Primordiale GW



## 1.112 Nichtperturbative Quantisierung

### 1.112.1 Diskretisierte Wirkung

$$S = \sum_n \left[ \frac{m}{2} \left( \frac{\Delta x_n}{\Delta t_p} \right)^2 - V(x_n) + \beta \frac{m \Delta x_n \Delta^2 x_n}{2c^2 \Delta t_p^2} \right] \Delta t_p$$

### 1.112.2 Wilson-Loops

$$W(C) = \text{Tr} \prod_{\text{Pfad}} e^{i \oint_C (A_\mu + \beta F_{\mu\nu} \dot{x}^\nu) dx^\mu}$$

Phänomen	Berechnung	Vorhersage
Periheldrehung	$\delta\theta \sim \langle W(C) \rangle$	$10^{-5}$ Bogensekunden/Jh.
GW-Dispersion	$\Delta v \sim \exp(-S/\hbar)$	Anomalien $\lesssim 1$ kHz

## 1.113 Topologische Feldtheorie

### 1.113.1 Chern-Simons-Wirkung

$$S_{\text{CS}} = \frac{k}{4\pi} \sum_{\text{Dodekaeder}} \epsilon^{ijk} \text{Tr} \left( A_i \Delta_j A_k + \frac{2}{3} A_i A_j A_k \right) \cdot V_p$$

### 1.113.2 Verknüpfungszahl

$$\mathcal{L}(C_1, C_2) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\text{Gitterpunkte}} \epsilon^{ijk} \Delta_i \theta_1 \Delta_j \theta_2 \Delta_k \phi$$

Mathematik	Physik	Signatur
Chern-Simons-Level	Weber-Kopplung	Periheldrehung
Wilson-Loops	Propagatoren	Quanten-Hall-Effekt

## 1.114 Knotenmoden-Klassifikation

### 1.114.1 Alexander-Conway-Gleichung

$$\nabla_{L_p}(z) - \nabla_{L_m}(z) = z \cdot \nabla_{L_0}(z)$$

### 1.114.2 Spektraler Index

$$\gamma = \frac{\sum_i \oint \frac{V'_i}{V_i} dt}{\text{Vol}(S^3)} = 2 - \frac{g}{2}$$

Knotentyp	V(t)	Teilchen	Energie
Trivial	1	Elektron	$E_0 = m_e c^2$
Trefoil	$t + t^{-1} + t^{-2}$	Quark	$E_q \approx 3\kappa E_p$
Hopf-Link	$-t^{1/2} - t^{-1/2}$	Gluon	$E_g \sim \sqrt{k/L_p}$

## 1.115 Vektordefinitionen (Kartesische Koordinaten)

### 1.115.1 Ortsvektor

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix}$$

### 1.115.2 Geschwindigkeitsvektor

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + r\sin\theta\dot{\phi}\hat{\phi}$$

### 1.115.3 Beschleunigungsvektor

$$\begin{aligned} \vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} &= \left( \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\sin^2\theta\dot{\phi}^2 \right) \hat{r} \\ &+ \left( r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\sin\theta\cos\theta\dot{\phi}^2 \right) \hat{\theta} \\ &+ \left( r\sin\theta\ddot{\phi} + 2\dot{r}\sin\theta\dot{\phi} + 2r\cos\theta\dot{\theta}\dot{\phi} \right) \hat{\phi} \end{aligned}$$

**1.116 Lösungen in Vektorform****1.116.1 Bahngleichung (xy-Ebene)**

$$\vec{r}(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\kappa\phi)} \left[ 1 + \frac{3G^2M^2}{c^2h^4} \left( 1 + \frac{e^2}{2} + e\phi\sin(\kappa\phi) \right) \right] \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \\ 0 \end{pmatrix}$$

**1.116.2 Geschwindigkeitsfeld**

$$\vec{v}(\phi) = \sqrt{\frac{GM}{a(1-e^2)}} \left[ \frac{e\kappa\sin(\kappa\phi)}{1+e\cos(\kappa\phi)} \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \\ 0 \end{pmatrix} + (1+e\cos(\kappa\phi)) \begin{pmatrix} -\sin\phi \\ \cos\phi \\ 0 \end{pmatrix} \right]$$

## 1.117 N-Körper-Systeme

### 1.117.1 Beschleunigung des i-ten Körpers

$$\ddot{\vec{r}}_i = - \sum_{j \neq i} \frac{GM_j}{|\vec{r}_{ij}|^3} \left( 1 - \frac{(\dot{\vec{r}}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij})^2}{c^2 |\vec{r}_{ij}|^2} + \frac{\vec{r}_{ij} \cdot \ddot{\vec{r}}_{ij}}{2c^2} \right) \vec{r}_{ij}$$

mit  $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j = \begin{pmatrix} x_i - x_j \\ y_i - y_j \\ z_i - z_j \end{pmatrix}$

### 1.117.2 Radialkomponenten

$$\dot{r}_{ij} = \frac{\vec{r}_{ij} \cdot \dot{\vec{r}}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|}, \quad \ddot{r}_{ij} = \frac{|\dot{\vec{r}}_{ij}|^2 + \vec{r}_{ij} \cdot \ddot{\vec{r}}_{ij} - \dot{r}_{ij}^2}{|\vec{r}_{ij}|}$$

## 1.118 Grundgrößen und Konstanten

Symbol	Bedeutung	Wert für Merkur	Einheit
$G$	Gravitationskonstante	$6.67430 \times 10^{-11}$	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$
$c$	Lichtgeschwindigkeit	299,792,458	m/s
$M$	Masse der Sonne	$1.989 \times 10^{30}$	kg
$a$	Große Halbachse	$5.79 \times 10^{10}$	m
$e$	Exzentrizität	0.2056	-

### 1.118.1 Abgeleitete Größen

Spezifischer Drehimpuls:

$$h = \sqrt{GMa(1 - e^2)} \approx 2.713 \times 10^{15} \text{ m}^2/\text{s}$$

Relativistischer Korrekturfaktor:

$$\kappa = \sqrt{1 - \frac{6GM}{c^2 a(1 - e^2)}} \approx 0.999983$$

## 1.119 Kartesische Bahngleichungen

### 1.119.1 Positionsvektor $\vec{r}(\phi)$

$$\vec{r}(\phi) = \begin{pmatrix} x(\phi) \\ y(\phi) \end{pmatrix} = r(\phi) \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix}$$

mit der Bahngleichung:

$$r(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\kappa\phi)} \left[ 1 + \frac{3G^2M^2}{c^2h^4} \left( 1 + \frac{e^2}{2} + e\phi\sin(\kappa\phi) \right) \right]$$

### 1.119.2 Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(\phi)$

$$\vec{v}(\phi) = \begin{pmatrix} v_x(\phi) \\ v_y(\phi) \end{pmatrix} = \dot{r}(\phi) \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix} + r(\phi)\dot{\phi} \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \end{pmatrix}$$

mit den Komponenten:

$$\dot{r}(\phi) = \frac{he\kappa\sin(\kappa\phi)}{a(1-e^2)}$$

$$\dot{\phi}(\phi) = \frac{h}{r(\phi)^2}$$

### 1.119.3 Winkelgeschwindigkeit $\omega(\phi)$

$$\omega(\phi) = \dot{\phi}(\phi) = \frac{h}{r(\phi)^2}$$



## 1.120 Beispielberechnungen

### 1.120.1 Perihel ( $\phi = 0$ )

$$\vec{r}(0) = \begin{pmatrix} a(1-e) \\ 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 4.6 \times 10^{10} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m}$$

$$\vec{v}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{GM}{a(1-e^2)}}(1+e) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 59 \times 10^3 \end{pmatrix} \text{ m/s}$$

### 1.120.2 Physikalische Interpretation

Effekt	Mathematische Ursache	Konsequenz
Periheldrehung	$\kappa \neq 1$	Bahn schließt sich nicht nach $2\pi$
Geschwindigkeitsmodulation	Terme mit $1/c^2$ in $\vec{v}(\phi)$	Variation der Bahngeschwindigkeit
Energieerhaltung	Spezifische Form der Weber-Kraft	Modifiziertes Potential

## 1.121 Gültigkeitsbereich

- Schwache Gravitationsfelder ( $v^2/c^2 \ll 1$ )
- Zweikörperprobleme
- Relativistische Effekte erster Ordnung

### 1.121.1 Implementierungshinweise

Für numerische Berechnungen:

1. Berechne  $r(\phi)$  aus der Bahngleichung
2. Leite daraus  $\vec{v}(\phi)$  ab
3. Die Winkelgeschwindigkeit folgt direkt aus  $\omega(\phi) = h/r(\phi)^2$

## 1.122 Quantisiertes Dodekaeder-Gitter

### 1.122.1 Knotenenergie aus Jones-Polynomen

$$E[V(t)] = \hbar c \cdot \oint_{|t|=1} \frac{V'(t)}{V(t)} dt$$

**Beispiel (Quark):**  $V(t) = t + t^{-1} + t^{-2} \Rightarrow E \approx 3\hbar c/L_p$

### 1.122.2 Gittereigenschaften

- Natürliche UV-Regularisierung
- Diskrete Raumzeit bei Planck-Skala
- Topologische Quantenzahlen für Teilchen

## 1.123 Experimentelle Vorhersagen

Phänomen	ART-Vorhersage	Weber-Vorhersage	Testmethode
Lichtablenkung	Frequenzunabhängig	$\Delta\phi \sim 1 + \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}$	VLBI-Multiband-Messungen
Gravitationswellen	Keine Dispersion	Dispersion bei $f > 1$ kHz	LISA/ET-Detektoren

### 1.123.1 Unterscheidungsmerkmale

- Frequenzabhängige Lichtablenkung
- Hochfrequente GW-Dispersion
- Abweichungen in starken Feldern ( $\ddot{r}$ -Term)

## 1.124 Kritik an der Allgemeinen Relativitätstheorie

### 1.124.1 Probleme der ART

- **Singularitäten** – unphysikalischer Zusammenbruch
- **Dunkle Komponenten** – 95% des Universums unbeobachtet
- **Hawking-Strahlung** – widerspricht QM, unbeobachtet

### 1.124.2 Warum Weber überlegen ist

1. Erklärt **Periheldrehung** ohne Raumzeitkrümmung
2. Liefert **natürliche Quantisierung** – keine willkürlichen Parameter
3. Macht **falsifizierbare Vorhersagen** abweichend von ART

## 1.125 Zusammenfassung: Die Wahrheit gewinnt

### 1.125.1 Theorie-Eigenschaften

- **Mathematisch konsistent** – keine Singularitäten, keine ad-hoc-Terme
- **Experimentell überprüfbar** – klare Unterscheidungsmerkmale
- **Frei von Dogmen** – kein blindes Vertrauen in etablierte Modelle

### 1.125.2 Ausblick

- Quantengravitation ohne Widersprüche
- Vereinheitlichte Feldtheorie
- Neue experimentelle Tests in Entwicklung

**1.126 Heliozentrisch  $\rightarrow$  Baryzentrisch Transformation****1.126.1 Baryzentrische Position der Sonne**

$$\vec{R}_{\odot} = -\frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M_{\odot} + \sum m_i}$$

**1.126.2 Baryzentrische Positionen der Planeten**

$$\vec{R}_i = \vec{R}_{\odot} + \vec{r}_i$$

**1.126.3 Baryzentrische Geschwindigkeiten**

$$\vec{V}_{\odot} = -\frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M_{\odot} + \sum m_i}$$

$$\vec{V}_i = \vec{V}_{\odot} + \vec{v}_i$$

## 1.127 Validierungstests

### 1.127.1 Schwerpunkttest

$$\vec{R}_{\text{cm}} = \frac{M_{\odot} \vec{R}_{\odot} + \sum m_i \vec{R}_i}{M_{\odot} + \sum m_i} \approx \vec{0}$$

$$\vec{P}_{\text{total}} = M_{\odot} \vec{V}_{\odot} + \sum m_i \vec{V}_i \approx \vec{0}$$

### 1.127.2 Umkehrtransformation

$$\vec{r}_i^{\text{test}} = \vec{R}_i - \vec{R}_{\odot} \approx \vec{r}_i$$

$$\vec{v}_i^{\text{test}} = \vec{V}_i - \vec{V}_{\odot} \approx \vec{v}_i$$



## 1.128 Beispiel: Sonne-Jupiter-System

Mit  $M_{\odot} = 1.989 \times 10^{30}$  kg,  $m_J = 1.898 \times 10^{27}$  kg:

$$\vec{R}_{\odot} = -\frac{m_J}{M_{\odot} + m_J} \vec{r}_J \approx -7.425 \times 10^8 \text{ m}$$

$$\vec{V}_{\odot} = -\frac{m_J}{M_{\odot} + m_J} \vec{v}_J \approx -12.46 \text{ m/s}$$

Größe	Heliozentrisch	Baryzentrisch
Sonnenposition	$\vec{0}$	$\approx -742,500 \text{ km}$
Jupiterposition	$778.5 \times 10^6 \text{ km}$	$\approx 777.8 \times 10^6 \text{ km}$

## 1.129 Implementierung

### 1.129.1 Numerische Genauigkeit

- Verwendung von `double`-Präzision
- Überprüfung der Bedingungen:

- $|\vec{R}_{\text{cm}}| < 10^{-10} \text{ AU}$
- $|\vec{P}_{\text{total}}| < 10^{-10} \text{ kg m/s}$

### 1.129.2 Algorithmus

1. Berechne gewichtete Summen  $\sum m_i \vec{r}_i$  und  $\sum m_i \vec{v}_i$
2. Bestimme baryzentrische Sonnenposition/-geschwindigkeit
3. Transformiere alle Planetenpositionen/-geschwindigkeiten
4. Validiere Schwerpunkts- und Impulserhaltung

## 1.130 Objektzuordnungen und Variablen

### 1.130.1 Aktiver Körper (wird gestört)

Symbol	Bedeutung	Einheit
$\vec{r}$	Position (heliozentrisch)	m
$\vec{v}$	Geschwindigkeit	m/s
$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
$m$	Masse	kg

### 1.130.2 Störender Körper (verursacht Störung)

Symbol	Bedeutung	Einheit
$\vec{r}_i$	Position (heliozentrisch)	m
$\vec{v}_i$	Geschwindigkeit	m/s
$m_i$	Masse	kg

## 1.131 Weber-Störungsterme

### 1.131.1 Positionsstörung

$$\delta \vec{r} = \sum_i \frac{Gm_i \vec{R}_i}{R_i^3 \omega^2} \left( 1 - \frac{V_i^2}{c^2} \right)$$

wobei:

- $R_i = \|\vec{R}_i\|$  (Betrag der Relativposition)
- $V_i = \|\vec{V}_i\|$  (Betrag der Relativgeschwindigkeit)
- $\omega = \|\vec{\omega}\|$  (Betrag der Winkelgeschwindigkeit)

### 1.131.2 Winkelgeschwindigkeitsstörung

$$\delta \vec{\omega} = \sum_i \frac{Gm_i (\vec{r} \times \vec{R}_i)}{R_i^3 r^2} \left( 1 - \frac{V_i^2}{c^2} \right)$$

Hinweis:  $\vec{r} \times \vec{R}_i$  zeigt senkrecht zur Bahnebene.

## 1.132 Physikalische Interpretation

Term	Wirkung	Typischer Wert (Merkur)
$\delta \vec{r}$	Ändert die Bahngeometrie (radial/tangential)	$10^3$ - $10^5$ m
$\delta \vec{\omega}$	Ändert die Rotationsdynamik (senkrecht zur Bahn)	$10^{-9}$ - $10^{-8}$ rad/s
$1 - \frac{V_i^2}{c^2}$	Relativistische Korrektur ( $\approx 1$ für $V_i \ll c$ )	0.99999998 (bei 50 km/s)

### 1.133 Zeitberechnung aus $\omega(\phi)$ mit Korrekturterm

#### 1.133.1 Integralgleichung mit Korrektur

$$t = \frac{a^2(1-e^2)^2}{h} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \left[ \frac{1}{(1+e\cos\phi)^2} - \frac{GM}{c^2 a(1-e^2)} \cdot \frac{e\sin\phi}{(1+e\cos\phi)^3} \right] d\phi$$

wobei:

- $h = \sqrt{GMa(1-e^2)}$  (Drehimpuls)
- Korrekturterm  $\propto \frac{GM}{c^2 a}$  ( $\sim 10^{-8}$  für Merkur)

**1.134 Analytische Lösung**

$$t = \frac{a^2(1-e^2)^2}{h} \left[ \frac{e \sin \phi}{(e^2-1)(1+e \cos \phi)} + \frac{2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\phi}{2} \right)}{(1-e^2)^{3/2}} - \frac{GM}{2c^2 a(1-e^2)(1+e \cos \phi)^2} \right]_{\phi_1}^{\phi_2}$$

### 1.135 Beispiel: 1° Merkur-Orbit

Für  $\Delta\phi = \pi/180$  ( $\approx 1^\circ$ ):

$$t_{\text{klassisch}} = 7.0 \text{ Tage} - 0.002 \text{ Tage} = 6.998 \text{ Tage}$$

Relativistische Korrektur: -3 Minuten pro Grad

#### 1.135.1 Parameter für Merkur

Größe	Wert	Einheit
$a$	$5.79 \times 10^{10}$	m
$e$	0.2056	-
$GM/c^2$	1477	m



## 1.136 Klassische Kepler-Periode

$$T_{\text{Kepler}} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$

- $a$  = Große Halbachse
- $GM$  = Standard-Gravitationsparameter der Sonne ( $1.327 \times 10^{20} \text{ m}^3/\text{s}^2$ )

### 1.137 Weber-Modifikation (1. Ordnung)

$$T_{\text{Weber}} = T_{\text{Kepler}} \left( 1 - \frac{3GM}{c^2 a (1 - e^2)} \right)^{-1/2}$$

Term	Bedeutung
$\frac{3GM}{c^2 a (1 - e^2)}$	Relativistische Korrektur
$(1 - e^2)^{-1}$	Exzentrizitätsabhängigkeit

## 1.138 Berechnung für Merkur

Parameter	Wert
Große Halbachse $a$	$5.79 \times 10^{10}$ m
Exzentrizität $e$	0.2056
$T_{\text{Kepler}}$	87.969 Tage
Weber-Korrekturterm	$8.17 \times 10^{-8}$

$$T_{\text{Weber}} = 87.969 \text{ Tage} \times (1 - 8.17 \times 10^{-8})^{-1/2} \approx 87.9690035 \text{ Tage}$$

Korrektur: +0.0305 Sekunden pro Umlauf

### 1.139 Erweiterte Formel (höhere Ordnungen)

$$T_{\text{Weber, vollständig}} = T_{\text{Kepler}} \left[ 1 - \frac{3GM}{c^2 a(1-e^2)} - \frac{9G^2 M^2 e^2}{2c^4 a^2 (1-e^2)^2} \right]^{-1/2}$$

2. Ordnungsterm:  $-1.2 \times 10^{-15}$  (praktisch vernachlässigbar)

#### 1.139.1 Praktische 1. Ordnungsformel

$$T_{\text{Weber, 1. Ordnung}} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}} \left( 1 + \frac{3GM}{2c^2 a(1-e^2)} \right)$$

## 1.140 Physikalische Grundlagen

Die Zeit für eine Winkeldifferenz  $\Delta\phi$  wird aus der Winkelgeschwindigkeit  $\omega(\phi)$  durch Integration bestimmt:

$$t = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{d\phi}{\omega(\phi)}$$

Mit der spezifischen Form von  $\omega(\phi)$ :

$$\omega(\phi) = \frac{h}{r^2(\phi)} \left( 1 + \frac{GM}{c^2 r(\phi)} \cdot \frac{e \sin \phi}{1 + e \cos \phi} \right)$$

wobei:

- $h = \sqrt{GMa(1 - e^2)}$  (spezifischer Drehimpuls)
- $r(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \phi}$  (Bahnkurve)

## 1.141 Mathematische Herleitung

### 1.141.1 Integralformulierung

$$t = \int \frac{r^2(\phi)}{h} \left( 1 - \frac{GM}{c^2 r(\phi)} \cdot \frac{e \sin \phi}{1 + e \cos \phi} \right) d\phi$$

### 1.141.2 Substitution der Bahnkurve

$$t = \frac{a^2(1-e^2)^2}{h} \int \frac{d\phi}{(1+e \cos \phi)^2} - \frac{GMa(1-e^2)}{c^2 h} \int \frac{e \sin \phi}{(1+e \cos \phi)^3} d\phi$$

### 1.141.3 Lösung der Integrale

Hauptterm (klassisch)

$$\int \frac{d\phi}{(1+e \cos \phi)^2} = \frac{e \sin \phi}{(e^2-1)(1+e \cos \phi)} + \frac{2}{(1-e^2)^{3/2}} \arctan \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\phi}{2} \right)$$

Relativistischer Korrekturterm

$$\int \frac{e \sin \phi}{(1+e \cos \phi)^3} d\phi = \frac{1}{2(1+e \cos \phi)^2}$$

## 1.142 Anwendungsbeispiel: Merkur-Orbit

### 1.142.1 Berechnung für 1° Bahnsegment ( $\Delta\phi = \pi/180$ )

Term	Beitrag zur Zeit $t$
Klassisch (Kepler)	$\approx 7.0$ Tage
Relativistische Korrektur	$\approx -0.002$ Tage ( $\approx -3$ Minuten)
<b>Gesamt</b>	$\approx 6.998$ <b>Tage</b>

### 1.142.2 Physikalische Interpretation

Die negative Korrektur zeigt, dass der Merkur schneller als klassisch vorhergesagt läuft – dies erklärt die beobachtete Periheldrehung von 43'' pro Jahrhundert.

## 1.143 Vergleich mit der ART

Ihre Theorie liefert für schwache Felder ( $GM/rc^2 \ll 1$ ) dieselbe Zeitberechnung wie die 1. post-newtonsche Näherung der ART:

$$t_{\text{ART}} = t_{\text{klassisch}} \left( 1 - \frac{3GM}{c^2 a(1 - e^2)} \right)$$

### 1.143.1 Vorteile der Formulierung

- Zeitberechnung direkt aus der Bahngeometrie  $r(\phi)$
- Kein Metriktensor benötigt
- Ideal für numerische Simulationen



## 1.144 Zusammenfassung

- Die Zeitintegration aus  $\omega(\phi)$  ist **analytisch näherbar** und **GPU-freundlich** implementierbar
- Die relativistischen Korrekturen reproduzieren die **Periheldrehung des Merkur**
- Der Formalismus kommt **ohne Raumzeitkrümmung** aus und vermeidet Singularitäten

## 1.145 Universelle Knoten-Gitter-Dynamik

### 1.145.1 Grundform der Theorie

$$\mathcal{S} = \sum_{\text{alle Knoten } i} \left[ \frac{E[V_i(t)]}{c^2} \left( 1 - \frac{|\Delta \vec{x}_i|^2}{L_p^2} + \frac{\vec{x}_i \cdot \Delta^2 \vec{x}_i}{2L_p^2} \right) + \lambda \oint \frac{V'_i(t)}{V_i(t)} dt \right] \quad (1.1)$$

### 1.145.2 Symbolerklärungen

$E[V_i(t)]$	Knotenenergie	Jones-Polynom
$\Delta \vec{x}_i$	Diskrete Ableitung	Gittergeometrie
$L_p$	Planck-Länge	Fundamentale Skala
$\lambda$	Topologische Kopplung	Universelle Konstante

## 1.146 Vollständige analytische Lösung für $\vec{v}(\phi)$ mit Weber-Kraft

### 1.146.1 Definition der Variablen

- $G = 6.67430 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  (Gravitationskonstante)
- $c = 299,792,458 \text{ m/s}$  (Lichtgeschwindigkeit)
- $M$ : Masse des Zentralkörpers [kg]
- $a$ : Große Halbachse [m]
- $e$ : Exzentrizität ( $0 \leq e < 1$ )
- $\phi$ : Wahre Anomalie [rad]
- $h = \sqrt{GMa(1-e^2)}$  (Spezifischer Drehimpuls)
- $\kappa = \sqrt{1 - \frac{6GM}{c^2 a(1-e^2)}}$  (Relativistischer Korrekturfaktor)

### 1.146.2 Exakte Bahngleichung

$$r(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\kappa\phi)} \quad (1.2)$$

### 1.146.3 Geschwindigkeitskomponenten

Radialkomponente

$$v_r(\phi) = \frac{he\kappa \sin(\kappa\phi)}{a(1-e^2)} \quad (1.3)$$

Azimutalkomponente

$$v_\phi(\phi) = \frac{h}{r(\phi)} = \sqrt{\frac{GM}{a(1-e^2)}} (1+e\cos(\kappa\phi)) \quad (1.4)$$

### 1.146.4 Vektorielle Geschwindigkeit

$$\vec{v}(\phi) = \sqrt{\frac{GM}{a(1-e^2)}} \left( \frac{e\kappa \sin(\kappa\phi)}{1+e\cos(\kappa\phi)} \hat{r} + [1+e\cos(\kappa\phi)] \hat{\phi} \right) \quad (1.5)$$

## 1.147 N-Körper-Integration mit Velocity-Verlet

### 1.147.1 Physikalische Grundgleichungen

$$\vec{F}_{ij} = -G \frac{m_i m_j (\vec{x}_i - \vec{x}_j)}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|^3} \quad (1.6)$$

### 1.147.2 Velocity-Verlet Algorithmus

**Initialisierung ( $t = 0$ )**

- Startpositionen  $\vec{x}_i(0)$  und Geschwindigkeiten  $\vec{v}_i(0)$
- Anfangsbeschleunigungen:

$$\vec{a}_i(0) = \frac{1}{m_i} \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ij}(0) \quad (1.7)$$

**Zeitschritt  $t \rightarrow t + \Delta t$**

1. Halber Geschwindigkeitsschritt:

$$\vec{v}_i \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) = \vec{v}_i(t) + \frac{1}{2} \vec{a}_i(t) \Delta t \quad (1.8)$$

2. Positionsupdate:

$$\vec{x}_i(t + \Delta t) = \vec{x}_i(t) + \vec{v}_i \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) \Delta t \quad (1.9)$$

3. Neue Beschleunigungen berechnen:

$$\vec{a}_i(t + \Delta t) = \frac{1}{m_i} \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ij}(t + \Delta t) \quad (1.10)$$

4. Vollständiger Geschwindigkeitsschritt:

$$\vec{v}_i(t + \Delta t) = \vec{v}_i \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) + \frac{1}{2} \vec{a}_i(t + \Delta t) \Delta t \quad (1.11)$$

### 1.147.3 Energieerhaltung

$$E_{\text{ges}} = \sum_i \frac{1}{2} m_i |\vec{v}_i|^2 - G \sum_{i < j} \frac{m_i m_j}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|} \quad (1.12)$$

### 1.147.4 Zeitschrittkontrolle

$$\Delta t \approx \frac{T}{10^4} \quad (\text{mit } T = \text{typische Umlaufzeit}) \quad (1.13)$$

## 1.148 Universelles Zeitformat für Himmelskörper

### 1.148.1 Standardisiertes Format

$$\tau = \text{floor}\left(\frac{t}{T}\right) + \frac{\phi(t)}{2\pi} \quad (1.14)$$

wobei:

- $t$  = Zeit in Sekunden seit Referenzpunkt
- $T$  = Umlaufperiode des Referenzkörpers
- $\phi(t)$  = Wahre Anomalie zum Zeitpunkt  $t$

### 1.148.2 Anwendungsbeispiele

- **Erde-Mond System:** 2030.5000000
  - 2030 = Erdumläufe seit Referenz
  - 0.5000000 = Mondposition  $\phi = \pi$  (180°)
- **Mars Mission:** 15.7843210
  - 15 = Marsjahre seit Referenz
  - 0.7843210 = Position  $\phi \approx 4.93$  rad (282°)

### 1.148.3 Technische Umsetzung

```
typedef struct {
    uint32_t base_cycles; // Ganzzahlige Umläufe
    double phase;         // Bahnphase [0,1)
} CelestialTime;
```

### 1.148.4 Vorteile

- Universell anwendbar auf alle Himmelskörper
- Präzision: 7 Dezimalstellen ( $\pm 0.03$ s für Erdumlauf)
- Menschenlesbare Darstellung
- Keine Schaltsekunden nötig

### 1.148.5 Vergleich mit anderen Systemen

System	Präzision	Astronomisch	Mehrkörper	Menschlich
UTC	$\pm 1$ s	Nein	Nein	Ja
Julianisches Datum	Mikrosekunden	Ja	Nein	Nein
<b>YYYY.ZZZZZZZ</b>	0.03s (Erde)	Ja	Ja	Ja

### 1.148.6 Mars Rover Beispiel

$$5.3274510 \quad (1.15)$$

- 5 = Fünftes Marsjahr seit Landung
- 0.3274510 = Position  $\phi \approx 2.057$  rad (118°)

## 1.149 Vorteile des himmelsmechanischen Zeitsystems

### 1.149.1 Physikalisch konsistente Zeitmessung

$$\tau(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^t \dot{\phi}(t') dt' \quad (1.16)$$

- Keine willkürlichen Korrekturen wie Schaltsekunden
- Automatische Berücksichtigung von Bahnstörungen
- Direkte Kopplung an die tatsächliche Position im Orbit

### 1.149.2 Universelle Anwendbarkeit

Körper	Zeitdefinition	Zykluslänge
Erde	$\tau_E = N_E + \frac{\phi_E}{2\pi}$	365.25 Tage
Mond	$\tau_M = N_M + \frac{\phi_M}{2\pi}$	27.3 Tage
Mars	$\tau_{Mars} = N_{Mars} + \frac{\phi_{Mars}}{2\pi}$	687 Tage

### 1.149.3 Präzisionsgewinn

#### Astronomische Beobachtungen

$$t_{obs} \rightarrow \phi(t_{obs}) \rightarrow r(\phi) \quad (1.17)$$

#### Raumfahrtmissionen

$$\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2 = \frac{\Delta\phi}{2\pi} T \quad (1.18)$$

### 1.149.4 Praktische Anwendungen

#### Für Mondkolonien

- Natürliche Tageseinteilung nach Sonnenstand ( $\phi$ -Wert)
- Automatische Synchronisation mit Erde ohne Zeitzonen
- Energieplanung basierend auf Solarwinkel

### 1.149.5 Langfristige Stabilität

Aspekt	UTC-System	Winkelzeit-System
Genauigkeit	$\pm 0.9s$ (UT1-UTC)	$10^{-12}s$
Korrekturen	27 Schaltsekunden	Automatisch
Anwendungsbereich	Nur Erde	Beliebige Himmelskörper

### 1.149.6 Implementierungsbeispiel

```
function earthToLunarTime(earthTime) {
  const a = 384748e3; // Große Halbachse [m]
  const e = 0.0549;   // Exzentrizität
  const T = 27.321661 * 86400; // Umlaufperiode [s]

  const M = 2 * Math.PI * earthTime / T;
  let E = M;
  for(let i = 0; i < 10; i++) {
    E = M + e * Math.sin(E);
  }
  const phi = 2 * Math.atan(Math.sqrt((1+e)/(1-e)) * Math.tan(E/2));

  return {
    cycles: Math.floor(earthTime / T),
```

```
        angle: phi % (2 * Math.PI)
    };
}
```

## 1.150 Natürliche Zeitdefinition für Himmelskörper

### 1.150.1 Grundprinzip der Winkelzeit

$$\tau = N + \frac{\phi}{2\pi} \quad (1.19)$$

- $N$  = Anzahl vollendeter Umläufe (ganzzahlig)
- $\phi$  = wahre Anomalie ( $0 \leq \phi < 2\pi$ )

### 1.150.2 Erde-Mond-Zeitsystem

#### Erdzeit (ET)

$$\tau_{\text{Erde}} = N_E + \frac{\phi_E}{2\pi} \quad (1.20)$$

- 1 ET-Jahr = 1 Erdumlauf (365.25 Tage)
- 1 ET-Tag =  $2\pi$  Rotation (24 Stunden)

#### Mondzeit (LT)

$$\tau_{\text{Mond}} = N_M + \frac{\phi_M}{2\pi} \quad (1.21)$$

- 1 LT-Jahr = 1 Mondumlauf (27.3 Tage)
- 1 LT-Tag =  $2\pi$  Rotation (29.5 ET-Tage)

### 1.150.3 Zeitumrechnung

#### Kepler-Gleichung für den Mond

$$E - e \sin E = M(t) = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \cdot t \quad (1.22)$$

$$\phi_M = 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right) \quad (1.23)$$

### 1.150.4 Kalendersystem

Element	Erde	Mond
Grundzyklus	Sonnenumlauf (Jahr)	Erdumlauf (Monat)
Untereinheit	Eigenrotation (Tag)	Eigenrotation (Lunation)
Natürliche Zeit	$\tau_E = N_E + \frac{\phi_E}{2\pi}$	$\tau_M = N_M + \frac{\phi_M}{2\pi}$

### 1.150.5 Implementierung

- Natürliche Synchronisation mit Himmelskörpern
- Keine willkürlichen Zeitzonen
- Direkte Korrelation mit Sonnen-/Erdposition
- Universelle Anwendbarkeit auf alle Himmelskörper

LOCAL TIME SYSTEM: LUNA-STATION-1  
 MOON TIME: CYCLES=683.214 [PHI=1.34rad]  
 EARTH TIME: CYCLES=1969.552 [PHI=4.71rad]  
 SUN POSITION: 47° ABOVE HORIZON  
 EARTH POSITION: 23° ABOVE HORIZON