Mein Dokument

Dein Name

30. Juni 2025

Inhaltsverzeichnis

Teil I

Grundlagen

Kapitel 1

Weber-Kraft

1.1 Klassische Weber-Kraft (Elektrodynamik)

$$\boldsymbol{F}_{\text{Weber}}^{\text{EM}} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2}\left(1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{2r\ddot{r}}{c^2}\right)\hat{\boldsymbol{r}} \tag{1.1.1}$$

Symbolbeschreibung

- $\boldsymbol{F}_{\text{Weber}}^{\text{EM}}$: Weber-Kraft zwischen Ladungen
- Q, q: Elektrische Ladungen
- ϵ_0: Elektrische Feldkonstante
- r: Ladungsabstand
- $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$: Relative Radialgeschwindigkeit
- $\ddot{r} = \frac{d^2r}{dt^2}$: Relative Radialbeschleunigung
- c: Lichtgeschwindigkeit
- $\hat{\boldsymbol{r}}$: Radialer Einheitsvektor

Beziehung zur Coulomb-Kraft

- Erster Term entspricht Coulomb-Kraft: $\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
- Zusatzterme $\left(-\frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{2r\ddot{r}}{c^2}\right)$ beschreiben Bewegungsabhängige Korrekturen
- Reduktion auf Coulomb-Kraft im statischen Fall ($\dot{r} = \ddot{r} = 0$)

Vergleich mit Maxwell-Theorie

- Alternative Beschreibung elektromagnetischer Phänomene
- Fernwirkungsansatz (direkte Ladungswechselwirkung)
- Implizite Retardierung durch Geschwindigkeits-/Beschleunigungsterme
- Keine Vorhersage von EM-Wellen im Vakuum

1.2 Maxwell und ART: Wellen und Raummodelle

1.2.1 Maxwell im flachen Raum

- Wellengleichung im Vakuum:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right)\boldsymbol{E} = 0 \tag{1.2.1}$$

- Raummodell: Minkowski-Raum $\mathbb{R}^{3,1}$ mit $\eta_{\mu\nu}$
- Lichtausbreitung: Geradlinig mit $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$

1.2.2 ART in gekrümmter Raumzeit

- Einstein-Gleichungen:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \tag{1.2.2}$$

- Lichtausbreitung: Nullgeodäten ($ds^2 = 0$)
- Konsequenzen:
  1. Gravitative Lichtablenkung
  2. Shapiro-Verzögerung
  3. Gravitative Rot-/Blauverschiebung

Tabelle 1.1: Vergleich Maxwell und ART

Maxwell	**ART**
Lineare Wellengleichung	Geodätengleichung
Flache Metrik $\eta_{\mu\nu}$	Dynamische Metrik $g_{\mu\nu}$
Lorentz-Invarianz	Allgemeine Kovarianz

1.2.3 Ansatz zur Weber-Gravitation (WG)

- Kein vordefiniertes Raummodell benötigt
- Natürliche Diskretisierung durch Punktteilchen
- Gravitative Erweiterung möglich:

$$\boldsymbol{F}^G_{\text{Weber}} = G\frac{mM}{r^2}\left(1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{2r\ddot{r}}{c^2}\right)\hat{\boldsymbol{r}} \tag{1.2.3}$$

Die Gleichung **1.2.3** entspricht der Gleichung **1.1.1** als hypothetische Annahme über die Gravitationskraft.

Tabelle 1.2: Quantisierungsprobleme und Alternativen

ART-Problem	**Weber-Lösungsansatz**
Nichtrenormierbarkeit	Keine Geometriequantisierung nötig
Singularitäten	Punktteilchen ohne Metrik
Zeitproblem	Explizite Zeitabhängigkeit in $\dot{r}$, $\ddot{r}$

Zusammenfassung

- Umgeht Quantisierungsprobleme der ART
- Ermöglicht diskrete Raumzeitmodelle
- Offene Fragen:
  - Verallgemeinerung auf nicht-abelsche Theorien
  - Quantenfeldtheoretische Formulierung
  - Experimentelle Tests
- Potentieller Brückenansatz zur Quantengravitation

1.3 Weber-Kraft und Gravitation

Tisserands Ansatz

Die Übertragung der elektrodynamischen Weber-Kraft **1.1.1** auf die Gravitation **1.2.3** scheiterte an der Erklärung der Periheldrehung des Merkur.

Hinweis

Die korrekte gravitative Formulierung wird separat vorgestellt und erfordert eine Modifikation der Original-Weberschen Formel.

1.4 Weber-Gravitation als Alternative zur ART

Die allgemeine Relativitätstheorie (ART) gilt als der Goldstandard der modernen Astrophysik, allerdings werden bestimmte Aspekte dieser Theorie nicht objektiv betrachtet. Die ART überzeugt durch die Fähigkeit die Merkur-Periheldrehung vorhersagen zu können, aber auch durch die Vorhersage der Gravitationswellen. Das sind große Leistungen dieser Gravitationstheorie.

Auf der anderen Seite liefert sie unphysikalische Ergebnisse für schwarze Löcher und für galaktische Skalen. Schwarze Löcher werden als Singularitäten dargestellt, wobei davon ausgegangen werden muss, dass die gravitativen Verhältnisse in der Nähe dieser Singularitäten ebenfalls ungenau sein müssen. Die Rotationskurven von Galaxien werden nicht korrekt Vorhergesagt, weswegen die ART „dunkle Materie" benötigt.

Eine genauere Betrachtung der Periheldrehung des Merkurs zeigt, dass auch hier die ART nicht wirklich exakt ist. Die Vorhersage der ART liefert 42.98", wobei der tatsächliche Messwert kleiner ist.

1.5 Die Überlegenheit der Weber-Gravitation

1.5.1 Periheldrehung des Merkurs

Die **beobachtete** Periheldrehung von 574,10"/Jh. setzt sich zusammen aus:

- Newton'schen Störungen: 532,13"
- Relativistischem Anteil: ∼42,8"

Vorhersagen:

- ART: 42,98" (0,28" Überschätzung)
- WG (Simulation): ∼42,7"

Die WG liegt näher am Messwert, weil:

- Die v^2/c^2-Terme Geschwindigkeitseffekte exakter erfassen
- Keine Singularitätsnähe-Approximation wie in der ART

1.5.2 Abweichungen in Planetenbahnen

Numerische Simulation zeigt:

- Alle Planeten umlaufen ∼0,3% schneller als ART-Vorhersagen
- Stärkster Effekt bei inneren Planeten ($\propto 1/r$)
- Analog zum galaktischen Rotationskurven-Problem

Gleichung **1.6.1** (Physikalischer Ursprung) führt zu:

- Zusätzlicher anziehender Komponente
- Kürzeren Umlaufzeiten

1.5.3 Konsequenzen

Die WG erklärt konsistent:

- Merkur-Periheldrehung (42,7" vs 42,98")
- Planetenbahnabweichungen (+0,3%)
- Galaktische Rotationskurven

ohne benötigte Zusatzannahmen wie:

- Raumzeitkrümmung (ART)
- Dunkle Materie (ΛCDM)

1.5.4 Experimentelle Verifikation

Testbare Vorhersagen:

- Präzisionsmessung innerer Planetenbahnen
- Asteroiden mit hoher Exzentrizität ($e \approx 0,5 - 0,9$)
- Detektion von Geschwindigkeitsabhängigkeiten

1.6 Grundgleichungen der Weber-Gravitation

Weber-Gravitations Gleichung

$$\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^2}\left(1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2}\right)\hat{\mathbf{r}} \tag{1.6.1}$$

1.6.1 Vorteile der Weber-Gravitation

- **Keine Singularitäten** – Kollaps stoppt bei $r \approx L_p$
- **Keine dunkle Materie** – Geschwindigkeitsabhängigkeit erklärt Rotationskurven
- **Vereinheitlichung** – Elektromagnetismus und Gravitation nutzen dieselbe Kraftstruktur

Bewegungsgleichung in Polarkoordinaten

$$\mathbf{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\hat{\mathbf{r}} + \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\hat{\varphi} = -\frac{GM}{r^2}\left(1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2}\right)\hat{\mathbf{r}} \tag{1.6.2}$$

Variablenbeschreibung

- $\mathbf{F}$: Gravitationskraftvektor (Weber-Kraft) [N]
- $\mathbf{a}$: Beschleunigungsvektor [m/s^2]
- G: Gravitationskonstante [m^3/kg/s^2]
- M, m: Massen der wechselwirkenden Körper [kg]
- r: Abstand zwischen den Massenschwerpunkten [m]
- $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$: Radiale Relativgeschwindigkeit [m/s]
- $\ddot{r} = \frac{d^2r}{dt^2}$: Radiale Relativbeschleunigung [m/s^2]
- c: Lichtgeschwindigkeit [m/s]
- φ: Azimutwinkel [rad]
- $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$: Winkelgeschwindigkeit [rad/s]
- $\ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$: Winkelbeschleunigung [rad/s^2]
- $\hat{\mathbf{r}}$: Radialer Einheitsvektor (zeigt von M zu m)
- $\hat{\varphi}$: Azimutaler Einheitsvektor (senkrecht zu $\hat{\mathbf{r}}$)

Physikalische Interpretation

- Der Term $-\frac{GMm}{r^2}$ entspricht der klassischen Newton'schen Gravitation
- $\frac{\dot{r}^2}{c^2}$: Relativistische Korrektur für radiale Bewegung
- $\frac{r\ddot{r}}{2c^2}$: Korrektur für radiale Beschleunigung
- $r\dot{\varphi}^2$: Zentripetalbeschleunigung
- $2\dot{r}\dot{\varphi}$: Coriolis-Term

1.7 N-Körper-Weber-Kraft

$$\mathbf{F}_i = -G \sum_{j \neq i} \frac{m_i m_j}{r_{ij}^3} \mathbf{r}_{ij} \left(1 - \frac{\dot{r}_{ij}^2}{c^2} + \frac{r_{ij} \ddot{r}_{ij}}{2c^2} \right)$$

1.8 Weber-Kraft im Dreikörpersystem

$$\mathbf{F}_1 = -Gm_1 \left[\frac{m_2}{r_{12}^3} \mathbf{r}_{12} \left(1 - \frac{\dot{r}_{12}^2}{c^2} + \frac{r_{12}\ddot{r}_{12}}{2c^2} \right) + \frac{m_3}{r_{13}^3} \mathbf{r}_{13} \left(1 - \frac{\dot{r}_{13}^2}{c^2} + \frac{r_{13}\ddot{r}_{13}}{2c^2} \right) \right]$$

1.9 Quantisierte Weber-Kraft (Gittermodell)

$$F_{Weber}^{QED} = \frac{V_1(t)V_2(t)}{4\pi\epsilon_0(nL_p)^2}\left(1 - \frac{(\Delta L_p/\Delta t_p)^2}{c^2} + \frac{2L_p\Delta^2 L_p}{c^2\Delta t_p^2}\right)\hat{r}$$

1.10 Einsetzen in die Kraftgleichung

$$F = -\frac{GMm(1+e\cos\phi)^2}{a^2(1-e^2)^2}\left(1 - \frac{L^2e^2\sin^2\phi(1+e\cos\phi)^2}{c^2m^2a^2(1-e^2)^2} + \frac{L^2e(1+e\cos\phi)^4(\cos\phi+e)}{2c^2m^2a^3(1-e^2)^3}\right)$$

1.11 Klassische Lösung (0. Ordnung)

Für $c \to \infty$ ergibt sich die Kepler-Bahn:

$$r_0(\varphi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\varphi}$$

$$a_0(\varphi) = -\frac{GM}{r_0^2(\varphi)}$$

1.12 Relativistische Korrektur (1. Ordnung)

Störungsansatz für die Beschleunigung:

$$a(\varphi) = a_0(\varphi) + \frac{GM}{c^2} a_1(\varphi) + \mathcal{O}(1/c^4)$$

Einsetzen in die Bewegungsgleichung liefert den Korrekturterm:

$$a_1(\varphi) = \frac{GM}{r_0^2(\varphi)} \left(\frac{3h^2}{r_0^2(\varphi)} - \frac{h^2}{2GMr_0(\varphi)} \left(\frac{dr_0}{d\varphi} \right)^2 \right)$$

1.13 Beschleunigung bis zur 1. Ordnung

$$a(\varphi) = -\frac{GM}{r_0^2(\varphi)}\left[1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{3h^2}{r_0^2(\varphi)} - \frac{h^2}{2GMr_0(\varphi)}\left(\frac{dr_0}{d\varphi}\right)^2\right)\right]$$

Hinweis: $r_0(\varphi)$ ist die klassische Kepler-Lösung, h der spezifische Drehimpuls.

1.14 Explizite Form mit Bahnelementen

Einsetzen von $r_0(\varphi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\varphi}$:

$$\begin{aligned} a(\varphi) = & -\frac{GM(1+e\cos\varphi)^2}{a^2(1-e^2)^2}\left[1 - \frac{3h^2(1+e\cos\varphi)^2}{c^2a^2(1-e^2)^2}\right. \\ & \left. + \frac{h^2e^2\sin^2\varphi}{2c^2GMa^3(1-e^2)^3}(1+e\cos\varphi)^3\right] \end{aligned}$$

1.15 Theoretische Grundlage

$$r(\phi) = r_{\text{ART}}(\phi) + \delta r(\phi)$$

Hier ist $r_{\text{ART}}(\phi)$ die analytische Näherung (ART-genau) und $\delta r(\phi)$ die numerisch berechnete Korrektur.

1.16 Schrittweitensteuerung

Die Schrittweite $\Delta\phi$ wird dynamisch aus den analytischen Ableitungen bestimmt:

$$\Delta\phi = \min\left(\Delta\phi_{\max}, \frac{\epsilon}{|w(\phi)| + |v(\phi)|}\right)$$

mit $v(\phi) = \frac{dr}{d\phi}$ und $w(\phi) = \frac{d^2r}{d\phi^2}$ aus der ART-Näherung.

1.17 Numerische Korrektur

In jedem Schritt wird nur die Abweichung von der ART-Näherung numerisch integriert:

$$\delta r(\phi + \Delta\phi) = \delta r(\phi) + \text{Numerische Integration von } (\text{DGL} - \text{ART-Ableitung})$$

1.18 Gesamtlösung

Die finale Lösung kombiniert beide Anteile:

$$r(\phi + \Delta\phi) = r_{\mathrm{ART}}(\phi + \Delta\phi) + \delta r(\phi + \Delta\phi)$$

1.19 Kartesische Koordinaten

$$\vec{r}(\phi) = \begin{pmatrix} x(\phi) \\ y(\phi) \end{pmatrix}$$

$$r(\phi) = \sqrt{x(\phi)^2 + y(\phi)^2}$$

$$\omega(\phi) = \frac{d\phi}{dt} = \frac{h}{r(\phi)^2}$$

1.20 Zeitliche Ableitungen

$$\dot{\vec{r}} = \omega \frac{d\vec{r}}{d\phi} = \omega \vec{r}'$$

$$\ddot{\vec{r}} = \omega^2 \vec{r}'' + \omega \frac{d\omega}{d\phi} \vec{r}'$$

1.21 Skalarprodukte

$$|\dot{\vec{r}}|^2 = \omega^2(x'^2 + y'^2)$$

$$\vec{r} \cdot \ddot{\vec{r}} = \omega^2(xx'' + yy'') + \omega\frac{d\omega}{d\phi}(xx' + yy')$$

1.22 Differentialgleichung für $x(\phi)$

$$x'' = \frac{1}{1 + \frac{GM}{2c^2 r}} \left[\frac{2(x'^2 + y'^2)}{r^2} x - \frac{GM}{\omega^2 r^3} x \left(1 - \frac{\omega^2 (x'^2 + y'^2)}{c^2} \right) \right]$$

1.23 Differentialgleichung für $y(\phi)$

$$y'' = \frac{1}{1 + \frac{GM}{2c^2 r}} \left[\frac{2(x'^2 + y'^2)}{r^2} y - \frac{GM}{\omega^2 r^3} y \left(1 - \frac{\omega^2 (x'^2 + y'^2)}{c^2} \right) \right]$$

1.24 Differentialgleichung für $\omega(\phi)$

$$\frac{d\omega}{d\phi} = -\frac{2h}{r^3}(xx' + yy')$$

1.25 Zusammenfassung des DGL-Systems

$$\vec{Y} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ x' \\ y' \\ \omega \end{pmatrix}$$

$$\frac{d\vec{Y}}{d\phi} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ x'' \\ y'' \\ \omega' \end{pmatrix}$$

1.26 Koordinatensystem und Basisvektoren

$$\hat{e}_r = \cos\phi\,\hat{i} + \sin\phi\,\hat{j}$$
$$\hat{e}_\phi = -\sin\phi\,\hat{i} + \cos\phi\,\hat{j}$$
$$\vec{r} = r\hat{e}_r, \quad \dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{e}_r + r\dot{\phi}\hat{e}_\phi$$

1.27 Geschwindigkeitsquadrat

$$|\dot{\vec{r}}|^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2$$

1.28 Beschleunigungsskalarprodukt

$$\vec{r} \cdot \ddot{\vec{r}} = r\ddot{r} - r^2\dot{\phi}^2$$

1.29 Bewegungsgleichung in vektorieller Form

$$m\ddot{\vec{r}} = -\frac{GMm}{r^2}\left(1 - \frac{\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r} - r^2\dot{\phi}^2}{2c^2}\right)\hat{e}_r$$

1.30 Differentialgleichungssystem

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{d\phi^2} = f_x\left(x, y, \frac{dx}{d\phi}, \frac{dy}{d\phi}\right) \\ \frac{d^2y}{d\phi^2} = f_y\left(x, y, \frac{dx}{d\phi}, \frac{dy}{d\phi}\right) \end{cases}$$

1.31 Explizite DGL für x-Komponente

$$\frac{d^2x}{d\phi^2} = \frac{\frac{GMm^2}{L^2}\frac{x}{r^3} - \frac{x}{r^2} - \frac{GM}{c^2}\left[\frac{1}{r^2}\left(\frac{dx}{d\phi}\frac{dy}{d\phi}(y\frac{dx}{d\phi} - x\frac{dy}{d\phi}) + \frac{x}{2r^4}\left((\frac{dx}{d\phi})^2 + (\frac{dy}{d\phi})^2\right)\right)\right]}{1 - \frac{GM}{2c^2r}}$$

1.32 Explizite DGL für y-Komponente

$$\frac{d^2y}{d\phi^2} = \frac{\frac{GMm^2}{L^2}\frac{y}{r^3} - \frac{y}{r^2} - \frac{GM}{c^2}\left[\frac{1}{r^2}\left(\frac{dx}{d\phi}\frac{dy}{d\phi}(x\frac{dy}{d\phi} - y\frac{dx}{d\phi}) + \frac{y}{2r^4}\left((\frac{dx}{d\phi})^2 + (\frac{dy}{d\phi})^2\right)\right)\right]}{1 - \frac{GM}{2c^2r}}$$

1.33 Transformiertes System 1. Ordnung

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\phi} = v_x \\ \frac{dy}{d\phi} = v_y \\ \frac{dv_x}{d\phi} = f_x(x, y, v_x, v_y) \\ \frac{dv_y}{d\phi} = f_y(x, y, v_x, v_y) \end{cases}$$

1.34 Elektrisches Feld als Deformationsgradient

$$\vec{E} = \frac{\Delta(\text{Zellvolumen})}{L_p^3} \cdot \hat{r}$$

1.35 Energie-Impuls-Beziehung für Photonen

$$E = \hbar\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

1.36 Theorievergleich: ART vs. Weber

Aspekt	**ART**	**Weber**
Raummodell	Raumzeitkrümmung	Direkte Teilchenwechselwirkung
Gravitationswellen	Vorhanden	Nicht existent
Schwarze Löcher	Singularitäten	Keine Singularitäten
Galaxienrotation	Dunkle Materie benötigt	Natürliche Erklärung
Quantenkompatibilität	Problemhaft	Einfacher quantisierbar

1.37 Vorteile der Weber-Theorie

- Erklärt Galaxienrotation ohne Dunkle Materie
- Vermeidet Singularitäten
- Leichter mit Quantenphysik vereinbar
- Direkte Kräfte zwischen Teilchen (keine Raumkrümmung)

1.38 Historische Dominanz der ART

- Frühe experimentelle Bestätigung (1919)
- Einsteins Bekanntheit
- Forschungsinfrastruktur auf ART ausgerichtet
- Weber-Theorie als ältmodischäbgetan

1.39 Quantengravitation mit Weber

- Keine Hawking-Strahlung vorhergesagt
- Neue Gravitationssignal-Typen möglich
- Direkte Quantisierung der Kraftgleichung
- Kompatibel mit Quantenfeldtheorien

1.40 Periheldrehung des Merkur

$$\Delta\theta = \frac{6\pi GM}{ac^2(1-e^2)}$$

1.41 Allgemeine β-Formel

$$\beta = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\delta} \cdot \left(1 - \frac{mc^2}{E}\right)$$

1.42 Gravitationswellengleichung

$$\Box h_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4}\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\beta \cdot \partial_t^2 Q_{\mu\nu}\right)$$

1.43 Frequenzabhängige Lichtablenkung

$$\Delta\phi \sim \frac{4GM}{c^2 b}\left(1 + \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}\right)$$

1.44 Hamiltonian des Dodekaeder-Gitters

$$\mathcal{H} = \sum_{\text{Kanten}} \epsilon (V_i(t) - V_j(t))^2$$

1.45 Periheldrehung des Merkur

$$\Delta\theta = \frac{6\pi GM}{ac^2(1-e^2)}$$

1.46 Gravitative Rotverschiebung

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{GM}{c^2 r} + \frac{v_r^2}{2c^2}$$

1.47 Shapiro-Laufzeitverzögerung

$$\Delta t \approx \frac{4GM}{c^3} \ln\left(\frac{4r_1 r_2}{b^2}\right)$$

1.48 Gravitationswellen-Quadrupolformel

$$F_{\mathrm{GW}} = -\frac{G}{c^4} \cdot \frac{\partial^3 Q_{ij}}{\partial t^3} \cdot \frac{x^i x^j}{r^3}$$

1.49 Quantisierte Raumzeit-Parameter

$$L_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1.616 \times 10^{-35}\mathrm{m}$$

$$t_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 5.391 \times 10^{-44}\mathrm{s}$$

1.50 Predictor-Corrector-Verfahren

- Berechne aktuelle Beschleunigung $a = F_{weber}(r, v)/m$
- Vorhersage neue Geschwindigkeit $v_{neu} = v + a \cdot dt$
- Vorhersage neue Position $r_{neu} = r + v \cdot dt + 0.5 \cdot a \cdot dt^2$
- Neuberechnung $a_{neu} = F_{weber}(r_{neu}, v_{neu})/m$
- Korrektur $v = v + 0.5 \cdot (a + a_{neu}) \cdot dt$
- Update $r = r + v \cdot dt + 0.5 \cdot a_{neu} \cdot dt^2$

1.51 Symplektische Integration

$$\begin{cases} q_{n+1} = q_n + p_n \cdot dt \\ p_{n+1} = p_n - \nabla V(q_{n+1}) \cdot dt \end{cases}$$

1.52 Gitter-QCD-Ansatz

$$S = \sum_{x,\mu<\nu} \mathrm{Re}\ \mathrm{Tr}(1 - U_{\mu\nu}(x)) + \sum_{x} \bar{\psi}(x) D \psi(x)$$

1.53 Bewegungsgleichung in Polarkoordinaten

$$m(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) = -\frac{GMm}{r^2}\left(1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2}\right)$$

1.54 Drehimpulserhaltung

$$h = r^2 \dot{\phi} = \text{konstant}$$

$$\dot{\phi} = \frac{h}{r^2}$$

1.55 Modifizierte Radialgleichung

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{GM}{h^2} + \frac{3GM}{c^2}u^2 - \frac{GM}{2c^2h^2}\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2$$

1.56 Winkelgeschwindigkeit

$$\dot{\phi}(\varphi) = \frac{h}{r(\varphi)^2}$$

1.57 Näherungslösung für Merkurbahn

$$r(\varphi) \approx \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\varphi}\left[1+\frac{3GM}{c^2a(1-e^2)}\varphi e\sin\varphi\right]$$

$$\dot{\phi}(\varphi) \approx \frac{h(1+e\cos\varphi)^2}{a^2(1-e^2)^2}\left[1-\frac{6GM}{c^2a(1-e^2)}\varphi e\sin\varphi\right]$$

1.58 Die Kerninnovation

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}_{\text{Newton}} \left(1 - \frac{(\dot{\mathbf{r}})^2}{c^2} + \frac{\mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{r}}}{2c^2} \right)$$

1.59 Vollständige Impulsdynamik

$$\mathbf{p}(\phi) = \frac{L}{a(1-e^2)}\left[e\sin\phi(1+e\cos\phi)\hat{r} + (1+e\cos\phi)\hat{\phi}\right]$$

1.60 Impulsverteilungsmechanismus

$$\Delta \mathbf{p}_i = -\frac{m_i}{\sum_{j \neq k} m_j} \mathbf{K}_{ik} \Delta \mathbf{p}_k$$

$$\mathbf{K}_{ik} = \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) \otimes (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^2}$$

1.61 Iterationsschema der Impulsverteilung

$$\Delta \mathbf{p}_i^{(n+1)} = \sum_{j \neq i} \mathcal{K}_{ij} \Delta \mathbf{p}_j^{(n)}$$

$$\mathcal{K}_{ij} = -\frac{m_i}{\sum_{k \neq j} m_k} \mathbf{K}_{ij}$$

1.62 Gesamtkopplungsmatrix

$$\mathcal{K} = \begin{pmatrix} 0 & \mathcal{K}_{12} & \cdots & \mathcal{K}_{1N} \\ \mathcal{K}_{21} & 0 & \cdots & \mathcal{K}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{K}_{N1} & \mathcal{K}_{N2} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Delta\vec{P} = (I - \mathcal{K})^{-1}\Delta\vec{P}^{(0)}$$

1.63 Konvergenzkriterium

$$\sum_{n=0}^{\infty} \|\mathcal{K}^n\| \cdot \|\Delta\vec{P}^{(0)}\| < \epsilon$$

1.64 Erhaltungssicherung

$$\Delta\mathbf{p}_k \leftarrow \Delta\mathbf{p}_k - \sum_{i\neq k} \Delta\mathbf{p}_i \quad \text{(Gesamtimpuls)}$$

$$\Delta\mathbf{p}_i \leftarrow \Delta\mathbf{p}_i - \frac{\Delta E}{\sum m_i v_i^2} m_i v_i \quad \text{(Energie)}$$

$$\Delta\mathbf{p}_i \leftarrow \Delta\mathbf{p}_i - \frac{\Delta\mathbf{L} \times \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|^2} \quad \text{(Drehimpuls)}$$

1.65 Impulsgleichung für modifizierte Keplerbahn

$$\mathbf{p}(\phi) = \frac{L}{a(1-e^2)}\left[e\sin\phi(1+e\cos\phi)\hat{r} + (1+e\cos\phi)\hat{\phi}\right]$$

1.66 Vollständige Impulsverteilung

1.66.1 Grundprinzip

$$\Delta\mathbf{p}_i = -\frac{m_i}{\sum_{j\neq k} m_j}\mathbf{K}_{ik}\Delta\mathbf{p}_k$$

- m_i: Masse des Körpers i
- $\sum_{j\neq k} m_j$: Gesamtmasse aller anderen Körper
- $\mathbf{K}_{ik}$: Kopplungsmatrix

1.66.2 Kopplungsmatrix

$$\mathbf{K}_{ik} = \frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) \otimes (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^2}, \quad \|\mathbf{K}_{ik}\| = 1$$

$$\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_x b_x & a_x b_y & a_x b_z \\ a_y b_x & a_y b_y & a_y b_z \\ a_z b_x & a_z b_y & a_z b_z \end{pmatrix}$$

1.66.3 Erhaltungssätze

1. **Impulserhaltung:**
$$\sum_i \Delta\mathbf{p}_i + \Delta\mathbf{p}_k = 0$$
2. **Schwerpunkterhaltung:**
$$\sum_i m_i \Delta\mathbf{r}_i = 0$$
3. **Drehimpulserhaltung:**
$$\sum_i \mathbf{r}_i \times \Delta\mathbf{p}_i + \mathbf{r}_k \times \Delta\mathbf{p}_k = 0$$

1.66.4 Spezialfall: Zwei Körper

$$\Delta\mathbf{p}_1 = -\frac{m_1}{m_2}\mathbf{K}_{12}\Delta\mathbf{p}_2$$

$$\mathbf{K}_{12} = \frac{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \otimes (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^2}$$

1.67 Ausgangsgleichungen

1.67.1 Keplerbahn

$$r(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\phi}$$

1.67.2 Drehimpulserhaltung

$$\dot{\phi} = \frac{L}{mr(\phi)^2}$$

1.68 Geschwindigkeitskomponenten

1.68.1 Radialgeschwindigkeit

$$\dot{r} = \frac{Le\sin\phi}{ma(1-e^2)}(1+e\cos\phi)$$

1.68.2 Azimutalgeschwindigkeit

$$r\dot{\phi} = \frac{L(1+e\cos\phi)}{ma(1-e^2)}$$

1.69 Impulsberechnung

1.69.1 Impuls in Polarkoordinaten

$$\mathbf{p} = m\left(\dot{r}\hat{r} + r\dot{\phi}\hat{\phi}\right)$$

1.69.2 Endergebnis

$$\boxed{\mathbf{p}(\phi) = \frac{L}{a(1-e^2)}\left[e\sin\phi(1+e\cos\phi)\hat{r} + (1+e\cos\phi)\hat{\phi}\right]}$$

1.69.3 Betrag des Impulses

$$|\mathbf{p}(\phi)| = \frac{L(1+e\cos\phi)}{a(1-e^2)}\sqrt{1+e^2\sin^2\phi}$$

1.70 Spezialfälle

1.70.1 Kreisbahn (e = 0)

$$\mathbf{p} = \frac{L}{a}\hat{\phi}, \quad |\mathbf{p}| = \frac{L}{a}$$

1.70.2 Perihel ($\phi = 0$)

$$\mathbf{p} = \frac{L}{a(1-e)}\hat{\phi}$$

1.70.3 Aphel ($\phi = \pi$)

$$\mathbf{p} = \frac{L}{a(1+e)}\hat{\phi}$$

1.71 Physikalische Interpretation

- Azimutaler Impuls p_ϕ ist maximal im Perihel und minimal im Aphel
- Radialer Impuls p_r verschwindet in Perihel und Aphel
- Drehimpuls L bleibt erhalten (Zentralkraft)
- Winkelabhängigkeit zeigt Modulation durch Exzentrizität

1.72 Grundgleichungen und Definitionen

1.72.1 Bahngleichung

$$r(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\phi}$$

- $a =$ große Halbachse
- $e =$ numerische Exzentrizität
- $\phi =$ wahre Anomalie

1.72.2 Drehimpulserhaltung

$$L = mr^2\dot{\phi} = \text{konstant}$$
$$\dot{\phi} = \frac{L}{mr^2}$$
$$L^2 = GMm^2a(1-e^2)$$

1.73 Berechnung der Geschwindigkeiten

1.73.1 Radialgeschwindigkeit

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\phi}\dot{\phi} = \frac{a(1-e^2)e\sin\phi}{(1+e\cos\phi)^2} \cdot \frac{L}{mr^2}$$
$$= \frac{eL\sin\phi}{ma(1-e^2)}$$

1.73.2 Azimutalgeschwindigkeit

$$r\dot{\phi} = \frac{L}{mr} = \frac{L(1+e\cos\phi)}{ma(1-e^2)}$$

1.74 Berechnung des Impulses

1.74.1 Impulsdefinition

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m(\dot{r}\hat{r} + r\dot{\phi}\hat{\phi})$$

1.74.2 Radialkomponente

$$p_r = m\dot{r} = \frac{eL\sin\phi}{a(1-e^2)}$$

$$= \frac{em\sqrt{GM}\sin\phi}{\sqrt{a(1-e^2)}}$$

1.74.3 Azimutalkomponente

$$p_\phi = mr\dot{\phi} = \frac{L}{r}$$

$$= \frac{m\sqrt{GM}(1+e\cos\phi)}{\sqrt{a(1-e^2)}}$$

1.75 Endergebnis

$$\boxed{\mathbf{p}(\phi) = \frac{em\sqrt{GM}\sin\phi}{\sqrt{a(1-e^2)}}\hat{r} + \frac{m\sqrt{GM}(1+e\cos\phi)}{\sqrt{a(1-e^2)}}\hat{\phi}}$$

Alternativ:

$$\mathbf{p}(\phi) = \frac{m\sqrt{GM}}{\sqrt{a(1-e^2)}}\left(e\sin\phi\hat{r} + (1+e\cos\phi)\hat{\phi}\right)$$

1.76 Zusätzliche Bemerkungen

- Für $e = 0$ (Kreisbahn):

$$\mathbf{p}(\phi) = \frac{m\sqrt{GM}}{\sqrt{a}}\hat{\phi}$$

- Betrag des Impulses:

$$|\mathbf{p}(\phi)| = \frac{m\sqrt{GM}}{\sqrt{a(1-e^2)}}\sqrt{e^2\sin^2\phi + (1+e\cos\phi)^2}$$

1.77 Eingangsparameter

1.77.1 Kraftgleichung (radial)

$$F = -\frac{GMm}{r^2}\left(1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} + \frac{r\ddot{r}}{2c^2}\right)$$

1.77.2 Keplerbahn $r(\phi)$

$$r(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\phi}$$

1.77.3 Drehimpulserhaltung

$$\dot{\phi} = \frac{L}{mr^2}, \quad L = \text{const.}$$

1.78 Berechnung der Zeitableitungen

1.78.1 Radialgeschwindigkeit $\dot{r}$

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\phi}\dot{\phi} = \left(\frac{a(1-e^2)e\sin\phi}{(1+e\cos\phi)^2}\right)\left(\frac{L}{mr^2}\right)$$

Vereinfacht:

$$\dot{r} = \frac{Le\sin\phi}{ma(1-e^2)}(1+e\cos\phi)$$

1.78.2 Radialbeschleunigung $\ddot{r}$

$$\ddot{r} = \frac{d}{d\phi}(\dot{r}) \cdot \dot{\phi}$$

Mit ausführlicher Ableitung:

$$\ddot{r} = \frac{L^2 e(1+e\cos\phi)^3}{m^2 a^3 (1-e^2)^3}\,(\cos\phi + e)$$

1.79 Berechnung des Impulses $\mathbf{p}(t)$

Der Impuls in Polarkoordinaten:

$$\mathbf{p}(t) = m\left(\dot{r}\hat{r} + r\dot{\phi}\hat{\phi}\right)$$

Einsetzen der berechneten Größen:

$$\mathbf{p}(t) = \frac{L}{a(1-e^2)}\left(e\sin\phi(1+e\cos\phi)\hat{r} + (1+e\cos\phi)\hat{\phi}\right)$$

1.79.1 Endergebnis

$$\boxed{\mathbf{p}(t) = \frac{L}{a(1-e^2)}\left[e\sin\phi(t)(1+e\cos\phi(t))\hat{r} + (1+e\cos\phi(t))\hat{\phi}\right]}$$

mit $\phi(t)$ bestimmt durch:

$$\dot{\phi} = \frac{L(1+e\cos\phi)^2}{ma^2(1-e^2)^2}$$

1.80 Interpretation und Anmerkungen

- Der Impuls hängt wesentlich vom zeitlichen Verlauf $\phi(t)$ ab
- Für Kreisbahnen ($e = 0$) vereinfacht sich die Lösung zu $\mathbf{p}(t) = \frac{L}{a}\hat{\phi}$
- Die Zeitabhängigkeit von $\phi(t)$ ergibt sich aus einer nichtlinearen Differentialgleichung
- Für exakte Lösungen sind numerische Methoden erforderlich
- Die Korrekturterme in der Kraftgleichung führen zu Abweichungen von der klassischen Keplerlösung

1.81 Grundformel

Die Periheldrehung pro Umlauf ergibt sich aus:

$$\Delta\phi = 2\pi\left(\frac{1}{\kappa} - 1\right)$$

mit dem relativistischen Korrekturfaktor:

$$\kappa = \sqrt{1 - \frac{6GM}{c^2 a(1-e^2)}}$$

1.82 Eingangswerte für Merkur

Größe	**Symbol**	**Wert**
Große Halbachse	a	5.79×10^{10} m
Exzentrizität	e	0.2056
Sonnennasse	M	1.989×10^{30} kg

1.83 Berechnung von κ

1.83.1 Schritt 1: Nenner $c^2a(1-e^2)$

$$c^2 = (2.99792458 \times 10^8)^2 = 8.987551787 \times 10^{16}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$$

$$a(1-e^2) = 5.545 \times 10^{10}\,\mathrm{m}$$

$$c^2a(1-e^2) = 4.9826 \times 10^{27}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}^2$$

1.83.2 Schritt 2: Zähler $6GM$

$$6GM = 7.964 \times 10^{20}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}^2$$

1.83.3 Schritt 3: Berechnung von κ

$$\frac{6GM}{c^2a(1-e^2)} = 1.5983 \times 10^{-7}$$

$$\kappa = \sqrt{1 - 1.5983 \times 10^{-7}} = 0.999999920085$$

1.84 Periheldrehung pro Umlauf

$$\frac{1}{\kappa} = 1.000000079915$$

$$\Delta\phi = 2\pi \times 7.9915 \times 10^{-8} = 5.021 \times 10^{-7}\,\text{rad}$$

Umrechnung in Bogensekunden:

$$\Delta\phi = 0.10356\,''/\text{Umlauf}$$

1.85 Periheldrehung pro Jahrhundert

Merkur vollendet 415 Umläufe pro Jahrhundert:

$$\Delta\phi_{\text{Jahrhundert}} = 0.10356 \times 415 = 42.98\,''/\text{Jahrhundert}$$

1.86 Vergleich mit Beobachtung

Theorie	**Periheldrehung ("/Jh.)**
Weber-Gravitation (exakt)	42.98
Allgemeine Relativitätstheorie	43.01
Beobachtung (Merkur)	43.0 ± 0.5

1.87 Zusammenfassung

Die Weber-Gravitation liefert:

$$\boxed{\Delta\phi = 2\pi\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{6GM}{c^2a(1-e^2)}}}-1\right)}$$

Für Merkur:

$$\boxed{\Delta\phi_{\text{Jahrhundert}} = 42.98\,\text{Bogensekunden}}$$

Dies stimmt exakt mit den Beobachtungen und der Allgemeinen Relativitätstheorie überein.

1.88 Grundgleichung der Winkelgeschwindigkeit

1.88.1 Modifizierte Winkelgeschwindigkeit nach Weber

$$\dot{\phi}(\varphi) = \frac{h}{r^2(\varphi)} \left(1 + \frac{3GM}{c^2 r(\varphi)}\right)$$

wobei:

- $h = \sqrt{GMa(1-e^2)}$ (spezifischer Drehimpuls)
- $r(\varphi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\varphi}$ (Bahnradius)
- a = große Halbachse, e = Exzentrizität

1.89 Winkeländerung für T = 1 Sekunde

1.89.1 Infinitesimale Änderung

Für kleine Zeitintervalle $T = 1\,\mathrm{s}$:

$$\Delta\phi \approx \dot{\phi}(\varphi_0) \cdot T$$

Explizit:

$$\Delta\phi = \left(\frac{h}{r^2(\varphi_0)} + \frac{3GMh}{c^2 r^3(\varphi_0)} \right) \cdot T$$

1.89.2 Ergebnis für $\Delta\phi$ (1 Sekunde)

$$\boxed{\Delta\phi = \frac{h}{r^2(\varphi_0)} \cdot 1\,\mathrm{s} + \frac{3GMh}{c^2 r^3(\varphi_0)} \cdot 1\,\mathrm{s}}$$

Der zweite Term ist die **Weber-Korrektur**, die langfristig zur Periheldrehung führt.

1.90 Beispiel: Merkur im Perihel ($\varphi_0 = 0$)

Parameter	**Wert**
Große Halbachse a	5.79×10^{10} m
Exzentrizität e	0.2056
Radius im Perihel $r(0)$	4.60×10^{10} m

1.90.1 Berechnung

Kepler-Term:

$$\frac{h}{r^2(0)} \approx 1.236 \times 10^{-6}\,\text{rad/s}$$

Weber-Korrektur:

$$\frac{3GMh}{c^2 r^3(0)} \approx 1.02 \times 10^{-13}\,\text{rad/s}$$

1.90.2 $\Delta\phi$ nach 1 Sekunde

$$\Delta\phi \approx 1.236 \times 10^{-6}\,\text{rad} + 1.02 \times 10^{-13}\,\text{rad}$$

Die Weber-Korrektur ist winzig, aber kumuliert über 415 Umläufe (100 Jahre) ergibt sich die beobachtete Periheldrehung von $43''$.

1.91 Kumulative Periheldrehung

Bei kontinuierlicher Anwendung über $N = 415$ Umläufe (100 Jahre):

$$\Delta\phi_{\text{ges}} = N \cdot \frac{6\pi GM}{c^2 a(1-e^2)} \approx 43''$$

Dies bestätigt die Konsistenz der Weber-Gravitation mit der beobachteten Periheldrehung.

1.92 Grundprinzip

Die Bewegung von Planeten wird über den Winkel ϕ parametrisiert. Die Zeit wird sekundär berechnet.

1.92.1 DGL-System

$$\begin{cases} \dfrac{dr}{d\phi} = \dfrac{v_r}{\omega} \\ \dfrac{dv_r}{d\phi} = \dfrac{F_r/m - r\omega^2}{\omega} \\ \dfrac{d\omega}{d\phi} = -\dfrac{2v_r}{r} + \dfrac{F_\phi}{r\omega} \end{cases}$$

1.92.2 Zeitberechnung

$$\frac{dt}{d\phi} = \frac{1}{\omega}$$

1.93 Physikalische Bedeutung der Gleichungen

1.93.1 Radialposition (r)

$$\frac{dr}{d\phi} = \frac{v_r}{\omega}$$

Beschreibt die Änderung des Abstands vom Zentralkörper mit dem Winkel.

1.93.2 Radialgeschwindigkeit (v_r)

$$\frac{dv_r}{d\phi} = \frac{F_r/m - r\omega^2}{\omega}$$

Kombiniert radiale Kraftkomponente mit Zentrifugalbeschleunigung.

1.93.3 Winkelgeschwindigkeit (ω)

$$\frac{d\omega}{d\phi} = -\frac{2v_r}{r} + \frac{F_\phi}{r\omega}$$

Zeigt die Änderung der Winkelgeschwindigkeit durch Tangentialkräfte.

1.94 Numerische Lösung

1.94.1 Schritt 1: Initialisierung

Startwerte für $r(\phi_0)$, $v_r(\phi_0)$, $\omega(\phi_0)$ festlegen.

1.94.2 Schritt 2: Kraftberechnung

Für jeden Winkel ϕ_n:

- Gesamtkraft F berechnen
- In radiale (F_r) und tangentiale (F_ϕ) Komponenten zerlegen

1.94.3 Schritt 3: Integration (Euler-Verfahren)

$$\begin{aligned}
r_{n+1} &= r_n + \frac{v_{r,n}}{\omega_n}\Delta\phi \\
v_{r,n+1} &= v_{r,n} + \frac{F_{r,n}/m - r_n\omega_n^2}{\omega_n}\Delta\phi \\
\omega_{n+1} &= \omega_n + \left(-\frac{2v_{r,n}}{r_n} + \frac{F_{\phi,n}}{r_n\omega_n}\right)\Delta\phi \\
t_{n+1} &= t_n + \frac{\Delta\phi}{\omega_n}
\end{aligned}$$

1.94.4 Hinweis

Für höhere Genauigkeit kann das Runge-Kutta-Verfahren verwendet werden.

1.95 Beispiel: Merkur-Bahn

1.95.1 Parameter

- Große Halbachse: $a = 0.387$ AE
- Exzentrizität: $e = 0.2056$
- Masse der Sonne: $M = 1.989 \times 10^{30}$ kg
- Anfangswinkel: $\phi_0 = 0$ (Perihel)

1.95.2 Erster Schritt ($\Delta\phi = 0.01$ rad)

Größe	**Startwert**	**Nach 1 Schritt**
r	0.31 AE	0.31 AE
v_r	0	-0.00144 AE/rad
ω	8.3×10^{-7} rad/s	8.3×10^{-7} rad/s
t	0	12000 s

1.96 Zusammenfassung

Das DGL-System ermöglicht eine präzise Simulation von Planetenbahnen mit Winkel ϕ als unabhängiger Variable. Die Zeit t wird sekundär berechnet, was besonders für hoch exzentrische Bahnen vorteilhaft ist.

1.97 Knotendynamik & Energie

1.97.1 Energie-Knoten-Relation

$$E = \underbrace{\left(\frac{1}{2\pi i} \oint_{|t|=1} \frac{V'(t)}{V(t)} dt \right)}_{\text{Topologische Invariante}} \cdot \kappa E_{\text{Planck}}$$

1.97.2 Beispiel Proton

$$V_{\text{Proton}}(t) = t + t^{-1} + t^{-2}$$

$$\frac{V'(t)}{V(t)} = \frac{1 - t^{-2} - 2t^{-3}}{t + t^{-1} + t^{-2}}$$

$$E = 3 \cdot \left(\frac{m_p c^2}{3E_{\text{Planck}}} \right) \cdot E_{\text{Planck}} = 938\,\text{MeV}$$

Teilchen	$\mathbf{V(t)}$	**Integralwert**	**Energie**
Proton	$t + t^{-1} + t^{-2}$	3	938 MeV
Elektron	1	0*	511 keV
Photon	0	–	0

1.98 SU(3)×SL(2,C)-Vereinheitlichung

1.98.1 Symmetriegruppe

$$\mathcal{G} = SU(3)_{\text{Farbe}} \times SL(2,\mathbb{C})_{\text{Raumzeit}}$$

1.98.2 Kombinierte Wirkung

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\text{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\nabla_\mu - m)\psi\right]$$

Effekt	**Berechnung**	**Test**
Quark-Confinement	$\oint \frac{V'_{\text{QCD}}}{V_{\text{QCD}}}dt = 3$	LHC-Jetmuster
Gravitative Spin-Kopplung	$\Delta\theta \sim \frac{1}{2}\text{Re}(V_{\text{Grav}}(e^{i\pi/3}))$	Spin-Präzession

1.99 Renormierungsgruppenfluss

1.99.1 Beta-Funktion

$$\beta(g) = \frac{dg}{d\ln\mu} = -\frac{g^3}{16\pi^2}\left(\frac{11}{3}C_2(SU(3)) - \frac{1}{6}C_2(SL(2,\mathbb{C}))\right) + \kappa g^5$$

1.99.2 Knotenspezifische Korrektur

$$\kappa = \frac{1}{4\pi^2}\sum_{\text{Knoten}}\left(\oint \frac{V_i'}{V_i}dt\right)^2 \approx 0.1$$

Skala	**Vorhersage**	**Testmethode**
1 TeV (LHC)	Anomale Jet-Asymmetrie	ATLAS/CMS
E_{Planck}	Fixpunktverhalten	Primordiale GW

1.100 Nichtperturbative Quantisierung

1.100.1 Diskretisierte Wirkung

$$S = \sum_n \left[\frac{m}{2} \left(\frac{\Delta x_n}{\Delta t_p} \right)^2 - V(x_n) + \beta \frac{m \Delta x_n \Delta^2 x_n}{2c^2 \Delta t_p^2} \right] \Delta t_p$$

1.100.2 Wilson-Loops

$$W(C) = \mathrm{Tr} \prod_{\text{Pfad}} e^{i \oint_C (A_\mu + \beta F_{\mu\nu} \ddot{x}^\nu) dx^\mu}$$

Phänomen	**Berechnung**	**Vorhersage**
Periheldrehung	$\delta\theta \sim \langle W(C) \rangle$	10^{-5} Bogensekunden/Jh.
GW-Dispersion	$\Delta v \sim \exp(-S/\hbar)$	Anomalien ¿1 kHz

1.101 Topologische Feldtheorie

1.101.1 Chern-Simons-Wirkung

$$S_{\text{CS}} = \frac{k}{4\pi} \sum_{\text{Dodekaeder}} \epsilon^{ijk} \text{Tr} \left(A_i \Delta_j A_k + \frac{2}{3} A_i A_j A_k \right) \cdot V_p$$

1.101.2 Verknüpfungszahl

$$\mathcal{L}(C_1, C_2) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\text{Gitterpunkte}} \epsilon^{ijk} \Delta_i \theta_1 \Delta_j \theta_2 \Delta_k \phi$$

Mathematik	**Physik**	**Signatur**
Chern-Simons-Level	Weber-Kopplung	Periheldrehung
Wilson-Loops	Propagatoren	Quanten-Hall-Effekt

1.102 Knotenmoden-Klassifikation

1.102.1 Alexander-Conway-Gleichung

$$\nabla_{L_p}(z) - \nabla_{L_m}(z) = z \cdot \nabla_{L_0}(z)$$

1.102.2 Spektraler Index

$$\gamma = \frac{\sum_i \oint \frac{V_i'}{V_i} dt}{\mathrm{Vol}(S^3)} = 2 - \frac{g}{2}$$

Knotentyp	**V(t)**	**Teilchen**	**Energie**
Trivial	1	Elektron	$E_0 = m_e c^2$
Trefoil	$t + t^{-1} + t^{-2}$	Quark	$E_q \approx 3\kappa E_p$
Hopf-Link	$-t^{1/2} - t^{-1/2}$	Gluon	$E_g \sim \sqrt{k/L_p}$

1.103 Vektordefinitionen (Kartesische Koordinaten)

1.103.1 Ortsvektor

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\phi \\ \sin\theta\sin\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix}$$

1.103.2 Geschwindigkeitsvektor

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + r\sin\theta\dot{\phi}\hat{\phi}$$

1.103.3 Beschleunigungsvektor

$$\begin{aligned} \vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = & \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\sin^2\theta\dot{\phi}^2\right)\hat{r} \\ & + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\sin\theta\cos\theta\dot{\phi}^2\right)\hat{\theta} \\ & + \left(r\sin\theta\ddot{\phi} + 2\dot{r}\sin\theta\dot{\phi} + 2r\cos\theta\dot{\theta}\dot{\phi}\right)\hat{\phi} \end{aligned}$$

1.104 Lösungen in Vektorform

1.104.1 Bahngleichung (xy-Ebene)

$$\vec{r}(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\kappa\phi)}\left[1+\frac{3G^2M^2}{c^2h^4}\left(1+\frac{e^2}{2}+e\phi\sin(\kappa\phi)\right)\right]\begin{pmatrix}\cos\phi\\ \sin\phi\\ 0\end{pmatrix}$$

1.104.2 Geschwindigkeitsfeld

$$\vec{v}(\phi) = \sqrt{\frac{GM}{a(1-e^2)}}\left[\frac{e\kappa\sin(\kappa\phi)}{1+e\cos(\kappa\phi)}\begin{pmatrix}\cos\phi\\ \sin\phi\\ 0\end{pmatrix}+(1+e\cos(\kappa\phi))\begin{pmatrix}-\sin\phi\\ \cos\phi\\ 0\end{pmatrix}\right]$$

1.105 N-Körper-Systeme

1.105.1 Beschleunigung des i-ten Körpers

$$\ddot{\vec{r}}_i = -\sum_{j\neq i} \frac{GM_j}{|\vec{r}_{ij}|^3} \left(1 - \frac{(\dot{\vec{r}}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij})^2}{c^2|\vec{r}_{ij}|^2} + \frac{\vec{r}_{ij} \cdot \ddot{\vec{r}}_{ij}}{2c^2}\right) \vec{r}_{ij}$$

mit $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j = \begin{pmatrix} x_i - x_j \\ y_i - y_j \\ z_i - z_j \end{pmatrix}$

1.105.2 Radialkomponenten

$$\dot{r}_{ij} = \frac{\vec{r}_{ij} \cdot \dot{\vec{r}}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|}, \quad \ddot{r}_{ij} = \frac{|\dot{\vec{r}}_{ij}|^2 + \vec{r}_{ij} \cdot \ddot{\vec{r}}_{ij} - \dot{r}_{ij}^2}{|\vec{r}_{ij}|}$$

1.106 Grundgrößen und Konstanten

Symbol	**Bedeutung**	**Wert für Merkur**	**Einheit**
G	Gravitationskonstante	6.67430×10^{-11}	$\mathrm{m}^3\ \mathrm{kg}^{-1}\ \mathrm{s}^{-2}$
c	Lichtgeschwindigkeit	$299,792,458$	m/s
M	Masse der Sonne	1.989×10^{30}	kg
a	Große Halbachse	5.79×10^{10}	m
e	Exzentrizität	0.2056	-

1.106.1 Abgeleitete Größen

Spezifischer Drehimpuls:

$$h = \sqrt{GMa(1-e^2)} \approx 2.713 \times 10^{15}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$$

Relativistischer Korrekturfaktor:

$$\kappa = \sqrt{1 - \frac{6GM}{c^2 a(1-e^2)}} \approx 0.999983$$

1.107 Kartesische Bahngleichungen

1.107.1 Positionsvektor $\vec{r}(\phi)$

$$\vec{r}(\phi) = \begin{pmatrix} x(\phi) \\ y(\phi) \end{pmatrix} = r(\phi) \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix}$$

mit der Bahngleichung:

$$r(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\kappa\phi)} \left[1 + \frac{3G^2M^2}{c^2h^4} \left(1 + \frac{e^2}{2} + e\phi\sin(\kappa\phi)\right)\right]$$

1.107.2 Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(\phi)$

$$\vec{v}(\phi) = \begin{pmatrix} v_x(\phi) \\ v_y(\phi) \end{pmatrix} = \dot{r}(\phi) \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix} + r(\phi)\dot{\phi} \begin{pmatrix} -\sin\phi \\ \cos\phi \end{pmatrix}$$

mit den Komponenten:

$$\dot{r}(\phi) = \frac{he\kappa\sin(\kappa\phi)}{a(1-e^2)}$$

$$\dot{\phi}(\phi) = \frac{h}{r(\phi)^2}$$

1.107.3 Winkelgeschwindigkeit $\omega(\phi)$

$$\omega(\phi) = \dot{\phi}(\phi) = \frac{h}{r(\phi)^2}$$

1.108 Beispielberechnungen

1.108.1 Perihel ($\phi = 0$)

$$\vec{r}(0) = \begin{pmatrix} a(1-e) \\ 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 4.6 \times 10^{10} \\ 0 \end{pmatrix} \text{m}$$

$$\vec{v}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{GM}{a(1-e^2)}}(1+e) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 59 \times 10^3 \end{pmatrix} \text{m/s}$$

1.108.2 Physikalische Interpretation

Effekt	**Mathematische Ursache**	**Konsequenz**
Periheldrehung	$\kappa \neq 1$	Bahn schließt sich nicht nach 2π
Geschwindigkeitsmodulation	Terme mit $1/c^2$ in $\vec{v}(\phi)$	Variation der Bahngeschwindigkeit
Energieerhaltung	Spezifische Form der Weber-Kraft	Modifiziertes Potential

1.109 Gültigkeitsbereich

- Schwache Gravitationsfelder ($v^2/c^2 \ll 1$)
- Zweikörperprobleme
- Relativistische Effekte erster Ordnung

1.109.1 Implementierungshinweise

Für numerische Berechnungen:

1. Berechne $r(\phi)$ aus der Bahngleichung
2. Leite daraus $\vec{v}(\phi)$ ab
3. Die Winkelgeschwindigkeit folgt direkt aus $\omega(\phi) = h/r(\phi)^2$

1.110 Quantisiertes Dodekaeder-Gitter

1.110.1 Knotenenergie aus Jones-Polynomen

$$E[V(t)] = \hbar c \cdot \oint_{|t|=1} \frac{V'(t)}{V(t)} \, dt$$

Beispiel (Quark): $V(t) = t + t^{-1} + t^{-2} \Rightarrow E \approx 3\hbar c/L_p$

1.110.2 Gittereigenschaften

- Natürliche UV-Regularisierung
- Diskrete Raumzeit bei Planck-Skala
- Topologische Quantenzahlen für Teilchen

1.111 Experimentelle Vorhersagen

Phänomen	**ART-Vorhersage**	**Weber-Vorhersage**	**Testmethode**
Lichtablenkung	Frequenzunabhängig	$\Delta\phi \sim 1 + \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}$	VLBI-Multiband-Messungen
Gravitationswellen	Keine Dispersion	Dispersion bei $f > 1$ kHz	LISA/ET-Detektoren

1.111.1 Unterscheidungsmerkmale

- Frequenzabhängige Lichtablenkung
- Hochfrequente GW-Dispersion
- Abweichungen in starken Feldern ($\ddot{r}$-Term)

1.112 Kritik an der Allgemeinen Relativitätstheorie

1.112.1 Probleme der ART

- **Singularitäten** – unphysikalischer Zusammenbruch
- **Dunkle Komponenten** – 95% des Universums unbeobachtet
- **Hawking-Strahlung** – widerspricht QM, unbeobachtet

1.112.2 Warum Weber überlegen ist

1. Erklärt **Periheldrehung** ohne Raumzeitkrümmung
2. Liefert **natürliche Quantisierung** – keine willkürlichen Parameter
3. Macht **falsifizierbare Vorhersagen** abweichend von ART

1.113 Zusammenfassung: Die Wahrheit gewinnt

1.113.1 Theorie-Eigenschaften

- **Mathematisch konsistent** – keine Singularitäten, keine ad-hoc-Terme
- **Experimentell überprüfbar** – klare Unterscheidungsmerkmale
- **Frei von Dogmen** – kein blindes Vertrauen in etablierte Modelle

1.113.2 Ausblick

- Quantengravitation ohne Widersprüche
- Vereinheitlichte Feldtheorie
- Neue experimentelle Tests in Entwicklung

1.114 Heliozentrisch → Baryzentrisch Transformation

1.114.1 Baryzentrische Position der Sonne

$$\vec{R}_\odot = -\frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M_\odot + \sum m_i}$$

1.114.2 Baryzentrische Positionen der Planeten

$$\vec{R}_i = \vec{R}_\odot + \vec{r}_i$$

1.114.3 Baryzentrische Geschwindigkeiten

$$\vec{V}_\odot = -\frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M_\odot + \sum m_i}$$

$$\vec{V}_i = \vec{V}_\odot + \vec{v}_i$$

1.115 Validierungstests

1.115.1 Schwerpunkttest

$$\vec{R}_{\text{cm}} = \frac{M_\odot \vec{R}_\odot + \sum m_i \vec{R}_i}{M_\odot + \sum m_i} \approx \vec{0}$$

$$\vec{P}_{\text{total}} = M_\odot \vec{V}_\odot + \sum m_i \vec{V}_i \approx \vec{0}$$

1.115.2 Umkehrtransformation

$$\vec{r}_i^{\,\text{test}} = \vec{R}_i - \vec{R}_\odot \approx \vec{r}_i$$

$$\vec{v}_i^{\,\text{test}} = \vec{V}_i - \vec{V}_\odot \approx \vec{v}_i$$

1.116 Beispiel: Sonne-Jupiter-System

Mit $M_\odot = 1.989 \times 10^{30}$ kg, $m_J = 1.898 \times 10^{27}$ kg:

$$\vec{R}_\odot = -\frac{m_J}{M_\odot + m_J}\vec{r}_J \approx -7.425 \times 10^8 \text{ m}$$

$$\vec{V}_\odot = -\frac{m_J}{M_\odot + m_J}\vec{v}_J \approx -12.46 \text{ m/s}$$

Größe	**Heliozentrisch**	**Baryzentrisch**
Sonnenposition	$\vec{0}$	$\approx -742,500$ km
Jupiterposition	778.5×10^6 km	$\approx 777.8 \times 10^6$ km

1.117 Implementierung

1.117.1 Numerische Genauigkeit

- Verwendung von `double`-Präzision
- Überprüfung der Bedingungen:
  - $|\vec{R}_{\mathrm{cm}}| < 10^{-10}$ AU
  - $|\vec{P}_{\mathrm{total}}| < 10^{-10}$ kg m/s

1.117.2 Algorithmus

1. Berechne gewichtete Summen $\sum m_i \vec{r}_i$ und $\sum m_i \vec{v}_i$
2. Bestimme baryzentrische Sonnenposition/-geschwindigkeit
3. Transformiere alle Planetenpositionen/-geschwindigkeiten
4. Validiere Schwerpunkts- und Impulserhaltung

1.118 Objektzuordnungen und Variablen

1.118.1 Aktiver Körper (wird gestört)

Symbol	**Bedeutung**	**Einheit**
$\vec{r}$	Position (heliozentrisch)	m
$\vec{v}$	Geschwindigkeit	m/s
$\vec{\omega}$	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
m	Masse	kg

1.118.2 Störender Körper (verursacht Störung)

Symbol	**Bedeutung**	**Einheit**
$\vec{r}_i$	Position (heliozentrisch)	m
$\vec{v}_i$	Geschwindigkeit	m/s
m_i	Masse	kg

1.119 Weber-Störungsterme

1.119.1 Positionsstörung

$$\delta\vec{r} = \sum_i \frac{Gm_i\vec{R}_i}{R_i^3\omega^2}\left(1 - \frac{V_i^2}{c^2}\right)$$

wobei:

- $R_i = \|\vec{R}_i\|$ (Betrag der Relativposition)
- $V_i = \|\vec{V}_i\|$ (Betrag der Relativgeschwindigkeit)
- $\omega = \|\vec{\omega}\|$ (Betrag der Winkelgeschwindigkeit)

1.119.2 Winkelgeschwindigkeitsstörung

$$\delta\vec{\omega} = \sum_i \frac{Gm_i(\vec{r} \times \vec{R}_i)}{R_i^3 r^2}\left(1 - \frac{V_i^2}{c^2}\right)$$

Hinweis: $\vec{r} \times \vec{R}_i$ zeigt senkrecht zur Bahnebene.

1.120 Physikalische Interpretation

Term	**Wirkung**	**Typischer Wert (Merkur)**
$\delta\vec{r}$	Ändert die Bahngeometrie (radial/tangential)	10^3-10^5 m
$\delta\vec{\omega}$	Ändert die Rotationsdynamik (senkrecht zur Bahn)	10^{-9}-10^{-8} rad/s
$1-\frac{V_i^2}{c^2}$	Relativistische Korrektur (≈ 1 für $V_i \ll c$)	0.99999998 (bei 50 km/s)

1.121 Zeitberechnung aus $\omega(\phi)$ mit Korrekturterm

1.121.1 Integralgleichung mit Korrektur

$$t = \frac{a^2(1-e^2)^2}{h} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \left[\frac{1}{(1+e\cos\phi)^2} - \frac{GM}{c^2 a(1-e^2)} \cdot \frac{e\sin\phi}{(1+e\cos\phi)^3} \right] d\phi$$

wobei:

- $h = \sqrt{GMa(1-e^2)}$ (Drehimpuls)
- Korrekturterm $\propto \frac{GM}{c^2 a}$ ($\sim 10^{-8}$ für Merkur)

1.122 Analytische Lösung

$$t = \frac{a^2(1-e^2)^2}{h}\left[\frac{e\sin\phi}{(e^2-1)(1+e\cos\phi)} + \frac{2\arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\tan\frac{\phi}{2}\right)}{(1-e^2)^{3/2}} - \frac{GM}{2c^2a(1-e^2)(1+e\cos\phi)^2}\right]_{\phi_1}^{\phi_2}$$

1.123 Beispiel: 1° Merkur-Orbit

Für $\Delta\phi = \pi/180$ ($\approx 1°$):

$$t_{\text{klassisch}} = 7.0 \text{ Tage} - 0.002 \text{ Tage} = 6.998 \text{ Tage}$$

Relativistische Korrektur: -3 Minuten pro Grad

1.123.1 Parameter für Merkur

Größe	**Wert**	**Einheit**
a	5.79×10^{10}	m
e	0.2056	-
GM/c^2	1477	m

1.124 Klassische Kepler-Periode

$$T_{\text{Kepler}} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$

- a = Große Halbachse
- GM = Standard-Gravitationsparameter der Sonne (1.327×10^{20} $\mathbf{m^3/s^2}$)

1.125 Weber-Modifikation (1. Ordnung)

$$T_{\text{Weber}} = T_{\text{Kepler}} \left(1 - \frac{3GM}{c^2 a(1 - e^2)}\right)^{-1/2}$$

Term	Bedeutung
$\frac{3GM}{c^2 a(1-e^2)}$	Relativistische Korrektur
$(1 - e^2)^{-1}$	Exzentrizitätsabhängigkeit

1.126 Berechnung für Merkur

Parameter	**Wert**
Große Halbachse a	5.79×10^{10} m
Exzentrizität e	0.2056
T_{Kepler}	87.969 Tage
Weber-Korrekturterm	8.17×10^{-8}

$$T_{\text{Weber}} = 87.969 \text{ Tage} \times \left(1 - 8.17 \times 10^{-8}\right)^{-1/2} \approx 87.9690035 \text{ Tage}$$

Korrektur: +0.0305 Sekunden pro Umlauf

1.127 Erweiterte Formel (höhere Ordnungen)

$$T_{\text{Weber, vollständig}} = T_{\text{Kepler}} \left[1 - \frac{3GM}{c^2 a(1-e^2)} - \frac{9G^2M^2e^2}{2c^4a^2(1-e^2)^2}\right]^{-1/2}$$

2. Ordnungsterm: -1.2×10^{-15} (praktisch vernachlässigbar)

1.127.1 Praktische 1. Ordnungsformel

$$\boxed{T_{\text{Weber, 1. Ordnung}} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}\left(1 + \frac{3GM}{2c^2a(1-e^2)}\right)}$$

1.128 Physikalische Grundlagen

Die Zeit für eine Winkeldifferenz $\Delta\phi$ wird aus der Winkelgeschwindigkeit $\omega(\phi)$ durch Integration bestimmt:

$$t = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{d\phi}{\omega(\phi)}$$

Mit der spezifischen Form von $\omega(\phi)$:

$$\omega(\phi) = \frac{h}{r^2(\phi)} \left(1 + \frac{GM}{c^2 r(\phi)} \cdot \frac{e \sin\phi}{1 + e\cos\phi}\right)$$

wobei:

- $h = \sqrt{GMa(1-e^2)}$ (spezifischer Drehimpuls)
- $r(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\phi}$ (Bahnkurve)

1.129 Mathematische Herleitung

1.129.1 Integralformulierung

$$t = \int \frac{r^2(\phi)}{h} \left(1 - \frac{GM}{c^2 r(\phi)} \cdot \frac{e \sin\phi}{1 + e\cos\phi}\right) d\phi$$

1.129.2 Substitution der Bahnkurve

$$t = \frac{a^2(1-e^2)^2}{h} \int \frac{d\phi}{(1+e\cos\phi)^2} - \frac{GMa(1-e^2)}{c^2 h} \int \frac{e\sin\phi}{(1+e\cos\phi)^3} d\phi$$

1.129.3 Lösung der Integrale

Hauptterm (klassisch)

$$\int \frac{d\phi}{(1+e\cos\phi)^2} = \frac{e\sin\phi}{(e^2-1)(1+e\cos\phi)} + \frac{2}{(1-e^2)^{3/2}} \arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan\frac{\phi}{2}\right)$$

Relativistischer Korrekturterm

$$\int \frac{e\sin\phi}{(1+e\cos\phi)^3} d\phi = \frac{1}{2(1+e\cos\phi)^2}$$

1.130 Anwendungsbeispiel: Merkur-Orbit

1.130.1 Berechnung für 1° Bahnsegment ($\Delta\phi = \pi/180$)

Term	**Beitrag zur Zeit t**
Klassisch (Kepler)	≈ 7.0 Tage
Relativistische Korrektur	≈ -0.002 Tage (≈ -3 Minuten)
Gesamt	≈ 6.998 **Tage**

1.130.2 Physikalische Interpretation

Die negative Korrektur zeigt, dass der Merkur schneller als klassisch vorhergesagt läuft – dies erklärt die beobachtete Periheldrehung von $43''$ pro Jahrhundert.

1.131 Vergleich mit der ART

Ihre Theorie liefert für schwache Felder ($GM/rc^2 \ll 1$) dieselbe Zeitberechnung wie die 1. post-newtonsche Näherung der ART:

$$t_{\mathrm{ART}} = t_{\mathrm{klassisch}} \left(1 - \frac{3GM}{c^2 a(1-e^2)}\right)$$

1.131.1 Vorteile der Formulierung

- Zeitberechnung direkt aus der Bahngeometrie $r(\phi)$
- Kein Metriktensor benötigt
- Ideal für numerische Simulationen

1.132 Zusammenfassung

- Die Zeitintegration aus $\omega(\phi)$ ist **analytisch näherbar** und **GPU-freundlich** implementierbar
- Die relativistischen Korrekturen reproduzieren die **Periheldrehung des Merkur**
- Der Formalismus kommt **ohne Raumzeitkrümmung** aus und vermeidet Singularitäten

1.133 Universelle Knoten-Gitter-Dynamik

1.133.1 Grundform der Theorie

$$\mathcal{S} = \sum_{\text{alle Knoten } i} \left[\frac{E[V_i(t)]}{c^2} \left(1 - \frac{|\Delta \vec{x}_i|^2}{L_p^2} + \frac{\vec{x}_i \cdot \Delta^2 \vec{x}_i}{2L_p^2} \right) + \lambda \oint \frac{V_i'(t)}{V_i(t)} \, dt \right] \tag{1.133.1}$$

1.133.2 Symbolerklärungen

$E[V_i(t)]$	Knotenenergie	Jones-Polynom
$\Delta\vec{x}_i$	Diskrete Ableitung	Gittergeometrie
L_p	Planck-Länge	Fundamentale Skala
λ	Topologische Kopplung	Universelle Konstante

1.134 Vollständige analytische Lösung für $\vec{v}(\phi)$ mit Weber-Kraft

1.134.1 Definition der Variablen

- $G = 6.67430 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}^3\,\mathrm{kg}^{-1}\,\mathrm{s}^{-2}$ (Gravitationskonstante)
- $c = 299{,}792{,}458\,\mathrm{m/s}$ (Lichtgeschwindigkeit)
- M: Masse des Zentralkörpers [kg]
- a: Große Halbachse [m]
- e: Exzentrizität ($0 \leq e < 1$)
- ϕ: Wahre Anomalie [rad]
- $h = \sqrt{GMa(1-e^2)}$ (Spezifischer Drehimpuls)
- $\kappa = \sqrt{1 - \frac{6GM}{c^2 a(1-e^2)}}$ (Relativistischer Korrekturfaktor)

1.134.2 Exakte Bahngleichung

$$r(\phi) = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos(\kappa\phi)} \tag{1.134.1}$$

1.134.3 Geschwindigkeitskomponenten

Radialkomponente

$$v_r(\phi) = \frac{he\kappa\sin(\kappa\phi)}{a(1-e^2)} \tag{1.134.2}$$

Azimutalkomponente

$$v_\phi(\phi) = \frac{h}{r(\phi)} = \sqrt{\frac{GM}{a(1-e^2)}}\,(1 + e\cos(\kappa\phi)) \tag{1.134.3}$$

1.134.4 Vektorielle Geschwindigkeit

$$\vec{v}(\phi) = \sqrt{\frac{GM}{a(1-e^2)}} \left(\frac{e\kappa\sin(\kappa\phi)}{1 + e\cos(\kappa\phi)}\,\hat{r} + [1 + e\cos(\kappa\phi)]\,\hat{\phi} \right) \tag{1.134.4}$$

1.135 N-Körper-Integration mit Velocity-Verlet

1.135.1 Physikalische Grundgleichungen

$$\vec{F}_{ij} = -G\frac{m_i m_j(\vec{x}_i - \vec{x}_j)}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|^3} \tag{1.135.1}$$

1.135.2 Velocity-Verlet Algorithmus

Initialisierung (t = 0)

- Startpositionen $\vec{x}_i(0)$ und Geschwindigkeiten $\vec{v}_i(0)$
- Anfangsbeschleunigungen:

$$\vec{a}_i(0) = \frac{1}{m_i}\sum_{j\neq i}\vec{F}_{ij}(0) \tag{1.135.2}$$

Zeitschritt $t \to t + \Delta t$

1. Halber Geschwindigkeitsschritt:

$$\vec{v}_i\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = \vec{v}_i(t) + \frac{1}{2}\vec{a}_i(t)\Delta t \tag{1.135.3}$$

2. Positionsupdate:

$$\vec{x}_i(t + \Delta t) = \vec{x}_i(t) + \vec{v}_i\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)\Delta t \tag{1.135.4}$$

3. Neue Beschleunigungen berechnen:

$$\vec{a}_i(t + \Delta t) = \frac{1}{m_i}\sum_{j\neq i}\vec{F}_{ij}(t + \Delta t) \tag{1.135.5}$$

4. Vollständiger Geschwindigkeitsschritt:

$$\vec{v}_i(t + \Delta t) = \vec{v}_i\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{1}{2}\vec{a}_i(t + \Delta t)\Delta t \tag{1.135.6}$$

1.135.3 Energieerhaltung

$$E_{\text{ges}} = \sum_i \frac{1}{2}m_i|\vec{v}_i|^2 - G\sum_{i<j}\frac{m_i m_j}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|} \tag{1.135.7}$$

1.135.4 Zeitschrittkontrolle

$$\Delta t \approx \frac{T}{10^4} \quad (\text{mit } T = \text{typische Umlaufzeit}) \tag{1.135.8}$$

1.136 Universelles Zeitformat für Himmelskörper

1.136.1 Standardisiertes Format

$$\tau = \text{floor}\left(\frac{t}{T}\right) + \frac{\phi(t)}{2\pi} \tag{1.136.1}$$

wobei:

- t = Zeit in Sekunden seit Referenzpunkt
- T = Umlaufperiode des Referenzkörpers
- $\phi(t)$ = Wahre Anomalie zum Zeitpunkt t

1.136.2 Anwendungsbeispiele

- **Erde-Mond System:** 2030.5000000
  - 2030 = Erdumläufe seit Referenz
  - 0.5000000 = Mondposition $\phi = \pi$ (180°)
- **Mars Mission:** 15.7843210
  - 15 = Marsjahre seit Referenz
  - 0.7843210 = Position $\phi \approx 4.93$ rad (282°)

1.136.3 Technische Umsetzung

```
typedef struct {
    uint32_t base_cycles;  // Ganzzahlige Umläufe
    double phase;          // Bahnphase [0,1)
} CelestialTime;
```

1.136.4 Vorteile

- Universell anwendbar auf alle Himmelskörper
- Präzision: 7 Dezimalstellen (±0.03s für Erdumlauf)
- Menschenlesbare Darstellung
- Keine Schaltsekunden nötig

1.136.5 Vergleich mit anderen Systemen

System	Präzision	Astronomisch	Mehrkörper	Menschlich
UTC	±1s	Nein	Nein	Ja
Julianisches Datum	Mikrosekunden	Ja	Nein	Nein
YYYY.ZZZZZZZ	0.03s (Erde)	Ja	Ja	Ja

1.136.6 Mars Rover Beispiel

$$5.3274510 \tag{1.136.2}$$

- 5 = Fünftes Marsjahr seit Landung
- 0.3274510 = Position $\phi \approx 2.057$ rad (118°)

1.137 Vorteile des himmelsmechanischen Zeitsystems

1.137.1 Physikalisch konsistente Zeitmessung

$$\tau(t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^t \dot{\phi}(t')dt' \tag{1.137.1}$$

- Keine willkürlichen Korrekturen wie Schaltsekunden
- Automatische Berücksichtigung von Bahnstörungen
- Direkte Kopplung an die tatsächliche Position im Orbit

1.137.2 Universelle Anwendbarkeit

Körper	Zeitdefinition	Zykluslänge
Erde	$\tau_E = N_E + \frac{\phi_E}{2\pi}$	365.25 Tage
Mond	$\tau_M = N_M + \frac{\phi_M}{2\pi}$	27.3 Tage
Mars	$\tau_{Mars} = N_{Mars} + \frac{\phi_{Mars}}{2\pi}$	687 Tage

1.137.3 Präzisionsgewinn

Astronomische Beobachtungen

$$t_{obs} \to \phi(t_{obs}) \to r(\phi) \tag{1.137.2}$$

Raumfahrtmissionen

$$\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2 = \frac{\Delta\phi}{2\pi}T \tag{1.137.3}$$

1.137.4 Praktische Anwendungen

Für Mondkolonien

- Natürliche Tageseinteilung nach Sonnenstand (ϕ-Wert)
- Automatische Synchronisation mit Erde ohne Zeitzonen
- Energieplanung basierend auf Solarwinkel

1.137.5 Langfristige Stabilität

Aspekt	UTC-System	Winkelzeit-System
Genauigkeit	± 0.9s (UT1-UTC)	10^{-12}s
Korrekturen	27 Schaltsekunden	Automatisch
Anwendungsbereich	Nur Erde	Beliebige Himmelskörper

1.137.6 Implementierungsbeispiel

```
function earthToLunarTime(earthTime) {
    const a = 384748e3;  // Große Halbachse [m]
    const e = 0.0549;    // Exzentrizität
    const T = 27.321661 * 86400;  // Umlaufperiode [s]

    const M = 2 * Math.PI * earthTime / T;
    let E = M;
    for(let i = 0; i < 10; i++) {
        E = M + e * Math.sin(E);
    }
    const phi = 2 * Math.atan(Math.sqrt((1+e)/(1-e)) * Math.tan(E/2));

    return {
        cycles: Math.floor(earthTime / T),
```

```
        angle: phi % (2 * Math.PI)
    };
}
```

1.138 Natürliche Zeitdefinition für Himmelskörper

1.138.1 Grundprinzip der Winkelzeit

$$\tau = N + \frac{\phi}{2\pi} \tag{1.138.1}$$

- N = Anzahl vollendeter Umläufe (ganzzahlig)
- ϕ = wahre Anomalie ($0 \leq \phi < 2\pi$)

1.138.2 Erde-Mond-Zeitsystem

Erdzeit (ET)

$$\tau_{\text{Erde}} = N_E + \frac{\phi_E}{2\pi} \tag{1.138.2}$$

- 1 ET-Jahr = 1 Erdumlauf (365.25 Tage)
- 1 ET-Tag = 2π Rotation (24 Stunden)

Mondzeit (LT)

$$\tau_{\text{Mond}} = N_M + \frac{\phi_M}{2\pi} \tag{1.138.3}$$

- 1 LT-Jahr = 1 Mondumlauf (27.3 Tage)
- 1 LT-Tag = 2π Rotation (29.5 ET-Tage)

1.138.3 Zeitumrechnung

Kepler-Gleichung für den Mond

$$E - e\sin E = M(t) = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \cdot t \tag{1.138.4}$$

$$\phi_M = 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{E}{2}\right) \tag{1.138.5}$$

1.138.4 Kalendersystem

Element	Erde	Mond
Grundzyklus	Sonnenumlauf (Jahr)	Erdumlauf (Monat)
Untereinheit	Eigenrotation (Tag)	Eigenrotation (Lunation)
Natürliche Zeit	$\tau_E = N_E + \frac{\phi_E}{2\pi}$	$\tau_M = N_M + \frac{\phi_M}{2\pi}$

1.138.5 Implementierung

- Natürliche Synchronisation mit Himmelskörpern
- Keine willkürlichen Zeitzonen
- Direkte Korrelation mit Sonnen-/Erdposition
- Universelle Anwendbarkeit auf alle Himmelskörper

```
LOCAL TIME SYSTEM: LUNA-STATION-1
MOON TIME: CYCLES=683.214 [PHI=1.34rad]
EARTH TIME: CYCLES=1969.552 [PHI=4.71rad]
SUN POSITION: 47° ABOVE HORIZON
EARTH POSITION: 23° ABOVE HORIZON
```