

Transformationsvorschrift: Heliozentrisch \rightarrow Baryzentrisch

1 Transformation: Heliozentrisch \rightarrow Baryzentrisch

Die Bewegung der Sonne lässt sich indirekt aus den Positionen und Bewegungen der Planeten bestimmen.

Baryzentrische Position der Sonne

$$\vec{R}_{\odot} = -\frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M_{\odot} + \sum m_i} \quad (1)$$

Baryzentrische Positionen der Planeten

$$\vec{R}_i = \vec{R}_{\odot} + \vec{r}_i \quad (2)$$

Baryzentrische Geschwindigkeiten

$$\vec{V}_{\odot} = -\frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M_{\odot} + \sum m_i} \quad (3)$$

$$\vec{V}_i = \vec{V}_{\odot} + \vec{v}_i \quad (4)$$

2 Validierungstests

Schwerpunkttest

$$\vec{R}_{\text{cm}} = \frac{M_{\odot} \vec{R}_{\odot} + \sum m_i \vec{R}_i}{M_{\odot} + \sum m_i} \approx \vec{0} \quad (5)$$

$$\vec{P}_{\text{total}} = M_{\odot} \vec{V}_{\odot} + \sum m_i \vec{V}_i \approx \vec{0} \quad (6)$$

Umkehrtransformation

$$\vec{r}_i^{\text{test}} = \vec{R}_i - \vec{R}_{\odot} \approx \vec{r}_i \quad (7)$$

$$\vec{v}_i^{\text{test}} = \vec{V}_i - \vec{V}_{\odot} \approx \vec{v}_i \quad (8)$$

3 Beispiel: Sonne-Jupiter-System

Mit $M_{\odot} = 1.989 \times 10^{30}$ kg, $m_J = 1.898 \times 10^{27}$ kg:

$$\vec{R}_{\odot} = -\frac{m_J}{M_{\odot} + m_J} \vec{r}_J \approx -7.425 \times 10^8 \text{ m} \quad (9)$$

$$\vec{V}_{\odot} = -\frac{m_J}{M_{\odot} + m_J} \vec{v}_J \approx -12.46 \text{ m/s} \quad (10)$$

Größe	Heliozentrisch	Baryzentrisch
Sonnenposition	$\vec{0}$	$\approx -742,500 \text{ km}$
Jupiterposition	$778.5 \times 10^6 \text{ km}$	$\approx 777.8 \times 10^6 \text{ km}$

Tabelle 1: Vergleich der Koordinatensysteme

4 Implementierung

```
// Berechne gewichtete Summen
weighted_r = sum(m[i] * r[i])
weighted_v = sum(m[i] * v[i])
total_mass = M_sun + sum(m[i])

// Baryzentrische Sonne
R_sun = -weighted_r / total_mass
V_sun = -weighted_v / total_mass

// Baryzentrische Planeten
for each planet i:
    R[i] = R_sun + r[i]
    V[i] = V_sun + v[i]
```

Listing 1: Pseudocode für die Transformation

Numerische Genauigkeit

Verwende double-Präzision und überprüfe die Bedingungen:

- $|\vec{R}_{\text{cm}}| < 10^{-10}$ AU
- $|\vec{P}_{\text{total}}| < 10^{-10}$ kg m/s