

Nicht-lokale Dynamik der Führungswelle Ψ im Doppelspaltexperiment

1 Einleitung

Die De-Broglie-Bohm-Theorie (DBT) bietet eine deterministische Interpretation der Quantenmechanik, in der Teilchen durch eine Führungswelle Ψ gesteuert werden. Dieses Dokument zeigt mathematisch, warum das Interferenzmuster im Doppelspaltexperiment bereits in Ψ vordefiniert ist und wie die instantane Wechselwirkung zwischen Quelle, Spalten und Ψ zu verstehen ist.

2 Grundgleichungen der DBT

2.1 Schrödinger-Gleichung für die Führungswelle

Die Dynamik von Ψ wird durch die Schrödinger-Gleichung beschrieben:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x) \right] \Psi \quad (1)$$

Hier ist $V(x)$ das Potenzial der Spalte:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{in den Spaltöffnungen} \\ \infty & \text{sonst} \end{cases} \quad (2)$$

2.2 Bohmsche Trajektoriengleichung

Die Teilchenbewegung folgt aus:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left(\frac{\nabla \Psi}{\Psi} \right) \quad (3)$$

mit dem Quantenpotential:

$$Q(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 |\Psi|}{|\Psi|} \quad (4)$$

3 Nicht-lokale Dynamik der Führungswelle

3.1 Instantane Anpassung an Spaltbedingungen

Die Lösung $\Psi(x, t)$ reagiert sofort auf $V(x)$:

$$\Psi(x, t) = \int G(x, x', t) \Psi_0(x') dx' \quad (5)$$

wobei $G(x, x', t)$ der nicht-lokale Propagator ist, der alle Pfade durch beide Spalte gleichzeitig berücksichtigt.

3.2 Interferenzmuster für Doppelspalt

Für Spalte bei $x = \pm d/2$:

$$\Psi(x, t) \sim e^{i(kx - \omega t)} \left[\exp\left(-\frac{(x - d/2)^2}{4\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(x + d/2)^2}{4\sigma^2}\right) \right] \quad (6)$$

Dies ergibt die Interferenz:

$$|\Psi|^2 \propto \cos^2\left(\frac{kdx}{2\sigma^2}\right) \quad (7)$$

4 Energieerhaltung und instantaner Ausgleich

4.1 Kontinuitätsgleichung

Die Wahrscheinlichkeitserhaltung folgt aus:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad \text{mit} \quad \rho = |\Psi|^2 \quad (8)$$

4.2 Quantenpotential als Ausgleichsmechanismus

Die Gesamtenergie bleibt konstant:

$$E_{\text{ges}} = \underbrace{\frac{1}{2}m\mathbf{v}^2}_{\text{kin. Energie}} + \underbrace{Q(x, t)}_{\text{Quantenpotential}} + \underbrace{V(x)}_{\text{äußeres Potenzial}} \quad (9)$$

5 Beispiel: Elektron am Doppelspalt

5.1 Zeitentwicklung der Lösung

Für ein Elektron mit Anfangsbedingung $\Psi_0(x) = e^{-x^2/4\sigma^2}$:

$$\Psi(x, t) \propto \exp\left(\frac{imx^2}{2\hbar t}\right) \left[\exp\left(-\frac{(x - d/2)^2}{4\sigma^2(1 + i\hbar t/2m\sigma^2)}\right) + (d \rightarrow -d) \right] \quad (10)$$

5.2 Interpretation

- Die Interferenz $\propto \cos(mdx/\hbar t)$ existiert ab $t > 0$
- Das Quantenpotential $Q(x, t)$ lenkt Teilchen von Knotenlinien ($|\Psi| = 0$) weg
- Die Energie bleibt durch instantane Anpassung von Q erhalten

6 Schlussfolgerungen

- Die Führungswelle Ψ enthält das Interferenzmuster *ab Initiation* des Experiments
- Die nicht-lokale Natur von Ψ erklärt die instantane "Kenntnis" der Spaltgeometrie
- Die Energieerhaltung folgt direkt aus der Struktur des Quantenpotentials Q