Transformationsvorschrift: Heliozentrisch \rightarrow Baryzentrisch

1 Transformation: Heliozentrisch \rightarrow Baryzentrisch

Baryzentrische Position der Sonne

$$\vec{R}_{\odot} = -\frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M_{\odot} + \sum m_i} \tag{1}$$

Baryzentrische Positionen der Planeten

$$\vec{R}_i = \vec{R}_{\odot} + \vec{r}_i \tag{2}$$

Baryzentrische Geschwindigkeiten

$$\vec{V}_{\odot} = -\frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M_{\odot} + \sum m_i} \tag{3}$$

$$\vec{V}_i = \vec{V}_{\odot} + \vec{v}_i \tag{4}$$

2 Validierungstests

Schwerpunkttest

$$\vec{R}_{\rm cm} = \frac{M_{\odot}\vec{R}_{\odot} + \sum m_i \vec{R}_i}{M_{\odot} + \sum m_i} \approx \vec{0}$$
 (5)

$$\vec{P}_{\text{total}} = M_{\odot} \vec{V}_{\odot} + \sum m_i \vec{V}_i \approx \vec{0} \tag{6}$$

Umkehrtransformation

$$\vec{r}_i^{\mathrm{test}} = \vec{R}_i - \vec{R}_{\odot} \approx \vec{r}_i$$
 (7)

$$\vec{v}_i^{\rm test} = \vec{V}_i - \vec{V}_{\odot} \approx \vec{v}_i$$
 (8)

3 Beispiel: Sonne-Jupiter-System

Mit $M_{\odot} = 1.989 \times 10^{30}$ kg, $m_J = 1.898 \times 10^{27}$ kg:

$$\vec{R}_{\odot} = -\frac{m_J}{M_{\odot} + m_J} \vec{r}_J \approx -7.425 \times 10^8 \text{ m}$$
 (9)

$$\vec{V}_{\odot} = -\frac{m_J}{M_{\odot} + m_J} \vec{v}_J \approx -12.46 \text{ m/s}$$
 (10)

Größe	Heliozentrisch	Baryzentrisch
Sonnenposition Jupiterposition	$\vec{0}$ $778.5 \times 10^6 \text{ km}$	$\approx -742,500 \text{ km}$ $\approx 777.8 \times 10^6 \text{ km}$

Tabelle 1: Vergleich der Koordinatensysteme

4 Implementierung

```
// Berechne gewichtete Summen
weighted_r = sum(m[i] * r[i])
weighted_v = sum(m[i] * v[i])
total_mass = M_sun + sum(m[i])

// Baryzentrische Sonne
R_sun = -weighted_r / total_mass
V_sun = -weighted_v / total_mass

// Baryzentrische Planeten
for each planet i:
    R[i] = R_sun + r[i]
    V[i] = V_sun + v[i]
```

Listing 1: Pseudocode für die Transformation

Numerische Genauigkeit

Verwende double-Präzision und überprüfe die Bedingungen:

- $|\vec{R}_{\rm cm}| < 10^{-10} \; {\rm AU}$
- $|\vec{P}_{\mathrm{total}}| < 10^{-10} \text{ kg m/s}$