共乘問題

1. 可利用前述之 model
2. Rider 為 car pool 中之共享車輛 (M to M)
3. 餐廳為共乘旅客之出發地點
4. 客戶所在地（送貨點）為乘客之目的地
5. 食物運送箱之客量為共乘車輛可搭載之人數
6. 對乘客之 QoS 指標可含
    1. Pick up time
    2. Travel time
    3. Arrival time
    4. 共乘人數
    5. 分攤費用
    6. 共乘路徑與最短路徑之差值等

經多給定點之最短路徑問題 (S to M)

E.g. 機車接送學生 or 某員工開個 pick up 同仁一同上班，若為後者可進一步考慮公平性問題

1. 由 A 出發，目的地為 Z
2. 途中需經 $v_1, v_2, ..., v_n$ (無需依序) 之給定點 $(v_i, v_i') \in L$'
3. Modeled as $G(N, L)$, 將 v_1 v_n 利用 node splitting 技術產出 artificial link 集合 L'
4. 可將 n 必經點排序，再找出依序之最短路徑，但複雜度為 $n!$，過高
5.

$$
\begin{aligned}
& min \sum_{p \in P_z} \sum_{l \in L \cup L'} x_p \delta_{pl} a_l && \text{cost of link l, } a_l = 0,\ \forall l \in L' && \text{(LP)} \\
& (P_z\text{: 所有由 A 至 Z 路徑所成之集合}) \\
& s.t. \sum_{p \in P_z} x_p = 1 && && (1) \\
& x_p = 0 \ or \ 1 && \forall p \in P_z && (2) \\
\text{(To be relaxed)} & \sum_{p \in P_z} x_p \delta_{pl} = 1 && \forall l \in L' && (3)
\end{aligned}
$$

- 第 (3) 式保證最短路徑會經過 $v_1, v_2, ...v_n$
- 經 relaxed 後，對應之 arc weight (LR multipliers) 可為 ± or 0, 若為負則 LR 中做短路徑問題即不可用 Dijkstra，而須改用 e.g. Bellman-Ford with max hop constraint (避免負迴圈)

將前述經特定多點之最短路徑問題修改為每一 v_i 有一需經過之對應 u_i，同時所標路徑必須滿足先經 v_i 後經 u_i

1. 一有趣之問題為合乎所有 v_i，均須前於 u_i 條件之 permutations 共有多少種 ?
2. math formulation: (u_i 亦經 node splitting 並增加 artificial links$\in L''$)
   {令 v_i 之集合為 V, u_i 之集合為 U,$i \in \{1, 2, ..., n\}$}

$$min \sum_{p \in P_z} \sum_{l \in L \cup L' \cup L''} x_p \delta_{pl} a_l$$

$$s.t. \sum_{p \in P_z} x_p = 1 \qquad for\ v_i\ \&\ u_i, i \in \{1, 2, ..., n\} \qquad (1)$$

$$x_p = 0\ or\ 1 \qquad \forall p \in P_z \qquad (2)$$

$$\sum_{p \in P_z} x_p \delta_{pl} = y_l \qquad \forall l \in L \cup L' \cup L'' \qquad (3)$$

(link l 若在最短路徑上，則 $y_l = 1$，否則為 0)

$$y_l = 1 \qquad \forall l \in L' \cup L"" \qquad (4)$$

$$\sum_{p \in P_w} z_p \delta_{pl} \le y_l \qquad \forall w \in V \cup U = W \qquad (5)$$

(保證計算到 v_i 及 u_i 所用之路徑 "z_p" 重疊於 A 至 Z 之路徑)

$$\sum_{p \in P_w} z_p = 1 \qquad \forall w \in W \qquad (6)$$

$$z_p = 0\ or\ 1 \qquad (7)$$

$$\sum_{l \in L \cup L'} \sum_{p \in Q_{v_i}} z_p \delta_{pl} a_l \le \sum_{l \in L \cup L'} \sum_{p \in Q_{u_i}} z_p \delta_{pl} a_l \qquad \forall i \in \{1, 2, , ..., n\} \qquad (8)$$

(保證 v_i 先 u_i 後)

(Q_{u_i} 為 A 至 v_i 所有路徑之集合 $Q_{u_i}, ..., u_i, ..., i \in \{1, 2, 3, ..., n\} = R$)

於前面之 formulation 中可加入各客戶 $u \in \{1, 2, ..., n\} = R$ 所要求之 QoS，如此則需加入 admission control 機制

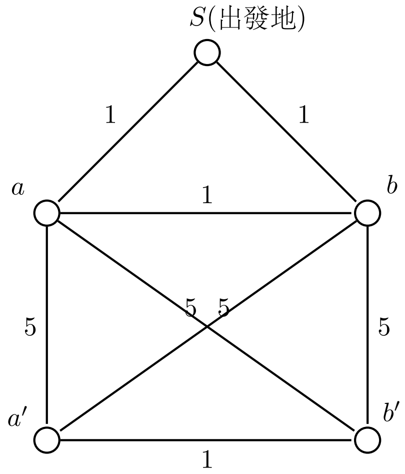
1. 定義客戶集 $\{1, 2, ..., n\} = R$
2. 定義各客戶之“獨享”收費為 $r_i,\ i \in R$
3. 重新定義前頁中之 $y_l,\ l \in L' \cup L''$ 為若 $i \in R$ 被允入，則對應之 2 個 y_l (個別對應於 v_i 及 u_i 分裂後之 artificial links) 之值設為 1，否則為 0
4. 令 $e(v_i)$ 為 the link corresponding to that in L'
   令 $f(u_i)$ 為 the link corresponding to that in L”
5. 目標函數改為 $max \sum_{i \in R} y_{e(v_i)} r_i$
6. Constraint (3) 改為 $\sum_{p \in P_z} x_p \delta_{pl} \le y_l \quad \forall l \in L' \cup L''$
   (若 i 被允入則獲 r_i 收益，且 A 至 Z 之路徑必須經過 i 於 L’ 及 L” 對應之 links)
7. Constraint (4) 改為 $y_{e(v_i)} = y_{f(u_i)} \qquad \forall i \in R$
   (i 於 L’ 及 L” 中對應 links 所對應之兩 y_l 必須等值)

就前述共乘服務提出公平之付費機制

(忽略以下論述，直接跳至下頁 $a \to a'$ 及 $b \to b'$)

1. 可比較對應任一客戶 i “獨享”與“共享”後之 QoS 差異，含前述五項之頭四項
2. 總計費可考慮“單人依旅程計費”乘以 $\alpha_i(\alpha_i \le 1)$ 以反映共乘服務帶給乘客之價值 (當乘客人數始終為 1 時，$\alpha_i = 1$；當共享人數越多時，α_i 可當一 convex 且遞減曲線)
3. 以 2 所計算出之總計費 (先考慮 $\alpha_i = 1$ 之情況以簡化問題)，再依 1 所計算出之 QoS 差異及
4. 另可定義 β_j 為 $j \in D$ 因共乘所”犧牲“之程度，則 α_i 可視為 $\overrightarrow{\beta_j},\ j \in D$ 之函數，當其他乘客之“犧牲”度高時，則 α_i 亦多愈高 $\Longrightarrow$
   (a) α_i 因 $\overrightarrow{B_j},\ i \in D$ 之維度升高而下降
   (b) α_i 因 $\beta_j,\ j \in D$，之個別值提高而升高（其他乘客較大之犧牲應由提高之費用 (α_i) 予以補償）

   承 4. β_j 可擴充為 β_{ji}，即為“i 對 j 造成之不便“(or j 對 i 所付出之犧牲)；α_i 為 $\overrightarrow{\beta_{ji}},\ j \in D$ 之函數且 α_i 因此造成提升之資費，應依 β_{ji} 之大小而分配至相同 $j \in D$



For A to travel from a to a'
B to travel from b to b'

- 若只有 A 則費用為 $\overline{aa'} = 5$
- 若只有 B 則費用為 $\overline{bb'} = 5$
- 最佳 car pool 路線為
  Path 1: $S - b - a - b' - a'$，費用為 8，or
  Path 2: $S - b - a - a' - b'$，費用為 8
  (若自接到第一個客戶起算則為 7)
  但前者 A 之“費用”為 6，B 為 6
  而後者 A 之“費用”為 5，B 為 7
  $\Longrightarrow$ 可考慮在 min 全程費用之同時亦令各客戶之“犧牲度”愈平均愈好
  - 以上述 $\overset{Path1}{\text{路程}}$分析，$B$ 分攤之費用為 $\overset{\overline{ba}}{1} + \frac{1}{2} \times \overset{\overline{ab'}}{5}$，$A$ 則為 $\frac{1}{2} \times \overset{\overline{ab'}}{5} + \overset{\overline{ba'}}{1}$
    $\Longrightarrow$ 各為 $3.5 < 5_{※}$
  - 若為 Path 2，則 A 分攤 2.5，B 4.5

Final formulation

$$\min_{p\in P}\ \max_{i\in D} \text{客戶中增加量 (or 比例) 最大之} \overset{\text{Travel time}}{\text{“費用”}}$$

- performance metric 亦傾向縮短總路經長
- 此 program 解出之路徑可與“min 總路徑長”之結果比較
- 費用之分攤則依前頁例子中所述之法（可視每一 v_i 至 u_i 間有一單位流量需求，各 link l 上各乘客之分攤費用為 $\frac{1}{g_l}$ (link l 上之流量)
- 基本 model 不可慮各客戶之 pick up 及 ETA 條件限制，但須考慮前述 v_i 先於 u_i 之限制
- 未來可考慮 $maxmin$ 各客戶所減少支付（因共乘分攤）車資之比例
- 未來亦可結合 admission control，各客戶提出“增額上限”及“節約下限”之條件

關鍵字

1. 全程最短路徑（必訪中繼短之最短路徑問題為 NP-Complete）
2. 各別 QoS；乘客間可配性（分數）
3. 各別犧牲程度
4. 分組機制
5. 3 與 4 之公平性
6. M to M
7. MP 方法；先接後送之限制
8. 最佳 pick up 點之計算
9. 提前最大化
10. 送餐服務 (MP, LR)
11. U-bike (MDP)
12. 隨時重算（以當下情形最為初始狀態）