

## Capitolo III

### Il transistor bipolare

#### Indice

Il transistor bipolare	2
Funzionamento in regione attiva	3
La polarizzazione del transistor bipolare	6
L'impedenza differenziale	13
Il circuito equivalente per piccolo segnale	17
Stadi di guadagno con un transistore	20
L'inseguitore di emettitore	21
Lo stadio a base comune	49
Lo stadio a emettitore comune	57
Impedenze di ingresso di un transistor bipolare	78

## Il transistor bipolare

Il transistor bipolare e' un dispositivo a tre morsetti.

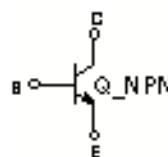
Emettitore

Base

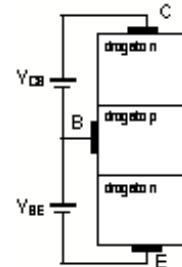
Collettore

Esistono due tipi di transistor bipolare:

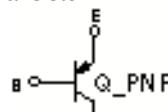
- Transistor NPN



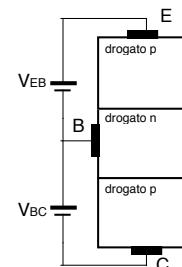
I portatori sono elettroni



- Transistor PNP



I portatori sono lacune

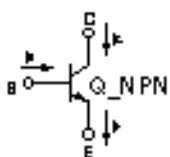


### Funzionamento in regione attiva

Un transistor bipolare opera in regione attiva se:

- Transistor NPN

$$V_{BE} > 0 \text{ V}$$



$$(V_{BE} \approx 0.7 \text{ V})$$

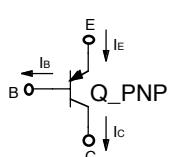
$$V_{CB} > 0 \text{ V}$$

$$I_B + I_C = I_E$$

$$I_C = I_S \cdot \exp(V_{BE}/V_T)$$

- Transistor PNP

$$V_{EB} > 0 \text{ V}$$



$$(V_{EB} \approx 0.7 \text{ V})$$

$$V_{BC} > 0 \text{ V}$$

$$I_E = I_B + I_C$$

$$I_C = I_S \cdot \exp(V_{EB}/V_T)$$

Relazioni tra le correnti:

$$I_C = \alpha \cdot I_E$$

$$I_B = I_E - I_C = I_C \cdot \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \cdot I_C = \frac{1}{\beta} \cdot I_C$$

$$I_C = \beta \cdot I_B$$

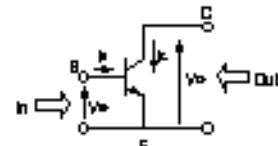
Valori tipici:

$$\alpha = 0.99 \quad \Leftrightarrow \quad \beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = 100$$

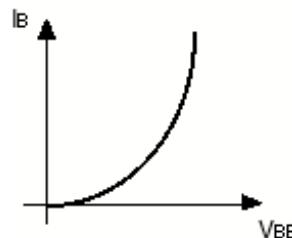
Effetto della temperatura (come nel diodo):

$$\frac{dV_{BE}}{dT} \approx -2.5 \text{ mV/}^\circ\text{C}$$

### Le caratteristiche di un transistor



#### La caratteristica di ingresso

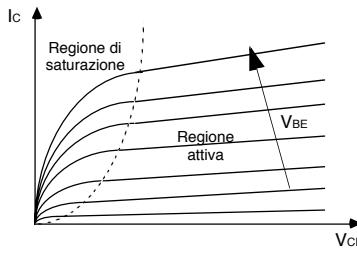


$$I_B = \frac{I_S}{\beta} \cdot \exp(V_{BE}/V_T)$$

- Il transistor e' spento per  $V_{BE} < 0.7 \text{ V}$

- E' molto non-lineare

#### La caratteristica di uscita



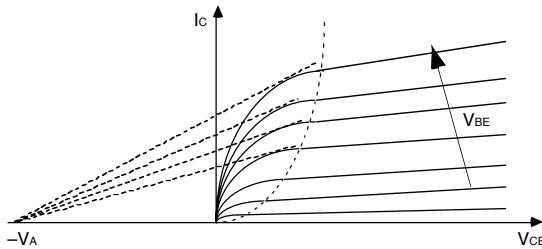
- Il transistor entra in regione di saturazione se, fissata la  $V_{BE}$ , si forza  $V_{CE} < V_{CEsat}$

- Valore tipico:  $V_{CEsat} \approx 0.3 \text{ V}$  (cioe' con la giunzione CB leggermente polarizzata in diretta)

## L'effetto Early

L'espressione della corrente in regione attiva non dimostra la variazione della corrente al variare di  $V_{CE}$  in regione attiva.

$$I_C = I_S \cdot \exp(V_{BE}/V_T)$$



- L'espressione della corrente in regione attiva viene quindi modificata come non dimostra la variazione della corrente al variare di  $V_{CE}$  in regione attiva.

$$I_C = I_S \cdot \exp(V_{BE}/V_T) \cdot \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right)$$

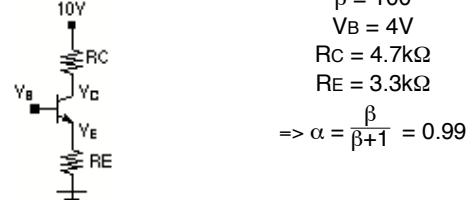
- $V_A$  e' la tensione di Early  
Valore tipico:  $V_A = 100V$
- L'andamento della curva in regione attiva e' molto 'lineare'

## La polarizzazione del transistor bipolare

Per analizzare la polarizzazione di un circuito (cioe' il punto di lavoro) e' necessario:

- Fare un' ipotesi di regione di funzionamento del dispositivo attivo (transistor)
- Risolvere l' esercizio
- Verificare l' ipotesi

### Esempio 1



$$\begin{aligned} \beta &= 100 \\ V_B &= 4V \\ R_C &= 4.7k\Omega \\ R_E &= 3.3k\Omega \\ \Rightarrow \alpha &= \frac{\beta}{\beta+1} = 0.99 \end{aligned}$$

Ipotesi: il transistor NPN opera in regione attiva ( $V_{BE}=0.7V$ )

$$V_E = V_B - V_{BE} = 3.3V$$

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} = 1mA \quad \Rightarrow \quad I_C = \alpha \cdot I_E = 0.99mA$$

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = 0.01mA$$

$$V_C = 10V - R_C \cdot I_C \approx 5.3V$$

Si verifica ora la validita' dell'ipotesi:

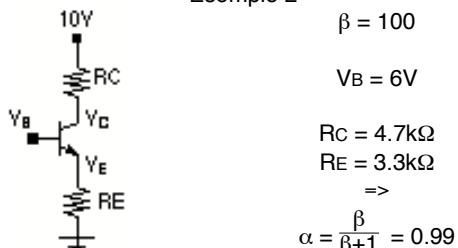
$$V_{CB} = 5.3V - 4V = 1.3V > 0V$$

La giunzione BC e' polarizzata in inversa e l'ipotesi e' valida.

\*\*\* Quesito: quale e' il valore massimo di  $R_C$  per cui il transistor opera ancora i regione attiva ( $R_{CMAX}=6k\Omega$ )

## La polarizzazione del transistor bipolare

### Esempio 2



$$\beta = 100$$

$$V_B = 6V$$

$$\begin{aligned} R_C &= 4.7k\Omega \\ R_E &= 3.3k\Omega \\ \Rightarrow \alpha &= \frac{\beta}{\beta+1} = 0.99 \end{aligned}$$

Ipotesi: il transistor NPN opera in regione attiva

$$\Rightarrow V_{BE} = 0.7V$$

$$V_E = V_B - V_{BE} = 5.3V$$

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} = 1.6mA$$

$$I_C = \alpha \cdot I_E = 1.59mA$$

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = 0.015mA$$

$$V_C = 10V - R_C \cdot I_C \approx 2.48V$$

Si verifica ora la validita' dell'ipotesi:

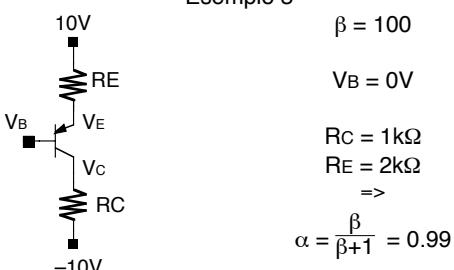
$$V_{CB} = 2.48V - 6V = 3.52V < 0V$$

Quindi la giunzione BC e' polarizzata in diretta e l'ipotesi e' di operazione in regione attiva e' falsa

\*\*\* Quesito: quale e' il valore massimo di  $V_B$  per cui il transistor opera ancora i regione attiva ( $V_{BMAX}=4.53V$ )

## La polarizzazione del transistor bipolare

### Esempio 3



$$\beta = 100$$

$$V_B = 0V$$

$$\begin{aligned} R_C &= 1k\Omega \\ R_E &= 2k\Omega \\ \Rightarrow \alpha &= \frac{\beta}{\beta+1} = 0.99 \end{aligned}$$

Ipotesi: il transistor PNP opera in regione attiva

$$\Rightarrow V_{EB} = 0.7V$$

$$V_E = V_B + V_{EB} = 0.7V$$

$$I_E = \frac{10V - V_E}{R_E} = 4.65mA$$

$$I_C = \alpha \cdot I_E = 4.60mA$$

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = 0.05mA$$

$$V_C = -10V + R_C \cdot I_C \approx -5.4V$$

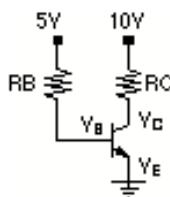
Si verifica ora la validita' dell'ipotesi:

$$V_{BC} = 0V - (-5.4V) = 5.4V > 0V$$

Quindi la giunzione BC e' polarizzata in inversa e l'ipotesi e' valida

## La polarizzazione del transistor bipolare

Esempio 4



$$\beta = 100$$

$$\begin{aligned} RB &= 100\text{k}\Omega \\ RC &= 2\text{k}\Omega \\ \Rightarrow \alpha &= \frac{\beta}{\beta+1} = 0.99 \end{aligned}$$

Ipotesi: il transistor NPN opera in regione attiva  
 $\Rightarrow V_{BE} = 0.7V$

$$V_B = 0.7V$$

$$I_B = \frac{5V - V_B}{RB} = 0.043\text{mA}$$

$$I_C = \beta \cdot I_B = 4.3\text{mA}$$

$$I_E = I_C + I_B \approx 4.343\text{mA}$$

$$V_C = 10V - RC \cdot I_C \approx 1.4V$$

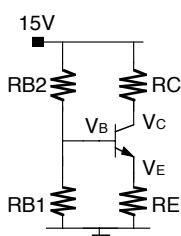
Si verifica ora la validità dell'ipotesi:

$$V_{CB} = 1.4V - 0.7V = 1.4V > 0V$$

Quindi la giunzione BC è polarizzata in inversa e l'ipotesi è valida.

## La polarizzazione del transistor bipolare

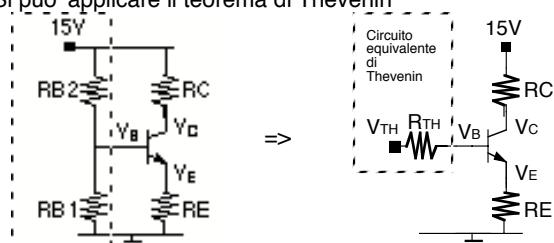
Esempio 5



$$\beta = 100$$

$$\begin{aligned} RB_1 &= 100\text{k}\Omega \\ RB_2 &= 50\text{k}\Omega \\ RC &= 1\text{k}\Omega \\ RE &= 3\text{k}\Omega \end{aligned}$$

Si può applicare il teorema di Thévenin



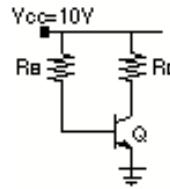
- Si calcolano i parametri del circuito equivalente di Thévenin:

$$V_{TH} = 15V \cdot \frac{RB_1}{RB_1 + RB_2} = 10V$$

$$R_{TH} = \frac{RB_1 \cdot RB_2}{RB_1 + RB_2} = 33.3\text{k}\Omega$$

## La polarizzazione del transistor bipolare

Esempio 4-bis



$$\beta = 100$$

$$RB = 200\text{k}\Omega$$

$$RC = 1.8\text{k}\Omega$$

$$\Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{\beta}{\beta+1} = 0.99$$

- Il circuito diventa interessante quando si può usare un'unica tensione di alimentazione per polarizzare il transistor

Ipotesi: il transistor NPN opera in regione attiva ( $V_{BE} = 0.7V$ )

$$VB = 0.7V$$

$$I_B = \frac{10V - VB}{RB} = 0.0465\text{mA}$$

$$I_C = \beta \cdot I_B = 4.65\text{mA}$$

$$I_E = I_C + I_B = 4.6965\text{mA}$$

$$VC = 10V - RC \cdot IC \approx 1.5463 V$$

Si verifica ora la validità dell'ipotesi:

$$V_{CB} = 1.4V - 0.7V = 1.4V > 0V$$

Quindi la giunzione BC è polarizzata in inversa e l'ipotesi è valida.

## La polarizzazione del transistor bipolare

Esempio 5 (II)

- Si fa l'ipotesi di operazioni in regione attiva ( $V_{BE} = 0.7V$ )

- Si scrive l'equazione di Kirchoff alla maglia:

$$V_{TH} = R_{TH} \cdot I_B + V_{BE} + R_E \cdot I_E$$

$$I_E = I_C + I_B = \beta \cdot I_B + I_B = (\beta+1) \cdot I_B$$

$$V_{TH} = R_{TH} \cdot I_B + V_{BE} + R_E \cdot (\beta+1) \cdot I_B$$

$$I_B = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_{TH} + R_E \cdot (\beta+1)} = 27.6\mu A$$

$$VB = V_{TH} - I_B \cdot R_{TH} = 9.08V$$

$$I_E = (\beta+1) \cdot I_B = 27.9mA$$

$$V_E = R_E \cdot I_E = 3k\Omega \cdot 2.83mA = 8.38V$$

$$I_C = \beta \cdot I_B = 27.65mA$$

$$VC = 15V - I_C \cdot RC = -12.23V$$

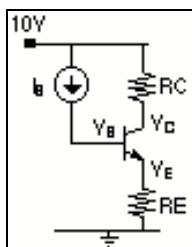
Si può infine calcolare

$$I_{RB2} = \frac{15V - VB}{RB_2} = 118.43\mu A$$

$$I_{RB1} = \frac{VB}{RB_1} = 90.78\mu A$$

## La polarizzazione del transistor bipolare

Esempio 6



$$\begin{aligned} R_C &= 5\text{k}\Omega \\ R_E &= 3\text{k}\Omega \\ I_B &= 10\mu\text{A} \\ \beta &= 100 \end{aligned}$$

La  $I_B$  forza la corrente di base ad essere  $10\mu\text{A}$

Ne consegue che:

$$\begin{aligned} I_C &= \beta \cdot I_B = 1\text{mA} \\ I_E &= (\beta+1) \cdot I_B = 1.01\text{mA} \end{aligned}$$

La tensione su  $V_E$  risulta essere:

$$V_E = I_E \cdot R_E = 3.03\text{V}$$

La tensione su  $V_B$  si calcola come:

$$V_B = V_E + V_{BE} = 3.03\text{V} + 0.7\text{V} = 3.73\text{V}$$

La tensione su  $V_C$  risulta essere:

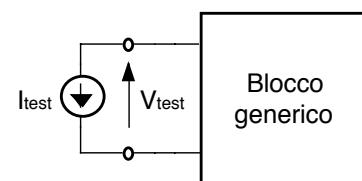
$$V_C = 10\text{V} - I_C \cdot R_C = 5\text{V}$$

Il transistor opera in regione attiva in quanto

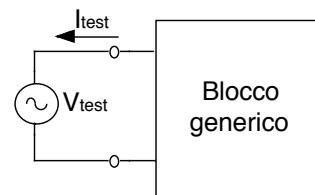
$$V_{CB} = 2.27\text{V} > 0\text{V}$$

## L' impedenza differenziale

- E' l'impedenza che vede un segnale iniettato tra due morsetti
- Se sono i morsetti di ingresso si definisce Impedenza di ingresso
- Se sono i morsetti di uscita si definisce Impedenza di uscita
- Per valutare l'impedenza differenziale, a seconda dell'opportunità del circuito, si possono utilizzare due metodi
  - Caso 1: si applica una corrente di segnale di test ( $I_{test}$ ) e si legge la tensione ai capi ( $V_{test}$ )

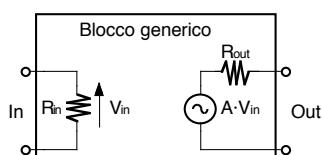


- Caso 2: si applica una tensione di segnale di test ( $V_{test}$ ) e si legge la corrente provocata ( $I_{test}$ )

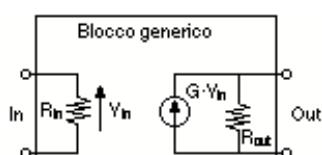


## Modellizzazione dell'impedenza di ingresso / uscita

- Con amplificatore di tensione in uscita (Eq. di Thevenin)

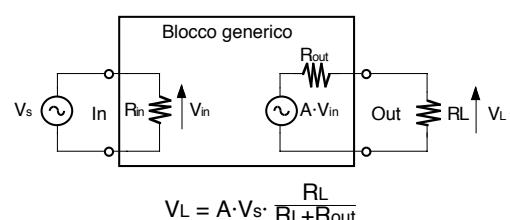


- Con amplificatore di transconduttanza in uscita (Eq. di Norton)



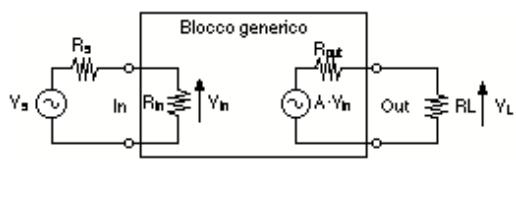
## Effetto dell'impedenza di ingresso/uscita

- Effetto dell'impedenza di uscita ( $R_{out}$ )



$R_{out}$  dovrebbe essere la più piccola possibile

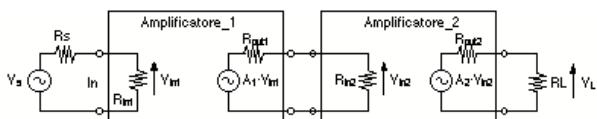
- Effetto dell'impedenza di ingresso ( $R_{in}$ )  
Nell'ipotesi di  $R_{out} = 0$



$R_{in}$  dovrebbe essere la più grande possibile

## La composizione di blocchi in cascata

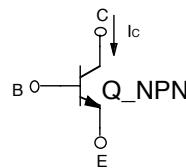
- Calcolo del guadagno



$$\frac{V_L}{V_s} = \frac{R_{in1}}{R_{in1} + R_s} \cdot A_1 \cdot \frac{R_{in2}}{R_{in2} + R_{out1}} \cdot A_2 \cdot \frac{R_L}{R_L + R_{out2}}$$

- $\left(\frac{R_{in1}}{R_{in1} + R_s}\right)$ ,  $\left(\frac{R_{in2}}{R_{in2} + R_{out1}}\right)$ , e  $\left(\frac{R_L}{R_L + R_{out2}}\right)$  sono termini di perdita
- $R_{in1}$  dovrebbe essere la più alta possibile
- $R_{in2}$  dovrebbe essere la più bassa possibile

## Il circuito equivalente per piccolo segnale



Transistor NPN

$$I_c = I_s \cdot \exp(V_{BE}/V_T) \cdot \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right)$$

- Transconduttanza

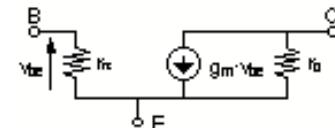
$$g_m = \frac{dI_c}{dV_{BE}} = I_s \cdot \exp(V_{BE}/V_T) \cdot \frac{1}{V_T} = \frac{I_c}{V_T} = \frac{1}{r_e}$$

- Resistenza di base ( $r_{in}$ )

$$r_{in} = \left( \frac{dI_b}{dV_{BE}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{\beta} \cdot \frac{dI_c}{dV_{BE}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{\beta} \cdot \frac{I_c}{V_T} \right)^{-1} = \frac{\beta}{g_m \cdot V_T}$$

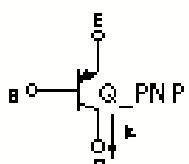
- Impedenza di uscita

$$r_o = \left( \frac{dI_c}{dV_{CE}} \right)^{-1} = \left( \frac{I_c}{V_A} \right)^{-1} = \frac{V_A}{I_c}$$



$$\beta = g_m \cdot r_{in}$$

## Il circuito equivalente per piccolo segnale



Transistor PNP

$$I_c = I_s \cdot \exp(-V_{BE}/V_T) \cdot \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right)$$

Il circuito equivalente è IDENTICO a quello dell'NPN

- Transconduttanza

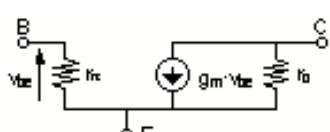
$$g_m = \frac{dI_c}{dV_{BE}} = I_s \cdot \exp(V_{BE}/V_T) \cdot \frac{1}{V_T} = \frac{I_c}{V_T} = \frac{1}{r_e}$$

- Resistenza di base ( $r_{in}$ )

$$r_{in} = \left( \frac{dI_b}{dV_{BE}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{\beta} \cdot \frac{dI_c}{dV_{BE}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{\beta} \cdot \frac{I_c}{V_T} \right)^{-1} = \frac{\beta}{g_m}$$

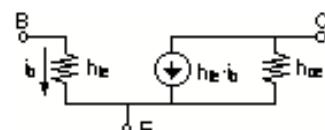
- Impedenza di uscita

$$r_o = \left( \frac{dI_c}{dV_{CE}} \right)^{-1} = \left( \frac{I_c}{V_A} \right)^{-1} = \frac{V_A}{I_c}$$



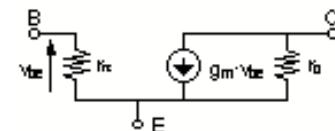
## Circuito equivalente a parametri $h$

- Un altro possibile circuito equivalente (a parametri  $h$ ) è mostrato in figura.



Viene usato nei datasheet dei dispositivi discreti

- Si possono rapportare i parametri  $h$  con quelli a  $gm$



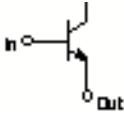
$$h_{ie} = r_{in}$$

$$h_{fe} = \beta$$

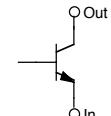
$$h_{oe} = r_o$$

## Stadi di guadagno con un transistore

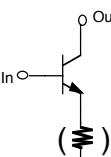
- Collettore comune  
Ingresso : Base  
Uscita : Emettitore



- Base comune  
Ingresso : Emettitore  
Uscita : Collettore



- Emittitore comune (anche con R di degenerazione)  
Ingresso : Base  
Uscita : Collettore

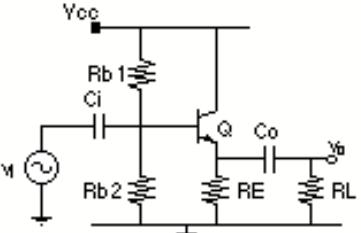


## Caratterizzazione di una configurazione

- Guadagno in tensione (corrente)
- Impedenza di ingresso
- Impedenza di uscita

## L'inseguitore di emettitore

(Collettore comune)



$$\begin{aligned} V_{CC} &= 10 \text{ V} & \beta &= 100 & V_A &= 100 \text{ V} \\ R_{B1} &= 5 \text{ k}\Omega & R_{B2} &= 5 \text{ k}\Omega & R_E &= 4.3 \text{ k}\Omega & R_L &= 1 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

- Polarizzazione

Si suppone di trascurare  $I_B$ V<sub>B</sub> si puo' allora calcolare come partitore

$$V_B = V_{CC} \cdot \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} = 5 \text{ V}$$

$$I_{RB2} = \frac{5 \text{ V}}{5 \text{ k}\Omega} = 1 \text{ mA}$$

$$V_E = V_B - V_{BE} = 5 \text{ V} - 0.7 \text{ V} = 4.3 \text{ V}$$

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} = \frac{4.3 \text{ V}}{4.3 \text{ k}\Omega} = 1 \text{ mA}$$

$$V_C = V_{CC} = 10 \text{ V}$$

Verifica zona attiva:

$$V_{CB} = 10 \text{ V} - 5 \text{ V} = 5 \text{ V}$$

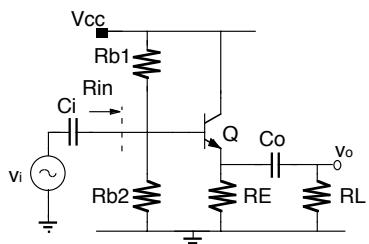
OK!!

Verifica  $I_B$  trascurabile:

$$I_B = \frac{I_E}{\beta+1} = 9.9 \mu\text{A} \ll I_{RB2}$$

OK!!

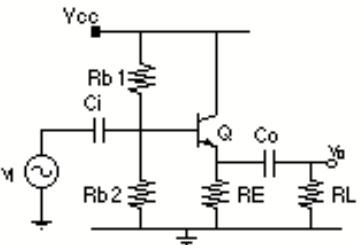
## Inseguitore di emettitore



### Osservazioni

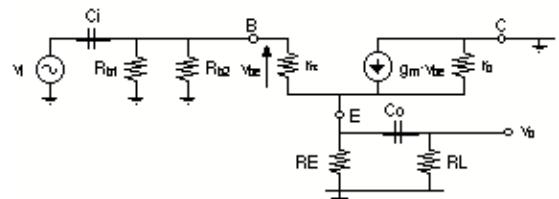
- $C_i$  e  $C_o$  sono condensatori di disaccoppiamento.  
Il segnale di ingresso ( $V_i$ ) e quello di uscita ( $V_o$ ) sono centrati attorno a massa (0 V)  
Avere due possibili tensioni di polarizzazione per  $V_i$  e  $V_B$  ed anche per  $V_E$  e  $V_o$  permette di polarizzare al meglio il transistor
- $C_i$  realizza una funzione di trasferimento di tipo passa-alto  
con frequenza di taglio  $f_H = \frac{1}{2\pi C_i R_{in}}$   
Per frequenze superiori a  $f_H$  il condensatore si comporta da corto circuito
- $R_{B1}$  e  $R_{B2}$  polarizzano  $V_B$ . Non e' possibile polarizzare la base con un generatore di tensione collegato direttamente sulla base, altrimenti non puo' passare il segnale.

## Inseguitore di emettitore



- Circuito equivalente di piccolo segnale

Si fanno i conti a centro-banda, cioe' per frequenze tali per cui i condensatori sono gia' dei corto-circuiti



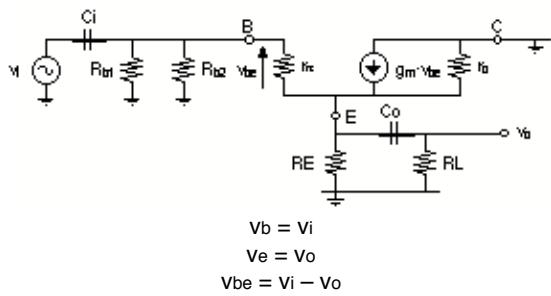
$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{1 \text{ mA}}{25 \text{ mV}} = 0.04 \text{ A/V}$$

$$r_{\pi} = \frac{\beta}{g_m} = \frac{100}{0.04 \text{ A/V}} = 2.5 \text{ k}\Omega$$

$$r_o = \frac{V_A}{I_C} = \frac{100 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 100 \text{ k}\Omega$$

## Inseguitore di emettitore

- Calcolo del guadagno



Equazione di Kirchoff al nodo E

$$\frac{V_{be}}{r_\pi} + g_m \cdot V_{be} = \frac{V_o}{R_T}$$

con  $R_T = R_E // R_L // r_o$

$$\begin{aligned} \frac{V_i - V_o}{r_\pi} + g_m \cdot (V_i - V_o) &= \frac{V_o}{R_T} \\ V_i \cdot \left( \frac{1}{r_\pi} + g_m \right) &= V_o \cdot \left( \frac{1}{r_\pi} + g_m + \frac{1}{R_T} \right) \\ \frac{V_o}{V_i} &= \frac{\left( \frac{1}{r_\pi} + g_m \right)}{\left( \frac{1}{r_\pi} + g_m + \frac{1}{R_T} \right)} \end{aligned}$$

## Inseguitore di emettitore

- Considerazioni sul guadagno

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{g_m \cdot R_T}{1 + g_m \cdot R_T}$$

Il caso di accoppiamento in dc (cioè  $C_o$  non c'è e sul carico passa la corrente di polarizzazione) corrisponde ad avere il carico totale ( $R_T$ ) uguale alla resistenza di degenerazione di polarizzazione ( $R$ ).

Nella valutazione seguente si suppone  $R_L = \infty$  e quindi  $R_T = R_E$

Si puo' scrivere (essendo  $g_m = \frac{I_c}{V_T}$ )

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{I_c}{V_T} \cdot R_E}{1 + \frac{I_c}{V_T} \cdot R_E} = \frac{V_{RE}}{V_{RE} + V_T}$$

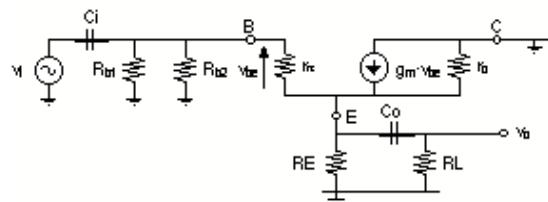
Quindi per avere un guadagno molto prossimo all'unità, si deve avere un'alta caduta di tensione in continua su  $R_E$  ( $V_{RE}$ )

$V_{RE}$	$\frac{V_o}{V_i}$
0.5	0.95238
1	0.97561
1.5	0.98361
2	0.98765
2.5	0.99010
3	0.99174
3.5	0.99291
4	0.99379

\*\*\* Quesito: studiare l'effetto di  $C_i$  finito

## Inseguitore di emettitore

- Calcolo del guadagno



$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\left( \frac{1}{r_\pi} + g_m \right)}{\left( \frac{1}{r_\pi} + g_m + \frac{1}{R_T} \right)}$$

Approx.1:  $\frac{1}{r_\pi} = \frac{g_m}{\beta}$ , (cioè  $g_m \gg r_\pi$ ) => si trascura  $r_\pi$

Approx.2: si puo' trascurare nel parallelo di  $R_T$  la parte di  $r_o$  ( $r_o \gg R_E // R_L$ )

$R_T$  e' quindi la resistenza sull'emettitore:  $R_T = R_E // R_L$

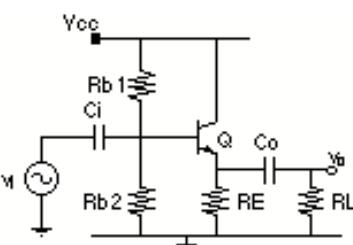
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{g_m \cdot R_T}{1 + g_m \cdot R_T}$$

$$\begin{aligned} R_E &= 4.3 \text{ k}\Omega & R_L &= 1 \text{ k}\Omega \\ g_m &= 0.04 \text{ A/V} & r_\pi &= 2.5 \text{ k}\Omega & r_o &= 100 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

$$R_T = R_E // R_L = 0.81 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{g_m \cdot R_T}{1 + g_m \cdot R_T} = 0.97$$

## Dinamica del segnale



Per **dinamica di un segnale** si intende l'ampiezza massim (a grandi segnali) del segnale che puo' essere elaborato da un circuito senza alcuna variazione nella forma del segnale.

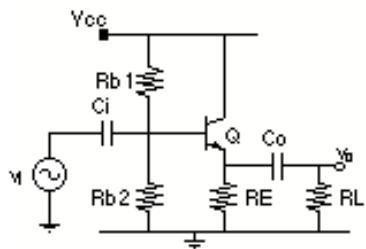
Tipicamente si hanno limitazioni al segnale sia verso l'alto che verso il basso.

Con un alto  $V_{RE}$  si riduce la dinamica del segnale sul nodo di base. Infatti, per una certa  $V_{RE} = V_E$ ,  $V_B = V_E + V_{BE}$ , il segnale sulla base puo' avere un'escursione:

- verso l'alto di  $V_{CC} - V_B$  (fissata dalla base e corrisponde ad arrivare a  $V_{CB} = 0$ )
- verso il basso di  $V_{RE}$  (fissata dall' emettitore e corrisponde ad arrivare a  $V_E = 0$ )

Tra le due, vale di volta in volta il valore piu' basso.

## Dinamica del segnale



Con un'alimentazione  $V_{CC} = 10V$ , la dinamica al variare di  $V_{RE}$  (che influenza anche il guadagno) e' la seguente:

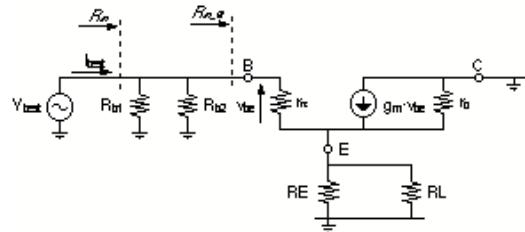
$V_B$	$V_{RE}$	$\frac{V_o}{V_i}$	Dinamica verso l'alto	Dinamica verso il basso
$V_B$	$V_B - V_{BE}$	$\frac{g_m \cdot R_E}{1 + g_m \cdot R_E}$	$V_{CC} - V_B$	$V_{RE}$
1	0.3	0.9231	9	<b>0.3 &lt;=</b>
2	1.3	0.9811	8	<b>1.3 &lt;=</b>
3	2.3	0.9892	7	<b>2.3 &lt;=</b>
4	3.3	0.9925	6	<b>3.3 &lt;=</b>
5	4.3	0.9942	5	<b>4.3 &lt;=</b>
6	5.3	0.9953	<b>4 &lt;=</b>	5.3
7	6.3	0.9960	<b>3 &lt;=</b>	6.3
8	7.3	0.9966	<b>2 &lt;=</b>	7.3
9	8.3	0.9970	<b>1 &lt;=</b>	8.3

Da notare che la dinamica influenza anche il guadagno.

Per avere alta dinamica sul nodo di uscita e' necessario sacrificare un po' di guadagno

## Inseguitore di emettitore

- Impedenza di ingresso (dalla base)



Applico  $V_{test}$  e calcolo  $I_{test}$

$$R_{in} = R_{b1} // R_{b2} // R_{in\_B}$$

Calcolo di  $R_{in\_B}$

$$I_{in} = \frac{V_{test} - V_e}{R_{in}}$$

Ma si e' calcolato prima che:

$$\frac{V_e}{V_{test}} = \frac{g_m \cdot R_T}{1 + g_m \cdot R_T}$$

$$I_{in} = \frac{V_{test}}{R_{in}} \cdot \left(1 - \frac{g_m \cdot R_T}{1 + g_m \cdot R_T}\right) = \frac{V_{test}}{R_{in}} \cdot \frac{1}{1 + g_m \cdot R_T}$$

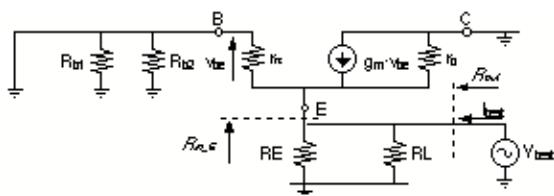
$$R_{in\_B} = \frac{V_{test}}{I_{in}} = R_{in} \cdot (1 + g_m \cdot R_T) \approx \beta \cdot R_T = 81k\Omega$$

Dalla Base si vede un'impedenza ( $R_{in\_B}$ ) che e'  $\beta$  volte la resistenza collegata sull'emettitore ( $R_T$ )

$R_{in\_B}$  e' una resistenza alta

## Inseguitore di emettitore

- Impedenza di uscita (dall'emettitore)



$$R_{out} = R_L // R_E // R_{in\_E}$$

Calcolo  $R_{in\_E}$  (trascuro  $r_o$ )

$$v_b = 0$$

$$v_e = V_{test}$$

$$v_{be} = -V_{test}$$

$$I_{test} = \frac{V_e}{R_{in}} - g_m \cdot v_{be} = \frac{V_{test}}{R_{in}} + g_m \cdot V_{test} = V_{test} \cdot \left( \frac{1}{R_{in}} + g_m \right)$$

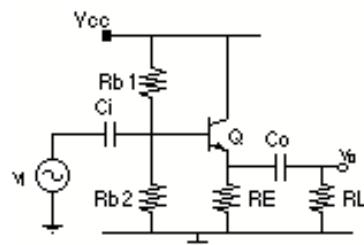
Essendo  $g_m = \frac{\beta}{R_{in}} \gg \frac{1}{R_{in}}$ , trascuro  $r_o$

$$I_{test} = g_m \cdot V_{test}$$

$$\Rightarrow R_{in\_E} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{g_m} = 25\Omega$$

$R_{in\_E}$  e' una resistenza bassa

## Inseguitore di emettitore (Collettore comune)



Caratteristiche generali

$$A_v = \frac{g_m \cdot R_{TE}}{1 + g_m \cdot R_{TE}} \approx 1$$

$$R_{in} = R_{in\_B} = \beta \cdot R_T$$

Alta

$$R_{out} = R_{in\_E} = \frac{1}{g_m} = \frac{V_T}{I_C}$$

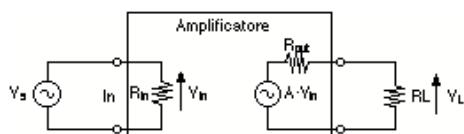
Bassa

- Utile per disaccoppiare gli stadi

## Uso del buffer di tensione

- Si vuole pilotare un carico  $R_L = 1\text{k}\Omega$  con un amplificatore di guadagno  $A$  avente  $R_{out} = 10\text{k}\Omega$
- Su  $R_L$  si vuole avere

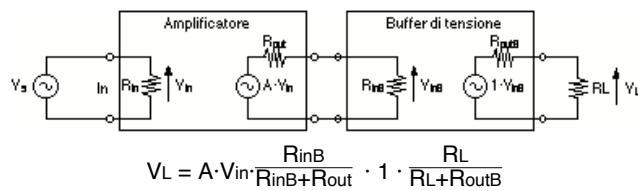
$$V_L = A \cdot V_{in}$$



- In realtà, su  $R_L$  si ha

$$V_L = A \cdot V_{in} \cdot \frac{R_L}{R_L + R_{out}} = A \cdot V_{in} \cdot 0.09$$

- Per ovviare a ciò si può inserire un buffer di tensione che presenta  $R_{inB}$  molto alta e  $R_{outB}$  molto bassa

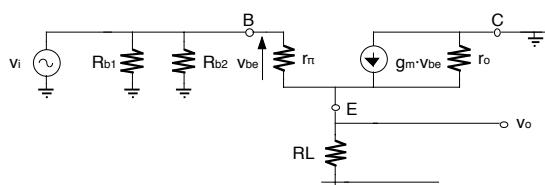


- Essendo  $R_{inB} \gg R_{out}$  e  $R_{outB} \ll R_L$  si ottiene

$$V_L \approx A \cdot V_{in}$$

## Compromesso Bassa potenza-precisione

- Circuito equivalente di piccolo segnale e calcolo del guadagno



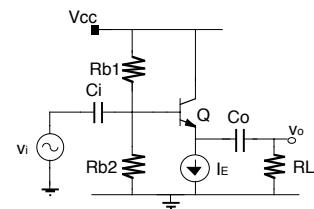
$$Av = \frac{gm \cdot RL}{1 + gm \cdot RL}$$

$$gm = \frac{IC}{VT} = \frac{IE}{VT} \quad \text{dipende dal livello di corrente del generatore } IE$$

=> Più è alta  $IE$ , più  $Av$  tende al valore desiderato 1

$IE [\text{mA}]$	$\frac{Vo}{Vi}$
0.5	0.95238
1	0.97561
1.5	0.98361
2	0.98765
2.5	0.99010
3	0.99174
3.5	0.99291
4	0.99379

## Compromesso Bassa potenza-precisione

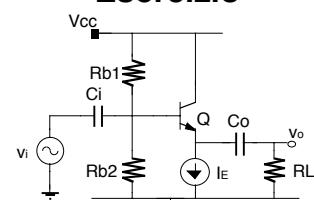


$$\begin{aligned} V_{CC} &= 10 \text{ V} & \beta &= 100 & V_A &= 100 \text{ V} \\ R_{b1} &= 5 \text{ k}\Omega & R_{b2} &= 5 \text{ k}\Omega & I_E &= 1 \text{ mA} & R_L &= 1 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

- Polarizzazione (come nel caso precedente)

$$V_B = 5 \text{ V} \quad V_E = 4.3 \text{ V} \quad I_{Rb2} = 1 \text{ mA} \quad I_B = 10 \mu\text{A}$$

## Esercizio



Dimensionare i componenti in modo da avere un guadagno minimo di 0.99 con transistor avente  $\beta=100$ , per un carico di  $R_L=100\Omega$ . Usare  $V_{CC}=10\text{V}$ .

### Soluzione

Il livello di corrente di Q entra nel guadagno secondo la formula:

$$Av = \frac{gm \cdot RL}{1 + gm \cdot RL} = \frac{\frac{IE}{VT} \cdot RL}{1 + \frac{IE}{VT} \cdot RL} = 0.99$$

Da ciò si ottiene:

$$IE = \frac{Av \cdot VT}{RL \cdot (1 - Av)} = 24.75 \text{ mA}$$

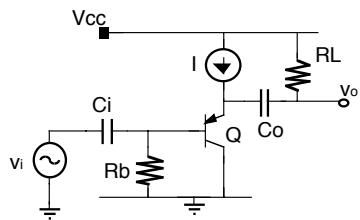
La corrente nel ramo di polarizzazione deve essere dimensionata in modo da risultare trascurabile la corrente di base data da:

$$I_B = \frac{IE}{\beta} = 0.2475 \text{ mA}$$

La corrente dovrà quindi essere almeno 20mA. Supponendo di piazzare  $V_B=5\text{V}$  (così da avere  $R_{b1}=R_{b2}$ ), si ottiene:

$$R_{b2} = R_{b1} = \frac{5\text{V}}{20 \text{ mA}} = 250 \Omega$$

## Collettore comune

 $V_{CC} = 5V$  $\beta = 100$  $R_b = 100 \text{ k}\Omega$  $I = 2 \text{ mA}$  $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ 

- E' un inseguitore di emettitore con un transistor pnp
- Polarizzazione

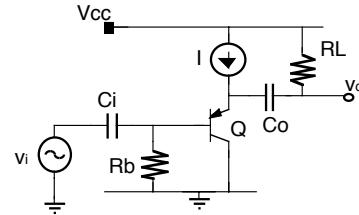
$$I_E = I = 2 \text{ mA}$$

$$I_B = \frac{I_E}{\beta+1} = 0.0198 \text{ mA}$$

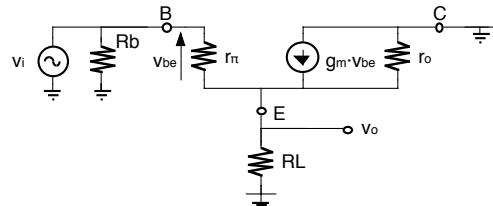
$$V_B = I_B \cdot R_b = 1.98 \text{ V}$$

$$V_E = V_B + V_{EB} = 1.98 \text{ V} + 0.7 \text{ V} = 2.68 \text{ V}$$

## Collettore comune



- Circuito per piccolo segnale



$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{2 \text{ mA}}{25 \text{ mV}} = 0.08 \text{ A/V}$$

$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{100}{0.08 \text{ A/V}} = 1.25 \text{ k}\Omega$$

$$r_o = \frac{V_A}{I_C} = \frac{100 \text{ V}}{2 \text{ mA}} = 50 \text{ k}\Omega$$

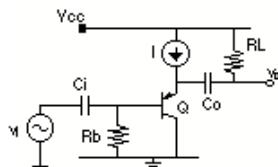
- Guadagno per piccolo segnale

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_L} = \frac{0.08 \cdot 1000}{1 + 0.08 \cdot 1000} = 0.987$$

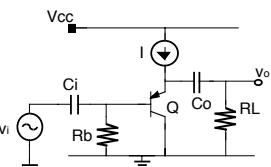
## Collettore comune

(Circuiti alternativi)

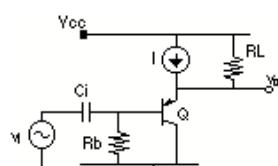
I circuiti presentati di seguito sembrano molto simili a quello appena studiato (di seguito indicato come caso 0)



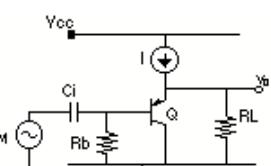
Caso 0



Caso 1



Caso 2



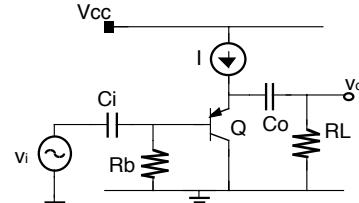
Caso 3

 $V_{CC} = 5V$  $\beta = 100$  $R_b = 100 \text{ k}\Omega$  $I = 2 \text{ mA}$  $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ 

## Collettore comune

(Circuiti alternativi)

### Caso 1



- E' stata spostata la connessione del carico RL dall'alimentazione a massa.

- Polarizzazione

Il carico RL e' accoppiato in ac (cioe' con un condensatore di disaccoppiamento  $C_0$ )

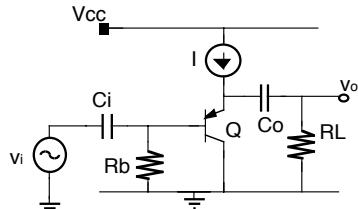
RL e' quindi ininfluente per la polarizzazione del transistor che rimane quella del caso 0

$$I_E = I = 2 \text{ mA} \quad I_B = 19.8 \mu\text{A} \quad V_B = 1.98 \text{ V} \quad V_E = 2.68 \text{ V}$$

## Collettore comune

(Circuiti alternativi)

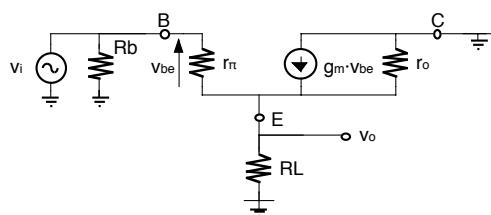
Caso 1



- Circuito per piccolo segnale

Il condensatore e' comunque connesso ad un'alimentazione (massa) che viene annullata per il piccolo segnale

=> il circuito equivalente non cambia ne' come configurazione ne' come valori dei componenti a piccolo segnale (la polarizzazione e' la stessa)



- Guadagno per piccolo segnale

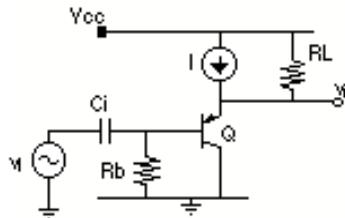
Anche il guadagno di piccolo segnale rimane quello del Caso 0

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_L} = 0.975$$

## Collettore comune

(Circuiti alternativi)

Caso 2

 $V_{CC}=5V$  $\beta = 100 \quad R_b = 100 \text{ k}\Omega \quad I = 2 \text{ mA} \quad R_L = 1 \text{ k}\Omega$ 

- Polarizzazione

Il carico  $R_L$  e' accoppiato in ac (in continua) quindi interviene anche nel calcolo del punto di lavoro

$$I_E = I + I_{RL} = I + \frac{V_{CC} - V_E}{R_L}$$

$$I_E = I_B \cdot (\beta + 1)$$

$$V_B = I_B \cdot R_b$$

$$V_{CC} = R_L \cdot I_{RL} + V_{EB} + V_B = R_L \cdot (I_E - I) + V_{EB} + I_B \cdot R_b = R_L \cdot (I_B \cdot (\beta + 1) - I) + V_{EB} + I_B \cdot R_b$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{EB} + I \cdot R_L}{R_L \cdot (\beta + 1) + R_b} = 31.3 \mu\text{A}$$

$$I_E = I_B \cdot (\beta + 1) = 3.1 \text{ mA}$$

$$I_{RL} = I_E - I = 1.1 \text{ mA}$$

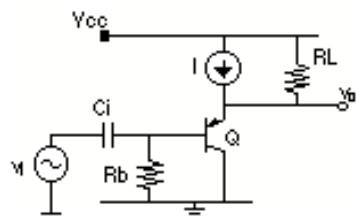
$$V_E = V_{CC} - R_L \cdot I_{RL} = 3.83 \text{ V}$$

$$V_B = V_E - V_{EB} = 3.13 \text{ V}$$

## Collettore comune

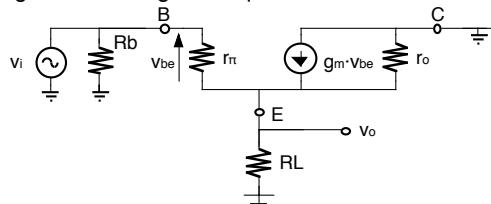
(Circuiti alternativi)

Caso 2



- Circuito per piccolo segnale

La configurazione del circuito equivalente di piccolo segnale risulta uguale a quella di Caso 0 e 1



Il carico  $R_L$  interviene nella polarizzazione e quindi modifica anche i valori dei componenti del circuito del piccolo segnale.

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{3.1 \text{ mA}}{25 \text{ mV}} = 0.124 \text{ A/V}$$

$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{100}{0.124 \text{ A/V}} = 800 \Omega$$

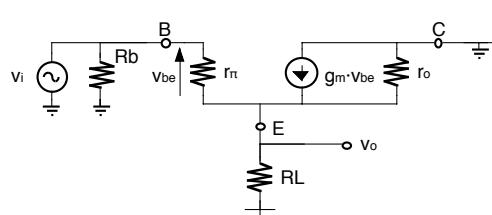
$$r_o = \frac{V_A}{I_C} = \frac{100 \text{ V}}{3.1 \text{ mA}} = 32.25 \text{ k}\Omega$$

## Collettore comune

(Circuiti alternativi)

Caso 2

- Guadagno per piccolo segnale



- La configurazione e' la stessa di caso 0 e 1, pertanto l'espressione del guadagno di piccolo segnale e' la stessa

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_L}$$

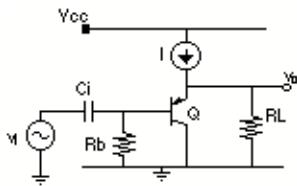
- Cambiano pero' i valori

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_L} = \frac{0.124 \cdot 1000}{1 + 0.124 \cdot 1000} = 0.992$$

## Collettore comune

(Circuiti alternativi)

Caso 3



$V_{CC} = 5V$

$\beta = 100$

$R_b = 100 \text{ k}\Omega$

$I = 2 \text{ mA}$

$R_L = 1 \text{ k}\Omega$

- Polarizzazione

Anche in questo caso, il carico è connesso in dc e quindi interviene nella polarizzazione

Suppongo il Q acceso

$I = I_E + I_{RL} = (\beta+1) \cdot I_B + \frac{V_E}{R_L}$

$V_E = V_{EB} + I_B \cdot R_b$

$I = (\beta+1) \cdot I_B + \frac{V_{EB} + I_B \cdot R_b}{R_L}$

$I_B = \frac{I - \frac{V_{EB}}{R_L}}{\frac{R_b}{1+\beta+R_L}} \approx 6.5 \mu\text{A}$

$I_E = (\beta+1) \cdot I_B = 653 \mu\text{A}$

$I_{RL} = I - I_E = 1.35 \text{ mA}$

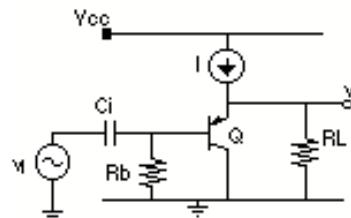
$V_E = R_L \cdot I_{RL} = 1.35 \text{ V}$

$V_B = V_E - V_{EB} = 1.35 \text{ V} - 0.7 \text{ V} = 0.65 \text{ V}$

Verifica  $V_B = R_b \cdot I_B = 0.65 \text{ V}$  OK!!!!

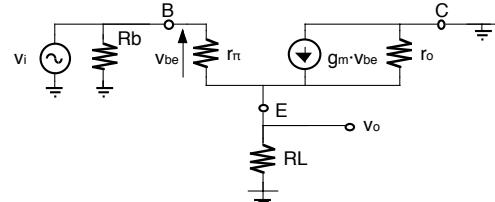
## Collettore comune

Caso 3



- Circuito per piccolo segnale

La configurazione del circuito equivalente di piccolo segnale risulta uguale a quella di Caso 0, 1 e 2



I valori dei componenti del circuito del piccolo segnale sono:

$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{653 \mu\text{A}}{25 \text{ mV}} = 0.026 \text{ A/V}$

$r_{\pi} = \frac{\beta}{g_m} = \frac{100}{0.026 \text{ A/V}} = 3830 \Omega$

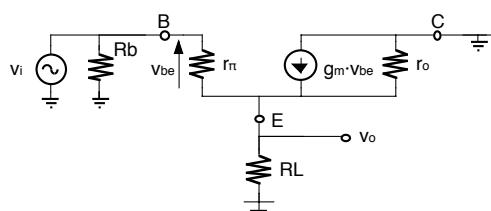
$r_o = \frac{V_A}{I_C} = \frac{100 \text{ V}}{653 \mu\text{A}} = 153.14 \text{ k}\Omega$

## Collettore comune

(Circuiti alternativi)

Caso 3

- Guadagno per piccolo segnale



- La configurazione è la stessa di caso 0, 1 e 2, pertanto l'espressione del guadagno di piccolo segnale è la stessa

$\frac{V_o}{V_i} = \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_L}$

- Cambiano però i valori

$\frac{V_o}{V_i} = \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_L} = \frac{0.026 \cdot 1000}{1 + 0.026 \cdot 1000} = 0.962$

## Collettore comune

(Circuiti alternativi)

Caso 0

$I_C = 2 \text{ mA}$

$\frac{V_o}{V_i} = 0.987$



Caso 1

$I_C = 2 \text{ mA}$

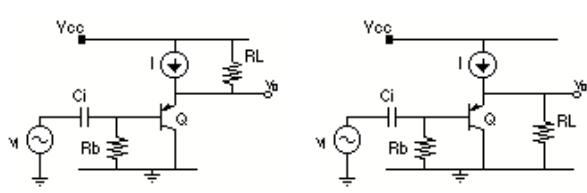
$\frac{V_o}{V_i} = 0.987$



Caso 2

$I_C = 3.1 \text{ mA}$

$\frac{V_o}{V_i} = 0.992$



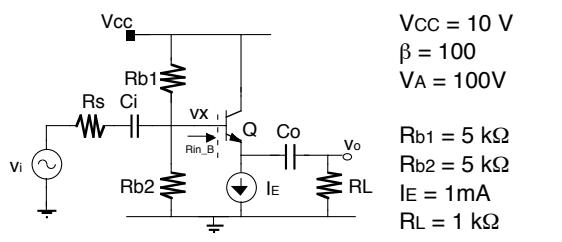
Caso 3

$I_C = 653 \mu\text{A}$

$\frac{V_o}{V_i} = 0.962$

$$\begin{aligned} V_{CC} &= 5V \\ \beta &= 100 \\ R_b &= 100 \text{ k}\Omega \\ I &= 2 \text{ mA} \\ R_L &= 1 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

## Effetto di $R_s$



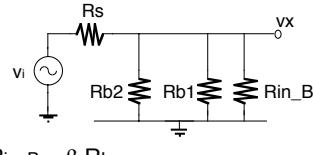
La struttura puo' essere studiata con due passi:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{V_o}{V_x} \cdot \frac{V_x}{V_i}$$

$$\bullet \frac{V_o}{V_x} \text{ e' gia' stato calcolato} \Rightarrow \frac{V_o}{V_x} = \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_L}$$

$$\bullet \text{Calcolo di } \frac{V_x}{V_i}$$

Circuito equivalente di piccolo segnale



$$V_x = V_i \cdot \frac{R_{b2} // R_{b1} // R_{in\_B}}{R_{b2} // R_{b1} // R_{in\_B} + R_s}$$

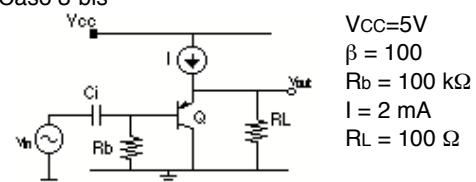
$$\frac{V_x}{V_i} = \frac{R_{b2} // R_{b1} // \beta \cdot R_L}{R_{b2} // R_{b1} // \beta \cdot R_L + R_s}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{V_o}{V_x} \cdot \frac{V_x}{V_i} = \frac{g_m \cdot R_L}{1 + g_m \cdot R_L} \cdot \frac{R_{b2} // R_{b1} // \beta \cdot R_L}{R_{b2} // R_{b1} // \beta \cdot R_L + R_s}$$

## Collettore comune

(Circuiti alternativi)

Caso 3-bis



• Polarizzazione

Il carico e' connesso in dc e quindi interviene nella polarizzazione

Suppongo il Q acceso

$$I = I_E + I_{RL} = (\beta + 1) \cdot I_B + \frac{V_E}{R_L}$$

$$V_E = V_{EB} + I_B \cdot R_b$$

$$I = (\beta + 1) \cdot I_B + \frac{V_{EB} + I_B \cdot R_b}{R_L}$$

$$I = \frac{V_{EB}}{R_L} \approx -4.54 \mu\text{A} \Leftarrow \text{ASSURDO (}I_B \text{ deve essere } > 0\text{)}$$

=> Allora Q e' spento

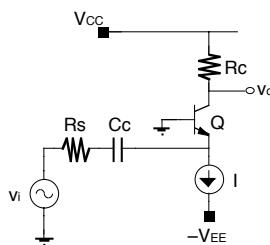
$$V_E = I \cdot R_L = 200 \text{ mV}$$

$$I_B = 0$$

$$V_B = 0$$

$V_{EB} = 200 \text{ mV}$  cioè il transistor e' effettivamente spento

## Lo stadio a base comune (Inseguitore di corrente)



Ingresso: Emettitore

Uscita: Collettore

$$\begin{aligned} V_{CC} &= 10 \text{ V} & \beta &= 100 & V_A &= 100\text{V} \\ R_s &= 50 \Omega & I &= 1 \text{ mA} & R_c &= 5 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

• Polarizzazione

$$V_B = 0 \text{ V}$$

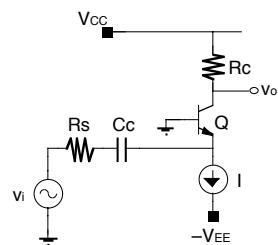
$$V_E = -0.7 \text{ V}$$

$$I_E = I = 1 \text{ mA}$$

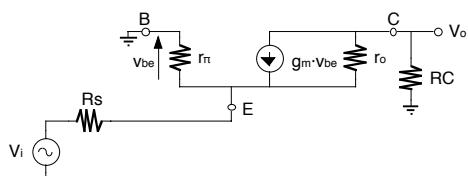
$$I_C = \alpha \cdot I_E = \frac{\beta}{\beta + 1} \cdot I_E = 0.99 \text{ mA}$$

$$V_C = V_{CC} - I_C \cdot R_c = 10 \text{ V} - 0.99 \text{ mA} \cdot 5 \text{ k}\Omega = 5.05 \text{ V}$$

## Base comune (Inseguitore di corrente)



• Circuito equivalente di piccolo segnale



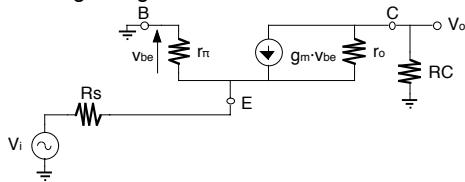
$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{1 \text{ mA}}{25 \text{ mV}} = 0.04 \text{ A/V}$$

$$r_{\pi} = \frac{\beta}{g_m} = \frac{100}{0.04 \text{ A/V}} = 2.5 \text{ k}\Omega$$

$$r_o = \frac{V_A}{I_C} = \frac{100 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 100 \text{ k}\Omega$$

## Base comune

- Calcolo del guadagno



$$\frac{Vi - Ve}{Rs} + gm \cdot (Vb - Ve) = \frac{Ve}{rπ} \quad \text{ma } Vb = 0$$

$$Vi = ve + gm \cdot Rs \cdot ve + \frac{Ve}{rπ}$$

$$ve = \frac{Vi}{1 + gm \cdot Rs + \frac{1}{rπ}}$$

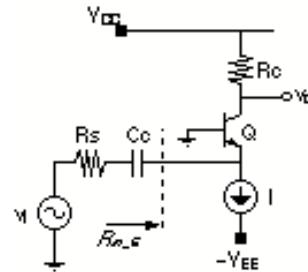
$$Vo = -gm \cdot RC \cdot vbe = gm \cdot RC \cdot ve = gm \cdot RC \cdot \frac{Vi}{1 + gm \cdot Rs + \frac{1}{rπ}}$$

Trascuro  $rπ$

$$\frac{Vo}{Vi} \approx \frac{gm \cdot RC}{1 + gm \cdot Rs} = 100$$

## Base comune

- Impedenza di ingresso

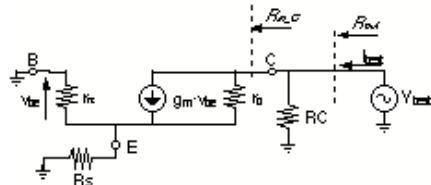


E' l'impedenza che si vede in emettitore.

E' già stata calcolata

$$Rin_E = \frac{1}{gm}$$

- Impedenza di uscita



$$Rout = RC // Rin_C$$

## Base comune

- Calcolo di  $Rin_C$

$$\frac{V_{test} - ve}{ro} + gm \cdot (Vb - ve) = \frac{ve}{Rs} + \frac{ve}{rπ} \quad \text{ma } Vb = 0$$

$$V_{test} = ve \cdot \left( 1 + gm \cdot ro + \frac{ro}{Rs} + \frac{ro}{rπ} \right) =$$

$$= ve \cdot \left( 1 + gm \cdot ro + \frac{ro}{Rs//rπ} \right)$$

$$ve = \frac{V_{test}}{\left( 1 + gm \cdot ro + \frac{ro}{Rs//rπ} \right)}$$

$$I_{test} = \frac{V_{test} - ve}{ro} - gm \cdot ve =$$

$$= V_{test} \cdot \left( \frac{1}{ro} - \left( \frac{1}{ro} + gm \right) \cdot \frac{1}{\left( 1 + gm \cdot ro + \frac{ro}{Rs//rπ} \right)} \right)$$

$$= \frac{V_{test}}{ro} \cdot \left( \frac{1 + gm \cdot ro + \frac{ro}{Rs//rπ} - \left( 1 + gm \cdot ro \right)}{1 + gm \cdot ro + \frac{ro}{Rs//rπ}} \right) =$$

$$= \frac{V_{test}}{ro} \cdot \left( \frac{\frac{ro}{Rs//rπ}}{1 + gm \cdot ro + \frac{ro}{Rs//rπ}} \right) \approx \frac{V_{test}}{gm \cdot ro \cdot (Rs//rπ)}$$

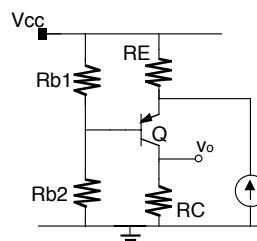
$$Rin_C = \frac{ro \cdot (rπ + Rs) + (1 + gm \cdot ro) \cdot rπ \cdot Rs}{rπ + Rs} \approx gm \cdot ro \cdot (rπ // Rs)$$

$$\text{per } Rs = 0 \quad \Rightarrow \quad Rin_C = ro$$

$Rin_C$  è una resistenza molto alta

## Base comune

Essendo il nodo di ingresso (emettitore) a bassa impedenza e' naturale usare come segnale di ingresso una corrente (che tende ad entrare nei nodi a bassa impedenza)



$$\begin{aligned} Rb1 &= 1kΩ \\ Rb2 &= 1kΩ \\ RL &= 1kΩ \\ RE &= 1kΩ \\ \beta &= 100 \\ VCC &= 5V \end{aligned}$$

xxx ci serve un condensatore tra base e massa

- Da notare:  $i_i$  è generatore di corrente di segnale e NON ha bisogno del condensatore di disaccoppiamento, in quanto quando esso viene spento (per il calcolo della polarizzazione) diventa un circuito aperto e non influenza il punto di lavoro.

- Polarizzazione

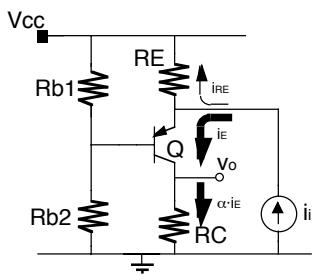
$$V_B = V_{CC} \cdot \frac{R_{b2}}{R_{b1} + R_{b2}} = 2.5V$$

$$V_E = V_B + V_{EB} = 2.5V + 0.7V = 3.2V$$

$$I_E = \frac{V_{CC} - V_E}{R_E} = 1.8mA$$

$$V_C = I_E \cdot \alpha \cdot R_C = 1.782V$$

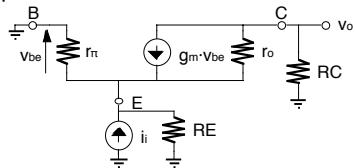
## Base comune



Concetto: la corrente di segnale  $i_i$  vede una biforcazione tra l'impedenza di emettitore ( $=1/g_m$  e quindi bassa) e  $R_E$ . La quasi totalità entra nell'emettitore. Di questa parte  $\alpha$  volte esce dal collettore ed arriva sul carico  $R_L$  ove diventa tensione di uscita.

Il transistor opera quindi da *buffer di corrente*

- Circuito equivalente



I valori dei componenti del circuito del piccolo segnale sono:

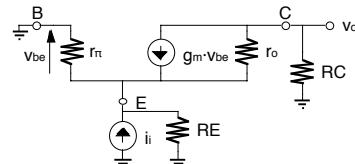
$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{1.8\text{mA}}{25\text{mV}} = 0.072 \text{ A/V}$$

$$r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{100}{0.026 \text{ A/V}} = 1390 \Omega$$

$$r_o = \frac{V_A}{I_C} = \frac{100\text{V}}{1.8\text{mA}} = 55.5 \text{ k}\Omega$$

## Base comune

- Calcolo del guadagno (di transresistenza  $R_{out} = V_o/i_i$ )



$$\begin{cases} i_i = \frac{V_e}{R_E} + \frac{V_e}{r_\pi} + \frac{V_e - V_o}{r_o} - g_m \cdot (V_b - V_e) \\ \frac{V_e - V_o}{r_o} - g_m \cdot (V_b - V_e) = \frac{V_o}{R_C} \end{cases}$$

$$\frac{V_o}{i_i} = \frac{R_C \cdot R_E \cdot (1 + g_m \cdot r_o) \cdot r_\pi}{(R_C + r_o) \cdot R_E + (R_C + R_E) \cdot r_\pi + r_o \cdot r_\pi \cdot (1 + g_m \cdot R_E)} = 976\Omega$$

$$R_{out} = \frac{V_o}{i_i} \approx R_C = 1000\Omega$$

E' un guadagno di *Transimpedenza*

- Valutazione approssimata

$$i_e = \frac{V_e}{R_{in\_E}} = \frac{i_i \cdot (R_{in\_E}/R_E)}{R_{in\_E}} = i_i \cdot \frac{R_E}{R_{in\_E} + R_E} = i_i \cdot 0.986$$

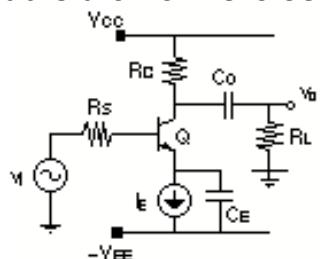
$$i_c = \frac{\beta}{\beta+1} \cdot i_e = 0.97654 \cdot i_i$$

$$V_o = i_c \cdot R_C = 976\Omega \cdot i_i$$

$$R_{out} = \frac{V_o}{i_i} = 976\Omega$$

- Per evitare la partizione di corrente su  $R_E$ , bisogna alzare l'impedenza di  $R_E$ , usando, ad esempio, un generatore di corrente come fatto nel primo schema studiato

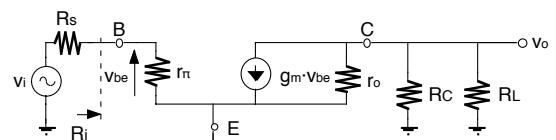
## Lo stadio a emettitore comune



- Il bipolare è polarizzato da una sorgente di corrente costante  $I_E$ .
- Il condensatore  $C_E$  ha una reattanza piccola per le frequenze di interesse e quindi connette l'emettitore a massa (condensatore di bypass).
- Il generatore di ingresso  $v_i$  ha una resistenza serie  $R_s$  ed è connesso alla base.
- $v_i$  ed  $R_s$  possono rappresentare o una sorgente di segnale o l'equivalente di Thevenin di uno stadio precedente.
- Il segnale di uscita  $v_o$  è preso sul collettore.
- $C_o$  è il condensatore di disaccoppiamento.

## Emettitore comune

- Calcolo dell'impedenza di ingresso  $R_i$



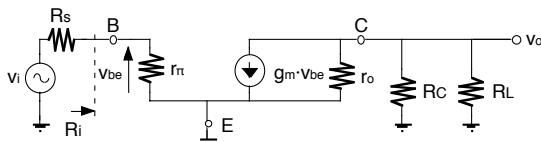
$$R_i = V_{be}/i_b = r_\pi$$

- Effetto di  $R_s$ : la frazione di  $v_i$  che appare alla base è  $v_{be}$ :

$$\frac{v_{be}}{v_i} = \frac{r_\pi}{R_s + r_\pi}$$

## Emettitore comune

Calcolo del guadagno di tensione,  $A_v = \frac{V_o}{V_i}$



$$V_o = -g_m \cdot V_{be} \cdot (r_o // R_c // R_L)$$

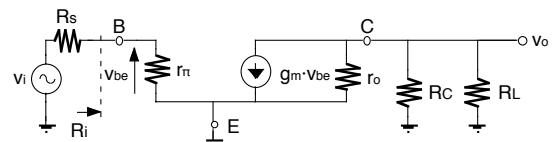
Assumendo  $R'_L = R_c // R_L$

Il guadagno di tensione fra la base ed il collettore e' dato da:

$$\frac{V_o}{V_{be}} = -g_m \cdot (r_o // R'_L)$$

## Emettitore comune

Calcolo del guadagno di tensione,  $A_v = \frac{V_o}{V_i}$



Il guadagno di tensione complessivo  $A_v$ :

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{r_\pi}{r_\pi + R_S} \cdot g_m \cdot (r_o // R'_L) = -\beta \cdot \frac{r_o // R'_L}{r_\pi + R_S}$$

- se  $R_s \gg r_\pi$ , il guadagno  $A_v$  sara' altamente dipendente dal valore di  $\beta$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = -\beta \cdot \frac{r_o // R'_L}{R_s}$$

- se  $R_s \ll r_\pi$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = -g_m \cdot (r_o // R'_L)$$

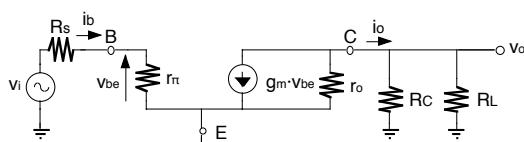
- Per circuiti discreti,  $R'_L$  e' usualmente piu' basso di  $r_o$  e  $r_o$  puo' essere trascurata.
- Se  $R'_L = \infty$  (generatore di corrente o carico attivo)

$$A_{vmax} = -g_m \cdot r_o = -\frac{I_C}{V_T} \cdot \frac{V_A}{I_C} = -\frac{V_A}{V_T}$$

(indipendente da  $I_C$ )

## Emettitore comune

- Calcolo del guadagno di corrente,  $A_i = i_o / i_b$



$$i_o = -g_m \cdot V_{be} \cdot \frac{r_o}{r_o + R'_L}$$

$$i_b = \frac{V_{be}}{r_\pi}$$

$$A_i = \frac{i_o}{i_b} = \frac{-g_m \cdot V_{be} \cdot \frac{r_o}{r_o + R'_L}}{\frac{V_{be}}{r_\pi}} = -\beta \cdot \frac{r_o}{r_o + R'_L}$$

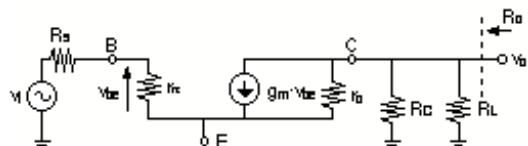
Per  $R'_L \ll r_o$ :

$$A_i = -\beta$$

$\beta$  = guadagno di corrente di corto-circuito ( $R'_L=0$ )

## Emettitore comune

Calcolo dell'impedenza di uscita  $R_o$

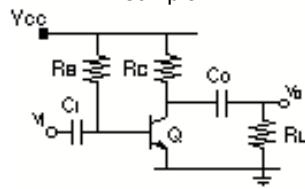


Si pone  $V_i=0$ , quindi anche  $V_{be}=0$ , quindi :

$$R_o = r_o // R'_L$$

## Emettitore comune

### Esempio 1



$$\begin{aligned} V_{CC} &= 15 \text{ V} & \beta &= 100 & V_A &= 100 \text{ V} \\ R_B &= 1.43 \text{ M}\Omega & R_C &= 5 \text{ k}\Omega & R_L &= 1 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

- Polarizzazione

$$V_{BE} = 0.7 \text{ V}$$

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_B}{R_B} = \frac{14.3 \text{ V}}{1.43 \text{ M}\Omega} = 10 \mu\text{A}$$

$$I_C = \beta \cdot I_B = 1 \text{ mA}$$

$$V_C = V_{CC} - I_C \cdot R_C = 10 \text{ V}$$

$$V_{CE} = (10 - 0) \text{ V} = 10 \text{ V}$$

- Verifica zona attiva:

$$V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} = (10 - 0.7) \text{ V} = 4.3 \text{ V} \quad \text{OK!!}$$

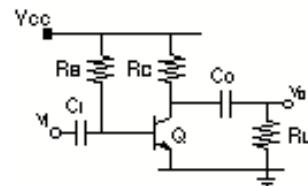
**Importante:** Se cambio  $\beta$  cambia la polarizzazione:  $I_B$  rimane costante ma  $I_C = \beta \cdot I_B$

$\beta$	100	50
$I_C$	1 mA	0.5 mA

... e la dipendenza dalla temperatura ?

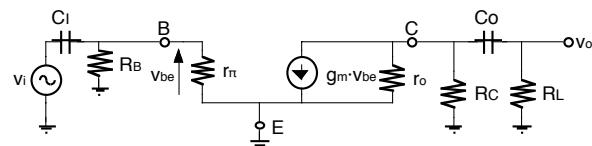
## Emettitore comune

### Esempio 1



Circuito equivalente per piccoli segnali:

Si fanno i conti a centro-banda, cioè per frequenze tali per cui i condensatori sono già dei corto-circuiti.



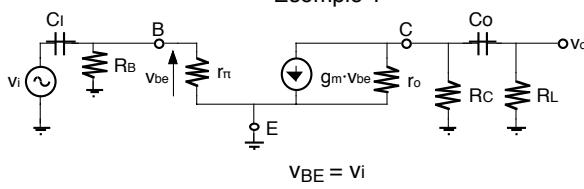
$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{1 \text{ mA}}{25 \text{ mV}} = 0.04 \text{ A/V}$$

$$r_{in} = \frac{\beta}{g_m} = \frac{100}{0.04 \text{ A/V}} = 2.5 \text{ k}\Omega$$

$$r_o = \frac{V_A}{I_C} = \frac{100 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 100 \text{ k}\Omega$$

## Emettitore comune

### Esempio 1



$$V_{BE} = V_i$$

$$v_o = -g_m \cdot v_i \cdot r_T$$

$$r_T = R_C // R_L // r_o \approx R_C // R_L$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -g_m \cdot (R_C // R_L) = -33.32$$

Da notare che:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{I_C}{V_T} \cdot (R_C // R_L) = -33.32$$

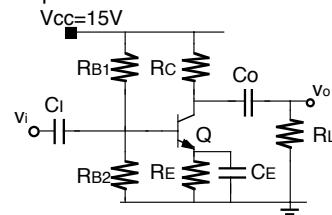
$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{I_C}{V_T} \cdot (R_C // R_L) = -\frac{V_{CC} - V_{BE}}{V_T \cdot R_B} \cdot \beta \cdot (R_C // R_L)$$

Il guadagno  $A_v$  dipende linearmente da  $\beta$  che è molto variabile:

$\beta$	100	50
$I_C$	1mA	0.5mA
$A_v$	-33.32	-16.6

## Emettitore comune

### Esempio 2: Polarizzazione automatica



$$\begin{aligned} R_{B1} &= 5 \text{ k}\Omega & R_C &= 5 \text{ k}\Omega & R_L &= 1 \text{ k}\Omega & V_{CEsat} &= 0 \\ R_{B2} &= 5 \text{ k}\Omega & R_E &= 6.8 \text{ k}\Omega & \beta &= 100 & V_A &= 100 \text{ V} \end{aligned}$$

- Polarizzazione

Trascuro  $I_B$  (al termine e' necessario verificare tale ipotesi)

$$V_B = V_{CC} \cdot \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} = 7.5 \text{ V}$$

$$V_{BE} = 0.7 \text{ V} \text{ (ipotesi di zona attiva da verificare)}$$

$$V_E = V_B - V_{BE} = 7.5 \text{ V} - 0.7 \text{ V} = 6.8 \text{ V}$$

$$I_E = \frac{V_E - 0 \text{ V}}{R_E}$$

$$I_C = \frac{\beta}{\beta+1} \cdot I_E = 0.95 \text{ mA} \approx 1 \text{ mA}$$

$$V_C = V_{CC} - I_C \cdot R_C = 10 \text{ V}$$

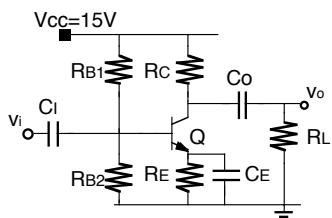
Verifica:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{10 \mu\text{A}}{100} \ll \frac{V_C}{R_{B1} + R_{B2}} = 1.5 \text{ mA} \text{ O.K!}$$

$$V_{CE} = 10 \text{ V} - 6.8 \text{ V} = 3.2 \text{ V} > V_{CEsat} \text{ O.K!}$$

## Emettitore comune

### Esempio 2



Osservazione:

- $\beta$  non influenza la polarizzazione in quanto si e' supposto:  
 $I_B \ll I_{B1}, I_{B2}$

Infatti se si supponesse che  $\beta$  vari:

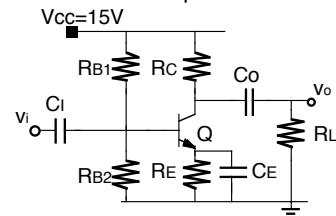
$$\begin{array}{lll} \beta & 100 & 50 \\ I_B & 10\mu A & 20\mu A (<<1.5mA) \end{array}$$

La polarizzazione e' indipendente da  $\beta$ .

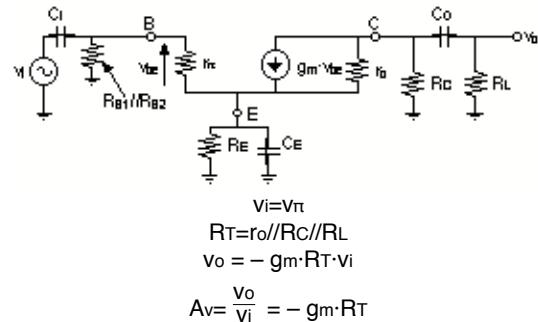
... e la temperatura ?

## Emettitore comune

### Esempio 2



- Guadagno di piccolo segnale: circuito equivalente a piccolo segnale



Per avere i valori numerici devo sostituire a  $g_m$ ,  $r_o$ ,  $r_{\pi}$  i dati derivati dalla polarizzazione:

$$\begin{aligned} g_m &= I_c/V_T = 40\text{mA/V} \quad (V_T = 25\text{mV}) \\ r_o &= V_A/I_c = 100\text{k}\Omega \\ r_{\pi} &= \beta/g_m = 2.5\text{k}\Omega \end{aligned}$$

## Emettitore comune

### Esempio 2

$$R_T = R_L // R_C // r_o = 1\text{k}\Omega // 5\text{k}\Omega // 100\text{k}\Omega$$

e' possibile quindi trascurare  $r_o$ ,

$$\text{se si trascura } r_o \quad R_T = 826.4 \text{ }\Omega$$

$$\text{se non si trascura } r_o \quad R_T = 833 \text{ }\Omega$$

Il guadagno risulta:

$$Av = -40\text{mA/V} \cdot 833\Omega = -33.32$$

In generale:

$$Av = -g_m \cdot R_T = - (I_c/V_T) \cdot R_T$$

quindi Av aumenta con l'aumentare di  $I_c$ .

Se si varia  $\beta$  il guadagno in questa situazione, non varia.

Osservazione

Si supponga  $V_A = \infty$  (il che implica che  $r_o = \infty$ ) e  $R_L = 0\Omega$

$$Av = -g_m \cdot R_C = 200$$

Se si vuole un guadagno maggiore si puo' aumentare  $R_C$

Ma aumentando  $R_C$ , si cambia la polarizzazione di  $V_C$  che puo' variare fino a  $V_{CEsat}$

$$V_{Cmin} = V_E + V_{CEsat} = 6.8V$$

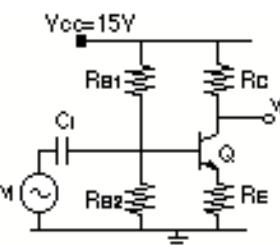
$$R_{Cmax} = \frac{15V - 6.8V}{1\text{mA}} = 7.2\text{k}\Omega$$

Si puo' quindi calcolare il guadagno massimo:

$$Av_{max} = -40\text{mA/V} \cdot 7.2\text{k}\Omega = 288$$

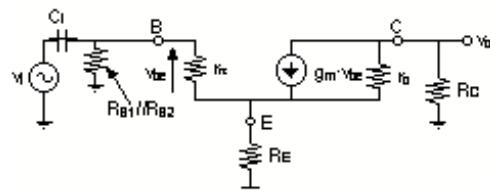
## Emettitore comune

### Esempio 3: Effetto della resistenza $R_E$



- La polarizzazione e' identica al circuito precedente

- Cambia il circuito equivalente per piccolo segnale per il calcolo del guadagno.



$$\left\{ \begin{array}{l} Vi - Ve = V_{be} \\ \frac{Vi - Ve}{r_{\pi}} + g_m \cdot (Vi - Ve) = \frac{Ve}{R_E} \\ Vo = -(Vi - Ve) \cdot g_m \cdot R_C \end{array} \right.$$

## Emettitore comune

Esempio 3: Effetto della resistenza RE

$$V_o = -g_m \cdot R_C \cdot \left( V_i - V_i \cdot \frac{1 + \beta}{1 + \beta + \frac{R_E}{r_{\pi}}} \right) =$$

$$-g_m \cdot R_C \cdot \frac{\frac{r_{\pi}}{R_E}}{1 + \beta + \frac{R_E}{r_{\pi}}} \cdot V_i \approx -\frac{g_m \cdot R_C}{1 + \beta \cdot \frac{R_E}{r_{\pi}}} \cdot V_i$$

$$\frac{V_o}{V_i} \approx -\frac{g_m \cdot R_C}{1 + \beta \cdot \frac{R_E}{r_{\pi}}}$$

- Per  $g_m \cdot R_E \gg 1$

$$A_v = -\frac{R_C}{R_E}$$

$$g_m \cdot R_E = \frac{I_C}{V_T} \cdot R_E = \frac{V_{RE}}{V_T} \gg 1$$

- Esempio numerico:

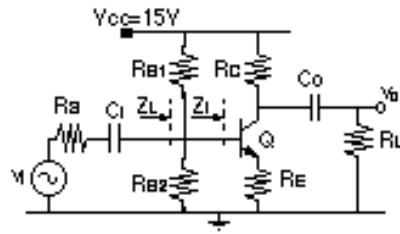
$$I_C = 1 \text{ mA}; \quad R_C = 5 \text{ k}\Omega; \quad R_E = 6.8 \text{ k}\Omega$$

$$V_{CC} = 15 \text{ V}; \quad R_{B1} = R_{B2}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{40 \text{ mA/V} \cdot 3 \text{ k}\Omega}{10 \text{ mA/V} \cdot 6.8 \text{ k}\Omega} = 0.732$$

## Emettitore comune

Esempio 4: Effetto della resistenza Rs



$$R_{B1} = 5 \text{ k}\Omega \quad R_C = 5 \text{ k}\Omega \quad R_L = 1 \text{ k}\Omega \quad R_s = 500 \text{ }\Omega$$

$$R_{B2} = 5 \text{ k}\Omega \quad R_E = 6.8 \text{ k}\Omega \quad \beta = 100$$

- $R_s$  non influenza la polarizzazione che rimane quella dei casi precedenti.

$$Z_I = r_{\pi} = \beta / g_m = 2.5 \text{ k}\Omega$$

$$Z_L = r_{\pi} // R_{B1} // R_{B2} = 1.25 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{V_s}{V_i} = \frac{Z_L}{R_s + Z_L} = 0.714$$

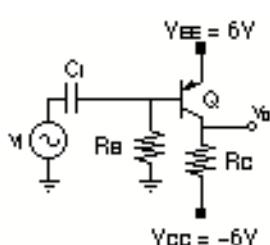
$$A_o = \frac{V_o}{V_s} \cdot \frac{V_s}{V_i}$$

$$\frac{V_o}{V_s} = -g_m \cdot R_T = -40 \text{ mA/V} \cdot (1 \text{ k} // 5 \text{ k}) = -33.33$$

$$A_o = 0.714 \cdot (-33.33) = -23.8$$

## Emettitore comune

Esempio 5



$$R_B = 133 \text{ k}\Omega \quad R_C = 1 \text{ k}\Omega \quad \beta = 100 \quad r_o = \infty$$

Polarizzazione:

$$V_{BE} = -0.7 \text{ V} \text{ (da verificare)}$$

$$V_B = V_{BE} + V_{EE} = -0.7 \text{ V} + 6 \text{ V} = 5.3 \text{ V}$$

$$I_B = \frac{V_B}{R_B} = \frac{5.3 \text{ V}}{133 \text{ k}\Omega} = 0.0398 \text{ mA} \approx 0.04 \text{ mA}$$

$$I_C = \beta \cdot I_B = 4 \text{ mA}$$

Verifica:

$$V_{CE} = R_C \cdot I_C + V_{CC} = -2 \text{ V}$$

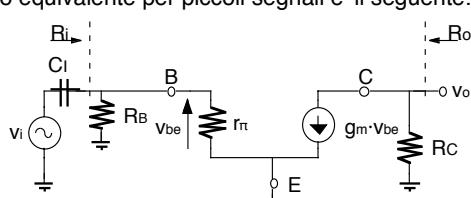
$$V_{CB} = V_{CE} - V_{EB} = -2 \text{ V} - 0.7 \text{ V} = -2.7 \text{ V OK!!}$$

## Emettitore comune

Esempio 5

Analisi per piccoli segnali

Il circuito equivalente per piccoli segnali e' il seguente:



$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = 160 \text{ mA/V}$$

$$r_{\pi} = \frac{\beta}{g_m} = 625 \Omega$$

Guadagno:

$$A_v = -g_m \cdot R_C = -160$$

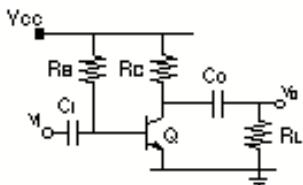
Impedenza di ingresso:

$$R_i = R_B // r_{\pi} \approx r_{\pi}$$

Impedenza di uscita:

$$R_o = R_C$$

## Dinamica del segnale



$$\begin{aligned} V_{CC} &= 15 \text{ V} & \beta &= 100 & V_A &= 100 \text{ V} \\ R_B &= 1.43 \text{ M}\Omega & R_C &= 10 \text{ k}\Omega & R_L &= 1 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

- Polarizzazione

$$V_B = 0.7 \text{ V}$$

$$I_C = \beta \cdot \frac{V_{CC} - V_B}{R_B} = 1 \text{ mA}$$

$$V_C = V_{CC} - I_C \cdot R_C = 10 \text{ V}$$

- Guadagno

$$A_V = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{I_C}{V_T} \cdot (R_C // R_L) = -36.36$$

Quale e' il massimo segnale in ingresso prima che il transistor entri in zona di saturazione per  $V_{CB}=0 \text{ V}$ ?

Applicando il segnale, la tensione sulla base e sul collettore risultano essere la somma del valore di polarizzazione e del segnale:

$$V_{Btot} = V_B + V_{ib}$$

$$V_{Ctot} = V_C + V_{ic}$$

Ma il segnale sulla base ( $v_{ib}$ ) e' uguale al segnale in ingresso

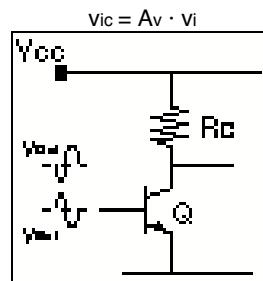
$$v_{ib} = v_i$$

III - 77 -

October 27, 2007

## Dinamica del segnale

Il segnale sul collettore viene calcolato sapendo il guadagno ed e' dato da:



Si nota che, essendo  $A_V$  negativo, quando  $V_{Btot}$  sale  $V_{Ctot}$  scende.

Si deve trovare il valore di  $v_i$  per cui  $V_{Btot} = V_{Ctot}$

$$V_{Btot} = V_B + v_i$$

$$V_{Ctot} = V_C + A_V \cdot v_i$$

Uguagliando i due termini (per  $v_{iMAX}$ ) si ottiene:

$$V_B + v_{iMAX} = V_C + A_V \cdot v_{iMAX}$$

$$v_{iMAX} = \frac{V_C - V_B}{1 + A_V} = \frac{10 - 0.7}{1 + 33.32} = 0.115 \text{ V}$$

Per verifica, si ha che per il valore di  $v_{iMAX} = 0.115 \text{ V}$  si ha che

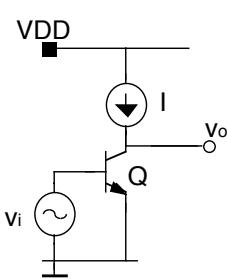
$$V_{Btot} = V_B + v_{iMAX} = 0.815 \text{ V}$$

$$V_{Ctot} = V_C + A_V \cdot v_{iMAX} = 0.815 \text{ V}$$

\*\*\* Quesito 1: risolvere l'esercizio per  $R_C = 5 \text{ k}\Omega$

\*\*\* Quesito 2: Qual e' il valore ottimo di  $R_C$  per massimizzare la dinamica

## Guadagno massimo di un transistor bipolare

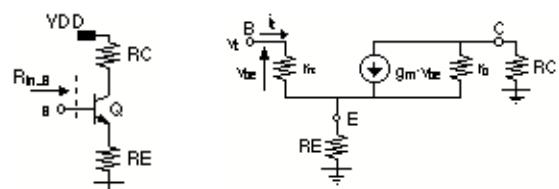


$$\frac{V_o}{V_i} = -g_m \cdot r_o = -\frac{I_C}{V_T} \cdot \frac{V_A}{I_C} = -\frac{V_A}{V_T}$$

- Il guadagno e' costante al variare della corrente

## Impedenze di ingresso di un transistor bipolare

Impedenza di ingresso dalla base



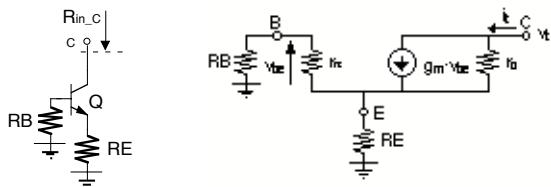
$$\left. \begin{aligned} v_t &= r_{in,B} \cdot i_t + v_e \\ v_e &= [g_m \cdot v_{be} + \frac{V_C - V_E}{r_o} + i_t] \cdot R_E \\ \frac{V_C - V_E}{r_o} + g_m \cdot v_{be} + \frac{V_C}{R_C} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{in,B} = \frac{v_t}{i_t} = r_{in} + R_E \cdot \frac{(1+\beta) \cdot r_o + R_C}{r_o + (R_C + R_E)}$$

$$\left. \begin{aligned} (1+\beta) \cdot r_o &\gg R_C \\ r_o &\gg R_C + R_E \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_{in,B} = r_{in} + \beta \cdot R_E$$

## Impedenze di ingresso di un transistor bipolare

Impedenza di ingresso dal collettore



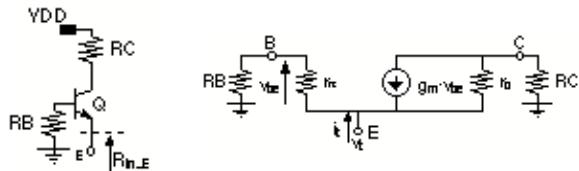
$$\begin{aligned} & -RB \cdot ib = ib r_\pi + RE (ib + i_t) \\ & V_t = (i_t - gm \cdot V_{be}) r_o + (i_t + ib) RE \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{in\_C} = \frac{V_t}{i_t} = r_o + RE \frac{\beta r_o + r_p + RB}{RB + RE + r_p}$$

$$gm = \frac{\beta}{r_\pi} \quad \begin{cases} \beta \cdot r_o \gg r_\pi + RB \\ r_\pi \gg RB + RE \end{cases} \Rightarrow R_{in\_C} \approx r_o + gm \cdot r_o \cdot RE$$

## Impedenze di ingresso di un transistor bipolare

Impedenza di ingresso dall'emettitore



$$\begin{aligned} & ib = -\frac{V_t}{r_\pi + RB} \\ & gm \cdot V_{be} + \frac{V_c - V_t}{r_o} + \frac{V_c}{RC} = 0 \\ & ic = -\frac{V_c}{RC} \\ & i_t = -ib - ic \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{in\_E} = \frac{V_t}{i_t} = \frac{(RB + r_\pi)(RC + r_o)}{(1+\beta)r_o + RC + RB + r_\pi}$$

$$gm = \frac{\beta}{r_\pi}$$

$$\begin{cases} (1+\beta)r_o \gg RC + RB + r_\pi \\ r_o \gg RC \end{cases} \Rightarrow R_{in\_E} = \frac{1}{gm} + \frac{RB}{\beta}$$

## Impedenze di ingresso di un transistor bipolare

### Tabella Riassuntiva

Ingresso: Base  
Approssimazioni

$$R_{in} = r_\pi + \beta \cdot RE$$

$$\begin{cases} (1+\beta) \cdot r_o \gg RC \\ r_o \gg RC + RE \end{cases}$$

Ingresso: Emettitore

$$R_{in} = \frac{1}{gm} + \frac{RB}{\beta}$$

Approssimazioni

$$\begin{cases} (1+\beta) \cdot r_o \gg RC + RB + r_\pi \\ r_o \gg RC \end{cases}$$

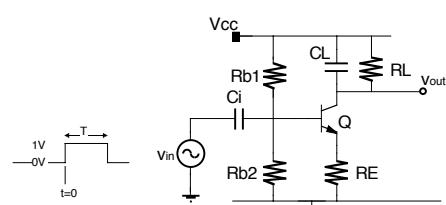
Ingresso: Collettore  
Approssimazioni

$$R_{in} = r_o \cdot (1 + gm \cdot RE)$$

$$\begin{cases} \beta \cdot r_o \gg r_\pi + RB \\ r_\pi \gg RB + RE \end{cases}$$

### Esercizio

Esempio di transitorio (I)



$$\begin{aligned} R_{b1} &= 5 \text{ k}\Omega & R_L &= 5 \text{ k}\Omega & V_{CC} &= 10 \text{ V} & C_L &= 100 \text{ pF} \\ R_{b2} &= 5 \text{ k}\Omega & R_E &= 8.6 \text{ k}\Omega & \beta &= 100 & T &= 1 \mu\text{s} \end{aligned}$$

Valutare la forma d'onda in uscita considerando l'effetto di  $C_L$   
( $C_i$  venga considerato come condensatore di by-pass)

- Polarizzazione

$$V_B = 5 \text{ V}$$

$$I_E = \frac{V_B - V_{BE}}{R_E} = \frac{5 \text{ V} - 0.7 \text{ V}}{8.6 \text{ k}\Omega} = 0.5 \text{ mA}$$

$$V_C = V_{CC} - R_L \cdot I_C = 7.5 \text{ V}$$

- Comportamento in transitorio

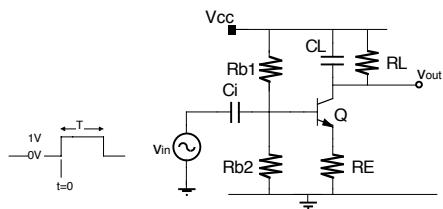
Il transistor non ha limitazioni in frequenza.

Il segnale di 1V viene aggiunto alla tensione di base e quindi viene subito trasmesso sull'emettitore.

La relativa corrente  $I_E$  ha la stessa forma del segnale di ingresso.

## Esercizio

Esempio di transitorio (II)



Si tratta pertanto di un' onda quadra di livelli di corrente [0.5mA, 0.62mA, 0.5mA].

Per  $0 < t < T$ , l'uscita ha un andamento espresso dalla formula:

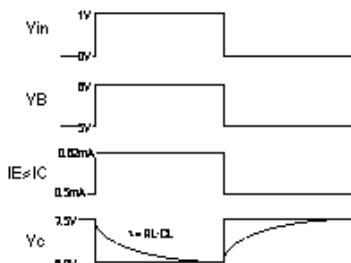
$$V_C(t) = 7.5 - 0.6 \cdot (1 - e^{-t/T})$$

Per  $t=T$  il valore raggiunto è'

$$V_C(T) = 7.5 - 0.6 \cdot (1 - e^{-T/T}) = 6.9812V$$

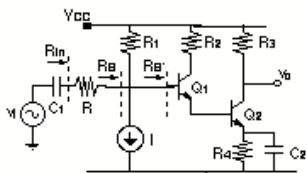
A questo punto, si ha un gradino in direzione opposta. L'uscita ha allora un andamento del tipo:

$$V_C(t) = 7.5 - (7.5 - 6.9812) \cdot e^{-(t-T)/\tau}$$



## Esercizio (II)

(Lo stadio Darlington)



La corrente di emettitore di Q2 è':

$$I_{E2} = \frac{V_{E2}}{R_4} = \frac{6.6V}{3k\Omega} = 2.2mA$$

Da cui:

$$I_{C2} = I_{E2} \cdot \frac{\beta_{Q2}}{\beta_{Q2}+1} = 2.156mA$$

$$I_{B2} = \frac{I_{E2}}{\beta_{Q2}+1} = 0.043mA = I_E1$$

$$V_{C2} = V_{CC} - R_3 \cdot I_{C2} = 11.766V$$

Si ricava ora:

$$I_{B1} = \frac{I_{E1}}{\beta_{Q1}+1} = 2.0541\mu A \ll 2mA$$

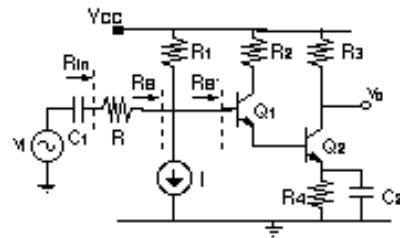
Essendo  $I_{B1} \ll I$ , l'approssimazione di trascurare  $I_{B1}$  è corretta.

$$I_{C1} = I_{E1} \cdot \frac{\beta_{Q1}}{\beta_{Q1}+1} = 40.952\mu A$$

$$V_{C1} = V_{CC} - R_2 \cdot I_{C1} = 14.59V$$

## Esercizio (I)

(Lo stadio Darlington)



$V_{CC}=15V$   
 $I = 2mA$   
 $R=10k\Omega$   
 $R_1=3.5k\Omega$   
 $R_2=10k\Omega$   
 $R_3=1.5k\Omega$   
 $R_4=3k\Omega$   
 $\beta_{Q1}=20$   
 $\beta_{Q2}=50$

a - punto di lavoro del circuito

b - determinare in media frequenza le resistenze di ingresso  $R_B'$ ,  $R_B$ ,  $R_{in}$  e quella di uscita  $R_{out}$ .

c - determinare in media frequenza il guadagno di tensione di piccolo segnale  $v_o/v_i$

d - Nell'ipotesi  $C_2 \rightarrow \infty$ , determinare il valore di  $C_1$  tale che la funzione di trasferimento del circuito sia di tipo passa-alto con taglio a 1000Hz.

Determinare poi l'uscita  $v_o$  quando all'ingresso è applicata una sinusoida di frequenza 1kHz ed ampiezza 100mV

- a

Su  $C_1$ -R non passa corrente di polarizzazione.

Trascurando la corrente di base di Q1, I passa tutta su R1.

$$V_{B1} = V_{CC} - I \cdot R_1 = 15V - 2mA \cdot 3.5k\Omega = 8V$$

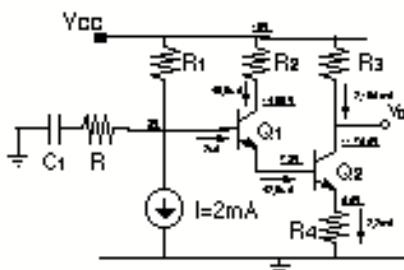
Q1 e Q2 operano in regione attiva  $\Rightarrow V_{BE1} = V_{BE2} = 0.7V$

$$V_{E2} = V_{B1} - V_{BE1} - V_{BE2} = 6.6V$$

## Esercizio (III)

(Lo stadio Darlington)

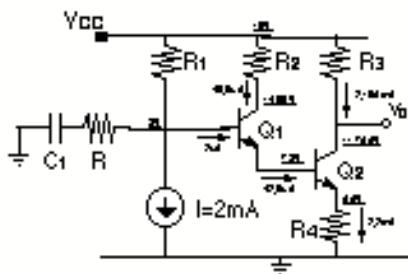
La polarizzazione del circuito è quindi la seguente:



- Si può notare che la struttura dei due transistor Q1 e Q2 viene detta a Darlington. Con essa si riesce ad alzare il  $\beta$  del transistor con cui si opera. Infatti con due transistor i cui  $\beta$  valgono  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , si ottiene una struttura il cui  $\beta_T$  vale  $\beta_T = \beta_1 \cdot \beta_2$ . Nel caso dell'esercizio,  $\beta_1=20$ ,  $\beta_2=50$ ,  $\beta_T=20 \cdot 50=1000$ . Infatti  $I_{B1}$  ( $2\mu A$ )  $\approx I_{C2}/\beta_T$  ( $2.1mA$ ). Tale struttura presenta lo svantaggio di avere una  $V_{BE}$  globale che è data dalla serie di due  $V_{BE}$  e quindi richiede 1.4V

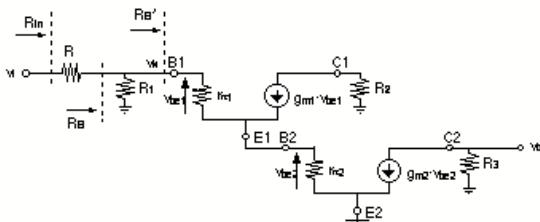
## Esercizio (IV)

(Lo stadio Darlington)



- b

In media frequenza, cioè a frequenze più alte di  $f_z = 1/(2 \cdot \pi \cdot C_2 \cdot R_4)$  il circuito equivalente per piccolo segnale è il seguente.



I valori dei componenti del transistor sono:

$$gm_1 = I_{C1}/V_T = 40.9 \mu A/25 mV = 1.636 mA/V$$

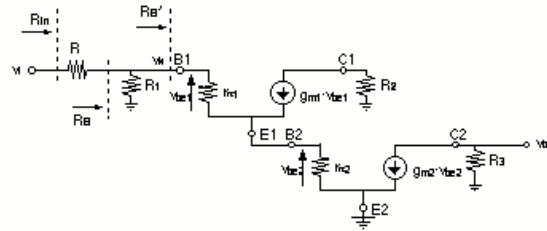
$$r_{\pi 1} = \beta Q_1/gm_1 = 20 / 1.636 mA/V = 12.225 k\Omega$$

$$gm_2 = I_{C2}/V_T = 2.15 mA/25 mV = 86 mA/V$$

$$r_{\pi 2} = \beta Q_2/gm_1 = 50 / 86 mA/V = 581 \Omega$$

## Esercizio (V)

(Lo stadio Darlington)



L'emettitore di Q2 risulta, dal punto di vista del segnale, collegato a massa.

L'impedenza vista dalla base di un transistor bipolare è data dalla sua  $r_{\pi}$  più  $\beta$  volte l'impedenza che ha sull'emettitore.

L'impedenza sull'emettitore di Q1 è uguale all'impedenza di ingresso di Q2 che in configurazione di emettitore comune corrisponde alla  $r_{\pi 2}$ . Ne consegue che si può scrivere:

$$R_B' = r_{\pi 1} + \beta_1 \cdot r_{\pi 2} = \beta_1/gm_1 + \beta_1 \cdot \beta_2/gm_2 = 18.035 k\Omega$$

$R_B$  è dato dal parallelo di  $R_B'$  e di  $R_1$ :

$$R_B = R_B' // R_1 = \frac{R_B' \cdot R_1}{R_B' + R_1} = 2.931 k\Omega$$

$R_{in}$  è data dalla serie di  $R_B$  e di  $R$ :

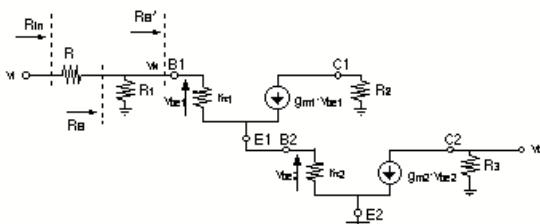
$$R_{in} = R + R_B = 12.931 k\Omega$$

L'impedenza di uscita è data dal parallelo di  $R_3$  con l'impedenza di uscita di Q2. Essendo l'impedenza vista dal collettore di Q2 ( $= r_o = V_A/I_C$ ) molto maggiore di  $R_3$ , ne consegue che, con buona approssimazione:

$$R_{out} = R_3$$

## Esercizio (VI)

(Lo stadio Darlington)



- c

L'approssimazione di media frequenza implica che i condensatori operino come dei corti circuiti. Si farà quindi riferimento allo schema di piccolo segnale usato prima.

Conviene dividere l'amplificazione in termini più semplici da calcolare, e cioè scrivere:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{V_o}{V_{be2}} \cdot \frac{V_{be2}}{V_x} \cdot \frac{V_x}{V_i}$$

Ora si può scrivere:

$$\frac{V_o}{V_{be2}} = -gm_2 R_3 = -129$$

$$V_x = V_{be2} + V_{be1}$$

$$V_{be1} = V_x - (gm_1 V_{be1} + V_{be1}/r_{\pi 1}) r_{\pi 2}$$

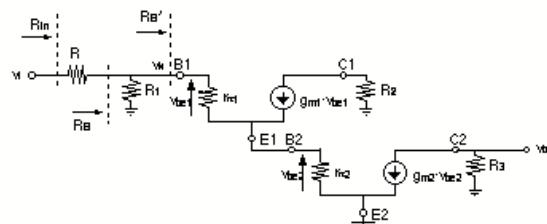
$$V_{be1} = \frac{V_x}{1 + gm_1 r_{\pi 2} + r_{\pi 2}/r_{\pi 1}}$$

$$V_{be2} = V_x - V_{be1} = V_x \cdot \frac{gm_1 r_{\pi 2} + r_{\pi 2}/r_{\pi 1}}{1 + gm_1 r_{\pi 2} + r_{\pi 2}/r_{\pi 1}}$$

Essendo  $r_{\pi 2} = \beta_2/gm_2 = \beta_2 V_T/I_2$ ,  $r_{\pi 1} = \beta_1/gm_1 = \beta_1 V_T/I_1$  e  $I_2 = \beta_2 I_1$ , si ottiene che  $r_{\pi 2}/r_{\pi 1} = 1/\beta_1$ .

## Esercizio (VII)

(Lo stadio Darlington)



Inoltre,  $gm_1 r_{\pi 2} = (I_1/V_T) (\beta_2 V_T/I_2) = 1$ . Ne consegue che

$$\frac{1 + 1/\beta_1}{1 + 1 + 1/\beta_1} \approx \frac{1}{2} \cdot V_x$$

$$\frac{V_{be2}}{V_x} \approx \frac{1}{2}$$

Infine:

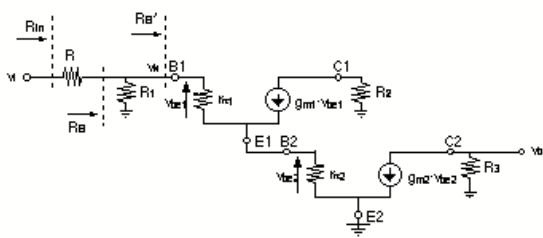
$$\frac{V_x}{V_i} = \frac{R_B}{R_B + R} = 0.2266$$

Pertanto:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{V_o}{V_{be2}} \cdot \frac{V_{be2}}{V_x} \cdot \frac{V_x}{V_i} = -gm_2 \cdot R_3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{R_B}{R_B + R} = -14.62$$

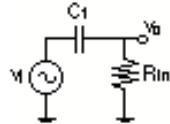
## Esercizio (VIII)

(Lo stadio Darlington)



• d

Il polo determinato da  $C_1$  e' quello relativo ad un circuito che puo' essere cosi' schematizzato:



Pertanto il polo corrisponde a  $f_p = \frac{1}{2\pi \cdot R_{in} \cdot C_1} = 1\text{kHz}$ .

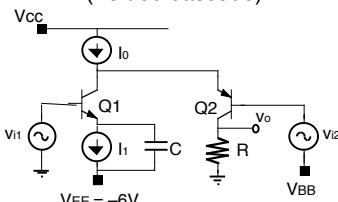
Da cui:

$$C_1 = \frac{1}{2\pi \cdot R_{in} \cdot 1\text{kHz}} = 12.308\text{nF}$$

L'uscita alla frequenza del polo avra' un'ampiezza pari ad  $\frac{(v_o/v_i)}{\sqrt{2}}$  ed una fase di  $45^\circ$  a cui va sottratta la fase di  $-180^\circ$  dovuta all'inversione di segno presente nell'espressione del guadagno.

## Esercizio (II)

(Folded cascode)



Si verifica immediatamente che con i valori di tensione trovati entrambi i transistori sono in zona attiva, come si era supposto.

b.

Si calcolino anzitutto i parametri del modello equivalente per piccoli segnali.

Essendo  $\beta \rightarrow \infty$ , per entrambi i transistori  $r_\pi \rightarrow \infty$ . Inoltre, poiche' le correnti nei due transistori sono uguali, anche le transconduttanze sono uguali e date da:

$$g_{m1} = g_{m2} = \frac{I_C}{V_T} = \frac{1\text{ mA}}{25\text{ mV}} = 40\text{ mA/V}$$

$$\frac{V_o}{V_{i1}} = -g_{m1} \cdot \alpha \cdot R$$

$$\frac{V_o}{V_{i2}} = -\frac{g_{m2}}{1+g_{m2} \cdot r_{o1}} \cdot R \approx 0$$

c.

Assumendo  $C=10\mu\text{F}$ , il guadagno si puo' scrivere come:

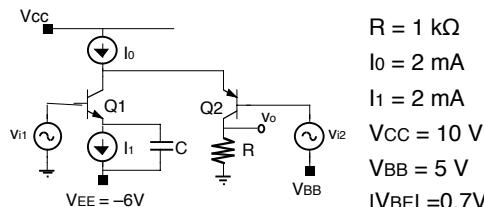
$$\frac{V_o}{V_{i1}} = -\frac{g_{m1}}{1+g_{m1} \cdot \frac{1}{s \cdot C}} \cdot \alpha \cdot R = -\frac{s \cdot C \cdot R}{1+g_{m1}} \cdot \alpha \cdot R$$

Ne segue che:

$$f_L = \frac{1}{2\pi \cdot C / g_{m1}} = 636\text{ Hz}$$

## Esercizio (I)

(Folded cascode)



$R = 1\text{ k}\Omega$   
 $I_0 = 2\text{ mA}$   
 $I_1 = 2\text{ mA}$   
 $V_{CC} = 10\text{ V}$   
 $V_{BB} = 5\text{ V}$   
 $|V_{BE}| = 0.7\text{ V}$   
 $\beta \rightarrow \infty$

a - il punto di lavoro dei due dispositivi per  $v_{i1} = v_{i2} = 0$ ;

b - le amplificazioni  $\frac{V_o}{V_{i1}}$  e  $\frac{V_o}{V_{i2}}$  a centro banda;

c - la frequenza inferiore di taglio  $f_L$  di  $\frac{V_o}{V_{i1}}$  per  $C=10\mu\text{F}$ .

a.

Si faccia l'ipotesi che entrambi i transistori siano polarizzati in zona attiva.

La tensione di base di Q1 e' nulla; pertanto la tensione all'emettitore di Q1 e':

$$V_{E1} = 0 - 0.7\text{ V} = -0.7\text{ V}$$

La tensione di base di Q2 e'  $V_{BB} = 5\text{ V}$ ; pertanto la tensione all'emettitore di Q2 e':

$$V_{E2} = (5 + 0.7)\text{ V} = 5.7\text{ V} = V_{C1}$$

Essendo  $\beta \rightarrow \infty$ , le correnti di base sono nulle; pertanto la corrente in Q1 e'  $I_1 = 1\text{mA}$ , mentre la corrente in Q2 e':

$$I_2 = I_0 - I_1 = 1\text{ mA}$$

La tensione al nodo di uscita e':

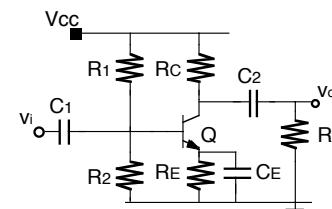
$$V_o = V_{C2} = R \cdot I_2 = 1\text{ V}$$

## Esercizio (I)

Si assuma di utilizzare un transistor 2N2222A (il datasheet e' dato in appendice).

Si dimensioni la rete di polarizzazione in figura in modo da ottenere un guadagno di tensione a centro banda sia  $A_v = \frac{V_o}{V_i} = -20$ , sul carico  $R_L$  di  $1\text{k}\Omega$ .

Si progetti lo stadio in modo che la massima variazione della corrente di collettore sia del 20% quando la temperatura passa da  $25^\circ$  a  $65^\circ$ .



Dal datasheet si evince che viene consigliato il punto di funzionamento:

$$I_C = 1\text{mA} \quad V_{CE} = 10\text{V}$$

In questo punto risulta

$$h_{fe} = \beta = 50$$

ed inoltre si ha che:

	min	max	mean	@ 1kHz
$h_{ie}$	$2\text{k}\Omega$	$8\text{k}\Omega$	$5\text{k}\Omega$	
$h_{fe}$	50	300	175	

## Esercizio (II)

Per ottenere la stabilizzazione del punto di funzionamento, si impone ad  $I_C$  la variazione del 20% a cause delle variazioni di  $V_{BE}$  ( $\frac{dV_{BE}}{dT} = -2.5 \text{mV}/\text{C}$ ). La variazione  $\Delta T$  relativa ad un'escursione della temperatura da  $25^\circ\text{C}$  a  $65^\circ\text{C}$  e' di  $40^\circ\text{C}$ . La corrispondente  $\Delta V_{BE}$  risulta essere:

$$|\Delta V_{BE}| = -2.5 \text{mV}/\text{C} \cdot 40^\circ\text{C} = -100 \text{mV}$$

Dalla relazione  $\Delta I_C/I_C = \frac{|\Delta V_{BE}|}{R_E \cdot I_C}$ , segue che:

$$R_E = \frac{|\Delta V_{BE}|}{\frac{\Delta I_C}{I_C} \cdot I_C} \approx 500 \Omega$$

Si sceglie il valore di  $470\Omega$  che e' possibile con un componente discreto.

Il guadagno in tensione del circuito in esame e':

$$A_V = \frac{V_o}{V_i} = -g_m \cdot (R_C // R_L) = -20 = -g_m \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_L}}$$

La transconduttanza  $g_m$  si estrae da dati hie e hfe precedentemente estratti dal datasheet (si noti che risulta essere un poco differente dal valore teorico  $I_C/V_T$ ):

$$g_m = \frac{\beta}{I_{FE}} = \frac{h_{fe}}{h_{ie}} = 35 \text{mA/V}$$

Si ricava quindi:

$$R_C = \frac{1}{\frac{1}{R_L} + \frac{g_m}{A_V}} = 1.33 \text{k}\Omega$$

## Esercizio (III)

Si sceglie per  $R_C$  il valore di  $1.2 \text{k}\Omega$  che esiste a componente discreto.

Si puo' ora stabilire la tensione di alimentazione  $V_{CC}$ .

$$V_{CC} = I_C \cdot R_C + V_{CE} + I_C \cdot R_E = 11.67 \text{V}$$

Si sceglie quindi  $V_{CC}=12 \text{V}$ .

Si deve infine dimensionare il partitore di polarizzazione della base. Ponendo  $V_B (= \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot V_{CC})$  e  $R_B (= R_1 // R_2)$  l'equivalente di Thevenin del partitore, si puo' ricavare la tensione  $V_B$  che deve essere:

$$V_B = R_B \cdot I_B + V_{BE} + R_E \cdot I_E = \left( \frac{R_B}{\beta} + R_E \right) \cdot I_C + V_{BE} \approx 1.35 \text{V}$$

Si suppone di porre:

$$R_B = 30 \cdot R_E = 14.1 \text{k}\Omega$$

Essendo:

$$V_B = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot \frac{R_1}{R_1} \cdot V_{CC} = R_B \cdot \frac{1}{R_1} \cdot V_{CC}$$

Si ricava quindi  $R_1$ :

$$R_1 = 125.3 \text{k}\Omega$$

Per  $R_1$  si sceglie il valore di  $120 \text{k}\Omega$ , esistente a componenti discreti

Si ricava quindi  $R_2$ :

$$R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_1}} = 15.9 \text{k}\Omega$$

Per  $R_2$  si sceglie infine il valore di  $15 \text{k}\Omega$ , esistente a componenti discreti