

## Euler-Lagrange

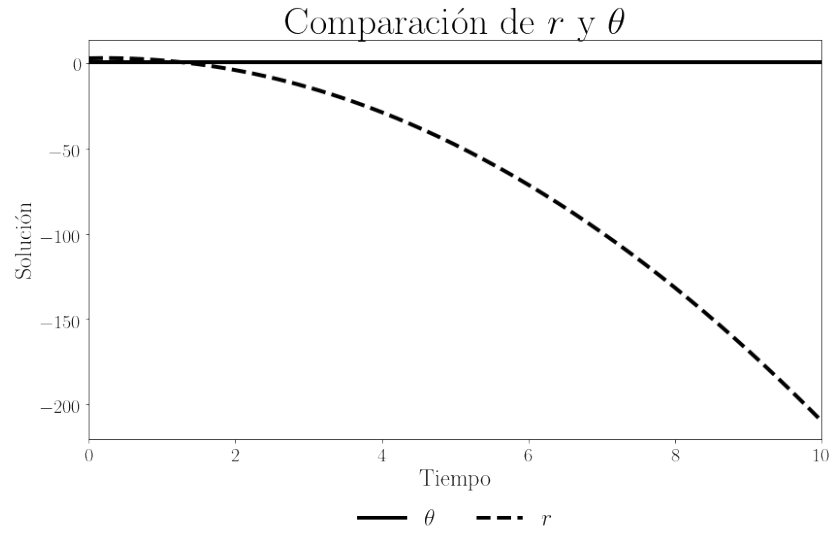
Se presentan los resultados de la simulación para dos casos de condiciones iniciales: con velocidad angular inicial y sin velocidad angular inicial. Las condiciones de simulación se muestran en la tabla 1.

Se observa que la presencia de velocidad angular en el sistema influye considerablemente en el comportamiento general de la esfera al caer. Para el caso de  $\dot{\theta}$  igual a cero, la esfera cae inmediatamente por el efecto de gravedad (figura 1a). En contraste con este comportamiento, para el caso de  $\dot{\theta} \neq 0$  la esfera nunca cae hacia el fondo del cono. La posición de la esfera oscila entre los radios de 2 y 3 (figura 3a).

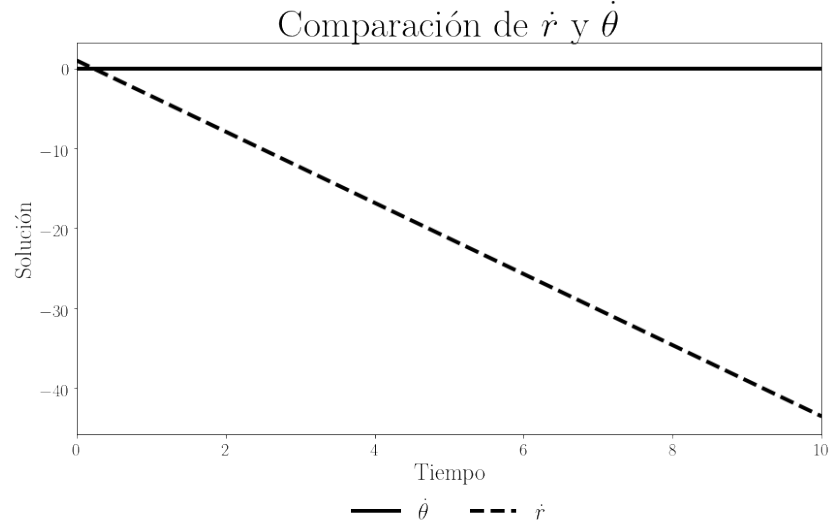
De los diagramas de fase se identifica que el sistema se encuentra en una órbita alrededor de  $r$  sin encontrar un punto de equilibrio (figura 2a) si la velocidad angular es diferente de cero. Para el caso de velocidad angular igual a cero, la posición  $r$  decae sin estabilizarse, teniendo un valor máximo en el último instante de simulación.

Tiempo de simulación	10 s			
Masa	1 kg	$\alpha$	1 rad	
Condiciones iniciales				
	$r$	$\theta$	$\dot{r}$	$\dot{\theta}$
Caso 1	3 m	1 rad	1 $m/s$	0 $rad/s$
Caso 2	3 m	1 rad	1 $m/s$	1 $rad/s$

Cuadro 1: Condiciones de simulación.

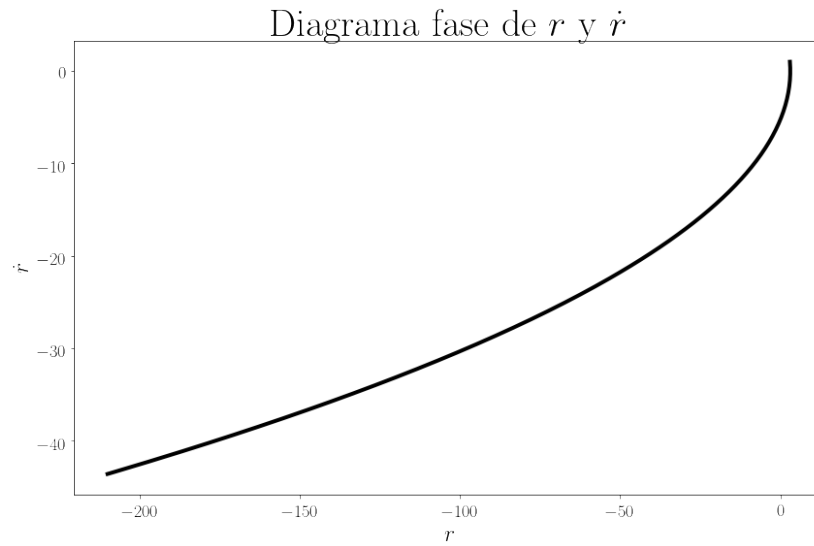


(a) Coordenadas generalizadas  $q$ .

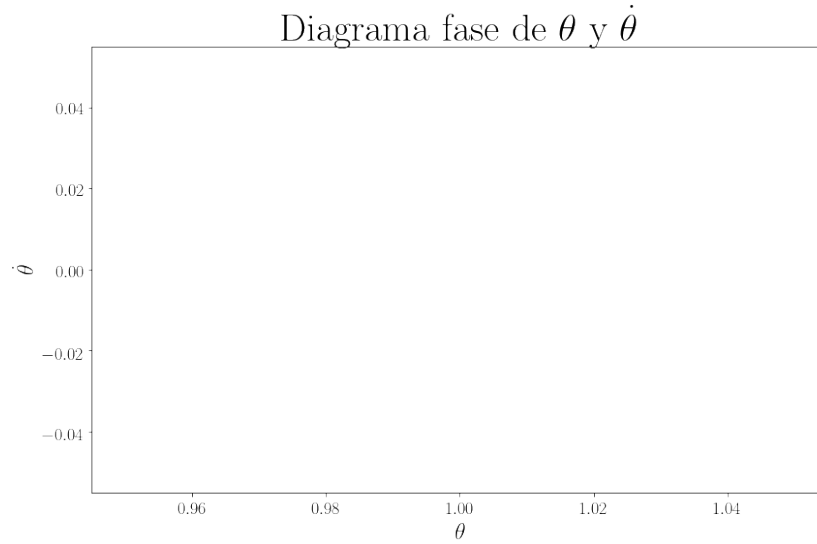


(b) Primera derivada de coordenadas generalizadas  $\dot{q}$ .

Figura 1: Gráfica respecto al tiempo. Caso 1.

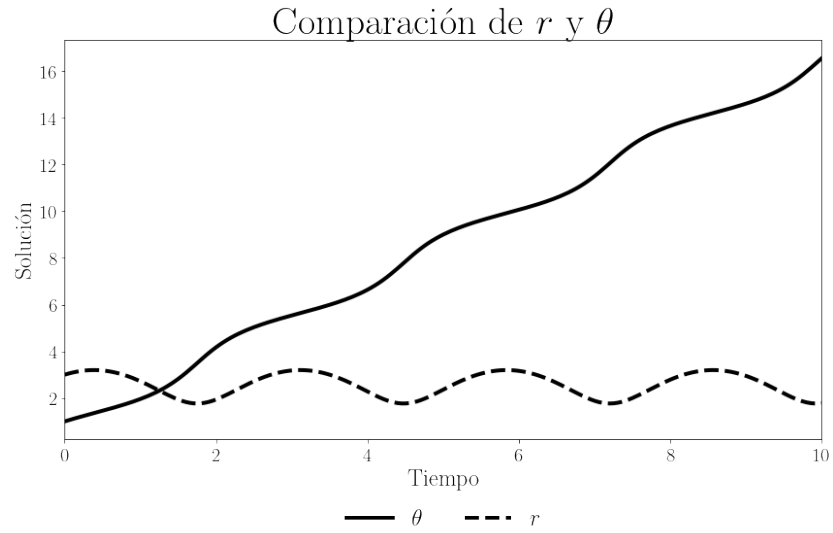


(a) Posición y velocidad lineal.

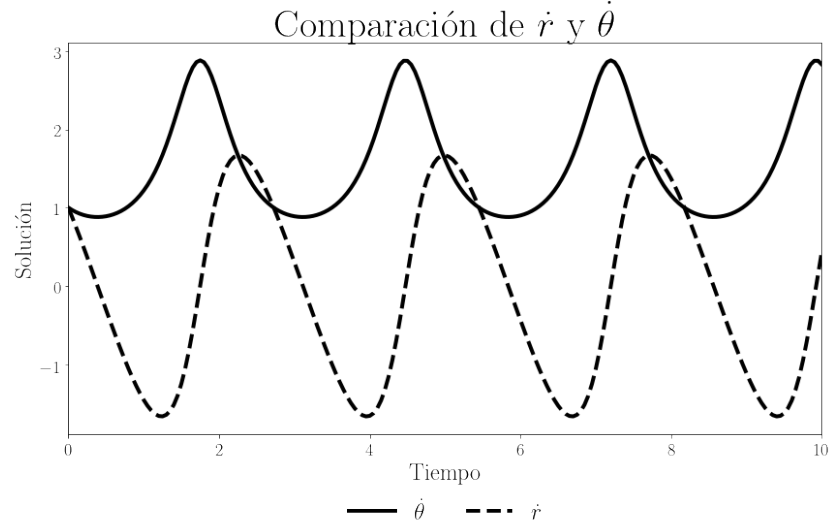


(b) Posición y velocidad angular.

Figura 2: Diagramas de fase. Caso 1.

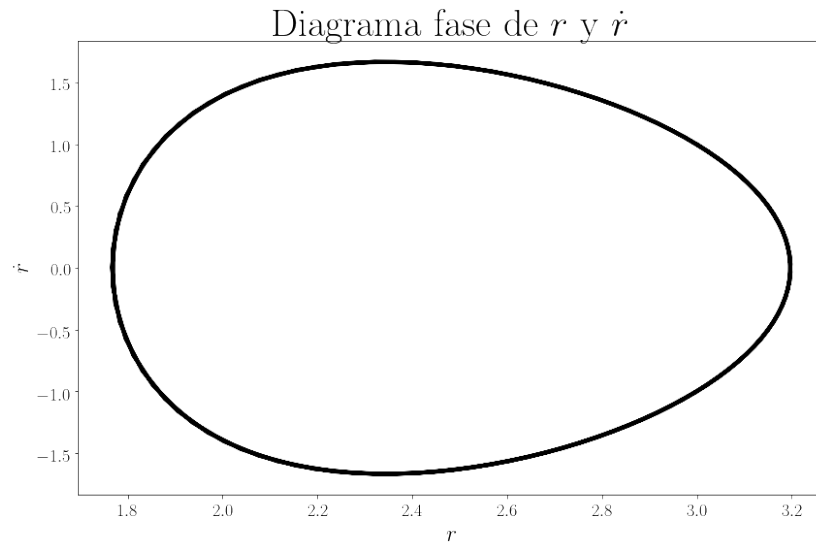


(a) Coordenadas generalizadas  $q$ .

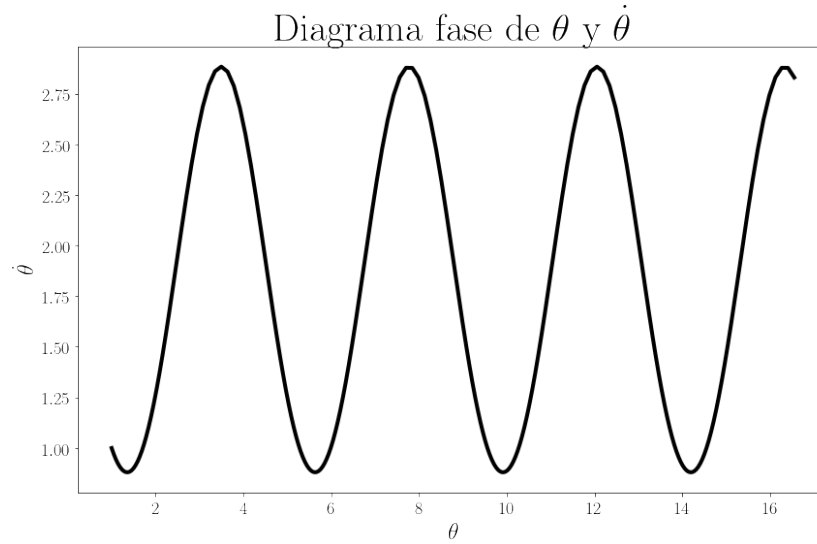


(b) Primera derivada de coordenadas generalizadas  $\dot{q}$ .

Figura 3: Gráfica respecto al tiempo. Caso 2.



(a) Posición y velocidad lineal.



(b) Posición y velocidad angular.

Figura 4: Diagramas de fase. Caso 2.

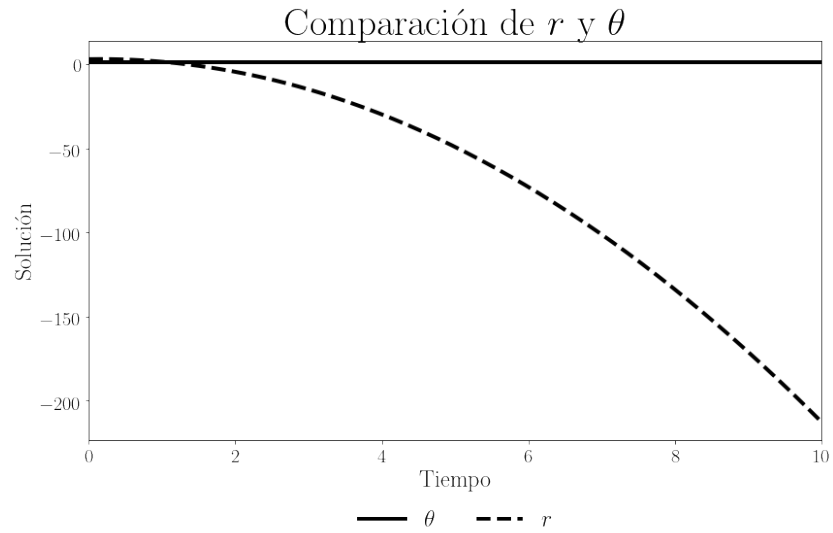
## Hamiltoniano

Se presentan los resultados de la simulación para dos casos de condiciones iniciales: con el componente  $p_\theta$  de la cantidad de movimiento (momentum) igual y diferente de cero. Las condiciones de simulación se muestran en la tabla 2. Las condiciones de simulación son idénticas a los casos de simulación para el método de Euler-Lagrange.

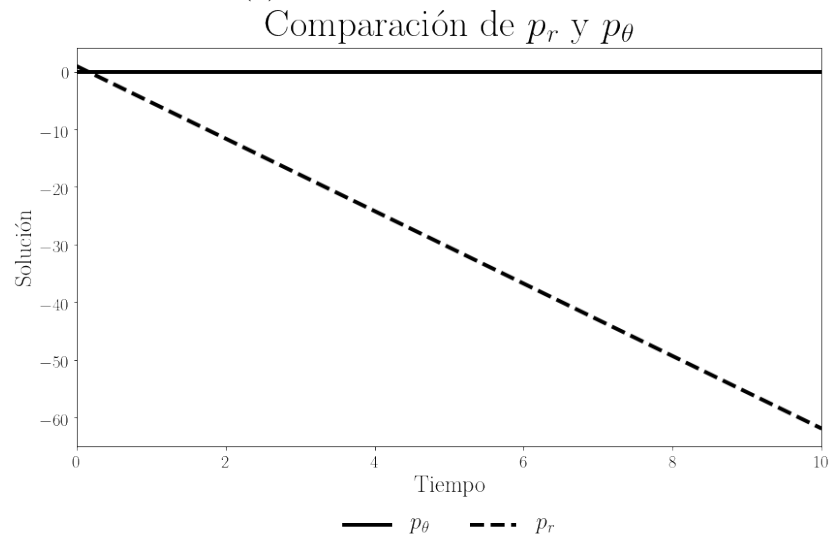
De las figuras 5a y 7a se observa un comportamiento idéntico del sistema para las variables  $r$  y  $\theta$ . Los diagramas de fase para  $r$  exhiben el mismo comportamiento que en la simulación mediante Euler-Lagrange (figuras 6a y 8a).

Tiempo de simulación	10 s			
Masa	1 kg	$\alpha$	1 rad	
Condiciones iniciales				
	$r$	$\theta$	$p_r$	$p_\theta$
Caso 1	3 m	1 rad	1 $kg \cdot m/s$	0 $kg \cdot m/s$
Caso 2	3 m	1 rad	1 $kg \cdot m/s$	9 $kg \cdot m/s$

Cuadro 2: Condiciones de simulación.

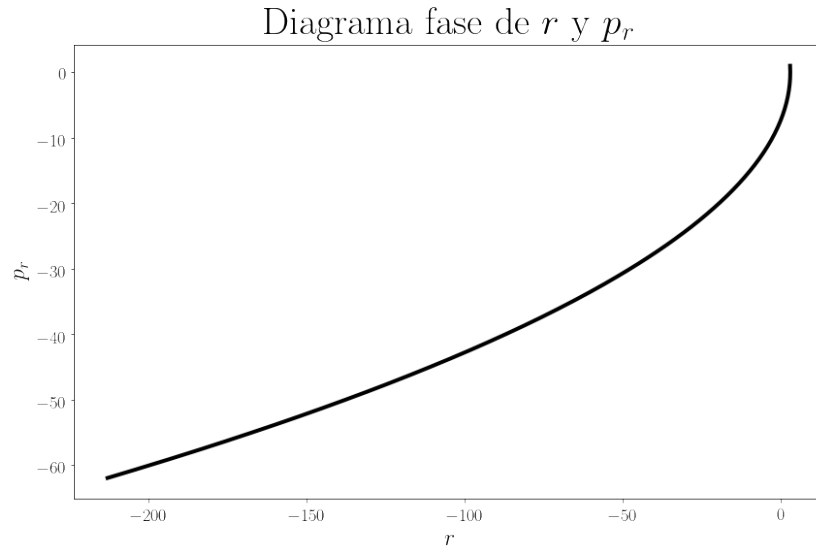


(a) Posición lineal y angular.

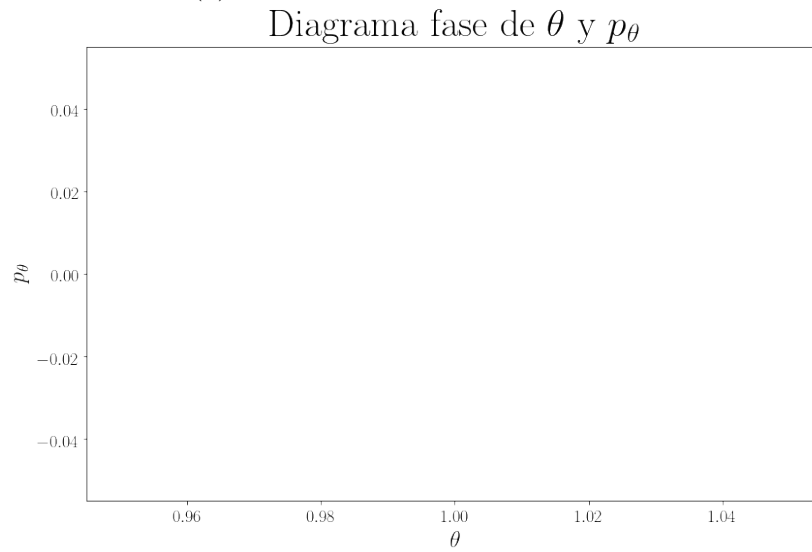


(b) Componentes de cantidad de movimiento.

Figura 5: Gráfica respecto al tiempo. Caso 1 - Hamiltoniano.



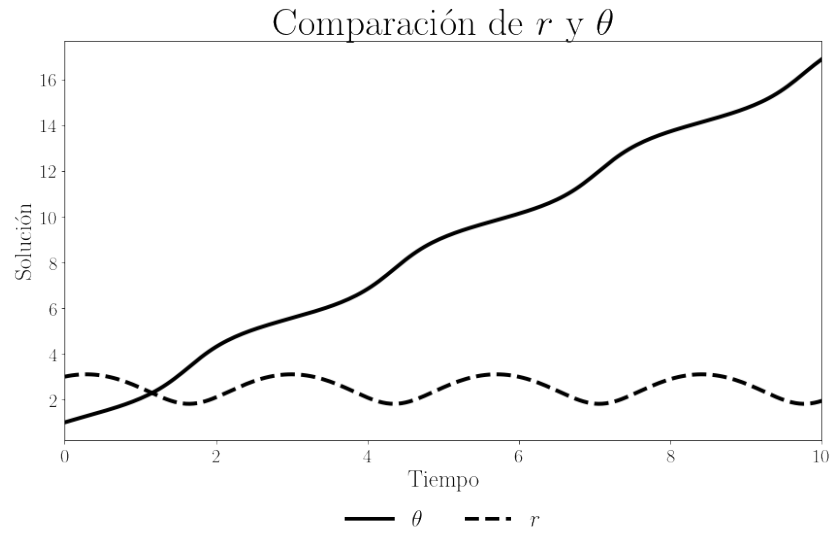
(a) Posición lineal y componente  $p_r$ .



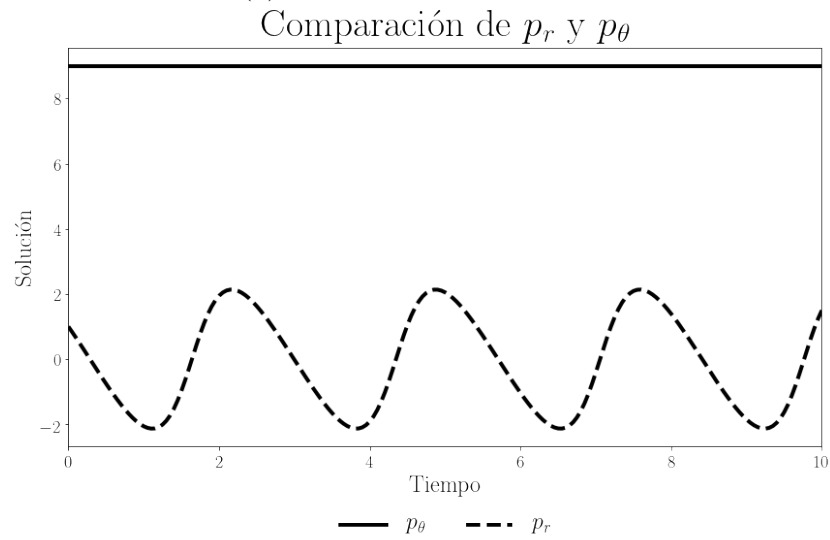
(b) Posición angular y componente  $p_\theta$ .

Figura 6: Diagramas de fase. Caso 1 - Hamiltoniano.



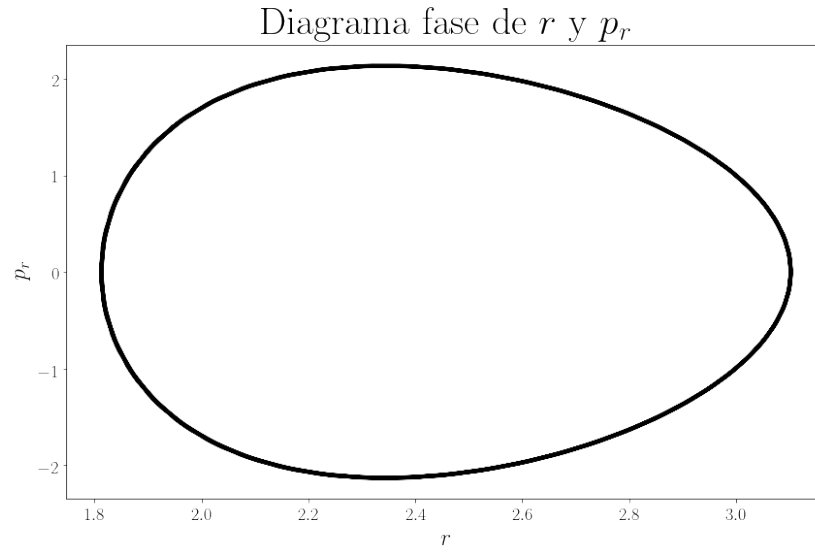


(a) Posición lineal y angular.

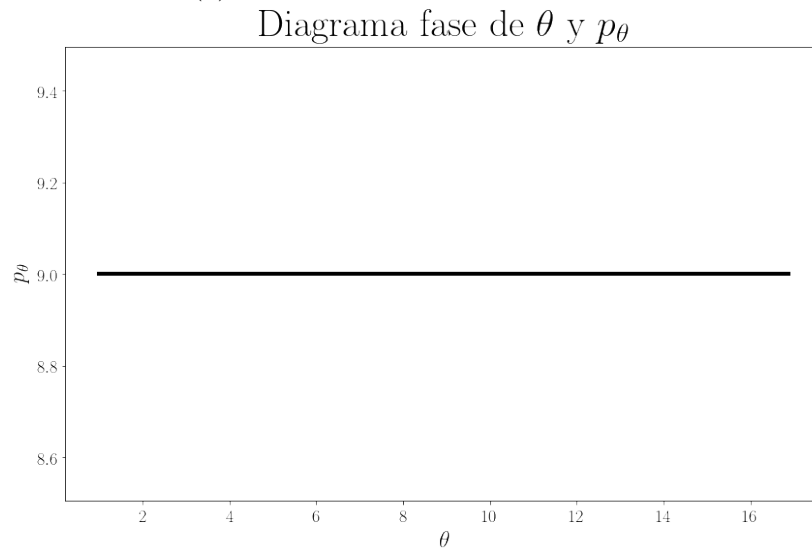


(b) Componentes de cantidad de movimiento.

Figura 7: Gráfica respecto al tiempo. Caso 2.



(a) Posición lineal y componente  $p_r$ .



(b) Posición angular y componente  $p_\theta$ .

Figura 8: Diagramas de fase. Caso 2 - Hamiltoniano.