

Péndulo Simple

Se presentan los resultados de la simulación para el péndulo simple evaluado con fricción y sin fricción. Las condiciones de simulación se muestran en la tabla 1

Tiempo inicial (t_0)	0	Posición angular inicial (θ_0)	$\frac{\pi}{18}$
Tiempo final (t_f)	10	Velocidad angular inicial ($\dot{\theta}_0$)	1
Masa (m)	1	Longitud (l)	1
Constante de gravedad g	9,81	Constante de fricción b_θ	1

Cuadro 1: Condiciones de simulación.

Caso sin fricción

Se observa que el movimiento del péndulo es periódico, ya que al no existir fuerzas que remuevan energía del sistema el sistema jamás se detendrá. Este comportamiento también se puede observar en el diagrama de fase mostrado en la figura 1. Al comparar el modelo lineal y no lineal, las gráficas de posición angular (figura 2) y velocidad angular (figura 3) coinciden para valores de θ menores a $\frac{\pi}{9}$ radianes.

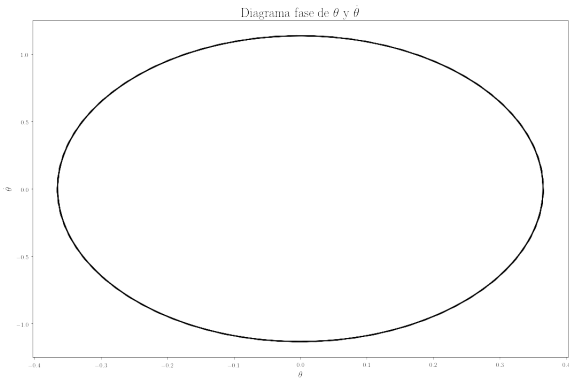


Figura 1: Diagrama de fase θ y $\dot{\theta}$ sin fricción.

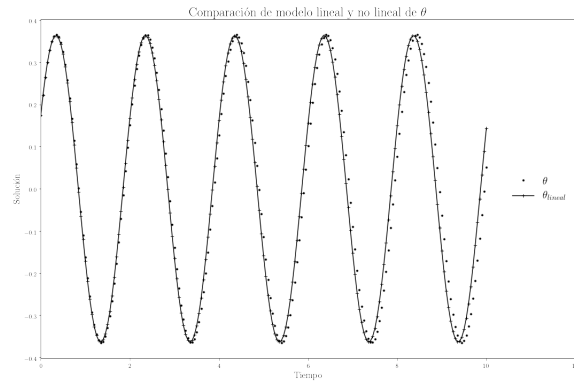


Figura 2: Comportamiento de θ sin fricción.

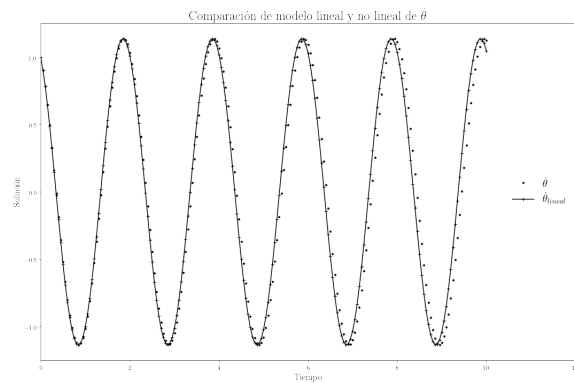


Figura 3: Comportamiento de $\dot{\theta}$ sin fricción.

Caso con fricción

Al introducir fricción al sistema, se observa en el diagrama de fase (4) que el sistema converge a un estado de equilibrio en θ igual a cero. A su vez, las gráficas de posición angular (figura 5) y velocidad angular (figura 6) tienden a un punto de equilibrio en cero conforme el tiempo avanza.

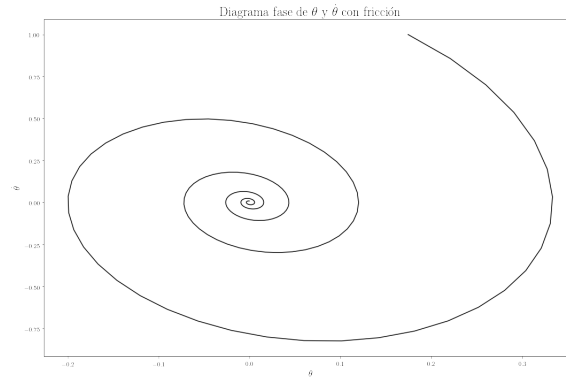


Figura 4: Diagrama de fase θ y $\dot{\theta}$ con fricción.

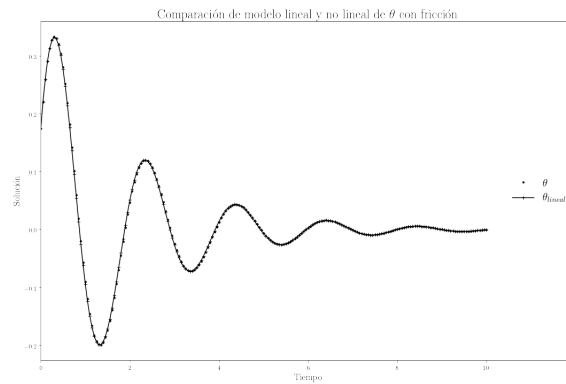


Figura 5: Comportamiento de θ con fricción.

Péndulo Doble

Se evaluó la simulación de péndulo doble para las condiciones mostradas en la table 2. Se emplearon dos modelos para la simulación: modelo con gravedad (energía potencial) y sin gravedad.

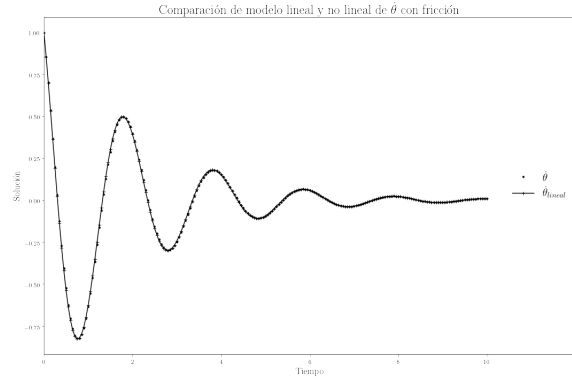


Figura 6: Comportamiento de $\dot{\theta}$ con fricción.

Tiempo inicial (t_0)	0	Posición angular inicial (θ_0)	$\frac{\pi}{4}$
Tiempo final (t_f)	10	Velocidad angular inicial ($\dot{\theta}_0$)	1
Masa (m)	1	Posición angular inicial (α_0)	0
Longitud (l)	1	Velocidad angular inicial ($\dot{\alpha}_0$)	0
Constante de gravedad (g)	9,81		

Cuadro 2: Condiciones de simulación.

Se observa en la figura 7 que el valor de θ incrementa de manera lineal en función de la velocidad angular inicial si no hay gravedad presente en el sistema. El comportamiento para el caso de gravedad presente en el sistema es más complejo debido al efecto que α tiene sobre θ .

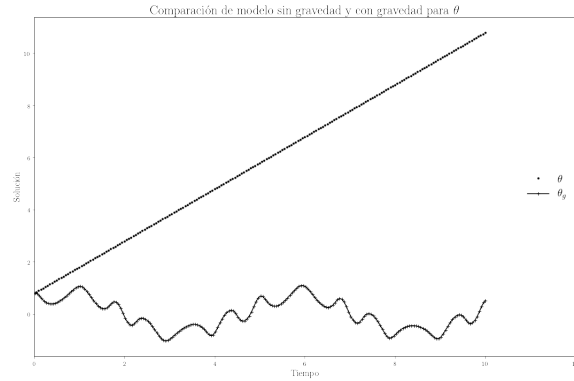


Figura 7: Comportamiento de θ sin gravedad y con gravedad.

El segundo objeto en el sistema, con posición angular α se muestra en la figura 8. Para el caso sin gravedad, α no experimenta cambio alguno, y su comportamiento es errático al introducir gravedad en el sistema.

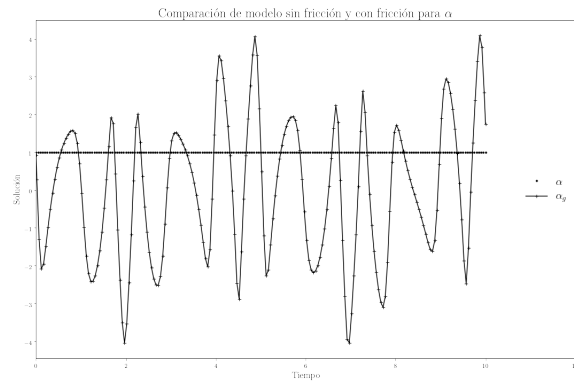


Figura 8: Comportamiento de α sin gravedad y con gravedad.

Las figuras 9, 11, 10 y 12 muestran los diagramas fase del sistema.

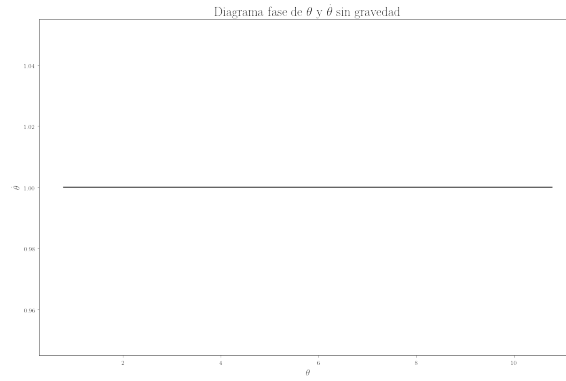


Figura 9: Diagrama de fase para θ y $\dot{\theta}$ sin gravedad.

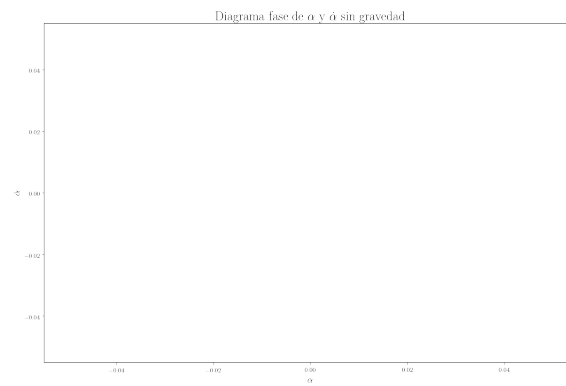


Figura 10: Diagrama de fase para α y $\dot{\alpha}$ sin gravedad.

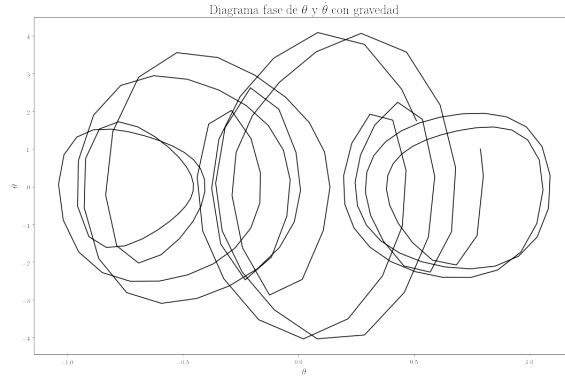


Figura 11: Diagrama de fase para θ y $\dot{\theta}$ con gravedad.

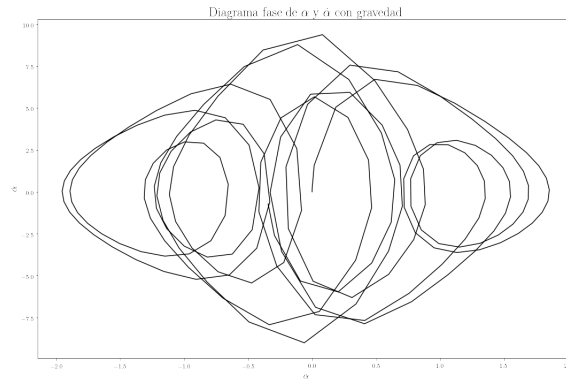


Figura 12: Diagrama de fase para α y $\dot{\alpha}$ con gravedad.

Péndulo Invertido

La simulación de péndulo invertido comparó los siguientes dos modelos:

- Modelo referencia

$$\begin{pmatrix} m_c + m_p & lm_p \cos(\theta) \\ m_p l \cos(\theta) & m_p l^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\dot{\theta}^2 lm_p \sin(\theta) \\ m_p l g \sin(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Modelo Miriam

$$\begin{pmatrix} m_c + m_p & lm_p \cos(\theta) \\ m_p l \cos(\theta) & m_p l^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\dot{\theta}^2 lm_p \sin(\theta) \\ m_p l g \sin(\theta) + 2lm_p \dot{x} \dot{\theta} \sin(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tiempo inicial (t_0)	0	Posición inicial (x_0)	0
Tiempo final (t_f)	10	Velocidad inicial (\dot{x}_0)	0
Masa del vehículo (m_c)	1	Posición angular inicial (θ_0)	$\frac{3\pi}{4}$
Masa del péndulo (m_p)	1	Velocidad angular inicial ($\dot{\theta}_0$)	0
Constante de gravedad (g)	9,81	Longitud (l)	1
Modelo de fuerza (F)	0		

Cuadro 3: Condiciones de simulación.

La tabla 3 presenta las condiciones de la simulación.

Se observa que para las mismas condiciones iniciales, el segundo modelo presenta un desfase en el período en la posición x (figura 13) y la posición angular θ (figura 14) casi inmediatamente.

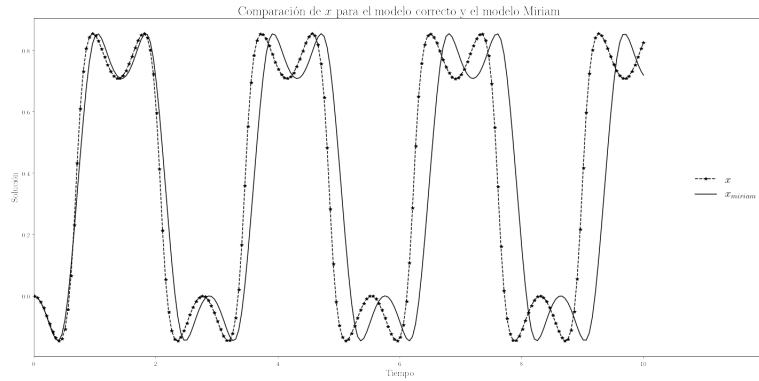


Figura 13: Comportamiento de x para los modelos de péndulo invertido.

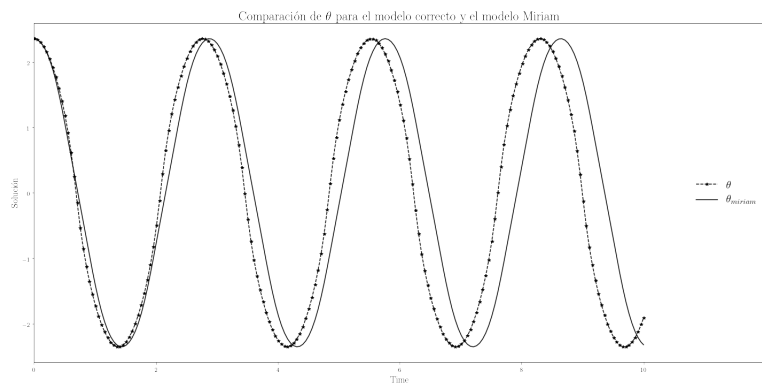


Figura 14: Comportamiento de θ para los modelos de péndulo invertido.