

# Plataforma Gough-Stewart

## Reporte de medio término

E. Benavides   I. Ayala   N. González

Centro de Investigación y de Estudios Acaanzados del IPN  
Robótica y Manufactura Avanzada

RyMA 2019

# Contenido

## 1 Introducción

- Nomenclatura
- Motivación

## 2 Desarrollo

- Cinemática
- Energía

## 3 Simulador

- MATLAB

# Outline

- 1 **Introducción**
  - **Nomenclatura**
  - Motivación
- 2 Desarrollo
  - Cinemática
  - Energía
- 3 Simulador
  - MATLAB

# Definiciones

- Masa del disco parabólico  $m_{dp}$
- Centro de masa del disco parabólico  $cm_{dp}$
- Punto de unión del pistón en la plataforma  $a_i$
- Punto de unión del pistón en la base  $b_i$
- Vector unitario del pistón  $u_i$
- Velocidad lineal del pistón  $v_p$

# Outline

- 1 **Introducción**
  - Nomenclatura
  - **Motivación**
- 2 Desarrollo
  - Cinemática
  - Energía
- 3 Simulador
  - MATLAB

# Uso de la plataforma Gough-Stewart

- Movimiento preciso de objetos
- Control preciso de la posición de antenas parabólicas
  - Antena parabólica SP8-2.1 de la compañía *radiowaves*

# Aplicación

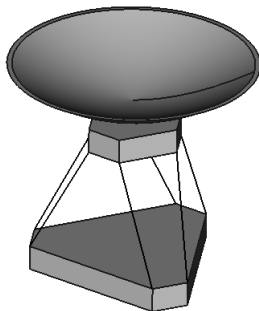


Figura: Aplicación de la plataforma Gough-Stewart.

# Outline

- 1 Introducción
  - Nomenclatura
  - Motivación
- 2 Desarrollo
  - Cinemática
  - Energía
- 3 Simulador
  - MATLAB



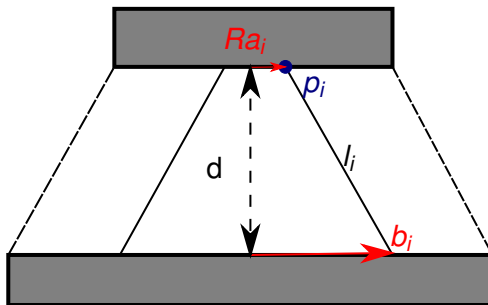


Figura: Abstracción de geometría.

# Relación de posiciones

- Se establece la relación de posición entre la base y la plataforma

$$p_i = d + Ra_i = b_i + l_i \quad (1)$$

- La ecuación 1 se expresa en función de la longitud  $l_i$  de cada pistón

$$l_i = d + Ra_i - b_i \quad (2)$$

# Transformaciones homogéneas

- Definimos  $R$  como la matriz de rotación extrínseca de la plataforma respecto a la base.

$$R = R_z R_y R_x = R_{xyz} \quad (3)$$

# Coordenadas generalizadas

- Designamos  $||l_i||$  como las coordenadas generalizadas  $q_i$

$$q_i = ||l_i|| = \sqrt{l_i^T l_i} \quad (4)$$

# Jacobiano inverso

## ■ Considerando

$$\dot{q}_i = J^{-1} \nu = A \begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix} \Rightarrow A = J^{-1} \quad (5)$$

## ■ Derivando la ecuación 4 se obtiene

$$\dot{q}_i = \frac{1}{||I_i||} (\dot{d} + [\omega \times] R a_i) \cdot (d + R a_i - b_i) \quad (6)$$

# Jacobiano inverso

## ■ Desarrollando

$$\dot{q}_i = \frac{1}{||l_i||} (v_p \cdot l_i + [(Ra_i) \times] l_i \cdot \omega) \quad (7)$$

## ■ Se obtiene

$$\dot{q}_i = \frac{1}{||l_i||} [l_i^T, [(Ra_i) \times] l_i^T] \begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix} \quad (8)$$

# Jacobiano

- De la ecuación 8 se llega a

$$A = J^{-1} = \begin{bmatrix} \vec{u}_i^T, & [(Ra_i) \times] \vec{u}_i^T \end{bmatrix} \quad (9)$$

- Dado que  $J = A^{-1}$

$$J = \begin{bmatrix} \vec{u}_i^T, & [(Ra_i) \times] \vec{u}_i^T \end{bmatrix}^{-1} \quad (10)$$

# Outline

- 1 Introducción
  - Nomenclatura
  - Motivación
- 2 Desarrollo
  - Cinemática
  - **Energía**
- 3 Simulador
  - MATLAB



# Energía cinética del sistema

- Obtenemos las velocidades del sistema

$$\begin{bmatrix} \vec{u}_i^T, & [(Ra_i) \times] \vec{u}_i^T \end{bmatrix}^{-1} \dot{q} = \begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix} \quad (11)$$

- Expresamos la energía cinética  $K$  del sistema

$$K = \frac{1}{2} \|v_p\|^2 m_{dp} + \frac{1}{2} \omega^T I \omega \quad (12)$$

# Energía Potencial

## ■ La energía potencial

$$P_{dp} = m_{dp}gh = [0 \ 0 \ m_{dp}g] \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$P_z = d + R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ cm_{dp} \end{bmatrix}$$

# Outline

- 1 Introducción
  - Nomenclatura
  - Motivación
- 2 Desarrollo
  - Cinemática
  - Energía
- 3 Simulador
  - MATLAB

# GSP Toolbox

- Simulador programado en MATLAB
- Interfaz gráfica

# Interfaz gráfica

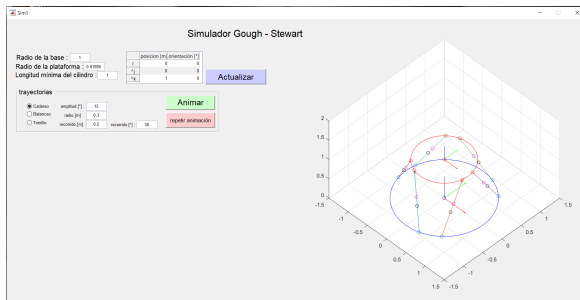


Figura: Interfaz gráfica del simulador.