Análisis, simulación y comparación de gastos energéticos de la plataforma Gough-Stewart con distintos modelos de control

Enrique Benavides Téllez, Isaac Ayala Lozano y Neftali Jonatán González
Robótica y Manufactura Avanzada
CINVESTAV
Ramos Arizpe, México

Resumen—El estudio de la dinámica de la plataforma Gough-Stewart y su respectiva simulación continúan siendo un pilar en el diseño y control de este tipo de robot. Este trabajo presenta el análisis de la cinemática y dinámica del la plataforma Gough Stewart mediante el método de D'Alembert-Lagrange y su simulación para el caso de estudio de una antena parabólica y su posicionamiento.

I. Introducción

La plataforma Gough Stewart (PGS), dotada de seis grados de libertad (gdl), es uno de los manipuladores paralelos más populares. Propuesto en 1954 por Eric Gough [1] como una herramienta para pruebas en llantas de vehículos [2], fue redescubierto una década después por D. Stewart en su publicación describiendo un sistema de seis grados de libertad diseñado como un simulador de vuelo [3].

Dentro del trabajo de Stewart, el sistema se distinguió de otros simuladores de vuelo por la ausencia de un eje fijo con respecto al suelo [3]. Esta característica le ha permitido al mecanismo simular, hasta cierto límite, condiciones de vuelo y aterrizaje que otros sistemas fueron incapaces de realizar.

La plataforma Gough Stewart no se vió limitada en cuanto a sus aplicaciones. Múltiples ideas han sido propuestas por la comunidad científica y la industria. Ejemplos de esto incluye su uso como mesa estabilizadora [1], robot para cirugía, e incluso su implementación como sistema universal de pruebas para llantas [4].

Los elementos que en conjunto forman la plataforma Gough Stewart pueden agruparse en tres grupos: elementos de control, elementos de movimiento y elementos fijos. Los elementos de control consideran todo componente empleado en el robot que permita la medición de las condiciones del sistema y aquellos que están dedicados a procesar dicha información y enviar instrucciones al resto del sistema para asegurar un funcionamiento adecuado. Los elementos de movimiento incluyen todos los componentes responsables de efectuar el desplazamiento de la plataforma superior del sistema. En esta categoría se encuentran los actuadores lineales que al operar en conjunto permiten a la plataforma hacer uso de un rango de movimiento y precisión que distinguen al mecanismo. Los elementos fijos consideran al resto de los elementos del sistema que no son responsables del movimiento o del control del mismo. El más importante de estos es la plataforma inferior, que permanece fija con el suelo y provee el soporte necesario al resto del sistema para operar.

A diferencia de otros robots, la plataforma Gough Stewart es una estructura de naturaleza paralela. Esto indica que el movimiento del elemento de interés se ve afectado simultáneamente por cada elemento impulsor del sistema y que estas aportaciones no son estudiadas en secuencia. Una estructura paralela es considerada una cadena cinemática cerrada. Cada actuador conecta al efector final con el origen con conexiones paralelas. El estudio y análisis de este comportamiento resulta más complejo que en mecanismos de naturaleza secuencial.

El estudio cinemático de un robot cualquiera se divide en el estudio de la cinemática directa o el estudio de la cinemática inversa del mismo.

La cinemática de un robot se puede dividir entre cinemática directa e inversa. La cinemática directa se centra en encontrar la posicion y orientación del efector final al modificar las dimensiones de los brazos y la cinemática inversa se centra en utilizar la posicion final del efector final para encontrar el valor longitudinal de los brazos.El desarrollo de la cinemática inversa de la PGS es sencilla de obtener, sin embargo el desarrollo de la cinemática directa es complicada debido a la necesidad de solucionar ecuaciones no lineales para la solución.

De la misma forma, es necesario conocer el modelo dinámico del sistema el cual define la menra en la que las energías y fuerzas se comportan en el sistema y contiene al igual que la cinemática directa complicaciones de desarrollo debido a la estructura de ciclo cerrado y las relaciones entre las partes del sistema. El modelo dinámico puede ser obtenido por medio de alguno de los siguientes métodos: Euler-Lagrange, principio de trabajo virtual, D'Alembert-Lagrange. Para fines del documento se utilizará el método de D'Alembert-Lagrange para obtener el modelo dinámico de la PGS. Cualquier robot para poder tener la fuerza y precisión para realizar una acción debe de poder rechazar perturbaciones externas asi como mantener la estabilidad en una referencia deseada, inclusive si la referencia está en constante cambio. La teoría de control propone diferentes maneras de llegar a la estabilidad por medio de la aplicación de gradientes de energía suficientes para mantener la estabilidad en la referencia deseada.

Por medio del presente escrito definirá en un inicio la cinemática de la PGS y seguido se realizará el modelo dinámico de la plataforma. En el aparatdo III se observarán los resultados del modelo dinámico con dos diferentes leyes de control (PD y PID) para comparar el gasto energético de cada uno con respecto a la tarea que debe realizar el robot.

II. Desarrollo

La PGS puede ser modelada en un inicio por medio de su cinemática inversa. Observando el modelo en la figura (insertar figura de la plataforma) se puede formular lo siguiente:

$$p_i = d + Ra_i = b_i + l_i \tag{1}$$

Siendo Ra_i el lugar donde un extremo del actuador en la plataforma es colocado, el valor b_i es el lugar donde el otro extremo del actuador es colocado en la base y d es la distancia que debe de moverse la plataforma respecto de la base. Definimos R como la matriz de rotación extrínseca de la plataforma respecto a la base.

$$R = R_z R_y R_x = R_{xyz} \tag{2}$$

El actuador es un pistón controlado por el largo y tomando en cuenta que el valor del actuador es l_i, podemos reescribir la ecuación 1 de la siguiente manera.

$$l_i = d + Ra_i - b_i \tag{3}$$

El vector l_i se obtiene como coordenadas $[x\ y\ z]^T$ al cual se debe aplicar la norma para obtener la dimensión del actuador y será la coordenada generalizada del pistón i-ésimo de la plataforma.

$$q_i = ||l_i|| = \sqrt{l_i^T l_i} \tag{4}$$

De la ecuación (4) se obtendrá el jacobiano para después despejar el twist y utilizar los valores de velocidad lineal y angular de la plataforma para el desarrollo del control por fuerzas. Para obtener el jacobiano se plantea la siguiente ecuación

$$J\dot{q} = \nu \tag{5}$$

La ecuación 4 al ser derivada respecto al tiempo es parecido a la ecuación del jacobiano en la solución de las velocidades de las coordenadas generalizadas.

$$\frac{d}{dt}q = \frac{d}{dt}||l_i|| = \frac{d}{dt}\sqrt{l_i^T l_i} \tag{6}$$

La ecuación anterior se desarrolla para tener la forma del jacobiano inverso:

$$\dot{q} = J^{-1}\nu = A\begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix} \Rightarrow A = J^{-1} \tag{7}$$

Desarrollamos la derivada de $||l_|| i$:

$$\dot{q} = \frac{1}{2||l_i||}\dot{l_i} \cdot l_i + l_i \cdot \dot{l_i} = \frac{1}{||l_i||}\dot{l_i} \cdot l_i \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{1}{||l_i||}(\dot{d} + [\omega\times]Ra_i) \cdot (d + Ra_i - b_i) \\ &= \frac{1}{||l_i||}(v_p - [(Ra_i)\times]\omega)(l_i) \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \dot{q} &= v_p \cdot l_i - [(Ra_i)\times]\omega \cdot l_i \\ &= v_p \cdot l_i + [(Ra_i)\times]l_i \cdot \omega \end{aligned} \tag{10}$$

$$\dot{q} = \frac{1}{||l_i||}v_p \cdot l_i + [(Ra_i)\times]l_i \cdot \omega \tag{11}$$

$$\dot{q} = \frac{1}{||l_i||}[l_i^T, [(Ra_i)\times]l_i^T]\begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix} \tag{12}$$

Con el desarrollo se encuentra que la jacobiana inversa parte de la ecuación 12 y se define como:

$$A = J^{-1} = \begin{bmatrix} \vec{u_i}^T & [(Ra_i)\times]\vec{u_i}^T \end{bmatrix} \tag{13}$$

Al invertir la matriz A de la ecuación 13 se obtiene la jacobiana de la PGS, con la cual se obtendrán las velocidades lineales y angulares de la PGS.

$$J = \begin{bmatrix} \vec{u_i}^T & [(Ra_i)\times]\vec{u_i}^T \end{bmatrix}^{-1}$$

Utilizando la Jacobiana y desarrollando la ecuación 5 se obtienen las velocidades lineales y angulares de la PGS.

$$\begin{bmatrix} \vec{u_i}^T & [(Ra_i)\times]\vec{u_i}^T \end{bmatrix}^{-1}\dot{q} = \begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix}$$

Para el desarrollo de la dinámica del robot, se conoce que soportara en la plataforma un disco parabólico con masa de 250 lb. Para obtener el modelo dinámico de la PGS con el disco hay se necesitan los valores de velocidad lineal y angular con respecto de la plataforma, se plantea la siguiente transformación.

$$M_{6x6}\begin{bmatrix} v_p^0 \\ \omega^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_p^1 \\ \omega^1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

En la ecuación 14 se identifica que al multiplicar las velocidades respecto a la base de la PGS se obtienen los valores de velocidades respecto a la plataforma. La matriz M debe de tener la siguiente forma:

$$M = \begin{bmatrix} I & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & R^T \end{bmatrix} \tag{15}$$

Donde el primer bloque es la matriz identidad debido a que las velocidades lineales tanto de la base como de la plataforma son iguales, la matriz E es la transformación de las velocidades angulares y tiene la siguiente forma:

$$R^T = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{21} & R_{31} \\ R_{12} & R_{22} & R_{32} \\ R_{13} & R_{23} & R_{33} \end{bmatrix}$$

Con la obtención del twist respecto a la plataforma del robot se pueden desarrollar las ecuaciones de energía. Se obtiene la energía potencial por medio de la altura del disco parabólico dp sobre la plataforma del robot.

$$P_{dp} = m_{dp} g h = [0\ 0\ m_{dp} g] \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}$$
$$P_z = d + R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c m_{dp} \end{bmatrix} \tag{16}$$

El punto P_z es la altura del disco parabólico respecto a la base de la PGS. La energía cinética depende de las velocidades sobre el disco parabólico y se define

$$K = \frac{1}{2} \nu m_{dp} \nu = \frac{1}{2} \dot{q}^T J^T\ m\ J \dot{q} \tag{17}$$

III. Resultados

IV. Discusión

V. Conclusiones

here [5] and [6].

Referencias

[1] "Review of stewart platforms." http://robotics.caltech.edu/ jwb/courses/ME115/handouts/ReviewStewartPlatform.pdf, accessed: 2019-10-10.

[2] V. Gough, "Contribution to discussion of papers on research in automobile stability," Proceedings of Control and Tyre Performance, Auto Div. Inst. Mech. Eng., pp. 392–394, 01 1956.

[3] D. Stewart, "A platform with six degrees of freedom," Archive: Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers 1847-1982 (vols 1-196), vol. 180, pp. 371–386, 06 1965.

[4] V. Gough, "Contribution to discussion to papers on research in automobile stability and control and in type performance. pro auto device instruction mech," Eng., pp. 392–395, 01 1957.

[5] Z. Bingul and O. Karahan, Dynamic Modeling and Simulation of Stewart Platform, 03 2012.

[6] G. Leonov, S. Zegzhda, S. Zuev, B. Ershov, D. Kazunin, D. Kostygova, N. Kuznetsov, P. Tovstik, T. Tovstik, and M. Yushkov, "Dynamics and control of the stewart platform," Doklady Physics, vol. 59, pp. 405–410, 10 2014.

Apéndice