Análisis, simulación y comparación de gastos energéticos de la plataforma Gough-Stewart con distintos modelos de control

Enrique Benavides Téllez, Isaac Ayala Lozano y Neftali Jonatán González
Robótica y Manufactura Avanzada
CINVESTAV
Ramos Arizpe, México

Resumen—El estudio de la dinámica de la plataforma Gough-Stewart y su respectiva simulación continúan siendo un pilar en el diseño y control de este tipo de robot. Este trabajo presenta el análisis de la cinemática y dinámica del la plataforma Gough Stewart mediante el método de D'Alembert-Lagrange y su simulación para el caso de estudio de una antena parabólica y su posicionamiento.

I. Introducción

La plataforma Gough Stewart (PGS), dotada de seis grados de libertad (gdl), es uno de los manipuladores paralelos más populares. Propuesto en 1954 por Eric Gough [1] como una herramienta para pruebas en llantas de vehículos [2], fue redescubierto una década después por D. Stewart en su publicación describiendo un sistema de seis grados de libertad diseñado como un simulador de vuelo [3].

Dentro del trabajo de Stewart, el sistema se distinguió de otros simuladores de vuelo por la ausencia de un eje fijo con respecto al suelo [3]. Esta característica le ha permitido al mecanismo simular, hasta cierto límite, condiciones de vuelo y aterrizaje que otros sistemas fueron incapaces de realizar.

La plataforma Gough Stewart no se vió limitada en cuanto a sus aplicaciones. Múltiples ideas han sido propuestas por la comunidad científica y la industria. Ejemplos de esto incluye su uso como mesa estabilizadora [1], robot para cirugía, e incluso su implementación como sistema universal de pruebas para llantas [4].

Los elementos que en conjunto forman la plataforma Gough Stewart pueden agruparse en tres grupos: elementos de control, elementos de movimiento y elementos fijos. Los elementos de control consideran todo componente empleado en el robot que permita la medición de las condiciones del sistema y aquellos que están dedicados a procesar dicha información y enviar instrucciones al resto del sistema para asegurar un funcionamiento adecuado. Los elementos de movimiento incluyen todos los componentes responsables de efectuar el desplazamiento de la plataforma superior del sistema. En esta categoría se encuentran los actuadores lineales que al operar en conjunto permiten a la plataforma hacer uso de un rango de movimiento y precisión que distinguen al mecanismo. Los elementos fijos consideran al resto de los elementos del sistema que no son responsables del movimiento o del control del mismo. El más importante de estos es la plataforma inferior, que permanece fija con el suelo y provee el soporte necesario al resto del sistema para operar.

A diferencia de otros robots, la plataforma Gough Stewart es una estructura de naturaleza paralela. Esto indica que el movimiento del elemento de interés se ve afectado simultáneamente por cada elemento impulsor del sistema y que estas aportaciones no son estudiadas en secuencia. Una estructura paralela es considerada una cadena cinemática cerrada. Cada actuador conecta al efector final con el origen con conexiones paralelas. El estudio y análisis de este comportamiento resulta más complejo que en mecanismos de naturaleza secuencial.

El estudio cinemático de un robot cualquiera se divide en el estudio de la cinemática directa o el estudio de la cinemática inversa del mismo. El estudio de la cinemática directa de un robot emplea el conocimiento de las dimensiones de sus elementos de movimiento para así predecir la posición y orientación que el efector final exhibirá. Por el contrario, la cinemática inversa hace uso de una posición y orientación conocida del efector final para determinar las dimensiones de los elementos de movimiento. Para el caso de la plataforma Gough Stewart, el estudio de la cinemática directa resulta ser un reto pues las ecuaciones de movimiento no representan un sistema lineal. Esta característica reduce considerablemente las herramientas disponibles para el análisis cinemático del sistema. Aunado a esta limitación, el estudio de la cinemática inversa del sistema es mucho más preferible.

De la misma forma, es necesario conocer el modelo dinámico del sistema. Éste define la manera en que las fuerzas y energías presentes en el sistema se comportan. La obtención de un modelo dinámico de la plataforma Gough Stewart cuenta también con sus propias complicaciones debido a su naturaleza como estructura de ciclo cerrado.

El modelo dinámico puede ser obtenido por medio de alguno de los siguientes métodos: Euler-Lagrange, principio de trabajo virtual, D'Alembert-Lagrange. Este trabajo empleará el método de D'Alembert-Lagrange para obtener el modelo dinámico de la plataforma Gough Stewart.

El objetivo de implementar una platafora Gough Stewart es aprovechar la precisión de sus movimientos para controlar de esta manera el movimiento de un objeto de interés. El control del movimiento requiere también que el sistema sea capaz de rechazar perturbaciones y la habilidad de mantener la estabilidad de la plataforma superior aún cuando la posición de referencia esté cambiando. La teoría de control propone diferentes maneras de llegar a la estabilidad por medio de la aplicación de gradientes de energía suficientes para mantener la estabilidad en la referencia deseada.

Este trabajo presentará el estudio de la cinemática y la dinámica de la plataforma Gough Stewart. Se presentará también una comparación de diferentes estrategias de control del sistema a manera de determinar la estrategia que sea más eficiente en términos de energía.

II. Desarrollo

II-A. Cinemática de la PGS

La PGS puede ser modelada en un inicio por medio de su cinemática inversa. Observando el modelo en la figura 1 se puede formular lo siguiente:

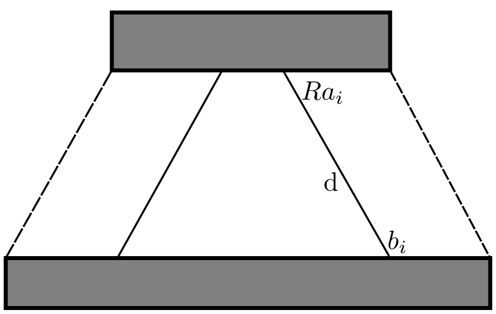

Figura 1. Diagrama de la plataforma Gough Stewart.

$$p_i = d + Ra_i = b_i + l_i \tag{1}$$

Siendo Ra_i el lugar donde un extremo del actuador en la plataforma es colocado, el valor b_i es el lugar donde el otro extremo del actuador es colocado en la base y d es la distancia que debe de moverse la plataforma respecto de la base. Definimos R como la matriz de rotación extrínseca de la plataforma respecto a la base.

$$R = R_z R_y R_x = R_{xyz} \tag{2}$$

El actuador es un pistón controlado por el largo y tomando en cuenta que el valor del actuador es l_i, podemos reescribir la ecuación 1 de la siguiente manera.

$$l_i = d + Ra_i - b_i \tag{3}$$

El vector l_i se obtiene como coordenadas $[x\ y\ z]^T$ al cual se debe aplicar la norma para obtener la dimensión del actuador y será la coordenada generalizada del pistón i-ésimo de la plataforma.

$$q_i = ||l_i|| = \sqrt{l_i^T l_i} \tag{4}$$

De la ecuación (4) se obtendrá el jacobiano para después despejar el twist y utilizar los valores de velocidad lineal y angular de la plataforma para el desarrollo del control por fuerzas. Para obtener el jacobiano se plantea la siguiente ecuación

$$J\dot{q} = \nu \tag{5}$$

La ecuación 4 al ser derivada respecto al tiempo es parecido a la ecuación del jacobiano en la solución de las velocidades de las coordenadas generalizadas.

$$\frac{d}{dt}q = \frac{d}{dt}||l_i|| = \frac{d}{dt}\sqrt{l_i^T l_i} \tag{6}$$

La ecuación anterior se desarrolla para tener la forma del jacobiano inverso:

$$\dot{q} = J^{-1}\nu = A\begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix} \Rightarrow A = J^{-1} \tag{7}$$

Desarrollamos la derivada de $||l_{|}|i$:

$$\dot{q} = \frac{1}{2||l_i||}\dot{l_i}\cdot l_i + l_i \cdot \dot{l_i} = \frac{1}{||l_i||}\dot{l_i}\cdot l_i \tag{8}$$

$$\dot{q} = \frac{1}{||l_i||}(\dot{d} + [\omega\times]Ra_i)\cdot(d + Ra_i - b_i) \tag{9}$$

$$= \frac{1}{||l_i||}(v_p - [(Ra_i)\times]\omega)(l_i)$$

$$\dot{q} = v_p \cdot l_i - [(Ra_i)\times]\omega \cdot l_i \tag{10}$$

$$= v_p \cdot l_i + [(Ra_i)\times]l_i \cdot \omega$$

$$\dot{q} = \frac{1}{||l_i||}v_p \cdot l_i + [(Ra_i)\times]l_i \cdot \omega \tag{11}$$

$$\dot{q} = \frac{1}{||l_i||}[l_i^T, [(Ra_i)\times]l_i^T]\begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix} \tag{12}$$

Con el desarrollo se encuentra que la jacobiana inversa parte de la ecuación 12 y se define como:

$$A = J^{-1} = \begin{bmatrix} \vec{u_i}^T & [(Ra_i)\times]\vec{u_i}^T \end{bmatrix} \tag{13}$$

Al invertir la matriz A de la ecuación 13 se obtiene la jacobiana de la PGS, con la cual se obtendrán las velocidades lineales y angulares de la PGS.

$$J = \begin{bmatrix} \vec{u_i}^T & [(Ra_i)\times]\vec{u_i}^T \end{bmatrix}^{-1}$$

Utilizando la Jacobiana y desarrollando la ecuación 5 se obtienen las velocidades lineales y angulares de la PGS.

$$\begin{bmatrix} \vec{u_i}^T & [(Ra_i)\times]\vec{u_i}^T \end{bmatrix}^{-1}\dot{q} = \begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix}$$

II-B. Dinámica de la PGS

Para el desarrollo de la dinámica del robot, se conoce que soportará en la plataforma un disco parabólico con masa de 250 lb. Para obtener el modelo dinámico de la PGS con el disco se necesitan los valores de velocidad lineal y angular con respecto de la plataforma, se plantea la siguiente transformación.

$$M_{6x6}\begin{bmatrix} v_p^0 \\ \omega^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_p^1 \\ \omega^1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

En la ecuación 14 se identifica que al multiplicar las velocidades respecto a la base de la PGS se obtienen los valores de velocidades respecto a la plataforma. La matriz M debe de tener la siguiente forma:

$$M = \begin{bmatrix} I & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & R^T \end{bmatrix} \tag{15}$$

Donde el primer bloque es la matriz identidad debido a que las velocidades lineales tanto de la base como de la plataforma son iguales, la matriz E es la transformación de las velocidades angulares y tiene la siguiente forma:

$$R^T = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{21} & R_{31} \\ R_{12} & R_{22} & R_{32} \\ R_{13} & R_{23} & R_{33} \end{bmatrix}$$

Con la obtención del twist respecto a la plataforma del robot se pueden desarrollar las ecuaciones de energía. Se obtiene la energía potencial por medio de la altura del disco parabólico dp sobre la plataforma del robot.

$$\begin{gathered} P_{dp} = m_{dp}gh = [0\ 0\ m_{dp}g]\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} \\ P_z = d + R\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ cm_{dp} \end{bmatrix} \end{gathered} \tag{16}$$

El punto P_z es la altura del disco parabólico respecto a la base de la PGS. La energía cinética depende de las velocidades sobre el disco parabólico y se define

$$K = \frac{1}{2}\nu m_{dp}\nu = \frac{1}{2}\dot{q}^T J^T\ m\ J\dot{q} \tag{17}$$

III. Simulación

El modelo cinemático desarrollado en la sección II-A fue implementado en MATLAB para evaluar el comportamiento del sistema. Este simulador es capaz de calcular los cambios en la dimensión de cada elemento de movimiento del sistema para lograr que la plataforma móvil llegue a la posición deseada.

El simulador cuenta con una interfaz gráfica que permite la evaluación de coordenadas y orientación de la plataforma. Es posible especificar posiciones deseadas y los parámetros de movimiento del robot como lo son la longitud de cada pistón y la dimensión de la base y plataforma del sistema.

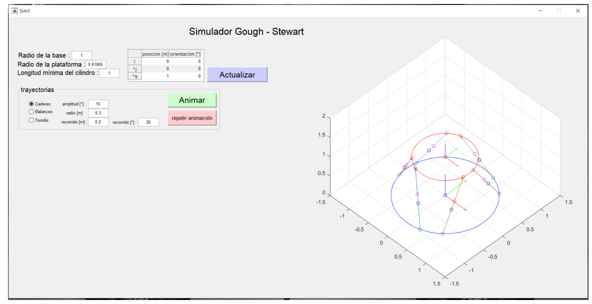

Figura 2. Interfaz gráfica del simulador.

El simulador determina si la posición y orientación introducidas en la interfaz gráfica es realizable con los parámetros especificados para el robot. Para llegar a este resultado, el simulador realiza las siguientes instrucciones:

- Obtener la posición de cada junta de la base, con respecto al centro de la base.
- Obtener la posición de cada junta de la plataforma móvil con respecto a la base y tomando en cuenta la posición deseada.
- Procesar las coordenadas de cada elemento para obtener los vectores que representan cada pistón.
- Evaluar si la posición deseada excede las limitaciones físicas del sistema como exceder la extensión o compresión máxima de algún pistón.
- Enviar mensajes de error si es necesario.
- Graficar los datos obtenidos, en caso de ser una posición factible.
- Ejcutar instrucciones adicionales de la interfaz gráfica.

El simulador también es capaz de producir animaciones del movimiento de la plataforma y exportarlas como archivos MP4.

IV. Resultados

V. Discusión

VI. Conclusiones

VI-A. Neftali Jonatán González

De forma individual puedo concluir que la PGS requiere de un cambio de paradigma al momento de tener el acercamiento al problema. Regularmente se tiene un acercamiento de tipo iterativo, dónde la solución de algún parámetro nos lleva a otro resultado hasta obtener la ecuación que describa el parámetro de nuestro interés, con la PGS es diferente. Requerimos de resolver el problema con cierta simultaneidad, por tal motivo el álgebra lineal es una herramienta clave, dado que se trata de una cadena cerrada.

La interpretación física de cada operación es distinta a la interpretación de las operaciones tan usadas en métodos geométricos para cadenas seriales; en ocasiones, no es tan evidente la interpretación de las operaciones vectoriales para el caso de la PGS, ha sido bastante útil el simulador para poder entender que es lo que hace cada operación y de qué forma nos acerca a la solución que deseamos.

VI-B. Enrique Benavidez Téllez

De manera personal puedo definir como resultado actual que el desarrollo de una plataforma Gough-Stewart es un proceso diferente al proceso de desarrollo de un robot serial. Debido a que se necesita desarrollar la cinemática inversa primero y en base a esta cinemática se debe de obtener la directa para poder utilizar las velocidades del efector final. Encontré que la PGS es un sistema que es fácil de resolver de manera geométrica en base a una posición y orientación requerida pero difícil con respecto al valor de las coordenadas generalizadas por la complejidad de operaciones necesarias para no caer en singularidades al moverse. El análisis dinámico de la PGS debe de llevar los valores de velocidad lineal y angular que se obtienen de la cinemática directa del sistema.

VI-C. Isaac Ayala Lozano

El proceso completo de análisis de la plataforma Gough Stewart resultó ser una actividad bastante rigurosa. La introducción de coordenadas generalizadas agregó nuevos retos al análisis. La obtención de las derivadas del sistema requirió de herramientas computacionales debido a su complejidad.

En general, la plataforma Gough Stewart y su estudio son un reto bastante interesante en cuanto a la aplicación de conocimientos de robótica. Siendo un robot paralelo, la contribución al movimiento final por cada elemento del sistema no permite ser analizado con la misma facilidad que un robot serial.

Referencias

[1] "Review of stewart platforms." http://robotics.caltech.edu/ jwb/courses/ME115/handouts/ReviewStewartPlatform.pdf, accessed: 2019-10-10.

[2] V. Gough, "Contribution to discussion of papers on research in automobile stability," Proceedings of Control and Tyre Performance, Auto Div. Inst. Mech. Eng., pp. 392–394, 01 1956.

[3] D. Stewart, "A platform with six degrees of freedom," Archive: Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers 1847-1982 (vols 1-196), vol. 180, pp. 371–386, 06 1965.

[4] V. Gough, "Contribution to discussion to papers on research in automobile stability and control and in type performance. pro auto device instruction mech," Eng., pp. 392–395, 01 1957.