Análisis, simulación y comparación de gastos energéticos de la plataforma Gough-Stewart con distintos modelos de control

Enrique Benavides Téllez, Isaac Ayala Lozano y Neftali Jonatán González
Robótica y Manufactura Avanzada
CINVESTAV
Ramos Arizpe, México

Resumen—El análisis de la dinámica y la validaci de la plataforma Gough-Stewart continua siendo un tema importante para el diseño y control de cualquier implementación de dicho mecanismo. Este document

I. Introducción

Uno de los manipuladores paralelos mas populares es la Plataforma Gough-Stewart (PGS) de 6 gdl (grados de libertad) propuesto por Eric Gough en 1954 y mejorado por D. Stewart en 1965 con la intención de realizar un simulador de vuelo como una de las aplicaciones finales de la plataforma. El sistema consiste en una plataforma movil, una plataforma fija y seis brazos extensibles conectando las dos plataformas.

Una estructura paralelea es considerada una cadena cinemática cerrada, los brazos están conectados del efector final al origen por medio de una conexión paralela. El desarrollo cinemático del sistema es complicado y para su solución se necesita del entendimiento general de la PGS y su forma de operación. La cinemática de un robot se puede dividir entre cinemática directa e inversa. La cinemática directa se centra en encontrar la posicion y orientación del efector final al modificar las dimensiones de los brazos y la cinemática inversa se centra en utilizar la posicion final del efector final para encontrar el valor longitudinal de los brazos.El desarrollo de la cinemática inversa de la PGS es sencilla de obtener, sin embargo el desarrollo de la cinemática directa es complicada debido a la necesidad de solucionar ecuaciones no lineales para la solución.

De la misma forma, es necesario conocer el modelo dinámico del sistema el cual define la menra en la que las energías y fuerzas se comportan en el sistema y contiene al igual que la cinemática directa complicaciones de desarrollo debido a la estructura de ciclo cerrado y las relaciones entre las partes del sistema. El modelo dinámico puede ser obtenido por medio de alguno de los siguientes métodos: Euler-Lagrange, principio de trabajo virtual, D'Alembert-Lagrange. Para fines del documento se utilizará el método de D'Alembert-Lagrange para obtener el modelo dinámico de la PGS. Cualquier robot para poder tener la fuerza y precisión para realizar una acción debe de poder rechazar perturbaciones externas asi como mantener la estabilidad en una referencia deseada, inclusive si la referencia está en constante cambio. La teoría de control propone diferentes maneras de llegar a la estabilidad por medio de la aplicación de gradientes de energía suficientes para mantener la estabilidad en la referencia deseada.

Por medio del presente escrito definirá en un inicio la cinemática de la PGS y seguido se realizará el modelo dinámico de la plataforma. En el aparatdo III se observarán los resultados del modelo dinámico con dos diferentes leyes de control (PD y PID) para comparar el gasto energético de cada uno con respecto a la tarea que debe realizar el robot.

II. Desarrollo

La PGS puede ser modelada en un inicio por medio de su cinemática inversa. Observando el modelo en la figura (insertar figura de la plataforma) se puede formular lo siguiente:

$$p_i = d + Ra_i = b_i + l_i \tag{1}$$

«««< HEAD Siendo p_i el lugar donde el actuador de la plataforma es colocado, el actuador es un piston el cual es controlado por el largo. Tomando en cuenta que el valor del actuador es l_i, podemos reescribir la ecuación 1 de la siguiente manera.

$$l_i = d + Ra_i - b_i \tag{2}$$

Sin embargo el valor l_i es un vector en coordenadas $[xyz]^T$ al cual le debemos aplicar la norma para obtener el valor de dimensión del actuador y ese valor será la coordenada generalizada de la plataforma.

$$q_i = ||l_i|| = \sqrt{l_i^T l_i} \tag{3}$$

Con esto se tiene el valor de las coordenadas generalizadas de un punto y orientación deseada. De esta ecuación se obtendrá el jacobiano para despejar el twist y poder utilizar los valores de velocidad lineal y angular de la plataforma para el desarroollo del control por fuerzas. Para obtener el jacobiano se plantea la siguiente ecuación

$$J\dot{q} = \nu \tag{4}$$

La ecuación 7 al ser derivada respecto al tiempo se parece a la ecuacion del jacobiano en la solución de las velocidades de las coordenadas generalizadas. ======= Siendo Ra_i el lugar donde un extremo del actuador en la plataforma es colocado, el valor b_i es el lugar donde el otro extremo del actuador es colocado en la base y d es la distancia que debe de moverse la plataforma respecto de la base. Definimos R como la matriz de rotación extrínseca de la plataforma respecto a la base.

$$R = R_z R_y R_x = R_{xyz} \tag{5}$$

El actuador es un pistón controlado por el largo y tomando en cuenta que el valor del actuador es l_i, podemos reescribir la ecuación 1 de la siguiente manera.

$$l_i = d + Ra_i - b_i \tag{6}$$

El vector l_i se obtiene como coordenadas $[x\ y\ z]^T$ al cual se debe aplicar la norma para obtener la dimensión del actuador y será la coordenada generalizada del pistón i-ésimo de la plataforma.

$$q_i = ||l_i|| = \sqrt{l_i^T l_i} \tag{7}$$

De la ecuación (7) se obtendrá el jacobiano para después despejar el twist y utilizar los valores de velocidad lineal y angular de la plataforma para el desarrollo del control por fuerzas. Para obtener el jacobiano se plantea la siguiente ecuación

$$J\dot{q} = \nu \tag{8}$$

La ecuación 7 al ser derivada respecto al tiempo es parecido a la ecuación del jacobiano en la solución de las velocidades de las coordenadas generalizadas. »»»> isaac

$$\frac{d}{dt}q = \frac{d}{dt}||l_i|| = \frac{d}{dt}\sqrt{l_i^T l_i} \tag{9}$$

La ecuación anterior se desarrolla para tener la forma del jacobiano inverso:

$$\dot{q} = J^{-1}\nu = A\begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix} \Rightarrow A = J^{-1} \tag{10}$$

Desarrollamos la derivada de $||l_||i$:

$$\dot{q} = \frac{1}{2||l_i||}\dot{l_i} \cdot l_i + l_i \cdot \dot{l_i} = \frac{1}{||l_i||}\dot{l_i} \cdot l_i \tag{11}$$

$$\dot{q} = \frac{1}{||l_i||}(\dot{d} + [\omega\times]Ra_i) \cdot (d + Ra_i - b_i) \tag{12}$$

$$= \frac{1}{||l_i||}(v_p - [(Ra_i)\times]\omega)(l_i)$$

$$\dot{q} = v_p \cdot l_i - [(Ra_i)\times]\omega \cdot l_i \tag{13}$$

$$= v_p \cdot l_i + [(Ra_i)\times]l_i \cdot \omega$$

$$\dot{q} = \frac{1}{||l_i||}v_p \cdot l_i + [(Ra_i)\times]l_i \cdot \omega \tag{14}$$

$$\dot{q} = \frac{1}{||l_i||}[l_i^T, [(Ra_i)\times]l_i^T]\begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix} \tag{15}$$

Con el desarrollo se encuentra que la jacobiana inversa parte de la ecuación 15 y se define como:

$$A = J^{-1} = \begin{bmatrix} \vec{u_i}^T & [(Ra_i)\times]\vec{u_i}^T \end{bmatrix} \tag{16}$$

Al invertir la matriz A de la ecuación 16 se obtiene la jacobiana de la PGS, con la cual se obtendrán las velocidades lineales y angulares de la PGS.

$$J = \begin{bmatrix} \vec{u_i}^T & [(Ra_i)\times]\vec{u_i}^T \end{bmatrix}^{-1}$$

Utilizando la Jacobiana y desarrollando la ecuación 8 se obtienen las velocidades lineales y angulares de la PGS.

$$\begin{bmatrix} \vec{u_i}^T & [(Ra_i)\times]\vec{u_i}^T \end{bmatrix}^{-1}\dot{q} = \begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix}$$

Para el desarrollo de la dinámica del robot, se conoce que soportara en la plataforma un disco parabólico con masa de 250 lb. Para obtener el modelo dinámico de la PGS con el disco hay se necesitan los valores de velocidad lineal y angular con respecto de la plataforma, se plantea la siguiente transformación.

$$M_{6x6}\begin{bmatrix} v_p^0 \\ \omega^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_p^1 \\ \omega^1 \end{bmatrix} \tag{17}$$

En la ecuación 17 se identifica que al multiplicar las velocidades respecto a la base de la PGS se obtienen los valores de velocidades respecto a la plataforma. La matriz M debe de tener la siguiente forma:

$$M = \begin{bmatrix} I & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & R^T \end{bmatrix} \tag{18}$$

Donde el primer bloque es la matriz identidad debido a que las velocidades lineales tanto de la base como de la plataforma son iguales, la matriz E es la transformación de las velocidades angulares y tiene la siguiente forma:

$$R^T = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{21} & R_{31} \\ R_{12} & R_{22} & R_{32} \\ R_{13} & R_{23} & R_{33} \end{bmatrix}$$

Con la obtención del twist respecto a la plataforma del robot se pueden desarrollar las ecuaciones de energía. Se obtiene la energía potencial por medio de la altura del disco parabólico dp sobre la plataforma del robot.

$$P_{dp} = m_{dp}gh = [0\ 0\ m_{dp}g]\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$P_z = d + R\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ cm_{dp} \end{bmatrix}$$

El punto P_z es la altura del disco parabólico respecto a la base de la PGS. La energía cinética depende de las velocidades sobre el disco parabólico y se define

$$K = \frac{1}{2}\nu m_{dp}\nu = \frac{1}{2}\dot{q}^T J^T\ m\ J\dot{q} \tag{20}$$

III. Resultados

IV. Discusión

V. Conclusiones

here [1] and [2].

Referencias

[1] Z. Bingul and O. Karahan, Dynamic Modeling and Simulation of Stewart Platform, 03 2012.

[2] G. Leonov, S. Zegzhda, S. Zuev, B. Ershov, D. Kazunin, D. Kostygova, N. Kuznetsov, P. Tovstik, T. Tovstik, and M. Yushkov, “Dynamics and control of the stewart platform,” Doklady Physics, vol. 59, pp. 405–410, 10 2014.

Apéndice