

Отчет по финальному экзамену

1.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + D\dot{q} + F_c(q) = T$$

Введем понятие оценки. Где оценка есть приближенное значение параметров робота. Это приближает модель к реальности, ведь не все параметры, особенно F_c и D можно узнать.

Сгруппировав, получим.

$$\hat{M}(q)\ddot{q} + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{g}(q) + \hat{D}\dot{q} + F_c(\dot{q}) = T$$

$$\hat{M}(q)\ddot{q} + (\hat{C}(q, \dot{q}) + \hat{D})\dot{q} + \hat{g}(q) + F_c(\dot{q}) = T$$

Где $\hat{\cdot}$ - оценка.

Введем V , линеаризовав систему

$$U = \hat{M}(q) \cdot V + (\hat{C}(q, \dot{q}) + \hat{D})\dot{q} + \hat{g}(q) + F_c(\dot{q})$$

Выразим

$$\ddot{q} = \hat{M}^{-1}(q) \cdot (\hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{D}\dot{q} + \hat{g}(q) + F_c(\dot{q})) + \hat{M}^{-1}(q) \cdot M(q) \cdot V$$

Можем представить это выражение как

$$\ddot{q} = f(q, \dot{q}) + B(q) \cdot V$$

Согласно задаче введем скользящую поверхность

$$S = \tilde{q} + L \cdot \tilde{\dot{q}}$$

матрица L коэф. в.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{q}} = f(q, \dot{q}) + B(q) \cdot V \\ S = \tilde{q} + L \tilde{\dot{q}} \\ \dot{S} = \tilde{\dot{q}} + L \tilde{\ddot{q}} \end{cases}$$

Рассмотрим зависящий от скорости кандидат Ляпунова

$V = \frac{1}{2} \|S\|^2$. Тот факт, что при уменьшении скорости уменьшается кандидат говорит о стабильности системы при стабильности кандидата.

$$V = S^T \cdot \dot{S} = S^T (\tilde{\dot{q}} + L \tilde{q}) = S^T (\ddot{q}_{\text{гес}} - \ddot{q} + L(\dot{q}_{\text{гес}} - \dot{q}))$$

$$V = S^T (\ddot{q}_{\text{гес}} - f(q, \dot{q}) - B(q) \cdot V + L \tilde{q})$$

Для выполнения условия $\dot{V} < 0$: скорость схода к S-нов-ти.

$$\ddot{q}_{\text{гес}} - f(q, \dot{q}) - B(q)V + L \tilde{q} = -\frac{K S}{\|S\|}$$

$$B(q)V = \ddot{q}_{\text{гес}} - f(q, \dot{q}) + L \tilde{q} + \frac{K \cdot S}{\|S\|}$$

Тогда при точной оценке

$$\begin{cases} \hat{M} \rightarrow M \\ \hat{g} \rightarrow g \\ \hat{C} \rightarrow C \Rightarrow B(q) \rightarrow I \\ \hat{D} \rightarrow D \Rightarrow f(q, \dot{q}) \rightarrow 0 \\ \hat{F}_e \rightarrow F_e \end{cases}$$

$$V = \underbrace{\ddot{q}_{\text{гес}} + L \tilde{q}}_{\text{полynomialное упр.}} + \underbrace{\frac{K S}{\|S\|}}_{\text{используемое управление}}$$

Для достижения определённой скорости сходимости

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|S\|^2 \leq -\|S\| \cdot \eta$$

$$\dot{S} = \tilde{\dot{q}} + L \tilde{q} = V_{\text{ном}} - \dot{q} = V_{\text{ном}} - f(q, \dot{q}) - B(q) \cdot (V_{\text{ном}} + V_{\text{корр.}})$$

$$\dot{S} = \underbrace{(I - B)}_{\omega} V_n - f - B V_s$$

$$S^T \omega - S^T V_s B(q) \leq \|w\| \|S\| - S^T B(q) V_s \leq -\eta \|S\|$$

$$V_s = \frac{\hat{M}^{-1} K}{G_m} \cdot \frac{S}{\|S\|}$$

шаг
сингулярное
число матрицы

$$\|s\| \|\omega\| - s^T B(cq) v_s \leq \|s\| \|\omega\| - \frac{s^T M^{-1} s}{c_{\max}} \leq \|s\| \|\omega\| - k \|s\| \leq -\eta_m s^T M^{-1} \omega$$

$$k > \|\omega\| + \eta$$

В таком случае система

$$s = \tilde{q} + L \tilde{\dot{q}}$$

$$v_s = \rho \frac{s}{\|s\|} \quad \rho = \frac{k \hat{M}^{-1}}{c_{\max}}$$

$$v = \tilde{\ddot{q}} + L \tilde{\dot{\ddot{q}}} + v_s$$

$$u = \hat{M}(cq) v + (\hat{C}(q, \dot{q}) + \hat{D}) \dot{q} + \hat{g}(q) + \hat{f}_e(\dot{q})$$

Методы избавления от членения

$$1) \quad v_s = \begin{cases} \rho \frac{s}{\|s\|} & \|s\| > \varepsilon \\ \rho \frac{s}{\varepsilon} & \|s\| \leq \varepsilon \end{cases} \quad \text{сатурация}$$

$$2) \quad u_i = u_i + (u_i - u_{i-1}) \cdot K \quad \text{фильтрация простого экспоненциального среднего.}$$

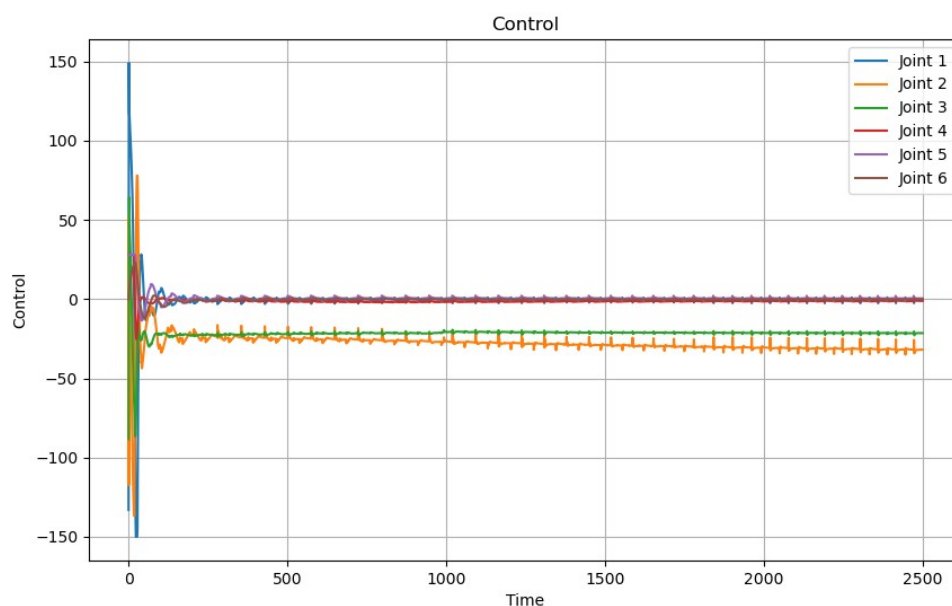
2.

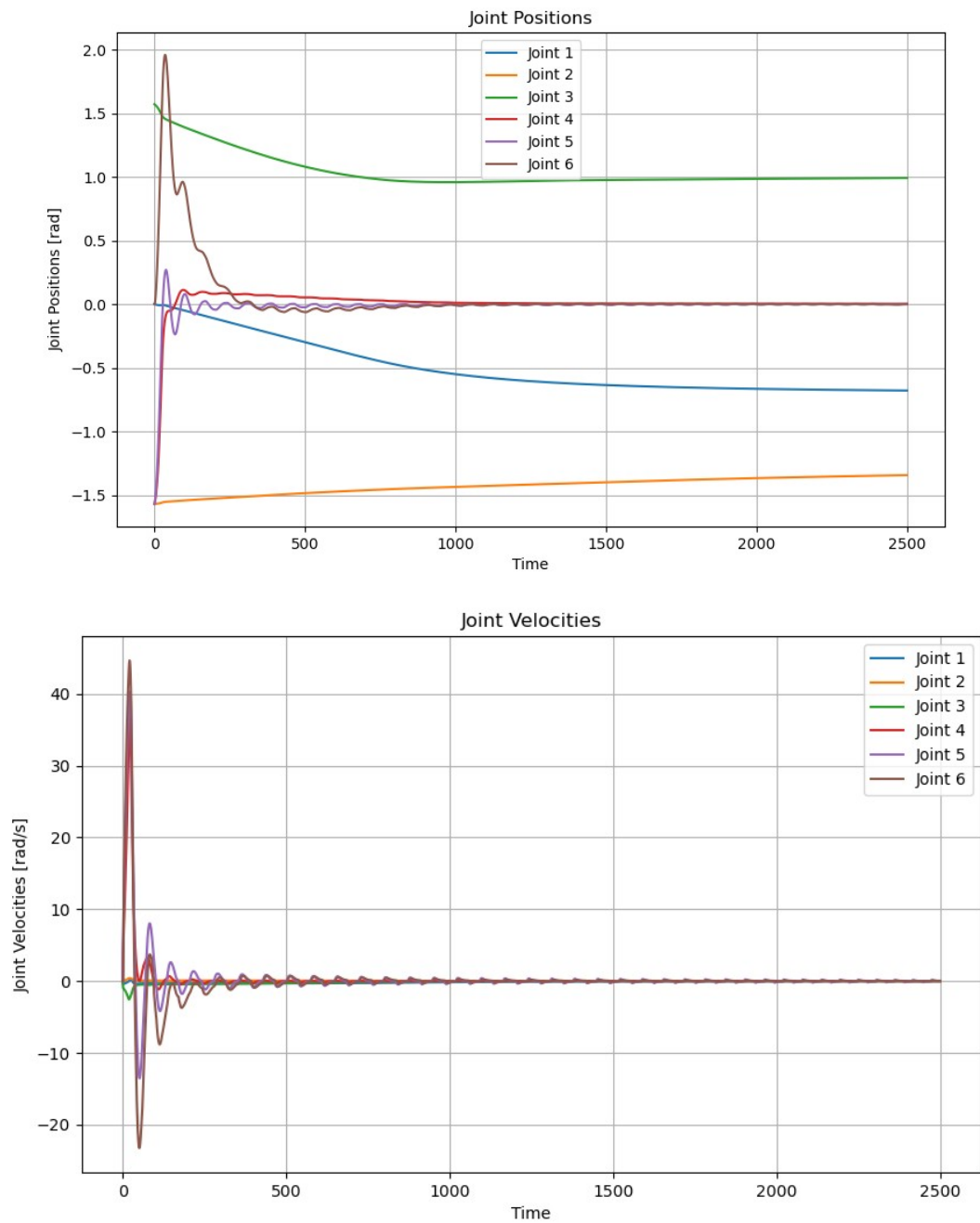
Для выведенных уравнений управления был написан код, реализация которого приведена в приложении с комментариями.

Код разделен на блоки, самый важный из которых – `joint_controller`, в нем реализовано управление согласно последней системе. Функция для вычисления скользящего управления вынесена отдельно. При этом максимальное сингулярное значение матрицы взято за 5, так как в расчётном случае матрица часто получается вырожденной.

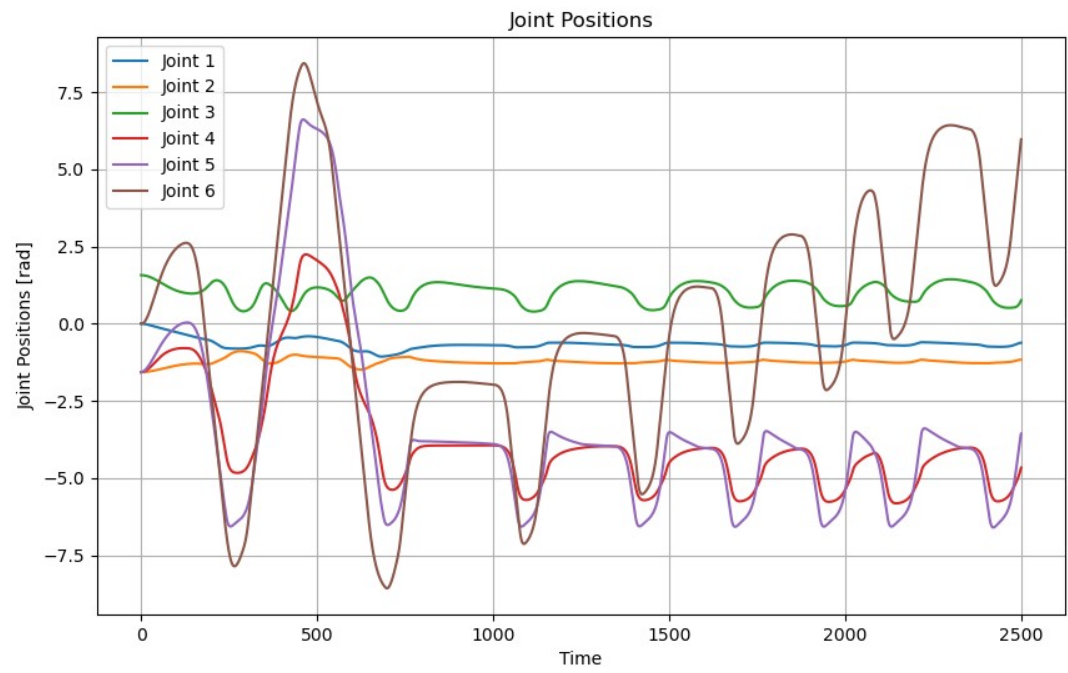
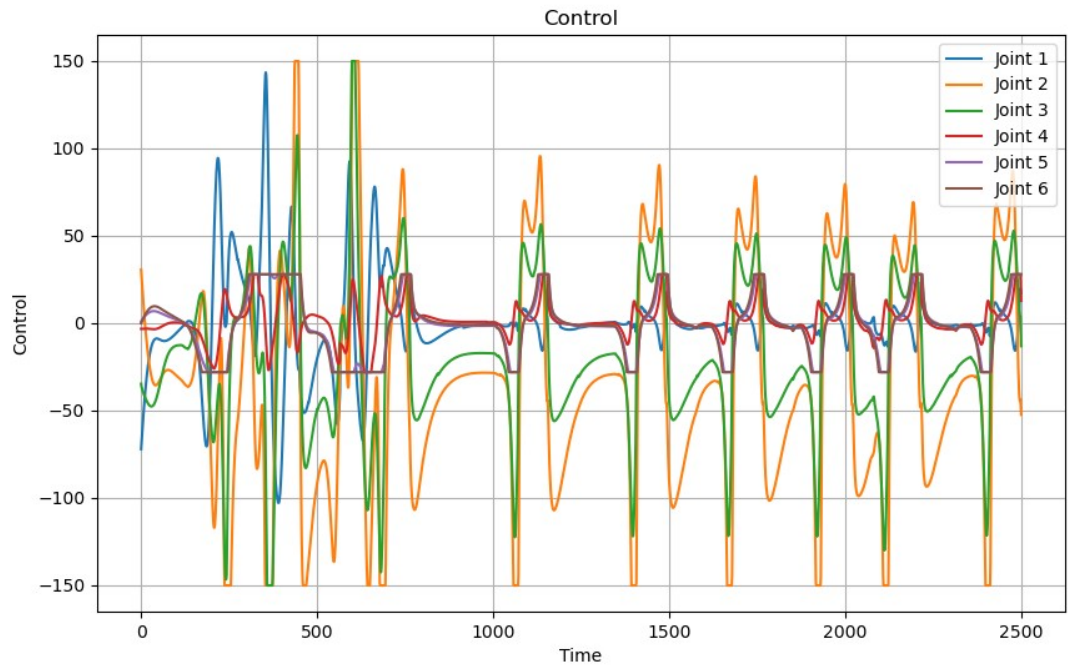
Каждый параметр манипулятора для управления взят оценочно, то есть немного отличается от тех, что подаются в симулятор. Это приближает задачу к реальности, когда мы не знаем всех параметров системы точно. В систему согласно заданию добавлены явления сухого трения и демпфирования с помощью предоставленных методов.

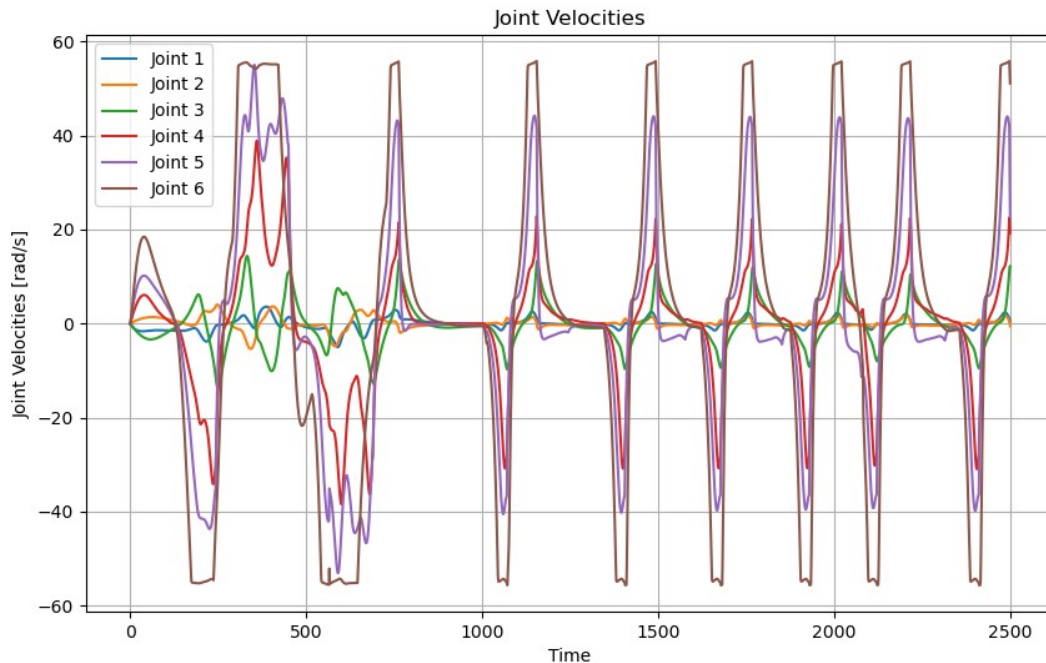
Результаты работы робота в режиме `robust` представлены в видео и в графиках ниже.





Работа в режиме простого inverse-dynamics контроллера представлена на графиках ниже.





Сравнение двух режимов работы однозначно свидетельствует о том, что использование скользящих режимов лучше работает при работе с системой у которой есть неизвестные параметры. Задание управления с помощью ПД регулятора при подборе параметров (требуемые параметры даны в задании) может привести к более стабильной работе, но при этом моменты на моторы будут очень большими, что в реальной системе плохо скажется на долговечности работы.

3.

Как можно судить по графикам, эмпирическим путем удалось добиться подбора коэффициентов таким образом, чтобы не было чаттеринга или он сводился к минимуму. Для симулятора основной причиной чаттеринга можно называть неидеальное совпадение параметров системы и неправильно подобранные параметры. Для реальных систем в качестве причин так же можно указать неидеальные коммутации, задержки во времени, шумы.

Один из способов борьбы с чаттерингом это использование трубки – зоны, в которой должна находиться система при этом вне трубки и в трубке управление может задаваться законом с разными коэффициентами, обычно вне трубки оно

более агрессивное. Таким образом благодаря наличию окрестности, а не единственному значению уставки уменьшается частота импульсов управления. В идеале при правильном подборе коэффициентов система в принципе заходит в трубку и не выходит из нее.

При увеличении толщины трубки управление приводило к большим отклонениям от уставки, но было так же более плавным и не возникало чаттеринга, при уменьшении трубки наблюдается область, в которой точность управления достаточна и при этом отсутствует чаттеринг. При дальнейшем уменьшении чаттеринг увеличивался.

Так же реализована фильтрация управления как еще один метод уменьшения чаттеринга, когда высокочастотный сигнал с помощью ФНЧ сглаживается. При правильной настройке этот метод может помочь в борьбе с чаттерингом, например в ситуациях, когда система по какой-то причине вышла за рабочие параметры. Этот метод, однако, имеет недостатки, связанные с тем, что чем сильнее фильтрация, тем большее влияние имеет АЧХ и ФЧХ, что может проявиться как отставание по времени и слишком маленькое (по модулю) управление.

Можно так же предположить, что границы трубки можно сделать адаптивными для случаев, когда в системе начинается чаттеринг. Реализация такого режима не была проведена.